

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO AO PUNCIONAMENTO SIMÉTRICO OU ASSIMÉTRICO

ENGº CIVIL MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

Belém

2006



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO AO PUNCIONAMENTO SIMÉTRICO OU ASSIMÉTRICO

ENGº CIVIL MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém

2006

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) – Biblioteca Central/ UFPA, Belém-PA

Ferreira, Maurício de Pina.

Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado ao puncionamento simétrico ou assimétrico / Maurício de Pina Ferreira; orientador Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira. – 2006

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Pará, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2006.

1. Lajes de concreto. 2. Concreto armado. 3. Engenharia civil. I. Título.

CDD - 22. ed. 624.18342



ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO AO PUNCIONAMENTO SIMÉTRICO OU ASSIMÉTRICO

ENG^o CIVIL MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

APROVADO POR:

Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, D.Sc. (UFPA) (Orientador)

Professor. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, Ph.D. (Unb) (Examinador Externo)

Professor Alcebíades Negrão Macêdo, Dr. (UFPA) (Examinador Interno)

Professor Remo Magalhães de Souza, Ph.D. (UFPA) (Examinador Interno)

Belém / PA, 02 de Março de 2006.

A Deus

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira pela consciente orientação, incentivo e dedicação dispensados para realização deste trabalho.

Ao Professor Paul E. Regan, pela colaboração e interesse demonstrados nesta pesquisa.

Ao Professor Manoel Diniz Peres, chefe do Laboratório de Engenharia Civil, pelo apoio constante durante os ensaios das lajes.

Ao Professor Alcebíades Macêdo, pela amizade e apoio demonstrados ao longo deste mestrado.

Aos técnicos Urbano e Maneca, pela valiosa colaboração nos ensaios e em todas as atividades realizadas durante o ano de 2005.

Aos vários amigos do laboratório que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho: Adonay Saráty, Daniel Rocha, Guilherme Salazar, Mikhail Luczynski, Marcos Albuquerque, Bernardo Neto, Lins Sandro Resque e Kelly Nahum. Um agradecimento especial aos bons amigos Cláudio Lezana, Israel Baltazar, Cícero Rodrigues e Guilherme Melo que em momentos decisivos se fizeram presentes e contribuíram significativamente para a conclusão dos ensaios.

Ao amigo Alexandre Vilhena, por sua presença, apoio e dedicação constantes em toda a fase experimental.

A Clarice Sfair e Thais Rodrigues, pela ajuda valiosa em alguns dos desenhos da dissertação.

Aos meus pais, por todo amor, ensinamentos e apoio constante em todas as fases de minha vida, me fornecendo sempre as melhores condições para prosseguir nos estudos.

Aos meus irmãos Luciana e Renato, por todo amor, compreensão e carinho.

A Thais Rodrigues, que com seu amor tem me fortalecido ao longo dos anos, tendo sempre compreendido e superado ao meu lado as dificuldades da vida de estudante.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro e por viabilizar o desenvolvimento científico e tecnológico deste país.

A vida é uma pedra de amolar: desgasta-nos ou afia-nos, conforme o metal de que somos feitos. (George Bernard Shaw)

RESUMO

O puncionamento é normalmente uma situação crítica no projeto de lajes lisas de concreto armado. Segundo várias normas de projeto, o puncionamento se desenvolve de maneira ainda mais desfavorável nos casos onde o carregamento atua de forma assimétrica, graças a momentos desbalanceados na ligação laje-pilar. Visando avaliar as recomendações normativas para estas situações, foram ensaiadas 12 lajes lisas unidirecionais de concreto armado (f'_c entre 36 e 58 MPa) submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico. As lajes apresentavam dimensões de (1.800 x 1.800 x 110) mm com carregamento sendo aplicado através de uma chapa metálica simulando um pilar quadrado com (85 x 85 x 50) mm. O trabalho teve como variáveis, além da posição de carregamento, a taxa de armadura na direção transversal, objetivando avaliar a influência destas armaduras na resistência última ao puncionamento de lajes lisas unidirecionais.

São apresentados e analisados os resultados dos deslocamentos verticais, deformações na superfície de concreto e nas armaduras de flexão, mapas de fissuração, cargas últimas e modos de ruptura observados. Apresentam-se ainda os resultados da avaliação das recomendações de 6 normas de projeto, sendo 3 européias e 1 norte americana, além das versões de 1978 e 2003 da norma brasileira para projeto de estruturas de concreto. Foi realizada também uma análise numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos para idealizar o comportamento das lajes, comparando-se os resultados desta análise elástica com aqueles verificados experimentalmente.

Os resultados indicaram que, ao contrário do que as normas prescrevem, a resistência ao puncionamento não diminui de forma linear com o aumento da excentricidade do carregamento, com a flexão influenciando significativamente na resistência última ao puncionamento. Os resultados indicam também que, mesmo em lajes unidirecionais, a taxa de armadura transversal apresenta influência significativa na distribuição dos esforços na laje, interferindo na resistência à punção.

Palavras Chaves: Concreto armado, Lajes lisas, Puncionamento, Momentos desbalanceados.

ABSTRACT

Punching is normally a critical case in the design of reinforced concrete flat slabs. According to many design codes, punching develops in a more unfavorable way in cases where the load is asymmetrically applied, due to unbalanced bending moments at slab-column connections. In order to evaluate the normative prescriptions in these cases, 12 reinforced concrete one-way flat slabs (f'_c between 36 and 58 MPa) were submitted to symmetric or asymmetric punching. The slab's dimensions were (1.800 x 1.800 x 110) mm with the load being applied through a metallic plate simulating a square column with (85 x 85 x 50) mm. This research had as variables, in addiction to the load position, the reinforcement rate in transversal direction, in order to evaluate their influence in the punching ultimate resistance of one-way slabs.

Results for vertical deflections, concrete surface and flexural reinforcement strains, cracking pattern, observed ultimate loads and failure modes are presented and analyzed. Also were analyzed the estimates of 6 design codes, with 3 European and 1 North-American, beyond the versions from 1978 and 2003 of the Brazilian structural concrete design code. A numerical analysis using the Finite Elements Method to simulate the slab's behavior is presented and its results are compared to the experimentally observed ones.

The results showed that, unlike the normative previsions, punching resistance doesn't reduce linearly with the increments in the load's eccentricities, with the flexural effects significantly influencing the ultimate punching resistance. Even in one-way slabs, the transversal reinforcement rate showed significant influence on the slab's force distribution, interfering in the punching resistance.

Keywords: Reinforced concrete, Flat slab, Punching, Unbalanced moments.

SUMÁRIO

Capít	vítulo Página		
1.	INTRODUÇÃO 1		
1.1	JUSTIFICATIVA 4		
1.2	OBJETIVOS		
1.3	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO 5		
2.	RESISTÊNCIA AO PUNCIONAMENTO7		
2.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA		
2.2	RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS		
2.2.1	Considerações Iniciais		
2.2.2	ACI 318:2002, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete.		
	American Concrete Institute. (ACI, 2002)		
2.2.3	BS 8110:1997, Structural use of concrete. British Standards. (BS, 1997)		
2.2.4	CEB-FIP:1993, Model Code 1990. Comitee Euro-Internacional du Beton. (MC90,		
	1993) 38		
2.2.5	EUROCODE 2:2002, Design of Concrete Structures. European Committee for		
	Standardization. (EC 2, 2002)		
2.2.6	NBR 6118:1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Associação		
	Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978) 44		
2.2.7	NBR 6118:2003, Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de		
	Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003)		
2.3	RESISTÊNCIA DAS LAJES		
2.3.1	Resistência à Flexão 48		
2.3.2	Resistência ao Puncionamento 50		
3.	PROGRAMA EXPERIMENTAL 53		

3.1	CONSID	ERAÇÕES INICIAIS	53
3.2	PROGRA	AMA EXPERIMENTAL	54
3.2.1	Caracterís	ticas das Lajes	54
	3.2.1.1	Armadura de Flexão	56
3.2.2	Instrumen	tação	58
	3.2.2.1	Deslocamentos	58
	3.2.2.2	Concreto	60
	3.2.2.3	Armadura de Flexão	62
3.2.3	Sistema de	e Ensaio	63
3.2.4	Processo o	le Carregamento	64
3.3	MATERI	AIS	58
3.3.1	Concreto.		68
	3.3.1.1	Composição	68
	3.3.1.2	Resistência à Compressão	69
	3.3.1.3	Resistência à Tração	69
	3.3.1.4	Módulo de Elasticidade	72
	3.3.1.5	Cura	74
3.3.2	Aço 75		
	3.3.2.1	Armadura de Flexão	75
4	DECIU		70
4.	RESULI	ADUS EAPERIMENTAIS	10
4.1	DESLOC	CAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES	78
4.2	DEFORM	AQÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO	94
4.3	DEFORM	IAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO9) 9
4.4	MAPAS	DE FISSURAÇÃO11	18
4.5	CARGAS	S ÚLTIMAS OBSERVADAS 13	33
4.5.1	Modos de	Ruptura Observados	34

5. ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS 143

5.1	APRESE	NTAÇÃO DOS MODELOS	143
5.2	RESULTA	ADOS DA ANÁLISE ELÁSTICA	145
5.2.1	Cisalhame	nto	145
5.2.2	Flexão		150
5.2.3	Flechas		156
6.	ANÁLISI	E DAS ESTIMATIVAS NORMATIVAS	172
6.1	RESISTÊ	NCIA AO PUNCIONAMENTO	172
6.1.1	ACI 318:2	002	172
6.1.2	BS 8110:1	997	174
6.1.3	CEB-FIP N	MC90:1993	176
6.1.4	EUROCO	DE 2:2002	178
6.1.5	NBR 6118	:1978	180
6.1.6	NBR 6118	:2003	182
6.2	COMPAR	RATIVO DOS RESULTADOS DAS NORMAS	184
7.	CONCLU	U SÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUR(ISÕES)S 186 186
/.1	CONCLU		100
7.1.1	Programa l	Experimental	186
	7.1.1.1	Lajes	186
	7.1.1.2	Sistema de ensaio	
	7.1.1.3	Deslocamentos verticais das lajes	
	7.1.1.4	Deformações na superfície do concreto	
	7.1.1.5	Deformações da armadura de flexao	
	7.1.1.0	Cargas últimas observadas	
	7118	Modos de ruptura observados	109
712	Análise nu	mérica	190
713	Análice de	normas	101
7.2	SUGEST	ÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	191

REF	ERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	194
APÊ	NDICE A	198
A.1	DESLOCAMENTOS VERTICAIS	198
A.2	DEFORMAÇÕES NO CONCRETO E NAS ARMADURAS DE FLEXÃ	.0205
A.3	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO	213

LISTA DE TABELAS

Tabela

Tabela 2.1 – Dados das lajes de Forssel e Holmberg (1946)	8
Tabela 2.2 – Dados das faixas de lajes de Leonhardt e Walther (1962)	
Tabela 2.3 – Dados das lajes com dois carregamentos simétricos de Regan et. al (1988) 18
Tabela 2.4 – Dados das lajes de Regan e Rezai-Jorabi com um carregamento centrado	(1988)
Tabela 2.5 – Resultados dos ensaios de Cordovil e Fusco (1995)	21
Tabela 2.6 – Lajes ensaiadas por Krüger <i>et al.</i> (2000)	
Tabela 2.7 – Valores de <i>K</i> (MC90, 1993)	
Tabela 2.8 – Valores de K para carregamentos retangulares (EC 2, 2002)	
Tabela 2.9 – Valores de <i>K</i> (NBR 6118, 2003)	
Tabela 2.10 – Resistência à flexão das lajes	
Tabela 2.11 – Resistência ao cisalhamento das lajes	51
Tabela 3.1 – Características das lajes	
Tabela 3.2 – Composição do concreto	
Tabela 3.3 – Resistência à compressão e à tração do concreto	71
Tabela 3.4 – Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade (CEB-FIP MC90:19	993).72
Tabela 3.5 – Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do concreto	73
Tabela 3.6 – Identificação das barras e sua utilização	77
Tabela 3.7 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes	77
Tabela 4.1 – Deformações nos extensômetros do concreto	
Tabela 4.2 – Registro das cargas em que foram observadas as fissuras	
Tabela 4.3 – Modos de ruptura observados	135
Tabela 4.4 – Inclinação da superfície de ruptura na direção longitudinal	142
Tabela 5.1 – Diferença entre momentos no perímetro de controle	156
Tabela 5.2 – Flechas experimentais e teóricas no último passo de carga para as lajes	157
Tabela 5.3 – Comparação entre as flechas experimentais e teóricas máximas	157
Tabela 6.1 – Resultados obtidos com a ACI 318:2002	173
Tabela 6.2 – Comparativo dos resultados obtidos com a ACI 318:2002	
Tabela 6.3 – Resultados obtidos com a BS 8110:1997	175

Tabela 6.4 – Comparativo dos resultados obtidos com a BS 8110:1997	175
Tabela 6.5 – Resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993	177
Tabela 6.6 – Comparativo dos resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993	177
Tabela 6.7 – Resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002	179
Tabela 6.8 – Comparativo dos resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002	179
Tabela 6.9 – Resultados obtidos com a NBR 6118:1978	181
Tabela 6.10 – Comparativo dos resultados obtidos com a NBR 6118:1978	181
Tabela 6.11 – Resultados obtidos com a NBR 6118:2003	
Tabela 6.12 – Comparativo dos resultados obtidos com a NBR 6118:2003	
Tabela A.1 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1a	199
Tabela A.2 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1b	199
Tabela A.3 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1c	200
Tabela A.4 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2a	200
Tabela A.5 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2b	201
Tabela A.6 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2c	201
Tabela A.7 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3a	202
Tabela A.8 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3b	202
Tabela A.9 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3c	203
Tabela A.10 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4a	203
Tabela A.11 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4b	203
Tabela A.12 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4c	204
Tabela A.13 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1a	207
Tabela A.14 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1b	207
Tabela A.15 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1c	
Tabela A.16 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2a	
Tabela A.17 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2b	209
Tabela A.18 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2c	209
Tabela A.19 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3a	210
Tabela A.20 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3b	210
Tabela A.21 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3c	211
Tabela A.22 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4a	211
Tabela A.23 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4b	211
Tabela A.24 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4c	212
Tabela A.25 – Resistência à compressão do concreto	213

214
215
215
215
215
216
216
216
216
216
217
217
217

LISTA DE FIGURAS

Figuras

Figura 1.1 – Sistemas estruturais com lajes em concreto armado1
Figura 1.2 – Superfície de ruptura (CEB-FIP MC90:1993)2
Figura 1.3 – Exemplos de casos de puncionamento em laje unidirecionais
Figura 2.1 – Ensaios de Forssel e Holmberg (1946)
Figura 2.2 – Detalhe das faixas de lajes ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962)9
Figura 2.3 – Detalhe das lajes ensaiadas por Vanderbilt (1972)11
Figura 2.4 – Detalhe das lajes ensaiadas por Takahashi e Kakuta (1983)15
Figura 2.5 – Resistência e modo de ruptura das lajes ensaiadas por Takahashi e Kakuta (1983)
Figura 2.6 – Detalhe das lajes ensaiadas por Regan e Rezai-Jorabi (1988)17
Figura 2.7 – Método proposto por Regan e Rezai-Jorabi (1988)19
Figura 2.8 – Arranjo dos ensaios realizados por Cordovil e Fusco (1995)20
Figura 2.9 – Superfície de ruptura de uma das lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)22
Figura 2.10 – Esforços nas lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)23
Figura 2.11 – Situação de tração nas lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)24
Figura 2.12 – Carga de ruptura em função da excentricidade - Cordovil e Fusco (1995)24
Figura 2.13 – Tendência dos esforços para uma laje em função da excentricidade para o
sistema com trans-momento e o tradicional25
Figura 2.14a – Sistema de ensaio das lajes de Krüger et al. – Planta Baixa (2000)26
Figura 2.14b – Sistema de ensaio das lajes de Krüger et al Elevação (2000)27
Figura 2.15 – Carga de ruptura em função da excentricidade – Krüger et al. (2000)28
Figura 2.16 – Redução percentual na carga de ruptura das lajes de Krüger et al. e Cordovil e
Fusco em função da excentricidade do carregamento28
Figura 2.17 – Processo de formação de fissuras de punção. 1: fissura tangencial formada por
tensões radiais. 2: fissuras radiais formadas por tensões tangenciais. 3:
configuração de ruptura29
Figura 2.18 – Comportamento geral de lajes ensaiadas à punção
Figura 2.19 – Perímetros de controle para ruptura por viga chata (ACI, 2002)32
Figura 2.20 – Perímetros de controle (ACI, 2002)

Figura 2.21 – Transferência de momento desbalanceado (ACI, 2002)	34
Figura 2.22 – Perímetros de controle (BS, 1997)	35
Figura 2.23 – Cisalhamento numa ligação laje-pilar com momento desbalanceado (BS, 19	97)
	36
Figura 2.24 – Perímetros de controle em pilares internos (MC90, 1993)	38
Figura 2.25 – Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado	
(MC90, 1993)	39
Figura 2.26 – Modelo para verificação da punção no Estado Limite Último (EC2, 2001)	41
Figura 2.27 – Perímetro de controle ao redor de áreas carregadas (EC2, 2002)	41
Figura 2.28 – Perímetro de controle para pilares próximos ao borda da laje (EC2, 2002)	42
Figura 2.29 – Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado en	n
pilares internos (EC2, 2002)	43
Figura 2.30 – Perímetros de controle (NBR 6118, 1978)	44
Figura 2.31 – Perímetro Crítico em pilares internos (NBR 6118, 2003)	45
Figura 2.32 – Configuração adotada para as linhas de ruptura das lajes	48
Figura 2.33 – Cálculo dos momentos nas direções longitudinal e transversal das lajes	49
Figura 2.34 – Variação da resistência estimada para as lajes em função de e pela MC90	51
Figura 2.35 – Diferença estimada pela MC90 entre os esforços cortantes em função de e .	52
Figura 2.36 – Diferença estimada pela MC90 entre os momentos fletores em função de e	52
Figura 3.1 – Pavimento de edifício em lajes lisas	53
Figura 3.2 – Momentos em torno da ligação laje-pilar interno e externo	54
Figura 3.3 – Diagrama de esforço cortante nas lajes	54
Figura 3.4 – Programa de ensaio das lajes	55
Figura 3.5a – Projeto de armação das lajes	57
Figura 3.5b – Armadura da laje L2b posicionada na fôrma	58
Figura 3.6 – Posicionamento dos deflectômetros nas lajes	59
Figura 3.7a – Posicionamento dos deflectômetros na laje L1c	59
Figura 3.7b – Posicionamento dos deflectômetros na laje L3a	60
Figura 3.8 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto	61
Figura 3.9 – Monitoração das deformações do concreto na superfície inferior das lajes	61
Figura 3.10 – Detalhes do monitoramento das armaduras	62
Figura 3.11 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão	63
Figura 3.12a – Sistema de ensaio das lajes – Vista Superior e Corte AA	65
Figura 3.12b – Sistema de ensaio das lajes – Corte BB	66

Figura 3.13 – Ensaio da laje L2a	66
Figura 3.14 – Posicionamento do cilindro no ensaio da laje L1b	67
Figura 3.15 – Posicionamento do cilindro no ensaio da laje L4a	67
Figura 3.16 – Equipamentos utilizados nos ensaios	68
Figura 3.17 – Moldagem dos corpos de prova	69
Figura 3.18 – Ensaio de compressão diametral	70
Figura 3.19 – Resistência à tração segundo as normas brasileiras de 1978 e de 2003	71
Figura 3.20 – Ensaio de módulo de elasticidade	73
Figura 3.21a – Módulo de elasticidade sem o uso de coeficientes – MC90 e NBR 6118:20	003
	74
Figura 3.21b – Módulo de elasticidade – MC90 ($\alpha_{\beta} = 0.9$) e NBR 6118:2003 ($\alpha_{NB} = 0.9$)	35)
	74
Figura 3.22 – Processo de cura das lajes e dos corpos de prova	75
Figura 3.23 – Ensaio de tração axial	76
Figura 3.24 – Curvas tensão-deformação das barras de 12,5 e 10,0 mm	77
Figura 3.25 – Curvas tensão-deformação das barras de 8,0 e 6,3 mm	77
Figura 4.1a – Flechas da laje L1a nas direções longitudinal e transversal	79
Figura 4.1b – Flechas da laje L1b nas direções longitudinal e transversal	80
Figura 4.1c – Flechas da laje L1c nas direções longitudinal e transversal	81
Figura 4.2a – Flechas da laje L2a nas direções longitudinal e transversal	82
Figura 4.2b – Flechas da laje L2b nas direções longitudinal e transversal	83
Figura 4.2c – Flechas da laje L2c nas direções longitudinal e transversal	84
Figura 4.3a – Flechas da laje L3a nas direções longitudinal e transversal	85
Figura 4.3b – Flechas da laje L3b nas direções longitudinal e transversal	86
Figura 4.3c – Flechas da laje L3c nas direções longitudinal e transversal	87
Figura 4.4a – Flechas da laje L4a nas direções longitudinal e transversal	88
Figura 4.4b – Flechas da laje L4b nas direções longitudinal e transversal	89
Figura 4.4c – Flechas da laje L4c nas direções longitudinal e transversal	90
Figura 4.5 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 1	91
Figura 4.6 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 2	92
Figura 4.7 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 3	92
Figura 4.8 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 4	92
Figura 4.9 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura <i>a</i> no centro do pilar	93

Figura 4.10 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura b no centro do pilar	93
Figura 4.11 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura c no centro do pilar	93
Figura 4.12a – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1a	94
Figura 4.12b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1b	95
Figura 4.12c – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1c	95
Figura 4.13a – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2a	95
Figura 4.13b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2b	96
Figura 4.13c – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2c	96
Figura 4.14a – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3a	96
Figura 4.14b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3b	97
Figura 4.14c – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3c	97
Figura 4.15a – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4a	97
Figura 4.15b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4b	98
Figura 4.15c – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4c	98
Figura 4.16a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L1a	100
Figura 4.16b – Deformações dos extensômetros do aço na laje L1b	101
Figura 4.16c – Deformações dos extensômetros do aço na laje L1c	102
Figura 4.17a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L2a	103
Figura 4.17b – Deformações dos extensômetros do aço na laje L2b	104
Figura 4.18a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L3a	106
Figura 4.18b – Deformações dos extensômetros do aço na laje L3b	107
Figura 4.18c – Deformações dos extensômetros do aço na laje L3c	108
Figura 4.19a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L4a	109
Figura 4.19b – Deformações dos extensômetros do aço na laje L4b	110
Figura 4.19c – Deformações dos extensômetros do aço na laje L4c	111
Figura 4.20 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 1	112
Figura 4.21 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 2	113
Figura 4.22 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 3	113
Figura 4.23 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 4	114
Figura 4.24 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 1	115
Figura 4.25 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 2	115
Figura 4.26 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 3	116
Figura 4.27 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 4	116
Figura 4.28 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura a	117

Figura 4.29 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura b 117
Figura 4.30 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura c 118
Figura 4.31 – Mapa de fissuração da laje L1a121
Figura 4.32 – Mapa de fissuração da laje L1b122
Figura 4.33 – Mapa de fissuração da laje L1c123
Figura 4.34 – Mapa de fissuração da laje L2a124
Figura 4.35 – Mapa de fissuração da laje L2b125
Figura 4.36 – Mapa de fissuração da laje L2c126
Figura 4.37 – Mapa de fissuração da laje L3a127
Figura 4.38 – Mapa de fissuração da laje L3b128
Figura 4.39 – Mapa de fissuração da laje L3c129
Figura 4.40 – Mapa de fissuração da laje L4a130
Figura 4.41 – Mapa de fissuração da laje L4b131
Figura 4.42 – Mapa de fissuração da laje L4c132
Figura 4.43 – Resistência das lajes sem a influência da resistência do concreto f'_c
Figura 4.44 – Resistência das lajes sem a influência da resistência do concreto f'_c
Figura 4.45 – Cone de ruptura das lajes137
Figura 4.46 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 1.138
Figura 4.47 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 2.138
Figura 4.48 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 3.139
Figura 4.49 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 4.139
Figura 4.50 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 1140
Figura 4.51 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 2140
Figura 4.52 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 3141
Figura 4.53 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 4141
Figura 5.1 – Modelo das lajes L1a, L1b e L1c144
Figura 5.2 – Modelo das lajes L2a, L3b e L4c144
Figura 5.3 – Modelo das lajes L3a, L3b e L3c145
Figura 5.4 – Modelo das lajes L4a, L4b e L4c145
Figura 5.5 – Forças cortantes máximas na laje L1c146
Figura 5.6 – Forças cortantes máximas na laje L2c147
Figura 5.7 – Forças cortantes máximas na laje L3c147
Figura 5.8 – Forças cortantes máximas na laje L4c148

Figura 5.9 –	Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L1c
Figura 5.10	– Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L2c
Figura 5.11	– Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L3c
Figura 5.12	– Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L4c
Figura 5.13	– Momentos fletores máximos na laje L1c151
Figura 5.14	– Momentos fletores máximos na laje L2c152
Figura 5.15	– Momentos fletores máximos na laje L3c
Figura 5.16	– Momentos fletores máximos na laje L4c
Figura 5.17	– Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L1c) 154
Figura 5.18	– Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L2c) 154
Figura 5.19	– Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L3c) 155
Figura 5.20	– Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L4c) 155
Figura 5.21	– Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L1a, L1b e L1c)159
Figura 5.22	– Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L2a, L2b e L2c)160
Figura 5.23	– Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L3a, L3b e L3c)161
Figura 5.24	– Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L4a, L4b e L4c)162
Figura 5.25	– Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L1a, L1b e L1c)163
Figura 5.26	– Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L2a, L2b e L2c)164
Figura 5.27	– Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L3a, L3b e L3c)165
Figura 5.28	– Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L4a, L4b e L4c)166
Figura 5.29	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1a
Figura 5.30	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1b167
Figura 5.31	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1c
Figura 5.32	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2a
Figura 5.33	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2b
Figura 5.34	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2c
Figura 5.35	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3a
Figura 5.36	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3b
Figura 5.37	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3c
Figura 5.38	– Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4a170

Figura 5.39 – Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4b170
Figura 5.40 – Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4c171
Figura 6.1 – Comparação dos resultados estimados pela ACI 318 com os observados174
Figura 6.2 – Comparação dos resultados estimados pela BS 8110 com os observados 175
Figura 6.3 – Comparação dos resultados estimados pela CEB-FIP MC90 com os observados
Figura 6.4 – Comparação dos resultados estimados pela EUROCODE 2 com os observados
Figura 6.5 – Comparação dos resultados estimados pela EUROCODE 2 com ξ =2,0 (EC2) e
$\xi = 2,20 \text{ (EC2mod)}180$
Figura 6.6 – Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:1978 com os observados
Figura 6.7 – Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:2003 com os observados
Figura 6.8 – Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:2003 e com a modificação
de $\xi = 2,20$ (NB1:03mod)
Figura 6.9 – Comparação entre os resultados experimentais e os estimados pelas normas185
Figura A.1 – Posicionamento dos deflectômetros nas lajes
Figura A.2 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto
Figura A.3 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A_{s}	Área da seção transversal das armaduras de flexão
b_o	Perímetro de controle de acordo com a ACI 318:2002
CV	Coeficiente de variação
d	Altura útil da laje
DP	Desvio padrão
е	Excentricidade do carregamento
E_{c}	Módulo de elasticidade do concreto
E_s	Módulo de elasticidade das armaduras de flexão
f'_{c}	Resistência à compressão do concreto determinada através de ensaios de compressão axial em corpos de prova cilíndricos
f'_{ct}	Resistência à tração do concreto determinada através de ensaios de compressão diametral em corpos de prova cilíndricos
f'_{ctk}	Resistência à tração do concreto estimada segundo as normas brasileiras
f_u	Tensão de ruptura das armaduras de flexão
f_{ys}	Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão
MA	Média aritmética
Md	Momento do lado direto do pilar, na direção longitudinal da laje, considerando-se que o carregamento caminha da esquerda para a direita
Me	Momento do lado esquerdo do pilar, na direção longitudinal da laje, considerando-se que o carregamento caminha da esquerda para a direita
M_{t}	Momento transferido da laje para o pilar
P _{flex}	Resistência à flexão estimada
P_{u}	Resistência ao puncionamento verificada em ensaio
P_{wbs}	Força resistente para ruptura por viga chata com carregamento simétrico
P_{wba}	Força resistente para ruptura por viga chata com carregamento assimétrico
P_{ps}	Força resistente para puncionamento simétrico

Rd	Reação no apoio direito da laje, considerando-se que o carregamento							
	caminha da esquerda para a direita							
Re	Reação no apoio esquerdo da laje, considerando-se que o carregamento							
	caminha da esquerda para a direita							
и	Perímetro de controle segundo as normas BS 8110:1997, NBR							
	6118:1978, NBR 6118:2003							
u_1	Perímetro de controle segundo as normas CEB-FIP MC90:1993 e							
	EUROCODE 2:2002							
$V_{_{pa}}$	Força solicitante para puncionamento assimétrico							
${\cal E}_{_{VS}}$	Deformação observada no aço das armaduras de flexão, em ensaio de							
<u>,</u>	tração, correspondente a tensão de escoamento							
${\cal E}_{ys}$	Deformação observada no aço das armaduras de flexão, em ensaio de							
	tração, correspondente a tensão de ruptura							
ϕ	Diâmetro nominal da barra							
${\gamma}_m$	Coeficiente de minoração de resistência							
ρ	Taxa de armadura de flexão							
$ au_{ps}$	Tensão solicitante no caso de puncionamento simétrico							
${ au}_{pa}$	Tensão solicitante no caso de puncionamento assimétrico							
V_{wbs}	Tensão resistente para ruptura por viga chata com carregamento							
	simétrico							
V_{ps}	Tensão resistente no caso de puncionamento simétrico							

1. INTRODUÇÃO

A NBR 6118:2003 define lajes-cogumelo como lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto que lajes lisas são lajes apoiadas em pilares sem capitéis. Neste tipo de sistema estrutural não existem vigas, com as lajes sendo apoiadas diretamente sobre os pilares. Dentre as principais vantagens dos sistemas estruturais com lajes lisas, quando comparados aos sistemas convencionais (com lajes e vigas), pode-se citar a economia de concreto, aço, fôrmas, mão de obra e, sobretudo, a facilidade na execução de alvenarias, divisórias e tubulações, fatores estes que contribuem para acelerar a execução da obra. A Figura 1.1 mostra alguns dos tipos de lajes para sistemas estruturais em concreto armado.



Figura 1.1 - Sistemas estruturais com lajes em concreto armado

O mercado imobiliário tem exigido, para edifícios residenciais e comerciais, os chamados *layouts* flexíveis, onde se permite ao consumidor a possibilidade de dividir internamente o imóvel sem restrições para disposição dos compartimentos, sendo necessário para isto que na fase de projeto seja evitada ao máximo a ocorrência de pilares e vigas na área interna dos

edifícios. Para este propósito as lajes lisas são ideais, pois seu uso permite a eliminação das vigas internas.

A não existência de vigas também permite que se adote nos projetos um pé direito menor. Segundo Stevenson (1994), esta redução no pé-direito de edifícios em concreto pode ser de até 30 cm com a utilização de lajes lisas, o que, em um edifício de 10 pavimentos, poderia representar 1 pavimento a mais. De forma geral, o uso de lajes lisas reduz a altura total da edificação, aliviando as fundações devido à diminuição do peso próprio da estrutura e também devido à diminuição dos esforços horizontais oriundos da ação do vento.

Dentre as desvantagens dos sistemas com lajes lisas, pode-se citar a possibilidade de ocorrência de flechas inaceitáveis em condições de serviço, momentos elevados na ligação laje-pilar, a diminuição da estabilidade global da edificação em relação aos esforços horizontais e, principalmente, a punção. Na ruptura por punção, como a ação predominante é o esforço cortante, a laje pode romper sem que a armadura de flexão atinja a tensão de escoamento, ocorrendo a ruína de uma forma frágil e brusca, sem aviso prévio, podendo levar ao colapso parcial ou total da estrutura (colapso progressivo).

De acordo com Melo (1990) e Souza (1994), o primeiro caso registrado de ruptura por punção foi o do edifício *Prest-o-Lite*, em Indianápolis (1911), onde as lajes se desligaram completamente dos pilares, ocorrendo o colapso progressivo de toda a estrutura, provocando várias mortes. A Figura 1.2, retirada da norma CEB-FIP MC90:1993, mostra a superfície de ruptura por puncionamento em lajes lisas sem armadura de cisalhamento, nos casos de carregamento simétrico. Segundo esta norma, a forma de ruptura em tronco de cone desenvolve-se a partir da extremidade da área carregada até a face oposta da laje, seguindo uma inclinação de 25° a 30°, estando esta fissura já formada com cerca de 1/2 a 2/3 da carga de ruptura, mas sem levar a laje a uma condição instável.



Figura 1.2 – Superfície de ruptura (CEB-FIP MC90:1993)

Devido ao risco de ruptura brusca, alguns projetistas ainda evitam utilizar sistemas estruturais com lajes lisas, sendo isto agravado pelos poucos detalhes e imprecisão das recomendações normativas. Tanto a NBR 6118:1978 quanto sua versão atual, a NBR 6118:2003, e algumas normas internacionais de maior repercussão, como a ACI 318:2002, BS 8110:1997, CEB-FIP MC90:1993 e EUROCODE 2:2002, são pouco abrangentes em relação ao puncionamento em lajes bidirecionais e unidirecionais com carregamentos assimétricos, o que pode produzir esforços de cisalhamento não uniformes distribuídos ao longo da laje.

Segundo Kruger *et al.* (2000), momentos desbalanceados ocorrem com certa freqüência em edifícios com lajes lisas, tanto unidirecionais como bidirecionais, devido à ocorrência de vãos e carregamentos desiguais. O efeito disto é o surgimento de puncionamento assimétrico nas faces dos pilares, assunto que é tratado com diferentes níveis de detalhes pelas normas internacionais, e que pode reduzir a resistência ao puncionamento das lajes.

Segundo Carvalho *et al.* (2004), nos casos onde o carregamento solicitante é predominantemente distribuído, podem ser classificadas como lajes armadas em apenas uma direção (unidirecionais) aquelas apoiadas nos quatro bordos onde a relação entre os lados maior e menor da laje é superior a 2. Além disto, são normalmente classificadas como lajes unidirecionais aquelas em balanço ou as com dois bordos opostos livres. Nestas lajes as armaduras de flexão são dimensionadas considerando o momento atuante na direção do lado menor, podendo ser disposta na outra direção até mesmo uma armadura mínima recomendada por norma. Algumas normas não consideram em suas prescrições a influência da taxa de armadura de flexão na estimativa da resistência à punção, como por exemplo, a ACI 318:2002. Como no puncionamento ocorrem tensões de cisalhamento em ambas as direções, faz-se necessário avaliar a contribuição de cada armadura, longitudinal e transversal, na resistência à punção. A Figura 1.3 apresenta alguns exemplos em que pode ocorrer puncionamento em lajes unidirecionais.



Figura 1.3 – Exemplos de casos de puncionamento em laje unidirecionais

O dimensionamento das lajes lisas normalmente é governado pela resistência ao puncionamento. No entanto, estudos têm demonstrado que a flexão pode exercer uma forte influência na resistência ao puncionamento das lajes. Determinar a intensidade desta influência pode representar um passo importante para estimar com precisão a resistência ao puncionamento de lajes lisas e, neste sentido, analisar os efeitos da variação do momento fletor e do esforço cortante pode contribuir significativamente.

1.1 Justificativa

Apesar dos sistemas estruturais com lajes lisas apresentarem certas vantagens em relação aos sistemas tradicionais, com vigas, seu uso ainda é restrito no Brasil devido ao risco do puncionamento, efeito que ocorre na ligação entre a laje e o pilar e que pode levar toda a estrutura ao colapso. Além do risco de ruptura brusca, verifica-se que as principais normas disponíveis para o projeto de estruturas de concreto apresentam divergências na estimativa de resistência de lajes lisas, em determinadas situações de projeto, sendo em outros casos pouco abrangentes. Os resultados de pesquisas têm mostrado também que em muitos casos as prescrições normativas podem ser consideradas conservadoras, fato este que, de forma geral, tende a encarecer o dimensionamento de lajes lisas. No entanto, para algumas situações de projeto tem sido observado que algumas normas apresentam a perigosa tendência de superestimar a resistência de lajes lisas, indo contra a segurança.

Os casos onde as lajes são submetidas a situações que geram puncionamento assimétrico merecem maior atenção, pois além das poucas recomendações normativas, a literatura internacional apresenta poucos trabalhos realizados analisando esta condição, devendo-se ressaltar que para casos onde estas lajes são armadas apenas em uma direção, não foram encontrados quaisquer trabalhos. Logo, estudar o comportamento de lajes lisas unidirecionais de concreto armado, moldadas com materiais característicos da região norte, tendo o seixo rolado como agregado graúdo, com diferentes taxas de armadura transversal e submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico é de grande relevância regional, nacional e internacional.

1.2 Objetivos

Em face da relevância do tema apresentado, este trabalho tem por objetivo avaliar o comportamento de 12 lajes lisas unidirecionais em concreto armado medindo (1.800 x 1.800 x 110) mm, com diferentes taxas de armadura transversal, quando submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico. Isto foi feito variando-se a posição do pilar nas lajes, partindo do centro em direção aos bordos apoiados. As lajes foram moldadas com concreto de alta resistência composto por materiais característicos da região Norte do Brasil.

O deslocamento da área carregada em direção ao apoio reduz o momento fletor nas lajes, diminuindo a fissuração devido à flexão e, conseqüentemente, a sua influência na resistência última à punção. Em contrapartida, este procedimento eleva a intensidade dos esforços cortantes na região em torno do pilar, o que tende, de uma forma geral, a diminuir a resistência ao puncionamento das peças.

Assim, serão avaliados os modos de ruptura dos espécimes ensaiados, bem como a inclinação das superfícies de ruptura, sendo analisada ainda a influência da taxa de armadura transversal na resistência última dos mesmos. Os resultados experimentais serão comparados com os obtidos por outros autores e também com aqueles advindos da análise numérica realizada utilizando o Método dos Elementos Finitos, apresentada no Capítulo 5 deste trabalho. As cargas de ruptura observadas nos ensaios serão comparadas com as resistências estimadas por seis normas de projeto estrutural com o objetivo de avaliar as recomendações normativas para a estimativa da resistência ao puncionamento de todas as lajes ensaiadas.

1.3 Apresentação do trabalho

O presente trabalho é composto por 7 capítulos. No *Capítulo 2* é apresentada a revisão bibliográfica abordando os principais trabalhos correlatos disponíveis na literatura, relacionando-os com o que foi desenvolvido nesta pesquisa. Serão apresentadas ainda as recomendações de seis normas de projeto para estimar a resistência de lajes lisas de concreto armado sujeitas à punção centrada e excêntrica.

Serão descritos no *Capítulo 3* detalhes do sistema e do programa de ensaios das lajes, bem como as propriedades e características dos materiais que compõem as 12 lajes, detalhamento das armações e da instrumentação.

No *Capítulo 4*, são apresentados os resultados obtidos experimentalmente referentes às deformações no aço e no concreto, flechas, mapas de fissuração, cargas últimas, modo e superfície de ruptura dos espécimes.

No *Capítulo 5* é apresentada uma análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando o programa *SAP2000 Nonlinear*, comparando-se estes resultados com alguns daqueles obtidos experimentalmente.

É apresentada no *Capítulo 6* uma discussão a respeito da eficiência das normas de projeto avaliados neste trabalho, comparando-se a resistência estimada por estas normas com as cargas últimas observados nos ensaios.

Por fim, no *Capítulo* 7 são apresentadas as conclusões desta pesquisa bem como sugestões para a realização de trabalhos futuros.

No *Apêndice A* são apresentadas as leituras realizadas durante os ensaios das lajes, além dos resultados dos ensaios para a determinação da resistência à compressão, tração e do módulo de elasticidade do concreto utilizado para a confecção das lajes.

2. RESISTÊNCIA AO PUNCIONAMENTO

A resistência ao puncionamento de lajes lisas de concreto armado sem armadura de combate à punção é dada em função de diversos fatores, dentre os quais pode-se citar a resistência à compressão do concreto (f'_c) , a altura útil da laje (d), a taxa de armadura de flexão da peça (ρ) e as dimensões do pilar ou da área carregada. Além destes fatores, a forma com que o carregamento é aplicado à laje também influencia na sua resistência última à punção e modo de ruptura. A seguir serão apresentados alguns trabalhos relacionados com a presente pesquisa disponíveis na literatura.

2.1 Revisão Bibliográfica

Foram encontradas dificuldades para a realização desta etapa da pesquisa por existirem poucos trabalhos publicados sobre puncionamento assimétrico em lajes lisas, tanto unidirecionais quanto bidirecionais, não tendo sido encontrado nenhum trabalho onde tenha sido feita a mesma análise aqui apresentada. Nos parágrafos que seguem são apresentados alguns trabalhos relevantes cujos resultados podem contribuir para a análise dos resultados desta pesquisa.

Forssel e Holmberg (1946) ensaiaram sete lajes lisas de concreto armado quadradas, com dimensões de (1.200 x 1.200 x 117 a 127) mm, $f'_c = 12,3$ MPa e armaduras de flexão compostas por barras de $\phi = 6,0$ mm, dispostas a cada 40 mm, com ambas as extremidades em ganchos para garantir a ancoragem. As lajes, numeradas de 1 a 7, foram apoiadas nos quatro bordos com o carregamento sendo aplicado de baixo para cima através de uma seção circular de 140 mm de diâmetro.

Inicialmente, para a laje 1, o pilar foi posicionado de forma que a sua extremidade estivesse a uma distância de 50 mm (aproximadamente d/2) do apoio. Desta até a laje 4, a posição do carregamento foi avançando até alcançar o centro do vão, com uma relação entre o cortante nos apoios de aproximadamente 1:1,93:3,14:6,10. A relação $\frac{C}{d}$ (onde *C* é diâmetro do pilar) paras as lajes variou de 1,26 a 1,39. Nas lajes 5, 6 e 7 o carregamento seguiu os mesmos passos das lajes 3, 2 e 1, porém numa direção inclinada. A Figura 2.1 mostra um desenho

esquemático dos ensaios realizados por Forssel e Holmberg e a Tabela 2.1 mostra alguns dados das lajes.



Figura 2.1 – Ensaios de Forssel e Holmberg (1946)

Laje	<i>d</i> (mm)	ρ (%)	P_u (kN)		
1	101	0,072	183		
2	111	0,066	177		
3	106	0,069	172		
4	110	0,066	177		
5	111	0,066	198		
6	107	0,068	183		
7	106	0,069	187		

Tabela 2.1 – Dados das lajes de Forssel e Holmberg (1946)

Percebe-se pelos resultados que a resistência à punção (P_u) das lajes manteve-se praticamente constante à medida que o carregamento se aproxima do centro do vão (lajes 1, 2, 3 e 4), mostrando um comportamento oposto ao prescrito nas normas analisadas neste trabalho, as quais serão apresentadas no item 2.2 deste capítulo. No caso das lajes 5, 6 e 7 houve uma tendência ainda maior no aumento da resistência à medida que o carregamento aproximou-se dos bordos apoiados.

Os resultados de Forssel e Holmberg indicam que a redução dos efeitos da flexão pode influenciar significativamente na resistência ao puncionamento de lajes lisas, devido à menor fissuração e conseqüente menor perda de rigidez da seção resistente da laje. Deve-se observar

que mesmo no caso extremo de carregamento (Laje 1), onde a relação entre os cortantes atingiu 1:6,1, a laje não apresentou resistência ao puncionamento inferior que aquela ensaiada com carregamento simétrico (Laje 4), indicando que a influencia da intensidade do momento fletor na resistência ao puncionamento.

Leonhardt e Walther (1962) realizaram uma série de ensaios em Stuttgart como contribuição ao tratamento do cisalhamento em vigas de concreto armado. Como para lajes a espessura *h* era bastante inferior a das vigas que estavam ensaiando, decidiram analisar também faixas de lajes para comparar com os resultados que haviam sido obtidos para as vigas. Com isso, os autores concluíram que existe uma similaridade, pois os principais fatores envolvidos eram os mesmos.

Todas as lajes testadas possuíam armaduras compostas de barras contínuas de aço, sem ganchos, não tendo sido utilizadas armaduras inclinadas ou estribos, seja na direção longitudinal ou transversal, com as barras se estendendo 200 mm dos apoios para ancoragem. Foram dispostas armaduras transversais em todas as lajes, formadas por barras de 8,0 mm espaçadas a cada 200 mm. Como apoios, utilizaram-se roletes móveis que se estendiam por toda a largura das faixas e o carregamento foi aplicado, em um dos lados, em placas quadradas, como uma carga concentrada, e no outro como um carregamento distribuído sobre uma placa retangular. Ambos os carregamentos estavam a uma distância *a* dos apoios, tendo sido o carregamento aplicado em oito estágios. As deformações foram medidas nas distâncias l/2 e l/4. A Figura 2.2 mostra detalhes dos espécimes testados e dos carregamentos aplicados. A Tabela 2.2 mostra alguns dados das faixas de lajes.



Figura 2.2 – Detalhe das faixas de lajes ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962)

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>b</i> (mm)	d (mm)	a (mm)	ho (%)	f _{ys} (MPa)	<i>f</i> ' _{<i>c</i>} (MPa)	P_u (kN)	Modo de Ruptura	Lado da Ruptura
1	1.500	502	143	490	0,47	430	12,2	96,5	В	-
2	1.500	503	142	490	0,95	430	12,2	150,0	S	L
3	1.500	502	142	490	1,11	430	12,2	160,0	S	Е
4	1.500	500	145	490	1,40	430	13,1	200,0	S	L
5	1.500	503	145	490	1,86	430	12,2	200,0	S	Е
6	1.500	499	142	490	1,44	420	13,1	174,0	V	Е
7	1.500	503	143	490	1,48	470	13,1	150,0	V	E
8	1.500	502	148	490	0,91	430	24,5	180,0	S	E
9	1.500	500	146	490	1,86	430	24,5	210,0	S	E
10	950	503	102	350	1,10	430	11,2	117,0	S	E
11	2.000	498	183	630	1,12	430	12,4	199,0	S	E
12	1.200	501	142	350	0,95	430	12,4	200,0	S	E
13	1.700	502	143	630	0,94	430	12,4	126,0	В	-
14	2.000	499	144	560	0,94	430	12,4	140,0	В	-
B: ruptura por flexãoS: ruptura por cisalhamentoV: ruptura por falha na ancoragemL: carga distribuídaE: carga concentradaV: ruptura por falha na ancoragem										

Tabela 2.2 – Dados das faixas de lajes de Leonhardt e Walther (1962)

Admitindo C_2 como sendo o lado do pilar perpendicular ao vão e *b* sendo a largura da faixa de laje, para os espécimes analisadas por Leonhardt e Walther tem-se relações C_2/b variando de 0,12 a 0,16, bem superiores a do presente trabalho, que são de 0,05. Os resultados comprovaram que a maioria das lajes ensaiadas rompeu por cisalhamento no lado da carga concentrada, porém, não foi observada a formação do cone de punção, sendo a superfície de ruptura característica de vigas. Esta forma de ruptura para lajes é denominada na literatura de "viga chata".

Segundo Regan *et al.* (1988), normas como a ACI 318 recomendam que a resistência para a ruptura por viga chata seja estimada considerando uma tensão cisalhante resistente correspondente à metade daquela utilizada para a verificação da resistência à punção. Assim, para uma laje romper como viga chata, o comprimento do perímetro de controle para ruptura por punção deve ser maior que a metade da largura da mesma. Analisando os espécimes ensaiados pelos autores, observa-se que para a menor dimensão da área carregada (60 mm), utilizando as recomendações da ACI 318:2002, para um $d_{médio} = 140$ mm, o perímetro de controle teria comprimento de 820 mm, bastante superior a largura *b* das faixas de laje ensaiadas.

Os autores consideraram que as faixas de laje romperam por flexão quando a tensão no aço atingiu o limite de escoamento, tendo ocorrido isto naquelas com taxa de armadura baixa. Foi observado ainda que a ruptura por cisalhamento está muitas vezes aliada à ruptura por flexão,

pois em ambos os casos o espécime testado rompeu quando as tensões máximas no concreto atingiram a resistência à compressão, mesmo tendo sido observado que a zona de compressão efetiva remanescente de concreto é mais reduzida pelas fissuras de cisalhamento que pelas fissuras de flexão. Leonhardt e Walther concluíram, na época, que a resistência ao cisalhamento não difere muito para os dois tipos de carregamento analisados na pesquisa, e que o lado onde ocorre a ruptura é provavelmente decidido através de diferenças locais na qualidade do concreto.

Vanderbilt (1972) realizou um trabalho bastante inovador e cujos resultados mostram muito do comportamento das tensões na ligação laje-pilar, descrita pelo autor como sendo o calcanhar de Aquiles das lajes lisas. As lajes ensaiadas consistiam de placas de concreto moldadas juntamente com vigas nos bordos e um pilar central, como mostra a Figura 2.3. As variáveis geométricas foram o tamanho e a forma dos pilares, tendo sido testadas seções quadradas e circulares.



Figura 2.3 – Detalhe das lajes ensaiadas por Vanderbilt (1972)

Ao monitorar o concreto na periferia da seção dos pilares, Vanderbilt constatou que existe uma concentração de tensões cisalhantes nos cantos dos pilares quadrados, mas que o pico máximo da força cortante é basicamente independente do tamanho da seção. Ao comparar o comportamento das lajes com pilares de seção quadrada e de seção circular, o pesquisador observou que aquelas com pilares de seções circulares desenvolveram maior resistência ao
puncionamento, pois nestas as tensões de cisalhamento se distribuem de forma mais suave, sem os picos e concentrações que ocorrem nos cantos das seções quadradas. Por fim, Vanderbilt concluiu que a resistência ao puncionamento é dependente da forma e do tamanho do pilar, e que mesmo dobrando a taxa de armadura de flexão, a resistência dos espécimes testados sofreu aumentos de 15% a 25%.

Algumas considerações podem ser feitas levando-se em conta os resultados obtidos por Vanderbilt. Primeiramente, ao comprovar experimentalmente que para pilares de seção circular as tensões cisalhantes se distribuem de uma forma uniforme, pode-se considerar um tanto inadequada a recomendação feita pela BS 8110:1997, apresentada no item 2.2.3 deste trabalho, que propõe um perímetro de controle quadrado para pilares de seção circular. Todavia, como a forma do perímetro de controle recomendado pelas normas não tem a intenção de retratar fielmente a forma de ruptura, mas sim de se adequar às equações propostas para a estimativa de resistência da peça, este tipo de proposição pode ser aceitável. Outra questão é que nas seções quadradas analisadas, onde a punção era simétrica, foi constatado que ocorrem concentrações de tensões nos cantos, podendo ser responsáveis pela menor resistência das lajes, quando comparadas com aquelas ensaiadas com pilares circulares. Logo, para as lajes ensaiadas neste trabalho, nos casos onde ocorrer puncionamento assimétrico, pode-se esperar uma amplificação do efeito da concentração de tensões no canto do pilar.

Takeya (1981) analisou experimentalmente a ruptura de lajes lisas com pilares de borda com armadura de combate a punção constituída por estribos retos. Nos casos de pilares de borda, o puncionamento ocorre de forma assimétrica, havendo, portanto, momentos desbalanceados na ligação laje-pilar. No capítulo onde este autor apresenta as revisões bibliográficas são discutidos resultados de alguns trabalhos importantes, mostrados abaixo.

Um dos primeiros pesquisadores a analisar mais detalhadamente os efeitos de momentos desbalanceados nas ligações laje-pilar foi Moe, em 1961. O autor propôs que a resistência nos casos de puncionamento assimétrico poderia ser estimada utilizando-se a equação 2.1.

$$V_p = \frac{V_{po}}{1 + e/r} \tag{2.1}$$

onde

 V_{po} : carga de punção de uma laje idêntica, mas submetida a puncionamento simétrico;

- e : excentricidade da carga em relação ao pilar;
- *r* : lado do pilar de seção quadrada.

Ao comparar os resultados obtidos através da equação 2.1 com aqueles observados experimentalmente, através do ensaio de 12 lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento com carregamento assimétrico, Moe obteve para a relação P_u/P a média de 1,026 e o desvio padrão s = 0,103.

Em 1974, Hawkins analisou os métodos de cálculo disponíveis e os resultados de ensaios de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento com transferência de momentos entre a laje e o pilar, apresentando as seguintes conclusões:

- Haviam, na época, poucos dados experimentais a respeito desta situação e o cálculo segundo a ACI 318:1971 resultava em valores bastante conservadores, o que se tornava mais acentuado para valores elevados de ρ · f_{ys}/f'_c;
- Resistências menores que as previstas podem ocorrer quando a taxa de armadura é menor que 1%;
- Para concretos com resistência superior a 28 MPa e relações c/d maiores que 3, observa-se resistências menores que as previstas;
- Resistências determinadas por analogia com vigas estão mais próximas dos resultados experimentais do que as determinadas pelo método proposto no comentário ACI 318:1971.

Long (1975) propôs que a resistência de lajes lisas nos casos de puncionamento assimétrico pode ser calculada pela equação 2.2.

$$V_p = \frac{V_{po}}{1+15 \cdot e/l} \tag{2.2}$$

onde

 V_{po} : é o menor valor entre V_{p1} e V_{p2} , calculados pelas equações 2.3a e 2.3b; e : excentricidade do carregamento.

13

$$V_{p1} = \frac{\left(\rho \cdot f_{ys} \cdot d^{2}\right) \cdot \left[1 - \left(0.59 \cdot \rho \cdot f_{ys} / f'_{c}\right)\right]}{0.2 - 0.9 \cdot c/l}$$
(2.3a)

$$V_{p2} = \frac{1,66 \cdot (c+d) \cdot d \cdot (100 \cdot \rho)^{0.25} \cdot \sqrt{f'_c}}{0,75 + 4 \cdot c/l}$$
(2.3b)

A equação 2.2 é válida para painéis de laje quadrados de vão l, mas quando isso não ocorre, pode-se empregar a mesma fórmula adotando para l o menor dos vãos, ou então utilizar a equação 2.4.

$$V_{p} = \frac{V_{po}}{1 + 0.9 \cdot e/C}$$
(2.4)

Em dois trabalhos, Park e Islam (1976) analisaram lajes de concreto armado com e sem armadura de cisalhamento, submetidas a puncionamento assimétrico, chegando a algumas conclusões. Dentre elas, merecem destaque as seguintes:

- As ligações laje pilar sem armadura de cisalhamento apresentam pouco ductilidade e ruptura brusca;
- O tipo de armadura de cisalhamento (barras dobradas, *shearhead* ou estribos) influencia na resistência e na ductilidade das lajes, tendo os estribos apresentado melhores resultados;
- O cálculo de acordo com o ACI 318:1971 apresenta resultados conservadores;
- Melhores indicações da resistência da ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento podem ser obtidas mediante a analogia com vigas.

Takahashi e Kakuta (1983) executaram testes em lajes retangulares de concreto armado com dois bordos simplesmente apoiados e os outros dois livres, com o objetivo de checar o efeito dos bordos livres na resistência à punção das lajes. Os autores citam que normas como a ACI e a CEB, na época, apresentavam recomendações para estimar a resistência das lajes nestas situações, assumindo que o comprimento da seção crítica, neste caso, deve sofrer reduções, mas com proposições diferentes.

As lajes testadas apresentavam vão de 1.000 mm e a largura *b* dos apoios variou de 500 a 1.400 mm. A armadura de flexão era composta por barras de 10,0 mm de diâmetro, com $f_{ys} = 350$ MPa, espaçadas a cada 50 mm e distribuídas nas direções longitudinal e transversal, sendo a armadura principal ancorada por ganchos. A altura efetiva das lajes (*d*) era de 75 mm. O carregamento foi aplicado no meio do vão principal, variando-se a distância *e* do centro da carga ao bordo livre. Foram utilizadas as dimensões de (100 x 100) mm, (70 x 140) mm e (140 x 70) mm para os pilares. A idade dos espécimes nos testes era de apenas 7 dias, tendo o concreto apresentado $f'_c = 30$ MPa. A figura 2.4 mostra um detalhe das lajes ensaiadas por Takahashi e Kakuta.



Figura 2.4 – Detalhe das lajes ensaiadas por Takahashi e Kakuta (1983)

Nas lajes com os menores valores de b (500 e 700 mm) o carregamento foi aplicado de forma centrada em ambas as direções, e a ruptura se deu por flexão. Nas lajes com os maiores valores de b (1.000 e 1.400 mm), independentemente da posição do carregamento, a ruptura ocorreu sempre por punção. Quando o carregamento foi aplicado fora do centro da direção perpendicular ao bordo livre, a aparência da superfície de ruptura era como se parte do cone tivesse sido cortada pela existência do bordo livre.

No geral, os autores observaram que as recomendações da ACI 318:1977 e da CEB-FIP:1978 se mostraram conservadoras, com uma margem elevada a favor da segurança, subestimando em todos os casos a resistência das lajes. Porém, nas situações mais desfavoráveis, onde o carregamento foi aplicado próximo ao bordo livre, esta margem de segurança foi muito pequena.

Takahashi e Kakuta observaram que nas lajes unidirecionais com carregamento centrado existe uma relação entre a largura *b* da laje e o modo de ruptura. Para valores de *b* inferiores a 700 mm as lajes romperam por flexão, com a linha de ruptura se estendendo por toda a largura da laje. Nestes casos, se teve uma relação máxima $\frac{C}{b} = 0,14$, com o carregamento ocupando 1/7 da largura da laje. A Figura 2.5 mostra um gráfico onde foram plotados os valores de *b* das lajes ensaiadas pelos pesquisadores e a resistência última, para carregamento centrado e para *e* = 100 mm, podendo-se observar a mudança no modo de ruptura no caso centrado de acordo com o aumento do valor de *b*.



Figura 2.5 – Resistência e modo de ruptura das lajes ensaiadas por Takahashi e Kakuta (1983) *Regan e Rezai-Jorabi* (1988) estudaram lajes unidirecionais sujeitas a carregamentos concentrados, situação para qual não existem prescrições normativas adequadas e onde podem ocorrer distribuições não uniformes de cisalhamento através de sua largura e também em torno da área carregada.

Para isso, foram ensaiadas vinte e seis lajes de concreto armado com espessura total de 100 mm e com 1.600 mm de comprimento, simplesmente apoiadas, vencendo inicialmente um vão de 1.350 mm, tendo sido submetidas a duas cargas iguais aplicadas de forma centrada com a largura da laje e simetricamente no vão. A armadura de flexão transversal era composta por barras de 6,0 mm de diâmetro dispostas a cada 60 mm e a longitudinal por barras de 10,0 mm de diâmetro também espaçadas a cada 60 mm. O cobrimento das barras externas (longitudinais) foi de 12 mm para as lajes 1 a 20, e 15 mm de 21 a 26. As principais variáveis envolvidas foram a largura das lajes, as dimensões das áreas carregadas e o comprimento do vão de cisalhamento.

Após a ruptura por cisalhamento em uma das direções, seis lajes foram testadas novamente, tendo um de seus apoios movido para dentro, de forma a reduzir o vão. Estas lajes foram então submetidas a um único carregamento centrado. A resistência à compressão do concreto variou de 28 a 39 MPa e as armaduras utilizadas eram do tipo Ks60s (aço sueco), com patamar de escoamento bem definido. As barras de 10,0 mm de diâmetro apresentaram $f_{ys} = 670$ MPa e as de 6,0 mm, $f_{ys} = 743$ MPa. A Figura 2.6 mostra os arranjos feitos para os ensaios.



Figura 2.6 – Detalhe das lajes ensaiadas por Regan e Rezai-Jorabi (1988)

Todas as lajes ensaiadas romperam por cisalhamento, tendo a maioria rompido como viga chata, com a linha de ruptura se estendendo através de todo o comprimento da largura da laje. Os pesquisadores observaram que as deformações na armadura transversal foram praticamente uniformes, enquanto que a das armaduras longitudinais variou em função do tamanho C_t das áreas carregadas. Foi observado ainda que a resistência última das lajes aumentou em função de sua largura b, mas que no caso de carregamento concentrado esse aumento tendeu a se estabilizar a partir de b = 1.200 mm. Já ao se manter constante a largura b, observou-se que geralmente se tem um pequeno ganho de resistência à medida que se aumenta o valor de C_t . As Tabelas 2.3 e 2.4 apresentam as principais características das lajes ensaiadas, bem como as cargas e o modo de ruptura.

Nº da laje	<i>f</i> ' _c (MPa)	ρ (%)	<i>a</i> (mm)	<i>b</i> (mm)	C_t (mm)	C_l (mm)	P_u (kN)	Modo de Ruptura
1	37,8	1,66	450	400	75	75	62,5	WB
2	37,8	1,58	450	600	75	75	85,0	WB
3	37,8	1,54	450	800	75	75	97,5	WB
4	28,1	1,66	450	400	400	100	54,5	WB
5	28,1	1,58	450	600	600	100	80,0	WB
6	28,1	1,54	450	800	600	100	96,5	WB
10	33,4	1,66	450	400	150	100	52,5	WB
11	33,4	1,66	450	400	300	100	55,0	WB
12	33,4	1,58	450	600	150	100	76,0	WB
13	33,4	1,58	450	600	300	100	79,5	WB
14	31,0	1,54	450	800	150	100	92,5	WB
15	30,8	1,54	550	800	150	100	85,0	WB
16	31,2	1,54	450	800	800	100	108,0	WB
17	31,0	1,51	450	1000	100	75	90,0	WB
18	31,2	1,51	450	1000	300	100	120,0	WB
19	29,0	1,51	450	1000	150	100	111,0	WB
20	30,8	1,51	450	1000	1000	100	122,5	WB
21	38,2	1,64	450	1200	70	100	117,5	Р
22	37,0	1,64	450	1200	150	100	121,5	P/WB
23	35,4	1,64	450	1200	300	100	125,0	WB
24	38,6	1,64	450	1200	100	300	150,0	WB
25	30,3	1,64	550	1200	150	100	105,8	P*
26	29,7	1,64	350	1200	150	100	137,5	WB
Notas: Pa	Notas: Para as lajes 1 a 20, $d_t = 83$ mm; $d_1 = 75$ mm. Para as lajes 21 a 26, $d_t = 80$ mm; $d_1 = 72$ mm.							
WB: rup	tura por viga	chata P:	ruptura por	punção F	* : ruptura po	or punção ao	redor das dua	as cargas

Tabela 2.3 – Dados das lajes com dois carregamentos simétricos de Regan et. al (1988)

Tabela 2.4 – Dados das lajes de Regan e Rezai-Jorabi com um carregamento centrado (1988)

Nº da laje	f' _c (MPa)	ho (%)	<i>a</i> (mm)	<i>b</i> (mm)	C_t (mm)	C_l (mm)	P_u (kN)	Modo de Ruptura
14R	31,0	1,54	450	800	75	100	77,0	Р
15R	30,8	1,54	450	800	150	100	86,0	Р
16R	31,2	1,54	450	800	600	100	116,5	WB
17R	31,0	1,51	450	1000	600	100	137,5	WB
19R	29,0	1,51	450	1000	150	100	85,0	Р
20R	30,8	1,51	450	1000	300	100	132,5	Р

Finalmente, ao comparar as lajes similares que foram ensaiadas com dois carregamentos simétricos e aquelas com um carregamento centrado, pode-se perceber que existe uma tendência a se ter maiores resistências (ruptura como viga chata) nos casos onde as cargas estão separadas. Com base nos resultados obtidos experimentalmente, Regan e Rezai-Jorabi avaliaram as prescrições da ACI 318-83 e da BS 8110 e concluíram que estas normas apresentam recomendações, na maioria dos casos, a favor da segurança, mas com precisão não satisfatória. Os autores alertam que ambas as normas apresentam a mesma tendência de

diminuir a resistência ao cisalhamento no caso de viga chata à medida que as dimensões do carregamento diminuem, e que nestes casos os resultados podem ser contra a segurança.

Os pesquisadores propõem um método para determinar as tensões das lajes, no qual o carregamento é dividido em componentes para as quais o cisalhamento pode ser calculado de maneira simples. Em um primeiro estágio considera-se que a força (ou as forças) concentrada é resistida por uma pressão distribuída em uma área quadrada, sendo a primeira componente

dada por $v_p = \frac{P - \Delta P}{u \cdot d}$, onde ΔP é a pressão atuante de baixo pra cima. A segunda componente é dada por $v_s = P/b^2$ ou $v_s = P/(2 \cdot a \cdot b)$, sendo considerada como um carregamento distribuído transmitido aos apoios. O somatório dos esforços cortantes destas duas componentes fornece a tensão aplicada, a qual deve ser comparada com a resistência estimada de acordo com a BS 8110. A Figura 2.7 apresenta as proposições feitas por Regan e Rezai-Jorabi.



Figura 2.7 – Método proposto por Regan e Rezai-Jorabi (1988)

Cordovil e Fusco (1995) realizaram estudos sobre transferência de momento ensaiando lajes lisas de concreto armado quadradas com lados iguais a 1.540 mm, altura de 120 mm e bordos apoiados continuamente. Para simular a transferência de momentos fletores dos pilares para as lajes, os autores aplicaram carregamentos através de um pórtico metálico com alavanca para gerar as excentricidades desejadas, denominando o aparato de trans-momento. Deste modo, seria possível medir as parcelas de momento efetivamente transferidas às lajes utilizando-se extensômetros de resistência nas hastes que ligam o trans-momento às lajes.

Os ensaios consistiram em aplicar o carregamento no trans-momento, que o transmitia para uma área de (150 x 250) mm, inicialmente de forma centrada e depois com excentricidades de 200 e 400 mm. As armaduras de flexão eram compostas por barras de aço CA-50 com diâmetro de 10,0 mm, espaçadas a cada 100 mm em ambas as direções, exceto na faixa central com 300 mm de largura na direção paralela à excentricidade, onde o espaçamento foi de 75 mm. A Figura 2.8 apresenta o sistema de ensaio utilizado e a Tabela 2.5 mostra os resultados obtidos.



Figura 2.8 – Arranjo dos ensaios realizados por Cordovil e Fusco (1995)

Placa	<i>e</i> (mm)	f' _c (MPa)	F_{if} (kN)	F_{sis} (kN)	P_u (kN)	F_{sis}/P_u	Armadura de Cisalhamento
14	0	29,8	100	200	302	0,66	sim
15	0	29,9	100	175	258	0,68	não
10	200	33,1	100	160	219	0,73	sim
12	200	30,8	80	120	161	0,75	não
16	400	31,1	60	120	156	0,90	sim
13	400	30,1	60	90	101	0,89	não

Tabela 2.5 – Resultados dos ensaios de Cordovil e Fusco (1995)

As seis placas ensaiadas romperam por punção nas regiões adjacentes às bordas da área carregada, tendo sido observado que as resistências das lajes diminuíram com o aumento da excentricidade. As fissuras se formaram preferencialmente nas direções radiais e quando a carga atingiu uma determinada intensidade, houve uma sistematização da fissuração, momento em que a elevação do carregamento não provocou novas fissuras, mas sim o aumento das já existentes. Na Tabela 2.5, F_{sis} representa a carga no instante da sistematização e P_u é a carga de ruptura. A relação entre estes dois valores representa a distância (em termos de carga) entre a sistematização da fissuração e a ruptura da laje. Observa-se que a distância diminuiu à medida que a excentricidade aumentou, passando de 68% da carga de ruptura na laje com carga centrada (15) para 89% na laje 13, com e = 400 mm.

Segundo os autores, quando a carga atua de forma excêntrica, uma parte do momento total $M = P \cdot e$ é transmitida ao pilar por flexão e outra por torção, sendo esta última consequência de uma distribuição desigual do cisalhamento ao redor do pilar. Ainda segundo os autores, as normas admitem uma distribuição linear do cisalhamento como um método prático de dimensionamento e partem do princípio de admitir uma tensão nominal τ de cisalhamento que pode ser entendida pela expressão básica mostrada na Equação 2.5.

$$\tau = \frac{P}{u \cdot d} \cdot \left[1 + \frac{k \cdot e}{w} \right] \tag{2.5}$$

onde

- *u* : perímetro de controle escolhido;
- k : coeficiente de eficiência que reduz o momento total M;
- *M* : momento total transferido $M = P \cdot e$; sendo *e* a excentricidade;
- w: uma dimensão que depende das dimensões do pilar e da altura útil d da placa.

Os autores consideram a distribuição linear do cisalhamento admitida pelas normas como um bom método prático de dimensionamento, mesmo essa linearidade não tendo sido verificada experimentalmente por diversos pesquisadores. Foi observado que houve maior concentração de tensões no mesmo sentido da excentricidade e que a solicitação no lado oposto do vão diminui proporcionalmente ao aumento da excentricidade. A Figura 2.9 mostra a superfície de ruptura de uma das lajes ensaiadas.



Figura 2.9 – Superfície de ruptura de uma das lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)

Após a análise dos resultados das lajes ensaiadas e, principalmente das configurações das superfícies de ruptura, são apresentadas algumas observações objetivando avaliar o comportamento do sistema de ensaio utilizado pelos autores. Esta análise que segue foi realizada também para justificar a escolha de adotar o sistema tradicional (com a carga aplicada diretamente na laje) para os ensaios realizados na presente pesquisa e não o sistema proposto pelos autores.

Inicialmente, desde que o puncionamento seja o efeito de cargas ou reações transversais sobre pequenas áreas, entende-se por puncionamento assimétrico a ruptura desbalanceada devido à ação de esforços transversais de mesmo sentido, porém com intensidades diferentes nas regiões vizinhas às áreas solicitadas. Verifica-se nos ensaios de Cordovil e Fusco que, para as lajes solicitadas por carga-momento, nas regiões adjacentes ao pilar, podem ocorrer esforços com sentidos distintos, pois os carregamentos têm como efeito a aplicação, além da carga transversal, de um binário na laje. A Figura 2.10 mostra o comportamento dos esforços nas lajes ensaiadas.





Detalhe dos Esforços no Pilar provocados pelos pinos na ligação com o trans-momento

Figura 2.10 – Esforços nas lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)

Como mostrado na Figura 2.10, o momento aplicado na placa pelo pórtico pode ser substituído por um binário onde uma componente provoca compressão e a outra provoca tração na laje. Deste modo, com o aumento da excentricidade, e conseqüente aumento na intensidade do momento, a tendência é a de se ter apenas uma das faces do pilar comprimindo a laje (punção em pilares de borda) e um alívio de carga na outra. A Figura 2.11 mostra um gráfico com a tendência dos esforços nas lajes. Nela, pode-se observar que, com o aumento da excentricidade ocorre uma progressiva diminuição na reação no apoio R_a e um aumento na componente de tração no pilar. Ainda nesta figura, nota-se que para qualquer valor de *e* maior que 125 mm (metade do braço de alavanca do binário) a força F_t (resultante de tração no pilar) é maior que P/2, ou seja, F_t somente será igual a P/2 no ponto x = e a partir do centro do pilar, em direção a R_a . Isto justifica o fato de que apenas metade da seção do pilar puncionou as lajes, evidenciado pelas superfícies de ruptura com comprimentos reduzidos.



Figura 2.11 – Situação de tração nas lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco (1995)

Os resultados das lajes ensaiadas por Cordovil e Fusco mostram a resistência das lajes diminuindo de forma quase que linear, à medida que a excentricidade na posição do carregamento aumentou, como mostra a Figura 2.12.



Figura 2.12 – Carga de ruptura em função da excentricidade - Cordovil e Fusco (1995)

Na Figura 2.13 são apresentados dois gráficos com as tendências dos esforços (cortante e momento) para uma laje submetida ao sistema proposto pelos autores e aquele, por eles classificado como tradicional (onde a carga é aplicada diretamente sobre uma placa que simula o pilar), para ensaios de punção assimétrica. As condições de contorno do problema consideram uma carga solicitante constante de 100 kN, um vão de 1.000 mm e que a excentricidade sofreria acréscimos constantes de 100 mm. Percebe-se que o esforço cortante, no lado da excentricidade, cresce de forma igual para ambos os sistemas com o aumento da

excentricidade, mas o momento do lado da excentricidade tende a aumentar no sistema com trans-momento e a diminuir no tradicional.



Figura 2.13 – Tendência dos esforços para uma laje em função da excentricidade para o sistema com trans-momento e o tradicional

Considera-se, portanto, o sistema utilizado por Cordovil e Fusco eficiente para ensaiar lajes em situações em que estas estejam submetidas à ação de binários, além da punção, mas fica claro a dificuldade de se analisar a influencia da intensidade dos esforços (cortante e momento fletor) nos modos de ruptura das lajes. Essa é uma das principais questões a serem respondidas em relação ao puncionamento e, para melhor estudar este fenômeno, pode-se aumentar gradativamente o efeito de um esforço (o cortante, por exemplo) diminuindo o outro. Para situações onde em um dos lados do pilar ocorre esforço cortante nulo, geralmente adota-se o procedimento recomendado por diversas normas para pilares de borda sujeitos ao puncionamento. Conclui-se que o sistema descrito no capítulo 3, por representar grande parte das situações práticas e não gerar binários é mais indicado para esta dissertação. *Krüger et al.* (2000) analisaram a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado também submetidas à transferência de momento. Nesta pesquisa os autores definiram que o principal objetivo seria investigar e quantificar o efeito de um momento fletor atuando conjuntamente com um esforço vertical no puncionamento, pois afirmam que mesmo nos casos em que o pilar seja interno e não participe do sistema resistente aos esforços horizontais, e os vãos e carregamentos sejam simétricos, diferenças de temperatura e de fissuração entre pavimentos adjacentes resultam em diferenças no posicionamento das faces inferior e superior do pilar, o que provoca momentos na ligação laje-pilar. Assim, os autores afirmam que nas ligações laje-pilar das estruturas de concreto, em geral, sempre haverá um momento fletor atuando juntamente com o esforço vertical.

No total, foram ensaiadas 7 lajes com dimensões de (3.000 x 3.000 x 150) mm e pilar quadrado de (300 x 300) mm. As lajes foram moldadas com concreto de resistência convencional ($f'_c \cong 35$ MPa). O carregamento foi aplicado verticalmente de baixo para cima, com o macaco hidráulico posicionado de forma excêntrica para aplicar simultaneamente força vertical e momento na laje. Os bordos da laje foram simplesmente apoiados em vigas de aço de tal modo que tivessem liberdade para rotacionar. O carregamento foi aplicado de tal forma que a excentricidade *e* variasse de 160 mm a 320 mm em relação ao eixo do pilar, tendo sido investigada ainda a eficiência de dois tipos de armadura de cisalhamento, uma composta por estribos e a outra por *studs*. As Figuras 2.14a e 2.14b apresentam detalhes dos ensaios.



PLANTA BAIXA

Figura 2.14a – Sistema de ensaio das lajes de Krüger et al. – Planta Baixa (2000)



Figura 2.14b - Sistema de ensaio das lajes de Krüger et al. - Elevação (2000)

As lajes foram moldadas com disposições similares para as armaduras, tendo sido dispostas armações apenas no lado tencionado. A taxa de armadura das lajes sem armadura de cisalhamento foi de 1,0% e a altura útil foi de 121 mm. O carregamento foi aplicado a uma velocidade de 4 kN por minuto em passo de carga de 40 kN. A Tabela 2.6 apresenta as principais informações a respeito das lajes sem armadura de cisalhamento.

Espécime	e (mm)	Armadura Longitudinal	f' _c (MPa)	f _{ctk} (MPa)	E_{cs} (GPa)	P_u (kN)	Redução comparado a e = 0
P0A	0	$\rho = 1.0\%$	34,6	2,6	33,9	423	
P16A	160	Ø14 mm	38,6	2,6	35,6	332	22%
P30A	320	s=120 mm	30,4	2,6	32,1	270	36%

Tabela 2.6 – Lajes ensaiadas por Krüger et al. (2000)

Assim como no trabalho de Cordovil e Fusco, observa-se que a resistência última das lajes diminui quase que linearmente com o aumento da excentricidade como pode ser observado na Figura 2.15.



Figura 2.15 – Carga de ruptura em função da excentricidade – Krüger et al. (2000)

Krüger *et al.*, assim como Cordovil e Fusco, ensaiaram lajes de concreto armado com resistência convencional, apoiadas nos quatro bordos e submetidas a carregamentos aplicados de forma excêntrica, através de um pilar em *L*. Comparando-se os resultados obtidos por estes autores para as lajes sem armadura de cisalhamento, observa-se que a redução percentual na carga de ruptura das lajes com carregamento assimétrico, em relação àquelas com carregamento simétrico, foi significativamente diferente, conforme pode ser verificado na Figura 2.16. Acredita-se que estes resultados podem ter sido influenciados pelas diferenças nas dimensões dos pilares e das lajes, bem como pela diferença de rigidez dos pilares advinda do seu modo de fabricação.



Figura 2.16 – Redução percentual na carga de ruptura das lajes de Krüger *et al.* e Cordovil e Fusco em função da excentricidade do carregamento

A ruptura por punção ocorre de uma forma bastante peculiar. *Holanda* (2002) descreve de forma sistemática como ela ocorre para o caso de um pilar centrado. Segundo o autor, quando a laje é carregada logo se forma uma primeira fissura tangencial ao redor do pilar, a qual é uma fissura de flexão provocada por momentos negativos atuantes na direção radial. Devido ao aparecimento de momentos fletores negativos na direção tangencial, formam-se fissuras radiais que se originam na fissura de flexão e se propagam em direção às bordas da laje. Como os momentos fletores diminuem rapidamente a partir da região carregada (Kinnunen e Nylander, 1960, apud Holanda, 2002), é necessário um aumento significativo da carga antes que sejam formadas fissuras tangenciais na região mais afastada da área carregada. A Figura 2.17 ilustra o aparecimento de fissuras em uma laje carregada com um pilar quadrado centrado.



Figura 2.17 – Processo de formação de fissuras de punção. 1: fissura tangencial formada por tensões radiais. 2: fissuras radiais formadas por tensões tangenciais. 3: configuração de ruptura

Ainda segundo Holanda, os diagramas força x deslocamento dos ensaios de lajes submetidas ao puncionamento normalmente exibem estágios de comportamento, delimitados por mudanças significativas da inclinação das curvas, conforme mostra a Figura 2.18.



Figura 2.18 - Comportamento geral de lajes ensaiadas à punção

Em um estágio inicial, a força aplicada é proporcional ao deslocamento e o concreto encontrase não fissurado, pois as deformações nas armaduras de flexão são pequenas. Com o aumento do carregamento começam a surgir as primeiras fissuras na superfície tracionada do concreto, fazendo com que a rigidez da laje diminua, caracterizando o início do estágio II. Avançandose o ensaio surgem mais fissuras que se propagam até os bordos da laje, pois nesse momento as deformações na armadura são elevadas, podendo algumas das barras eventualmente atingir o limite de escoamento.

Devido ao aumento do carregamento, a rigidez da laje sofre outra redução. Neste estágio (III), a laje sofre deformações plásticas elevadas devido à propagação do escoamento ao longo da armadura de flexão, com a rigidez diminuindo rapidamente na proximidade da carga última. Quando a força concentrada começa a perfurar a laje as fissuras tangenciais se tornam muito abertas, podendo-se ter fissuras em ambas as superfícies da laje. A região IV indica outra redução da capacidade portante da laje, o que pode ocorrer em várias etapas, simultaneamente ao lascamento do concreto da região tracionada da laje.

2.2 Recomendações Normativas

2.2.1 Considerações Iniciais

De acordo com Cordovil (1995), uma das primeiras normas a tratar o problema da punção em placas de concreto armado foi a norma americana ACI 318, a qual desde 1913 já abordava este assunto. Neste trabalho foram utilizadas as prescrições de seis normas de projeto para estimar a resistência à punção das lajes, como segue.

- ACI 318:2002, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2002);
- BS 8110:1997, Structural use of concrete. British Standards. (BS, 1997);
- CEB-FIP:1993, *Model Code 1990*. Comitee Euro-Internacional du Beton. (MC90, 1993);
- EUROCODE 2:2002, *Design of Concrete Structures*. European Committee for Standardization. (EC 2, 2002);

- NBR 6118:1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978);
- NBR 6118:2003, *Projeto de Estruturas de Concreto*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003).

Nos itens a seguir, serão apresentadas, de forma resumida, as expressões e recomendações destas normas para estimativa da resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sujeitas a puncionamento simétrico ou assimétrico. Em todas as expressões apresentadas foram removidos os coeficientes de segurança das normas, de tal modo que se possa estimar a resistência última das peças.

2.2.2 ACI 318:2002, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2002)

Para o dimensionamento de seções sujeitas a cisalhamento, esta norma estabelece que:

$$V \le P \tag{2.6}$$

onde V é o esforço cortante solicitante na seção considerada e P é a resistência nominal ao cisalhamento dada por:

$$P = P_c + P_{sr} \tag{2.7}$$

onde

 P_c : parcela de resistência provida pelo concreto;

 P_{sr} : parcela de resistência provida pela armadura de cisalhamento (*shear reinforcement*).

Este código prescreve que a resistência ao cisalhamento de lajes sujeitas à ação de carregamentos concentrados ou reações, nos casos de puncionamento simétrico, seja governada pela mais desfavorável das duas condições:

 Laje funcionando como viga chata (*wide beam*), com a seção crítica estendendo-se em um plano através da largura total da laje e localizada a uma distância d da face do esforço concentrado ou área carregada. Nesta condição, a resistência ao cisalhamento de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento é dada pela Equação 2.8. A Figura 2.19 mostra a seção crítica para esta situação.



Figura 2.19 – Perímetros de controle para ruptura por viga chata (ACI, 2002)

✓ Laje trabalhando nas duas direções, com a seção crítica perpendicular ao plano da laje e localizada tal que seu perímetro b₀ seja mínimo e afastado d/2 das extremidades da área carregada. Nestas condições a laje deve ser verificada de acordo com a Equação 2.9 abaixo. A Figura 2.20 mostra o perímetro crítico de controle.

$$P_{ps} = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{f'_c}}{6}\right) \cdot b_0 \cdot d$$
(2.9)

não superior a $\left(\frac{\sqrt{f'_c}}{3}\right) \cdot b_0 \cdot d$

onde

 f'_{c} : resistência à compressão do concreto obtida em ensaios com corpos de prova cilíndricos;

- β_c : razão entre o lado maior e menor da área carregada;
- b_0 : perímetro crítico = 4 · (c + d);
- *d*: Altura útil da laje dada por $(d_x + d_y)/2$.

(2.8)



Figura 2.20 – Perímetros de controle (ACI, 2002)

Nos casos de puncionamento assimétrico, esta norma recomenda que uma fração do momento desbalanceado dada pela Equação 2.10 deve ser considerada transferida por excentricidade de cisalhamento no centróide da seção crítica perpendicular ao plano da laje e posicionado de tal forma que o seu perímetro seja mínimo e afastado d/2 do perímetro do pilar.

$$\gamma = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$
(2.10)

Para calcular a tensão cisalhante solicitante, no caso de puncionamento assimétrico, não é proposta nenhuma equação específica, mas são feitas algumas recomendações, as quais interpretadas podem resultar nas Equações 2.11a e 2.11b. Esta interpretação é a mesma encontrada no trabalho de Cordovil e Fusco (1995) para esta norma. A Figura 2.21 auxilia no entendimento desta equação.

$$\tau_{pa} = \frac{V_{sk}}{b_0 \cdot d} + \frac{M \cdot \left(\frac{c_1 + d}{2}\right)}{J_c} \text{ ou}$$

$$\tau_{pa} = \frac{V_{sk}}{b_0 \cdot d} + \frac{M \cdot \left(\frac{c_2 + d}{2}\right)}{J_c}$$
(2.11a)
$$(2.11b)$$

$$(2.11b)$$

$$(2.11b)$$

onde

 V_{sk} : carga aplicada;

M : diferença entre os momentos minorada pelo fator γ ;

 J_c : propriedade da seção crítica análoga ao momento polar de inércia.



Figura 2.21 – Transferência de momento desbalanceado (ACI, 2002)

Regan e Rezai-Jorabi (1988) comentam que quando uma norma de projeto não apresenta recomendações específicas para o tratamento do cisalhamento provocado pela ação de cargas concentradas em lajes unidirecionais, caso de todas as normas avaliadas nesta pesquisa, é esperado que o projetista verifique a laje através de tensões diagonais, assumindo que as tensões cisalhantes sejam uniformes ao longo de todo o bordo da laje. Este comportamento é denominado de *wide beam* (viga chata) e para estimar a resistência da laje para este modo de ruptura, no caso de puncionamento simétrico, a ACI 318:2002 apresenta a equação 2.8, onde $\sqrt{f'_c}/6 = v_{wbs}$.

Nos casos de puncionamento assimétrico, esta norma não apresenta de forma clara qualquer recomendação para se verificar a resistência da laje para ruptura por viga chata. Admitiu-se então que nestes casos a resistência da laje poderia ser estimada pela equação 2.12.

$$P_{wba} = P_{wbs} - \frac{M}{z} \tag{2.12}$$

onde

 V_{wbs} é a tensão resistente para ruptura por viga chata com carregamento simétrico;

 P_{wba} é a força resistente para ruptura por viga chata com carregamento assimétrico;

 P_{wbs} é a força resistente para ruptura por viga chata com carregamento simétrico; M é o momento transferido que ocorre simultaneamente com V; $z = C_{1,2} + d$

Para estimar a resistência à punção das lajes nos casos assimétricos, foi utilizado o mesmo raciocínio descrito para as outras normas, considerando que a resistência à punção nos casos assimétricos (P_{pa}) é reduzida em relação àquela dos casos simétricos (P_{ps}) pela ação do momento transferido (M), resultando na Equação 2.13.

$$P_{pa} = P_{ps} - \frac{M}{z} \tag{2.13}$$

com $z = C_{1,2} + d$

2.2.3 BS 8110:1997, Structural use of concrete. British Standards. (BS, 1997)

A BS 8110 define que a ruptura por punção se dá nas faces inclinadas de troncos de cone ou pirâmide, dependendo da forma da área carregada, no entanto, afirma que para fins práticos, é satisfatório considerar perímetros de controle retangulares, mesmo no caso de áreas circulares. A Figura 2.22 mostra os perímetros de controle propostos por este código de projeto.



Figura 2.22 – Perímetros de controle (BS, 1997)

A tensão máxima de cisalhamento não deve exceder $0,89 \cdot \sqrt{f'_c}$ ou 5 N/mm². A determinação da tensão cisalhante no caso de puncionamento simétrico pode ser feita pela Equação 2.14.

$$\tau_{ps} = \frac{V}{u \cdot d} \tag{2.14}$$

V : força concentrada aplicada à laje

- *u* : comprimento do perímetro de controle = $2 \cdot (C_1 + C_2) + 12 \cdot d$;
- *d* : altura útil efetiva da laje tomada como $(d_x + d_y)/2$.

No caso de haver transferência de momento, para a ligação laje-pilar interno o esforço cortante solicitante no perímetro deve ser calculado pela Equação 2.15. Nota-se que através desta equação, a consideração do momento tende a aumentar o esforço cortante solicitante. A Figura 2.23 auxilia a compreensão da Equação 2.15.

$$V_{pa} = V_t \cdot \left(1 + \frac{1.5 \cdot M_t}{V_t \cdot x} \right)$$
(2.15)

onde

x: comprimento do lado do perímetro considerado paralelo ao eixo de flexão;

 M_t : momento transmitido da laje para o pilar.

Ressalta-se que a equação deve ser utilizada independentemente para os dois eixos do pilar, devendo ser usada para a verificação, a pior situação.



Figura 2.23 – Cisalhamento numa ligação laje-pilar com momento desbalanceado (BS, 1997)

A capacidade resistente ao cisalhamento de uma laje sem armadura de reforço, com puncionamento simétrico, é dada pela Equação 2.16.

$$P_{ps} = \xi_s \cdot v_{ps} \cdot u \cdot d \tag{2.16}$$

onde

$$\xi_s = (400/d)^{1/4} \ge 1,0;$$

$$v_{ps} = 0,29 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3}.$$

A norma não prescreve claramente uma equação para estimar a resistência ao cisalhamento de uma laje quando submetida a puncionamento assimétrico. No entanto, interpretando as suas proposições, pode-se fazer o seguinte raciocínio:

$$V_t = P_{ps}$$

logo:

$$V_{pa} = P_{ps} \cdot \left(1 + \frac{1, 5 \cdot M_{t}}{P_{ps} \cdot x}\right)$$
$$V_{pa} = a > P_{ps}$$
(2.17)

A Equação 2.17 mostra que o esforço cortante solicitante no caso assimétrico terá um valor maior que o da resistência calculada para o caso de puncionamento simétrico, evidenciando que segundo a BS 8110, a resistência da laje diminui para puncionamento assimétrico. Para se ter a resistência da laje no caso assimétrico (P_{pa}) , pode-se subtrair do esforço cortante solicitante no caso assimétrico (V_{pa}) o valor do esforço resistente no caso simétrico (P_{ps}) . Esta diferença (β) pode ser utilizada para reduzir a resistência encontrada na Equação 2.16 e obter a Equação 2.18.

$$V_{pa} - P_{ps} = \beta$$

logo:

$$P_{pa} = P_{ps} - \beta \tag{2.18}$$

Para calcular a resistência última da laje para ruptura por viga chata, ou seja, com cisalhamento constante ao longo de todo o bordo da laje, a norma inglesa não prescreve nenhuma equação específica, tendo sido adotas para esta estimativa as mesmas equações utilizadas para as estimativas de punção, mudando-se o perímetro de controle pela largura da laje.

2.2.4 CEB-FIP:1993, Model Code 1990. Comitee Euro-Internacional du Beton. (MC90, 1993)

Esta norma também define que a resistência ao cisalhamento de lajes sem armadura de cisalhamento pode ser verificada em termos de tensões cisalhantes nominais em perímetros de controle. A Figura 2.24 apresenta os perímetros usuais recomendados pela MC90, tomados como afastados de $2 \cdot d$ das faces do pilar.



Figura 2.24 – Perímetros de controle em pilares internos (MC90, 1993)

A MC 90 define que se a distribuição do esforço concentrado é aproximadamente polarsimétrica, a tensão cisalhante aplicada no perímetro de controle pode ser tomada de acordo com a Equação 2.19.

$$\tau_{ps} = \frac{V}{u_1 \cdot d} \tag{2.19}$$

onde

V : força concentrada aplicada à laje;

- u_1 : comprimento do perímetro de controle = $2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d$;
- *d* : altura útil efetiva da laje tomada como $(d_x + d_y)/2$.

Se a distribuição do esforço não é simétrica devido a transferência de um momento desbalanceado M da laje para o pilar, o cisalhamento máximo no perímetro de controle pode ser calculado de acordo com a Equação 2.20.

$$\tau_{pa} = \frac{V}{u_1 \cdot d} + \frac{K \cdot M}{W_1 \cdot d} \tag{2.20}$$

onde

 W_1 : parâmetro em função do perímetro de controle u_1 ;

K: coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar C_1 , paralela a excentricidade M/V e C_2 , perpendicular à excentricidade.

O parâmetro W_1 corresponde à distribuição do cisalhamento como ilustrado na Figura 2.25.



Figura 2.25 – Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado (MC90, 1993)

Para um pilar retangular:

$$W_{1} = \frac{C_{1}^{2}}{2} + C_{1} \cdot C_{2} + 4 \cdot C_{2} \cdot d + 16 \cdot d^{2} + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_{1}$$
(2.21)

onde

 C_1 : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

 $C_{\rm 2}$: dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Os valores de *K* podem ser obtidos da Tabela 2.7.

Tabela 2.7 – Valores de *K* (MC90, 1993)

C_{1}/C_{2}	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Para estimar a tensão resistente de lajes de concreto armado no caso de puncionamento simétrico, a MC90 recomenda que quando não for executada uma análise mais precisa, devese empregar a equação empírica apresentada abaixo.

$$\nu_{ps} = 0.18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3}$$
(2.22)

onde

 $\xi = 1 + \sqrt{200/d}$, com d em mm;

 ρ : taxa de armadura de flexão $\frac{A_s}{b_w \cdot d}$ estendendo-se de uma distância $3 \cdot d$ das extremidades da área carregada e dada por $\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$;

 f'_c : resistência à compressão do concreto obtida em ensaios com corpos de prova cilíndricos.

Ao avaliar as expressões propostas pela MC90, verifica-se que esta norma apresenta recomendações para o cálculo da punção, tanto no caso simétrico como no assimétrico. Ainda analisando as expressões da MC90, ao se fazer a igualdade $\frac{V}{u_1 \cdot d} = \tau_{ps}$ e igualando as Equações 2.20 e 2.22, verifica-se que a parcela da equação que considera o efeito do momento não balanceado tende a diminuir a resistência da laje, conforme se vê na Equação 2.23.

$$\tau_{pa} = \frac{\overbrace{V}^{\tau_{ps=\nu_{ps}}}}{u_1 \cdot d} + \frac{\overbrace{K \cdot M}^{a}}{W_1 \cdot d} = \nu_{pa}$$

$$\nu_{pa} = (\nu_{ps} - a)$$
(2.23)

A MC90 não apresenta recomendações para a estimativa da resistência para ruptura por viga chata em lajes. Porém, baseando-se nas suas recomendações para punção, a resistência para a ruptura por viga chata foi estimada através das Equações 2.24 e 2.25.

$$P_{wbs} = 0.18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_{c})^{1/3} \cdot b \cdot d$$
(2.24)

$$P_{wba} = 0.18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot b \cdot d - \left[\frac{K \cdot M \cdot (C_1 + 4 \cdot d)}{W_1}\right]$$
(2.25)

2.2.5 EUROCODE 2:2002, Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization. (EC 2, 2002)

Este código define que a punção pode resultar de um carregamento concentrado ou de uma reação atuante em uma área relativamente pequena, chamada de área carregada (A_{load}) de uma laje ou fundação. A Figura 2.26 apresenta um modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último.



Figura 2.26 – Modelo para verificação da punção no Estado Limite Último (EC2, 2001)

A verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro de controle u_1 tomado a uma distância de $2 \cdot d$ da área carregada, conforme mostra a Figura 2.27.



Figura 2.27 – Perímetro de controle ao redor de áreas carregadas (EC2, 2002)

Para áreas carregadas situadas próximo ao bordo da laje, o perímetro de controle pode ser tomado como mostrado na Figura 2.28, desde que este perímetro seja menor que o apresentado na Figura 2.27.



Figura 2.28 – Perímetro de controle para pilares próximos ao borda da laje (EC2, 2002)

O cálculo da punção é realizado através da verificação de áreas de controle, como nas outras normas, devendo-se obedecer as seguintes recomendações:

- ✓ No perímetro do pilar, ou da área carregada, a máxima força de punção deve atender a condição V < P;
- ✓ Não é necessária armadura de combate à punção se V < P;
- ✓ Onde a reação for excêntrica, a máxima tensão solicitante pode ser calculada de acordo com a Equação 2.26.

$$\tau_{pa} = \beta_1 \cdot \frac{V}{u_1 \cdot d} \tag{2.26}$$

onde

V: esforço aplicado à laje;

- u_1 : comprimento do perímetro de controle sendo considerado = $2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d$;
- *d* : altura útil da laje, que pode ser calculada como $(d_x + d_y)/2$, onde;

 d_x e d_y : alturas úteis nas duas direções ortogonais.

Para pilares retangulares e quadrados, β_1 é dado por:

$$\beta_1 = 1 + K \cdot \frac{M}{V} \cdot \frac{u_1}{W_1} \tag{2.27}$$

onde

K : coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar C_1 e C_2 ;

 W_1 : corresponde a distribuição do cisalhamento conforme ilustrado na Figura 2.29 e é função do perímetro básico de controle u_1 .

C_{1}/C_{2}	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Tabela 2.8 – Valores de K para carregamentos retangulares (EC 2, 2002)



Figura 2.29 – Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado em pilares internos (EC2, 2002)

Para pilares retangulares

$$W_{1} = \frac{C_{1}^{2}}{2} + C_{1} \cdot C_{2} + 4 \cdot C_{2} \cdot d + 16 \cdot d^{2} + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_{1}$$
(2.28)

onde

 C_1 : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

 C_2 : dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Para pilares internos circulares, β_1 é dado por:

$$\beta_1 = 1 + 0, 6 \cdot \pi \, \frac{e}{D + 4 \cdot d} \tag{2.29}$$

A resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento é dada por:

$$P_{ps} = v_{ps} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \ge V_{\min}$$

$$\tag{2.30}$$

onde

 f'_c : resistência à compressão do concreto obtida em ensaios com corpos de prova cilíndricos em Mpa;

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2,0 \text{ com } d \text{ em mm};$$
$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y};$$

 ρ_x e ρ_y : taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

A norma recomenda que v_{ps} seja tomado como $\frac{0.18}{\gamma_c}$, onde γ_c é o coeficiente de segurança da norma que é igual a 1,50.

Ao analisar as recomendações propostas pela EC 2:2002, verifica-se que algumas de suas recomendações são baseadas nas proposições da CEB-FIP MC90:1993 e que a atual versão da norma brasileira, a NBR 6118:2003, apresenta recomendações semelhantes, inclusive para a consideração da excentricidade da reação ou carregamento. Porém, ao limitar o coeficiente que leva em conta o tamanho da peça ξ (*size effect*) em no máximo 2,0, esta norma se diferencia das demais. Para as demais estimativas, foram utilizados os mesmos procedimentos adotados para a MC90.

2.2.6 NBR 6118:1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978)

Este código recomenda que, salvo cálculo rigoroso, supõe-se na punção que a carga produza tensão tangencial uniformemente distribuída na área $u \cdot d$ indicada na Figura 2.30.



Figura 2.30 – Perímetros de controle (NBR 6118, 1978)

A tensão cisalhante solicitante é dada pela Equação 2.31

$$\tau_{ps} = \frac{V}{u \cdot d} \tag{2.31}$$

A tensão determinada com a Equação 2.32 não poderá ultrapassar metade do valor de τ_{lim} para que seja dispensado o uso de armadura de punção.

$$\tau_{\rm lim} = 0.63 \cdot \sqrt{f'_c} \,\mathrm{MPa} \tag{2.32}$$

A versão de 1978 da NBR 6118 não prescrevia nenhuma recomendação para a consideração da excentricidade do carregamento ou da reação do pilar e utilizava como parâmetro para estimar a resistência ao puncionamento apenas a resistência à compressão do concreto.

2.2.7 NBR 6118:2003, Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003)

A versão atual da norma brasileira utiliza como modelo de cálculo a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Como nesta pesquisa não são utilizadas armaduras de combate ao puncionamento, deve-se fazer as verificações em torno de duas superfícies críticas, C e C'. A Figura 2.31 indica os perímetros críticos propostos por norma.



Figura 2.31 – Perímetro Crítico em pilares internos (NBR 6118, 2003)

A tensão solicitante nas superfícies críticas, no caso em que o efeito do carregamento pode ser considerado simétrico, é calculada pela Equação 2.33 apresentada a seguir.

$$\tau_{ps} = \frac{V}{u \cdot d} \tag{2.33}$$

onde

V : é a força ou a reação concentrada;

u : perímetro do contorno crítico $C' = 2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d$;

d : altura útil da laje ao longo do contorno crítico dada por $d = (d_x + d_y)/2$;

 d_x e d_y : alturas úteis nas duas direções ortogonais.

A norma permite que se reduza a força de punção (V) do valor da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação, C ou C'.

Para considerar o efeito de assimetria, a norma recomenda a consideração do momento transferido da laje para o pilar de acordo com a Equação 2.34.

$$\tau_{pa} = \frac{V}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M}{W_p \cdot d}$$
(2.34)

onde

K: coeficiente que fornece a parcela do momento *M* transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 .

O coeficiente K assume os valores indicados na Tabela 2.9.

C_{1}/C_{2}	0,5	1,0	2,0	3,0				
K	0,45	0,60	0,70	0,80				
onde:								
C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força								
C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força								

Tabela 2.9 – Valores de *K* (NBR 6118, 2003)

O valor de W_p para um pilar retangular deve se calculado pela Equação 2.35. Para pilares circulares pode ser calculado pela Equação 2.36.

$$W_{P} = \frac{C_{1}^{2}}{2} + C_{1} \cdot C_{2} + 4 \cdot C_{2} \cdot d + 16 \cdot d^{2} + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_{1}$$
(2.35)

$$W_p = (D + 4 \cdot d)^2 \tag{2.36}$$

onde

D: diâmetro do pilar.

A tensão solicitante calculada deve ser comparada com a tensão resistente de compressão diagonal do concreto. Para efetuar esta verificação no contorno C, a norma prescreve a Equação 2.37.

$$\tau_{ps} \le \nu_{ps} = 0.378 \cdot \alpha_v \cdot f'_c \tag{2.37}$$

sendo:

$$\alpha_{v} = (1 - f'_{c} / 250)$$
, com f'_{c} em MPa.

A tensão resistente crítica em C' deve ser calculada como segue

$$\tau_{ps} \le v_{ps} = 0.182 \cdot (1 + \sqrt{20/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$
(2.38)

sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y};$$
$$d = (d_x + d_y)/2.$$

onde

d : altura útil ao longo do contorno crítico em cm;

 ρ : taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

 ρ_x e ρ_y : taxas de armadura nas duas direções ortogonais.
2.3 Resistência das Lajes

2.3.1 Resistência à Flexão

Para estimar a resistência à flexão das lajes foi utilizado o Método das Linhas de Ruptura. Criado por A. Ingerslev (1923), aprimorado e desenvolvido por K.W. Johansen, o método baseia-se em estimar a carga de ruptura de lajes através de um mecanismo de colapso dado em função das condições de contorno das peças, de onde se pode determinar a resistência última da seção considerada. Este método vêm sendo utilizado por diversos pesquisadores, dentre os quais pode-se citar Elstner e Hognestad (1956), Hallgren (1996) e Oliveira (2003), tendo apresentado resultados satisfatórios. A Figura 2.32 apresenta as configurações adotadas para as linhas de ruptura das lajes e a Equação 2.39 é utilizada para obter o momento resistente da armadura por unidade de comprimento da linha de ruptura considerada.



Figura 2.32 - Configuração adotada para as linhas de ruptura das lajes

$$m_{u} = A_{s} \cdot f_{ys} \cdot \left(d - 0.59 \cdot A_{s} \cdot \frac{f_{ys}}{f'_{c}} \right)$$
(2.39)

onde:

 A_s : área da armadura de tração por unidade de comprimento;

 f_{vs} : tensão de escoamento da armadura de tração;

d : altura útil da seção transversal;

 f'_c : resistência à compressão do concreto.

Utilizando-se estes conceitos foram calculados os momentos solicitantes em ambas as direções das lajes, provocados pela aplicação da carga concentrada, sendo calculada então a carga última de flexão. A Figura 2.33 mostra como foi feito o cálculo dos momentos solicitantes. A Equação 2.40 apresenta a expressão utilizada para o cálculo da carga de ruptura por flexão das lajes na direção longitudinal, podendo-se notar que houve o cuidado de retirar a seção do pilar do comprimento L_x , pois se espera nesses casos que a ruptura ocorra nas faces do pilar. A Tabela 2.10 apresenta a resistência estimada para as doze lajes que serão ensaiadas.



Figura 2.33 – Cálculo dos momentos nas direções longitudinal e transversal das lajes.

$$P_{flex} = \frac{(L_x - c) \cdot L_y \cdot m_u}{\left(x - \frac{c}{2}\right) \cdot \left(a - \frac{c}{2}\right)}$$
(2.40)

onde:

 m_{μ} : momento resistente unitário ao longo da linha de ruptura;

Laje	d (mm)	f' _c (MPa)	A_s (cm²/m)	f_{ys} (MPa)	<i>m</i> _{<i>u</i>} (kN.m/m)	P _{flex} (kN)
L1a	87	42,4	0,129	488	53,68	255,1
L1b	89	51,4	0,129	488	55,60	264,2
L1c	87	43,5	0,129	488	53,82	255,8
L2a	88	42,1	0,129	488	53,95	292,8
L2b	88	49,7	0,129	488	54,81	297,4
L2c	87	44,8	0,129	488	53,98	292,9
L3a	88	42,1	0,129	488	53,95	355,6
L3b	88	49,3	0,129	488	54,77	361,0
L3c	87	36,1	0,129	488	52,70	347,3
L4a	89	48,8	0,129	488	55,36	439,6
L4b	89	58,0	0,129	488	56,12	445,7
L4c	87	44,8	0,129	488	53,98	428,6

Tabela 2.10 – Resistência à flexão das lajes

2.3.2 Resistência ao Puncionamento

Com base nas prescrições normativas apresentadas no item 2.2 deste trabalho, foi estimada a resistência ao puncionamento das 12 lajes ensaiadas. A Tabela 2.11 apresenta as estimativas para a ACI 318:2002, BS 8110:1997, CEB-FIP MC90:1993, EUROCODE 2:2002, NBR 6118:1978 e NBR 6118:2003, tanto para a ruptura por punção como também para a de viga chata, sendo estes resultados reapresentados e discutidos no Capítulo 6. A Figura 2.34 apresenta graficamente a tendência da MC90 de redução da resistência ao puncionamento das lajes em função da taxa de armadura, à medida que o carregamento se desloca em direção aos apoios, utilizando-se para isto uma resistência à compressão média de 46,1MPa e uma altura útil média de 88 mm. As Figuras 2.35 e 2.36 apresentam gráficos com o desenvolvimento dos esforços na região das lajes entre a face do pilar e o apoio mais próximo. Percebe-se que enquanto a intensidade do esforço cortante tende a crescer, a tendência para os momentos é a inversa. Estes resultados também foram obtidos utilizando-se valores médios de f'_c e d.

d Laje (mm)		ρ (%)	ACI	318	BS 8	3110	МС	290	EC	22	NB	1:78	NB	1:03
			P _{wb} (kN)	P (kN)										
L1a	87	0,94	169,9	129,9	228,2	175,5	243,4	193,8	193,4	154,0	321,2	109,4	246,1	195,9
L1b	89	1,18	191,5	148,1	264,6	207,0	281,9	228,4	225,6	182,8	361,9	124,6	285,1	231,0
L1c	87	1,48	172,2	131,7	282,4	217,1	284,9	226,9	226,5	180,3	325,5	110,9	288,1	229,4
L2a	88	0,94	167,0	127,4	220,6	168,7	240,4	184,6	191,8	155,7	323,8	110,9	245,2	186,6
L2b	88	1,18	181,2	138,2	233,8	178,5	273,5	209,6	218,1	177,1	351,6	120,4	279,0	211,9
L2c	87	1,48	170,4	129,2	265,7	201,2	283,6	215,7	225,4	181,4	330,2	112,5	289,2	218,1
L3a	88	0,94	164,9	125,3	217,5	165,1	238,7	179,0	190,4	155,4	323,8	110,9	244,5	181,0
L3b	88	1,18	178,1	135,3	227,5	172,2	270,9	202,5	216,0	176,4	350,4	120,0	277,6	204,8
L3c	87	1,48	150,3	113,3	258,5	194,1	261,6	193,2	207,9	168,4	296,3	101,0	268,2	195,3
L4a	89	0,94	179,0	136,7	199,2	151,7	251,2	188,3	201,0	165,8	352,6	121,4	257,7	190,4
L4b	89	1,18	194,7	148,6	237,6	181,0	286,3	214,1	229,2	189,2	384,4	132,3	293,9	216,5
L4c	87	1,48	166,9	125,7	270,0	202,0	280,4	205,1	222,9	180,9	330,2	112,5	288,0	207,4

Tabela 2.11 - Resistência ao cisalhamento das lajes



Figura 2.34 – Variação da resistência estimada para as lajes em função de e pela MC90



Figura 2.35 – Diferença estimada pela MC90 entre os esforços cortantes em função de e



Figura 2.36 – Diferença estimada pela MC90 entre os momentos fletores em função de *e*

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 Considerações Iniciais

Na etapa experimental desta pesquisa pretende-se analisar o comportamento de lajes lisas de concreto armado, unidirecionais, submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico, a fim de checar as proposições normativas para estas condições, avaliando ainda a contribuição das armaduras transversais em suas resistências ao puncionamento. Para tanto, as lajes desta pesquisa foram dimensionadas de forma que representassem regiões com momentos negativos em torno de pilares internos e também próximos aos bordos da laje.

Takeya (1981), avaliando diversos trabalhos sobre puncionamento, observou que na maioria destes eram realizados ensaios em "elementos-de-laje" nos quais eram reproduzidas apenas a parte da laje em torno do pilar delimitada pela circunferência de raio $r \cong 0,22 \cdot l$ dos pontos de momento nulo, sendo l o vão dos painéis de laje, quadrados, adjacentes ao pilar. Assim, pode-se afirmar que as dimensões adotadas para as lajes desta pesquisa representam de forma válida lajes em tamanho natural. A Figura 3.1 mostra um pavimento de edifício em lajes lisas com os trechos de momento negativo, e a Figura 3.2 mostra os momentos em torno dos apoios resultando as regiões estudadas neste trabalho.



Figura 3.1 – Pavimento de edifício em lajes lisas



Figura 3.2 - Momentos em torno da ligação laje-pilar interno e externo

3.2 Programa Experimental

3.2.1 Características das Lajes

Foram ensaiadas 12 lajes de concreto armado com dimensões de (1.800 x 1.800 x 110) mm, tendo como variáveis a distância de aplicação da carga ao apoio (*a*) e a taxa de armadura transversal para cada posição do carregamento. A série de 12 ensaios foi adotada para analisar as combinações de a = 320, 400, 533 e 800 mm (correspondendo a uma razão entre os cortantes de 4:1, 3:1, 2:1 e 1:1) e armaduras transversais de $\phi = 12.5$, 10.0 e 8.0 mm (tendo-se aproximadamente uma razão entre as taxas geométricas de 1: $\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$). A Figura 3.3 auxilia no entendimento da divisão dos pontos de aplicação das cargas para se obter as razões entre os cortantes mencionadas anteriormente. A Figura 3.4 mostra o programa de ensaio das lajes.



Figura 3.3 – Diagrama de esforço cortante nas lajes



Figura 3.4 – Programa de ensaio das lajes

Os pilares foram simulados nos pontos de aplicação indicados na Figura 3.4, posicionados na parte inferior da laje, sendo utilizada uma placa quadrada de aço com as dimensões de (85 x 85 x 50) mm. A taxa de armadura ($\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$) variou de 0,94 % a 1,48 %. O concreto utilizado para moldagem das lajes foi dosado de tal modo que apresentasse, aos 28 dias, resistência à compressão de 30 MPa. A Tabela 3.1 apresenta as características das lajes ensaiadas.

Laie	d (mm)	Armadu	ura (Ø)	O(%)	a (mm)
Laje	u (IIIII)	longitudinal	transversal	p(70)	a (mm)
L1a	87	12,5	8,0	0,94	800
L1b	89	12,5	10,0	1,18	800
L1c	87	12,5	12,5	1,48	800
L2a	88	12,5	8,0	0,94	533
L2b	88	12,5	10,0	1,18	533
L2c	87	12,5	12,5	1,48	533
L3a	88	12,5	8,0	0,94	400
L3b	88	12,5	10,0	1,18	400
L3c	87	12,5	12,5	1,48	400
L4a	89	12,5	8,0	0,94	320
L4b	89	12,5	10,0	1,18	320
L4c	87	12,5	12,5	1,48	320

Tabela 3.1 - Características das lajes

3.2.1.1 Armadura de Flexão

As armaduras de flexão das lajes foram compostas por barras de aço CA50. Na parte superior das lajes foram posicionadas as armaduras principais, constituídas, na direção transversal¹, por 19 barras com diâmetros de 8,0, 10,0 e 12,5 mm e, na direção longitudinal², por 19 barras de $\phi = 12,5$ mm, ambas com espaçamento de 99 mm. Na parte inferior das lajes foi disposta uma armadura apenas de composição, com diâmetro de 6,3 mm, composta de 10 barras com espaçamento de 198 mm. As armaduras dispostas na direção longitudinal tiveram suas extremidades dobradas na forma de ganchos para melhorar a ancoragem. As barras das armaduras transversais foram retas, sem ganchos. A taxa de armadura para cada laje pode ser observada na Tabela 3.1. Para a sua determinação, foi utilizada a Equação 3.1.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \tag{3.1}$$

onde

¹ É considerada como direção transversal àquela perpendicular aos bordos livres das lajes.

² É considerada como direção longitudinal àquela perpendicular aos bordos apoiados das lajes.

- A_s : área da seção transversal da armadura de flexão;
- b : comprimento do vão da laje;
- *d* : altura útil da laje.

Foi observado um cobrimento mínimo para as armaduras principais de 10 mm. Para tentar garantir este cobrimento, e conseqüentemente a altura útil, foram utilizados 5 barras de 6,3 mm de diâmetro na forma de "caranguejos", tendo sido posicionado um no centro da laje e os demais a uma distância de aproximadamente 200 mm dos grampos de içamento das lajes. Os grampos de içamento foram dispostos a uma distância de aproximadamente 300 mm dos bordos das lajes. Antes da concretagem das lajes, a altura útil foi medida para cada um dos espécimes, utilizando-se uma trena metálica. Foram retirados corpos de provas das barras com as bitolas utilizadas para a confecção das armaduras de flexão das lajes. Estes corpos de prova foram submetidos a ensaios visando a determinação das propriedades do aço, obedecendo as recomendações da NBR 6892:2002. A Figura 3.5a apresenta o projeto de armação das lajes e a Figura 3.5b mostra a armação de uma das lajes na fôrma.



Figura 3.5a – Projeto de armação das lajes



Figura 3.5b - Armadura da laje L2b posicionada na fôrma

3.2.2 Instrumentação

3.2.2.1 Deslocamentos

Para medir os deslocamentos verticais das lajes durante os ensaios, foram utilizados 7 deflectômetros, sendo que 5 foram dispostos na direção longitudinal e 2 na direção transversal. Devido à variação na posição do carregamento nas lajes, não foi possível estabelecer uma disposição comum a todos os espécimes ensaiados para o monitoramento das flechas. Assim, para cada posição de carregamento, foi adotado um arranjo diferente na disposição dos deflectômetros, de forma a melhor monitorar as flechas nas lajes. Para que os deslocamentos do sistema de ensaio não interferissem na medição dos deflectômetros, estes foram distribuídos e apoiados de forma independente ao sistema de ensaio. A Figura 3.6 ilustra a disposição dos deflectômetros nas lajes, para cada posição do carregamento e as Figura 3.7a e 3.7b apresentam detalhes dos deflectômetros nas lajes.



Figura 3.6 - Posicionamento dos deflectômetros nas lajes



Figura 3.7a - Posicionamento dos deflectômetros na laje L1c



Figura 3.7b - Posicionamento dos deflectômetros na laje L3a

3.2.2.2Concreto

Foram posicionados, na superfície inferior de todas as lajes, dois extensômetros elétricos, a fim de monitorar as deformações do concreto. Foram utilizados extensômetros do tipo KC-70-120-A1-11, com (8 x 95) mm, fabricados pela empresa Kyowa Electronic Instruments Co., Ltd.. Em função dos resultados da análise realizada pelo método dos elementos finitos, foi definido que seriam monitoradas apenas as faces do pilar na direção longitudinal, com o objetivo de verificar experimentalmente os efeitos do desbalanceamento no momento fletor.

Os EERs foram fixados na direção tangencial, pois a literatura mostra que nas lajes lisas as deformações tangenciais são mais elevadas que as radiais. Como pode ser observado na Figura 3.8, ambos os extensômetros foram posicionados a uma distância de 45 mm da face do pilar (aproximadamente d/2), que, de acordo com as recomendações da CEB-FIP MC90:1993, está dentro de uma região com elevadas concentrações de tensões. A Figura 3.9 apresenta detalhes da monitoração da superfície de concreto em uma das lajes.



Figura 3.8 - Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto



Figura 3.9 - Monitoração das deformações do concreto na superfície inferior das lajes

3.2.2.3 Armadura de Flexão

Foram monitoradas tanto as armaduras dispostas na direção longitudinal quanto aquelas na direção transversal. Tradicionalmente, são colados dois extensômetros elétricos de resistência (EER) nas barras, um na superfície inferior e outro na superior, de forma que qualquer efeito proveniente de flexões locais nas barras seja eliminado, sendo a deformação adotada uma média aritmética daquelas registradas na superfície inferior e superior. No entanto, admitindo-se que neste trabalho as barras sofram efeitos mínimos de flexões localizadas, uma monitoração a meia altura da barra pode ser satisfatória.

Nas armaduras de flexão foram utilizados extensômetros do tipo KFG-5-120-C1-11, medindo (2,8 x 9,4) mm, fabricados pela empresa Kyowa Electronic Instruments Co., Ltd.. Nas barras transversais os extensômetros foram distribuídos em posições fixas para todas as lajes. Isto foi feito para que seja verificada a intensidade das solicitações em cada barra à medida que o carregamento percorre a laje, e assim se possa avaliar a contribuição das armaduras transversais nas diferentes posições do carregamento.

Nas barras longitudinais, os EERs foram distribuídos de forma a acompanhar a mudança do ponto de aplicação do carregamento, para que fosse possível registrar as deformações máximas nas armaduras longitudinais. A Figura 3.10 mostra detalhes do monitoramento das barras e a Figura 3.11 mostra a posição dos extensômetros elétricos nas barras longitudinais e transversais das lajes.



Figura 3.10 - Detalhes do monitoramento das armaduras



Figura 3.11 - Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão

3.2.3 Sistema de Ensaio

As Figuras 3.12a e 3.12b mostram de forma detalhada o sistema de ensaio que foi montado no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. O sistema foi composto por duas vigas metálicas de reação para simular um apoio contínuo às lajes testadas; dez tirantes de aço com $\phi = 25,4$ mm e $f_{ys} = 400$ MPa, com a função de transmitir as cargas aplicadas à laje testada para a laje de reação do laboratório; um cilindro hidráulico de dupla ação da marca Yellow Power ®, modelo RRY1006, com capacidade de carga de 1.000 kN, para aplicação do carregamento; uma bomba hidráulica da marca Yellow Power ®, modelo PY464, para acionar o cilindro; uma célula de carga fabricada pela empresa Alfa Instrumentos Eletrônicos Ltda., modelo C100T, com capacidade para 1.000 kN e precisão de 1 kN, para medir a intensidade do carregamento aplicado pelo cilindro hidráulico; um indicador digital

para trabalhar junto com a célula de carga, fabricado pela empresa Alfa Instrumentos Eletrônicos Ltda., modelo 3105; e uma chapa de aço com as dimensões de (85 x 85 x 50) mm para simular o pilar sob a superfície inferior das lajes.

Foram utilizados ainda 2 módulos do sistema de aquisição de dados *Spider 8*, modelo SR30, fabricados pela empresa HBM, para a leitura dos extensômetros elétricos instalados nas armaduras. Na superfície de concreto foram utilizados 7 deflectômetros para medição das flechas na laje. As fotos apresentadas nas Figuras 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16 mostram detalhes do sistema de ensaio utilizado no ensaio das lajes. Ressalta-se que o desempenho deste sistema foi considerado satisfatório.

3.2.4 Processo de Carregamento

Para cada montagem do sistema, foram primeiramente posicionados o cilindro hidráulico e a célula de carga. Posteriormente, era posicionada uma rótula em aço e acima desta a chapa metálica que simularia o pilar. Após esta etapa, a laje a ser ensaiada era transportada com o pórtico de transporte e posicionada utilizando os tirantes previamente instalados como guias. As vigas de distribuição de carga eram então transportadas e posicionadas. Todo o sistema era nivelado e ajustado, e os tirantes fixados cuidadosamente com uma chapa metálica de espessura igual a 25 mm funcionando como arruela. O sistema foi então fechado com 2 porcas nas extremidades superiores dos tirantes. Em cada ensaio foi aplicado um précarregamento de 10 kN para acomodação do sistema. O peso da laje e dos equipamentos de reação foi considerado desprezível face o nível de carregamento aplicado.

O carregamento foi aplicado na direção vertical, no sentido de baixo para cima, como mostram as Figuras 3.12a e 3.12b. Foram adotados passos de carga de 15 kN, valor correspondente a aproximadamente 10% do valor médio estimado para a carga de ruptura por punção das lajes de acordo com a MC90. Entre cada passo de carga foram feitos intervalos médios de aproximadamente 7 minutos para a medição das deformações do aço e do concreto indicadas pelos extensômetros elétricos, das flechas da laje indicadas pelos deflectômetros, e também a identificação e mapeamento da fissuração.



Figura 3.12a - Sistema de ensaio das lajes - Vista Superior e Corte AA

CORTE B-B



laje de reação do laboratório

Figura 3.12b - Sistema de ensaio das lajes - Corte BB



Figura 3.13 – Ensaio da laje L2a



Figura 3.14 – Posicionamento do cilindro no ensaio da laje L1b



Figura 3.15 – Posicionamento do cilindro no ensaio da laje L4a



Figura 3.16 - Equipamentos utilizados nos ensaios

3.3 Materiais

3.3.1 Concreto

3.3.1.1 Composição

O concreto utilizado para a moldagem das 12 lajes foi adquirido junto à empresa Supermix Concreto S.A.. Foram necessários aproximadamente 4,6 m³ de concreto para a confecção das lajes e dos corpos de prova. O cimento empregado foi o CPII–Z 32 (Cimento Portland Composto com adição Pozolânica), que é o cimento com maior disponibilidade no mercado de Belém e que deve apresentar resistência à compressão mínima de 32 MPa aos 28 dias.

Como agregado graúdo, foi utilizado o seixo de cava de granulometria fina com diâmetro máximo de 12 mm, proveniente do município de Ourém. SILVA *et al.* (1994) relatam que esse tipo de seixo, do ponto de vista mineralógico, consiste de um conglomerado com predominância de quartzo e chert³, inserido numa matriz de solo arenoso, de coloração esbranquiçada a cinza esbranquiçada. Como agregado miúdo foi utilizada uma areia comum da região, normalmente classificada como fina ou muito fina, com diâmetro máximo em torno de 2,4 mm. Foi utilizado ainda o aditivo Tec-Tard 120 X da empresa Rheotec Indústria e Comércio de Aditivos Ltda., com características de plastificante e retardador de pega do concreto. A Tabela 3.2 apresenta detalhes da composição do concreto utilizado neste trabalho.

³ Rocha composta principalmente de sílica, onde os cristais de quartzo apresentam tamanho submicroscópico.

Material	Quant. (kg/m ³)
Cimento (CPII – Z 32)	397,00
Agregado Graúdo (Seixo fino)	752,70
Agregado Miúdo (areia fina)	1.006,40
Água	210,00
Aditivo retardador de pega	1,45
Relação água/cimento (a/c)	0,53

Tabela 3.2 – Composição do concreto

3.3.1.2 Resistência à Compressão

A resistência à compressão do concreto que compõe as lajes foi determinada através de ensaios de compressão simples em corpos de prova cilíndricos de (100 x 200) mm. Todos os ensaios foram realizados por técnicos do Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. Para a determinação da resistência à compressão (f'_c), os ensaios de compressão foram realizados num período de até 24 horas após o ensaio das lajes, sendo a resistência tomada como a média dos maiores resultados obtidos. Os procedimentos adotados estão de acordo com a NBR 5739:1994. A Figura 3.17 apresenta a moldagem dos corpos de prova utilizados para os ensaios das propriedades do concreto e os resultados dos ensaios de resistência à compressão e à tração podem ser verificados na Tabela 3.3.



Figura 3.17 – Moldagem dos corpos de prova

3.3.1.3 Resistência à Tração

Para a determinação da resistência à tração do concreto, foram realizados ensaios de compressão diametral em corpos de prova de (100 x 200) mm, pelos técnicos do laboratório,

seguindo as prescrições da NBR 7222:1994, sendo a resistência à tração (f'_{ct}) tomada como a média dos valores obtidos. A resistência à compressão é calculada pela Equação 3.2. A Figura 3.18 mostra o ensaio de compressão diametral em um dos corpos de prova.



Figura 3.18 - Ensaio de compressão diametral

A resistência à tração do concreto é bastante utilizada no dimensionamento de estruturas para verificações, principalmente ao cisalhamento. Na nova versão da norma brasileira, é apresentada uma nova expressão para a estimativa da resistência à tração do concreto. Objetivando avaliar a eficiência desta nova equação, os resultados obtidos experimentalmente para a resistência à tração do concreto serão comparados com aqueles obtidos utilizando-se a expressão prescrita pela NBR 6118:1978 (equação 3.3) e pela NBR 6118:2003 (equação 3.4). Os resultados podem ser observados na Tabela 3.3. Deve-se ressaltar que a NBR 6118:2003 alerta que suas recomendações aplicam-se para concretos normais, identificados por massa específica seca maior do que 2.000 kg/m³, não excedendo 2.800 kg/m³, do grupo I de resistência (C10 a C50), conforme classificação da NBR 8953:1992.

$$f_{ctk} = 0.06 \cdot f'_c + 0.7 \text{ MPa}$$
(3.3)

$$f_{ctk} = 0.3 \cdot f'_{c}^{2/3} \tag{3.4}$$

Laje	Idade (dias)	f' _c (MPa)	N° CPs	f' _{ct} (MPa)	N° CPs	f _{ctkNB178} (GPa)	f _{ctkNB103} (GPa)	$rac{f_{ctkNB178}}{f'_{ct}}$	$\frac{f_{ctkNB103}}{f'_{ct}}$
L1a	62	42,4	3	3,0	3	3,2	3,6	1,07	1,21
L1b	47	51,4	3	4,3	3	3,8	4,1	0,88	0,96
L1c	69	43,5	3	3,3	3	3,3	3,7	1,01	1,13
L2a	28	42,1	3	3,2	3	3,2	3,6	1,00	1,13
L2b	45	49,7	3	4,2	3	3,7	4,1	0,87	0,96
L2c	73	44,8	3	3,8	3	3,4	3,8	0,88	0,99
L3a	28	42,1	3	3,2	3	3,2	3,6	1,00	1,13
L3b	46	49,3	3	4,0	3	3,7	4,0	0,92	1,01
L3c	55	36,1	3	3,2	3	2,9	3,3	0,89	1,02
L4a	41	48,8	3	3,9	3	3,6	4,0	0,94	1,03
L4b	45	58,0	3	4,6	3	4,2	4,5	0,90	0,97
L4c	73	44,8	3	3,8	3	3,4	3,8	0,88	0,99
							MA	0,94	1,04
							DP	0,07	0,08
							CV (%)	7,12	7,91

Tabela 3.3 – Resistência à compressão e à tração do concreto

De modo geral, pode-se considerar que ambas as equações apresentaram resultados satisfatórios. No entanto, deve-se ressaltar que a expressão recomendada pela NBR 6118:1978 era um pouco conservadora, apresentando uma tendência de subestimar a resistência à tração, enquanto que a equação proposta pela NBR 6118:2003 apresentou uma leve tendência de superestimar. A Figura 3.19 apresenta a tendência dos resultados estimados para a resistência à tração pelas versões das normas, dada em função da resistência a compressão. Deve-se observar que a partir de 80 MPa existe uma inversão dos resultados devido ao crescimento linear da reta das estimativas da NBR 6118:1978.



Figura 3.19 - Resistência à tração segundo as normas brasileiras de 1978 e de 2003

3.3.1.4 Módulo de Elasticidade

Para a obtenção do módulo de elasticidade secante foram ensaiados corpos de prova cilíndricos de (150 x 300) mm, seguindo as recomendações da NBR 8522:1984. Os resultados experimentais foram comparados com as recomendações da norma CEB-FIP MC90, reconhecidamente eficiente nesta estimativa, e também com as recomendações presentes na nova versão da norma brasileira, a NBR 6118:2003, verificando-se a sua eficiência. As Equações 3.5 e 3.6 apresentam as formulações para estimar o módulo de elasticidade segundo o CEB-FIP MC90 e a NBR 6118:2003, respectivamente.

$$E_{c} = \alpha_{\beta} \cdot 2,15 \cdot 10^{4} \cdot \left(\frac{f'_{c}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$$
(3.5)

$$E_c = 5.600 \cdot \sqrt{f'_c} \tag{3.6}$$

Na equação 3.5, α_{β} é um coeficiente que deve ser definido em função do tipo de agregado utilizado. Esta expressão foi originalmente desenvolvida para agregados a base de quartzo, sendo válida para resistências à compressão de até 80 MPa. A Tabela 3.4, retirada da norma CEB-FIP MC90:1993, apresenta valores de α_{β} para diferentes tipos de agregados.

Tabela 3.4 - Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade (CEB-FIP MC90:1993)

Tipo de agregado	α_{β}
Basalto, calcário denso	1,2
Quartzo	1,0
Calcário	0,9
Arenito	0,7

Segundo Barata (1998), os agregados naturais encontrados no mercado da Construção Civil em Belém constituem-se de seixos de baixa qualidade, que normalmente são compostos por partículas friáveis (fragmentáveis) e apresentam elevados teores de material pulverulento (argila e silte), sendo isto atribuído à lavagem ineficiente e ao desgaste a que o material é submetido no processo de transporte, manuseio e mistura do concreto, devido à sua baixa resistência à abrasão. Assim, optou-se por utilizar o coeficiente $\alpha_{\beta} = 0.9$. A Figura 3.20 mostra o ensaio de módulo de elasticidade do concreto de um corpo de prova e a Tabela 3.5 apresenta os resultados obtidos experimentalmente e pelas equações 3.5 e 3.6.



Figura 3.20 - Ensaio de módulo de elasticidade

Laje	Idade (dias)	f' _c (MPa)	Nº de CPs	E _{c Exp} (GPa)	<i>E_{c MC90}</i> (GPa)	<i>E_{c NB103}</i> (GPa)	$\frac{E_{cMC90}}{E_{cExp}}$	$\frac{E_{c NB103}}{E_{c Exp}}$
L1a	62	42,4	3	30,0	31,32	36,46	1,04	1,21
L1b	47	51,4	3	34,4	33,38	40,13	0,97	1,17
L1c	69	43,5	3	33,3	31,60	36,95	0,95	1,11
L2a	28	42,1	3	29,4	31,25	36,34	1,06	1,24
L2b	45	49,7	3	33,6	33,03	39,50	0,98	1,18
L2c	73	44,8	3	31,6	31,90	37,48	1,01	1,19
L3a	28	42,1	3	28,8	31,25	36,34	1,08	1,26
L3b	46	49,3	3	32,2	32,93	39,31	1,02	1,22
L3c	55	36,1	3	27,1	29,68	33,64	1,09	1,24
L4a	41	48,8	3	33,8	32,82	39,12	0,97	1,16
L4b	45	58,0	3	33,1	34,77	42,65	1,05	1,29
L4c	73	44,8	3	28,2	31,90	37,48	1,13	1,33
						MA	1,03	1,22
						DP	0,06	0,06
						CV (%)	5,50	5,04
						Obs.: α_{β} =	= 0,9 para M	C90

Tabela 3.5 - Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do concreto

Os resultados experimentais demonstram uma grande eficiência da expressão recomendada pela MC90 para estimar o módulo de elasticidade do concreto, conforme já foi verificado em outros trabalhos. Já a expressão recomendada pela NBR 6118:2003 se mostrou contra a segurança, superestimando em todos os casos o valor do módulo de elasticidade.

Como pode ser verificado na Figura 3.21a, quando se considera o coeficiente $\alpha_{\beta} = 1,0$, os resultados obtidos pelas equações da MC90 e da NBR 6118:2003 são bastante semelhantes, obtendo-se para a classe C50 uma diferença máxima de 7%. Isto indica a necessidade de estabelecer para a expressão da norma brasileira coeficientes que ajustem os resultados de sua

expressão em função do tipo de agregado utilizado, conforme é feito na MC90, principalmente ao se considerar que no Brasil são utilizados uma grande diversidade de agregados para a produção de concreto. O uso de um coeficiente $\alpha_{NB} = 0.85$ para a expressão da norma brasileira melhoraria significativamente os resultados fornecidos pela expressão em relação aos resultados experimentais verificados neste trabalho, alterando a média para 1,03 e o desvio padrão e o coeficiente de variação para 0,05. Porém, de forma geral, para concretos com resistência inferior a 30 MPa, o uso deste coeficiente poderia tornar a expressão da norma conservadora, conforme pode ser verificado na figura 3.21b.



Figura 3.21a - Módulo de elasticidade sem o uso de coeficientes - MC90 e NBR 6118:2003



Figura 3.21b – Módulo de elasticidade – MC90 ($\alpha_{\beta} = 0.9$) e NBR 6118:2003 ($\alpha_{NB} = 0.85$)

3.3.1.5 Cura

Segundo Mehta e Monteiro (1994) o termo cura do concreto trata dos procedimentos destinados à promover a hidratação do cimento, consistindo do controle do tempo, temperatura e condições de umidade, imediatamente após a colocação do concreto nas fôrmas. A BS 8110:1997 diz que a prevenção da perda de umidade do concreto é

especialmente importante para relações a/c baixas. A ACI 318:2002 recomenda que as condições de cura úmida sejam mantidas durante pelo menos os primeiros sete dias após a moldagem. Nesta pesquisa foram adotados os mesmos procedimentos para a cura das lajes e dos corpos de prova, visando proporcionar as mesmas condições ambientais para ambos, pois desta forma a resistência à compressão dos corpos de prova deve equivaler à resistência do concreto das lajes no dia dos ensaios.

Cerca de 6 horas após a concretagem, quando o concreto das lajes já apresentava nível suficiente de endurecimento, iniciou-se o processo de cura, sendo as lajes e os corpos de prova cobertos com sacos de aniagem umedecidos. Durante o período de 7 dias os sacos foram molhados 2 vezes por dia, devido ao clima úmido da região e ao fato das lajes serem mantidas no laboratório. A Figura 3.22 ilustra o procedimento de cura.



Figura 3.22 – Processo de cura das lajes e dos corpos de prova

3.3.2 Aço

3.3.2.1 Armadura de Flexão

As armaduras de flexão utilizadas na confecção das lajes desta pesquisa foram compostas por 19 barras com diâmetro de 12,5 mm, dispostas na direção longitudinal e 19 barras com diâmetro de 12,5, 10,0 ou 8,0 mm, dispostas na direção transversal, de acordo com o tipo de laje. Foram utilizadas ainda 10 barras com diâmetro de 6,3 mm na face comprimida das peças, dispostas nas direções longitudinal e transversal, sendo estas apenas para a composição das lajes. Estes detalhes já foram apresentados e podem ser conferidos no item 3.2.1.1. As barras com diâmetro de 12,5 e 10,0 mm foram fornecidas pela empresa COPALA Indústrias Reunidas S/A e as barras de diâmetro 8,0 e 6,3 mm foram adquiridas junto à Gerdau S.A.

Seguindo as recomendações da NBR 6892:2002, foram retirados 3 corpos de prova de cada bitola, de forma aleatória, para a realização de ensaios de tração axial. Estes ensaios foram realizados no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, com o acompanhamento de técnicos especializados. Os resultados mostraram para as barras com diâmetro de 12,5 e 10,0 mm um comportamento de aço com patamar de escoamento bem definido, podendo-se tomar a tensão de escoamento no ponto que marca o fim do regime elástico. Já para as barras de 8,0 e 6,3 mm de diâmetro, verificou-se que o diagrama tensão-deformação não apresentou patamar de escoamento bem definido. Neste caso, a tensão de escoamento foi determinada seguindo as instruções da NBR 6892:2002. O procedimento foi traçar uma reta com inclinação igual aquela do trecho reto do diagrama tensão-deformação, com início na deformação de 2 ‰ (que corresponde à deformação residual devido ao processo de encruamento a frio), sendo o escoamento definido no ponto de cruzamento desta reta com a parábola.

O valor estabelecido para a tensão de escoamento foi aquele observado para a média dos 3 corpos de prova ensaiados, plotada em vermelho nos gráficos. A Figura 3.23 apresenta o ensaio de tração realizado nas barras que compunham as armaduras das lajes desta pesquisa. A Figura 3.24 apresenta as curvas tensão-deformação para as barras de 12,5 e 10,0 mm de diâmetro. A Figura 3.25 apresenta as curvas tensão-deformação para as barras de 8,0 e 6,3 mm de diâmetro. A Tabela 3.6 especifica a forma de utilização das barras na composição das armaduras de flexão em função de seu diâmetro e a Tabela 3.7 apresenta um resumo das propriedades mecânicas dos aços utilizados.



Figura 3.23 – Ensaio de tração axial



Figura 3.24 - Curvas tensão-deformação das barras de 12,5 e 10,0 mm



Figura 3.25 - Curvas tensão-deformação das barras de 8,0 e 6,3 mm

Ø (mm)	Utilização
12,5	Armadura de flexão na direção longitudinal de todas as lajes
	e na direção transversal das lajes do tipo c
10,0	Armadura de flexão na direção transversal das lajes do tipo b
8,0	Armadura de flexão na direção transversal das lajes do tipo a
6,3	Armadura inferior de composição

	Tabela 3.6 –	Identificação	das barras	e sua	utilizad	cão
--	--------------	---------------	------------	-------	----------	-----

Tabela 3.7 - Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes

Ø (mm)	f_{ys} (MPa)	E _{ys} (‰)	f_u (MPa)	Е _и (‰)	E _s (GPa)
12,5	488	2,22	811	-	220
10,0	496	1,94	693	-	255
8,0	639	4,23	840	-	286
6,3	680	3,80	885	-	378

4. **RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nos ensaios das lajes. Estes resultados se referem aos deslocamentos verticais das peças (flechas), bem como as deformações na superfície do concreto e nas armaduras de aço nos pontos monitorados especificados no capítulo anterior, durante a aplicação do carregamento. Serão apresentados ainda os mapas de fissuração das lajes, os quais auxiliam no entendimento da distribuição dos esforços, as cargas últimas e os modos de ruptura observados, sendo apresentadas a localização e as inclinações das superfícies de ruptura.

4.1 Deslocamentos Verticais das Lajes

Conforme foi explicado anteriormente, os deslocamentos verticais das lajes foram determinados através da utilização de 7 deflectômetros analógicos. Foram distribuídos 5 destes aparelhos na direção longitudinal, distantes um dos outros de forma variável, conforme a posição do carregamento, sendo os outros 2 restantes posicionados para medir as deformações transversais, espaçados de 350 mm. Desta forma, foi possível determinar o comportamento das lajes em função das flechas medidas ao longo dos eixos longitudinal e transversal.

Os resultados mostram que na direção longitudinal, os valores obtidos ao longo do eixo monitorado apontam um perfil curvo para os deslocamentos das lajes, sendo a forma desta curva dada em função da posição do carregamento. Já os resultados das flechas medidas na direção transversal apontam um comportamento bem linear dos deslocamentos verticais das lajes com carregamento centrado. Para as lajes com carregamento excêntrico, observou-se uma redução nessa linearidade, tendendo em alguns casos, como os das lajes L2c e L4c, a apresentar um perfil curvo similar ao verificado na direção longitudinal. Este comportamento ficou mais evidente nas lajes com taxa *c* de armadura transversal, o que pode indicar um certo nível de redistribuição dos esforços nestas lajes. Nas Figuras 4.1 a 4.4 são apresentadas as flechas das lajes nas direções longitudinal e transversal.



Figura 4.1a – Flechas da laje L1a nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.1b – Flechas da laje L1b nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.1c – Flechas da laje L1c nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.2a – Flechas da laje L2a nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.2b – Flechas da laje L2b nas direções longitudinal e transversal


Figura 4.2c – Flechas da laje L2c nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.3a – Flechas da laje L3a nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.3b – Flechas da laje L3b nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.3c – Flechas da laje L3c nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.4a – Flechas da laje L4a nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.4b – Flechas da laje L4b nas direções longitudinal e transversal



Figura 4.4c – Flechas da laje L4c nas direções longitudinal e transversal

Como era esperada, de uma forma geral, a flecha nas lajes tanto na direção longitudinal como na direção transversal, apresentou reduções conforme o carregamento se aproximou dos apoios. Este comportamento foi observado para as 3 taxas de armadura transversal analisadas nesta pesquisa, com exceção da laje L4b, a qual apresentou deslocamentos semelhantes aos das lajes L1b e L2b, conforme pode ser verificado na Figura 4.10.

Descartando-se as flechas das lajes L2c, que rompeu com um carregamento bem inferior ao das demais lajes, e da L4b, que apresentou deslocamentos bastante superiores ao das outras lajes do seu grupo, observa-se que em média, houve uma redução de 24%, 46% e 49% nas flechas máximas das lajes nas posições 2, 3 e 4 de carregamento, respectivamente, comprovando que a verificação de ligações laje-pilar nos casos de puncionamento assimétrico deve ser rigorosa devido à baixa ductilidade, sendo a ruptura ainda mais brusca que a de puncionamento simétrico.

Nos elementos de concreto armado submetidos à flexão, normalmente quanto maior for a taxa de armadura, menor será o deslocamento vertical. Nesta pesquisa foram ensaiadas lajes unidirecionais onde foi mantida constante para todas as peças a taxa de armadura na direção longitudinal, sendo variada a taxa de armadura transversal. Assim, esperava-se que quanto maior fosse a taxa de armadura total da laje, menor seriam os deslocamentos, mas isso não foi observado experimentalmente.

Os resultados mostram que nas lajes com taxa *c* de armadura transversal, com exceção da posição 4 de carregamento, os deslocamentos verticais máximos observados para uma mesma intensidade de carga foram superiores aqueles das lajes com taxa inferior de armadura transversal, conforme pode ser verificado nas Figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8. Nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 são apresentados comparativos das flechas máximas das lajes de acordo com a posição em que foi aplicado o carregamento.



Figura 4.5 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 1



Figura 4.6 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 2



Figura 4.7 – Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 3



Figura 4.8 - Flechas máximas das lajes no centro do pilar na posição 4



Figura 4.9 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura a no centro do pilar



Figura 4.10 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura b no centro do pilar



Figura 4.11 – Flechas máximas das lajes com taxa de armadura c no centro do pilar

4.2 Deformações na Superfície do Concreto

Na superfície inferior das lajes foram colados dois extensômetros para medir as deformações tangenciais do concreto, pois a literatura mostra que nas lajes lisas as deformações tangenciais são bem mais elevadas que as radiais. Estes foram posicionados de forma paralela às faces do pilar, perpendiculares ao vão. O extensômetro Ec1 foi posicionado na face do pilar mais próxima ao apoio, sendo o Ec2 posicionado na face oposta. Os resultados comprovaram que quando o carregamento é aplicado de forma excêntrica, ocorrem momentos desbalanceados na ligação laje-pilar, o que pôde ser comprovado através da diferença nas deformações do concreto medidas em cada face do pilar.

Verificou-se ainda que para todas as lajes, a superfície do concreto na região da face do pilar oposta ao apoio mais próximo apresentou maiores deformações, comprovando os resultados da análise feita pelo Método dos Elementos Finitos, apresentada no Capítulo 5 e onde se percebe que nesta área a intensidade dos momentos fletores é maior. Para as lajes onde o carregamento foi aplicado na posição 4, foram observadas as maiores diferenças entre as deformações na superfície do concreto. Nestes casos, a deformação medida no extensômetro Ec2 chegou bem próximo do dobro daquela obtida pelo extensômetro Ec1. As Figuras 4.12 a 4.15 apresentam as curvas de carga deformação na superfície do concreto, para as lajes. Na Tabela 4.1 são apresentadas as deformações máximas medidas na superfície do concreto, onde podem ser observadas as diferenças nas deformações registradas.



Figura 4.12a - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1a



Figura 4.12b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1b



Figura 4.12c - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L1c



Figura 4.13a - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2a



Figura 4.13b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2b



Figura 4.13c – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L2c



Figura 4.14a - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3a



Figura 4.14b - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3b



Figura 4.14c - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L3c



Figura 4.15a - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4a



Figura 4.15b – Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4b



Figura 4.15c - Deformações dos extensômetros do concreto na laje L4c

Laje	Deformações no concreto		Ec2/Ec1
	Ec1	Ec2	
L1a	-901,36	-915,40	1,02
L1b	-1755,17	-2024,83	1,15
L1c	-1396,00	-1499,32	1,07
L2a	-1390,87	-1710,57	1,23
L2b	-1197,28	-1471,25	1,23
L2c	-417,51	-841,81	2,02
L3a	-1178,49	-1934,49	1,64
L3b	-1154,72	-1888,33	1,64
L3c	-901,36	-915,40	1,02
L4a	-892,53	-1743,55	1,95
L4b	-842,26	-1645,36	1,95
L4c	-1195,00	-2210,75	1,85

4.3 Deformações da Armadura de Flexão

O comportamento das lajes ensaiadas pode também ser analisado observando as deformações das armaduras de flexão. Para isso, foram monitoradas com extensômetros elétricos de resistência 8 barras utilizadas na confecção das armaduras de cada laje, tendo sido escolhidas 5 daquelas que compunham as armaduras transversais, sendo as 3 barras restantes selecionadas dentre aquelas que compuseram as armaduras longitudinais. Houve um maior cuidado em monitorar as armaduras transversais para que se pudesse avaliar a sua influência na distribuição dos esforços e, conseqüentemente, na resistência última das lajes. Os pontos monitorados em cada laje podem ser observados no Capítulo 3.

As Figuras 4.16 a 4.19 apresentam as deformações medidas pelos extensômetros nas barras monitoradas nas direções longitudinal e transversal. Com o carregamento no centro da laje, a intensidade do momento fletor é maior. Nestas lajes, na direção longitudinal, os esforços se distribuíram de forma mais uniforme naquelas com maiores taxas de armadura transversal (b e c), ou seja, foram observadas menores diferenças na deformação entre a barra mais solicitada e a menos solicitada. Já na direção transversal, este comportamento foi observado nas lajes *a*, que apresentava menor taxa de armadura. Nas posições 2 e 3 de aplicação do carregamento, mesmo com a redução na intensidade do momento fletor, ocorreu o mesmo comportamento descrito anteriormente, com os esforços se distribuindo melhor na direção longitudinal nas lajes com maiores taxas de armadura e o oposto acontecendo na direção transversal.

Observa-se que quanto menos rígida for a armadura na direção transversal, mais barras serão solicitadas para resistir ao carregamento aplicado na laje e, desta forma, os esforços nesta direção se distribuem de forma mais uniforme. No entanto, este comportamento influencia na distribuição dos esforços na direção longitudinal, pois quando as armaduras transversais apresentam pouca rigidez, a tendência é que ocorra um certo nível de redistribuição dos esforços ao longo de um trecho maior na direção longitudinal, pois mais barras transversais estão sendo solicitadas.

Nas lajes onde o carregamento foi aplicado na posição 4, a intensidade do momento fletor é bem menor, observando-se uma inversão no comportamento das lajes. Na direção longitudinal, os esforços se distribuíram de forma mais uniforme na laje com taxa *a* de armadura transversal do que naquelas com maiores taxas de armadura transversal (b e c). Na direção transversal observou-se a mesma tendência verificada nas posições 1, 2 e 3, com os

esforços se distribuindo de forma mais uniforme nas lajes com menor taxa de armadura, porém este efeito foi menos intenso. Conclui-se que, devido a menor intensidade do momento fletor, mesmo a menor taxa de armadura transversal apresentou boa capacidade de absorver os esforços, diminuindo-se assim a redistribuição para a direção longitudinal.



Figura 4.16a - Deformações dos extensômetros do aço na laje L1a



Figura 4.16b – Deformações dos extensômetros do aço na laje L1b



Figura 4.16c – Deformações dos extensômetros do aço na laje L1c



Figura 4.17a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L2a



Figura 4.17b - Deformações dos extensômetros do aço na laje L2b



Figura 4.17c – Deformações dos extensômetros do aço na laje L2c



Figura 4.18a – Deformações dos extensômetros do aço na laje L3a



Figura 4.18b - Deformações dos extensômetros do aço na laje L3b



Figura 4.18c - Deformações dos extensômetros do aço na laje L3c



Figura 4.19a - Deformações dos extensômetros do aço na laje L4a



Figura 4.19b - Deformações dos extensômetros do aço na laje L4b



Figura 4.19c - Deformações dos extensômetros do aço na laje L4c

No entanto, a simples análise das deformações através do monitoramento das armaduras não permite avaliar o grau de solicitação, pois foram utilizadas barras com diâmetros diferentes. Além disso, o aço apresentou variação em suas propriedades, devido ao fato das barras terem sido fornecidas por empresas diferentes. Assim, para avaliar a intensidade do esforço que estava sendo aplicado em cada barra, nos casos onde a deformação medida nas barras foi inferior a deformação de escoamento do aço, utilizou-se a lei de Hooke ($\sigma = \varepsilon \cdot E$) para obter a tensão em cada barra, sendo a força solicitante em cada barra calculada com $\sigma = P/A$. Nos

casos onde a deformação medida na barra foi superior a deformação de escoamento do aço, a força na barra foi obtida utilizando-se a tensão correspondente a esta deformação, obtida através do diagrama tensão-deformação do aço. As Figuras 4.20 a 4.27 apresentam os esforços em cada barra nas direções longitudinal e transversal com mesma posição de aplicação do carregamento, quando a carga aplicada atingiu 150 kN, podendo-se observar a influência da taxa de armadura nos resultados. Já nas Figuras 4.28 a 4.30 são apresentados os esforços nas barras na direção longitudinal com mesmo ρ , também para um carregamento de 150 kN, observando-se assim a influência da posição de aplicação do carregamento.



Figura 4.20 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 1



Figura 4.21 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 2



Figura 4.22 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 3



Figura 4.23 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes na posição 4

Os resultados mostram que na direção longitudinal, para um nível de carregamento comum a todas as lajes (150 kN), as barras longitudinais das peças com maior taxa de armadura transversal apresentaram cargas mais elevadas no ponto de momento máximo. Como observado anteriormente, nas lajes com maior taxa de armadura transversal os esforços se distribuem de forma menos uniforme na direção transversal, observando-se grande concentração de forças nas barras mais próximas ao carregamento. Desta forma, supõe-se que ocorra uma transmissão de esforços maior para as barras longitudinais no ponto de momento máximo, enquanto que as lajes compostas por armaduras transversais menos rígidas distribuem os esforços de forma mais uniforme nas barras longitudinais (ao longo de um trecho maior), fazendo com que as tensões se distribuam em direção aos apoios, evitando a concentração de tensões na região em torno do carregamento.

As Figuras 4.24 a 4.27 apresentam os esforços nas barras na direção transversal. Estes resultados confirmam a afirmativa de que para as lajes com maiores taxas de armadura transversal ocorrem grandes concentrações de esforço na barra mais próxima ao ponto de aplicação do carregamento. Os resultados apresentados nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30 mostram que a intensidade dos esforços nas barras longitudinais tende a diminuir à medida que o carregamento se aproxima do apoio para ambas as taxas de armadura transversal.



Figura 4.24 - Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 1



Figura 4.25 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 2



Figura 4.26 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 3



Figura 4.27 – Esforços nas armaduras transversais das lajes na posição 4



Figura 4.28 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura a



Figura 4.29 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura b



Figura 4.30 – Esforços nas armaduras longitudinais das lajes com taxa de armadura c

4.4 Mapas de Fissuração

Ao longo de todos os ensaios foi verificado, em cada passo de carga, o surgimento das fissuras nas lajes, o que contribui significativamente para o entendimento do comportamento das peças. De forma geral, observou-se que a configuração das fissuras variou substancialmente em função da taxa de armadura transversal das lajes e da posição de aplicação do carregamento.

Para 7 das 12 lajes ensaiadas nesta pesquisa (L1a, L1c, L2c, L3a, L3b, L3c e L4b) foi observada, inicialmente, a formação de fissuras transversais, devido à intensidade do momento fletor, tendo estas se originando próximas ao centro da área carregada, com direção paralela aos apoios, com a configuração característica de fissuras observadas na ruptura por flexão de lajes unidirecionais. Nesta pesquisa, as fissuras transversais não atingiram aberturas superiores às das fissuras radiais que se formaram após o surgimento das primeiras. Estas fissuras surgiram em estágios de carregamento mais avançados que aqueles verificados para as lajes que apresentaram fissuras iniciais em direções radiais, tendo surgido em média quando o carregamento atingiu cerca de 26 % da carga de ruptura (P_u). Já nas cinco lajes restantes (L1b, L2a, L2b, L4a e L4c) a primeira fissura observada nas lajes apresentava

características de fissuras radiais, que são formadas por tensões elevadas na direção tangencial. As fissuras radiais ocorrem normalmente em regiões ao redor da área carregada e se distribuem em direção aos bordos da laje. No geral, estas fissuras surgiram de forma mais precoce que as fissuras transversais. Em média, seu surgimento foi detectado quando o carregamento atingiu cerca de 18 % da carga de ruptura.

Com o avanço da intensidade do carregamento na laje, observa-se que vão surgindo, de forma sistemática, novas fissuras radiais. Este estágio de formação de fissuras consiste do intervalo entre a formação da primeira fissura e o momento em que não surgem mais novas fissuras radiais, onde aquelas já existentes apenas aumentam seu comprimento e abertura. Em estágios mais avançados do carregamento, onde este alcançou em média cerca de 65 % da carga de ruptura, observou-se o surgimento de pequenas fissuras tangenciais conectando as fissuras radiais existentes a novas fissuras radiais.

É interessante notar a influência que a taxa de armadura transversal exerce na formação das primeiras fissuras radiais observadas. De modo geral, o aumento na taxa de armadura transversal retardou ligeiramente a formação das primeiras fissuras, com as lajes com taxa *a* de armadura transversal apresentando as primeiras fissuras radiais em média com 20% da carga de ruptura. As lajes com taxas *b* e *c* de armadura transversal apresentaram as primeiras fissuras em média com 23% e 24% de P_u , respectivamente. A posição em que foi aplicado o carregamento também influenciou na aparição das primeiras fissuras radiais nas lajes. Observou-se que com a aproximação da área carregada em relação aos apoios, as fissuras tenderam a se formar de modo mais precoce. Em média, para as posições 1, 2, 3 e 4 as primeiras fissuras radiais surgiram com 26%, 20%, 23% e 21% de P_u , respectivamente. A Tabela 4.2 apresenta o registro das cargas onde foram observadas as primeiras fissuras.
Laje	1ª Fissur	a Radial	1ª Fissura Tangencial		
	P (kN)	% <i>P</i> _u	P (kN)	$_{\%}P_{u}$	
L1a	60	34	90	52	
L1b	45	19	90	39	
L1c	45	24	120	63	
L2a	45	20	120	53	
L2b	45	20	90	43	
L2c	45	21	105	66	
L3a	30	13	105	47	
L3b	45	21	135	63	
L3c	60	33			
L4a	30	16	135	70	
L4b	60	31	120	63	
L4c	30	15			

Tabela 4.2 – Registro das cargas em que foram observadas as fissuras

Em relação à distribuição das fissuras radiais nas lajes também se pode notar a significativa influência da taxa de armadura transversal. Para as lajes com taxa *a* de armadura transversal, as fissuras desenvolveram-se radialmente, inclinadas nas direções dos apoios, o que confirma que nestas lajes os esforços se distribuem nesta direção de forma mais uniforme. Já o aumento na taxa de armadura fez com que os esforços se concentrassem na direção radial e em uma área mais próxima da área carregada, com as fissuras distribuindo-se em inclinações perpendiculares aos bordos livres, apresentando características de fissuras de flexão em vigas chatas. Com a aproximação da área carregada dos apoios, verificou-se que de uma maneira geral as lajes apresentaram menos ductilidade, com redução na fissuração, como pode ser verificado nas lajes L3c, L4a, L4b e L4c. As Figuras 4.31 a 4.42 apresentam os mapas de fissuração das lajes com a geometria aproximada das superfícies de ruptura, com os cones externo e interno sendo observados através de investigação descrita adiante.





Figura 4.31 – Mapa de fissuração da laje L1a



Figura 4.32 – Mapa de fissuração da laje L1b





Figura 4.33 – Mapa de fissuração da laje L1c





Figura 4.34 – Mapa de fissuração da laje L2a





Figura 4.35 – Mapa de fissuração da laje L2b





Figura 4.36 – Mapa de fissuração da laje L2c





Figura 4.37 – Mapa de fissuração da laje L3a





Figura 4.38 – Mapa de fissuração da laje L3b





Figura 4.39 – Mapa de fissuração da laje L3c





Figura 4.40 – Mapa de fissuração da laje L4a





Figura 4.41 – Mapa de fissuração da laje L4b





Figura 4.42 – Mapa de fissuração da laje L4c

4.5 Cargas Últimas Observadas

Na Tabela 4.3 são apresentadas as resistências últimas observados nos ensaios das lajes. Podese perceber que as lajes com taxa *a* de armadura transversal apresentaram uma tendência de aumento em sua resistência quando o carregamento foi aplicado nas posições 2, 3 e 4, apresentado acréscimos de cerca de 31%, 29% e 11%, respectivamente, ao comparar com a resistência verificada quando o carregamento foi aplicado de forma centrada. Já as lajes com taxa *b* de armadura transversal apresentaram um comportamento estável, com uma leve tendência de redução da carga de ruptura com o deslocamento do carregamento. Ao comparar-se com a laje na posição 1, as resistências observadas para as posições 2, 3 e 4 apresentaram reduções de 9%, 7% e 17%. Para as lajes com taxa *c*, a resistência tendeu a diminuir nas posições 2 (16%) e 3 (6%), mas na posição 4 observou-se um acréscimo de 8%.

Analisando o rendimento das lajes em uma mesma posição de carregamento, mas verificando a influência das diferentes taxas de armadura transversal na resistência última, observa-se que na posição 1, as lajes com maiores taxas de armadura (b e c) apresentaram resistência maior, cerca de 33% e 9%, respectivamente. Nas posições 2 e 3 observou-se um melhor rendimento das lajes com taxa a de armadura transversal, com as lajes de taxa b apresentando rendimento também próximo. Nas posições 2 e 3, as lajes com taxa c de armadura transversal apresentaram grandes reduções na carga de ruptura, comparando-se com as lajes com taxa a, chegando em 30% e 20%, respectivamente. Na posição 4 de carregamento observou-se um rendimento estável para as diferentes taxas de armadura, com a laje de taxa c apresentando maior resistência. A diferença entre a laje L4c, que apresentou maior resistência, e a laje L4b, que apresentou menor resistência, foi de apenas 7%.

Como os resultados da resistência à compressão do concreto utilizado na confecção das lajes apresentou variações consideráveis, influenciando assim na carga de ruptura dos espécimes, para melhor comparar os resultados obtidos é apresentado na Figura 4.43 um gráfico onde foi retirada a influência da resistência do concreto, dividindo-se a carga de ruptura (P_u) pelo fator recomendado pela MC90 para considerar a resistência do concreto (f'_c).



Figura 4.43 – Resistência das lajes sem a influência da resistência do concreto f'_c

4.5.1 Modos de Ruptura Observados

Para definir o modo de ruptura das lajes, a observação de alguns dos resultados experimentais, tais como as cargas de ruptura, deformações das armaduras de flexão e da superfície do concreto, análise e mapeamento das fissuras e os resultados da investigação da superfície de ruptura das peças ensaiadas, será o meio prioritário. Este procedimento se baseia nas recomendações de outros pesquisadores como Oliveira (2003) e Elstner e Hognestad (1956).

Nos casos onde apenas a observação dos resultados experimentais deixar dúvidas quanto ao modo de ruptura da peça, pode ser utilizado um método alternativo, proposto por Oliveira (1998), que, baseando-se na resistência estimada para a peça através da teoria das linhas de ruptura, estabelece uma razão entre a resistência última observada e a carga de flexão estimada ($\phi_M = \frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$). Quando $\phi_M > 1$, admite-se que a laje rompeu por flexão. Se $\phi_M < 1$, o modo de ruptura do espécime é admitido como punção. No caso de $\phi_M \cong 1$ (±0,1), o modo de ruptura pode ser classificado como flexo-puncionamento, pois as rupturas por flexão e por punção ocorrem quase que simultaneamente. Este segundo método para definir o modo de

Os modos de ruptura observados foram o puncionamento e o Flexo-puncionamento. O modo Flexo-puncionamento foi caracterizado apenas para a laje L1b, onde se observou a predominância de fissuras radiais, o mais elevado nível de deslocamentos verticais medido nos ensaios, duas das armaduras longitudinais monitoradas apresentaram deformações

ruptura das lajes se baseia na teoria das linhas de ruptura.

superiores à deformação de escoamento do aço, com a terceira armadura chegando muito próximo de escoar também e, principalmente, a resistência última da laje chegou muito próxima da resistência estimada à flexão.Todas as demais lajes romperam por puncionamento, modo que é caracterizado quando a laje rompe subitamente, sem qualquer aviso prévio e observa-se a formação do cone de punção, com o pilar chegando a penetrar na superfície inferior da laje. Na Tabela 4.3 são apresentados os modos de ruptura observados.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f' _с (MPa)	a (mm)	P_u (kN)	$P_{flex,l}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura
L1a	87,0	0,94	42,4	800	174,0	255,1	0,68	Puncionamento
L1b	89,0	1,18	51,4	800	231,5	264,2	0,88	Flexo-puncionamento
L1c	87,0	1,48	43,5	800	190,0	255,8	0,74	Puncionamento
L2a	88,0	0,94	42,1	533	228,0	292,8	0,78	Puncionamento
L2b	88,0	1,18	49,7	533	211,0	297,4	0,71	Puncionamento
L2c	87,0	1,48	44,8	533	159,5	292,9	0,54	Puncionamento
L3a	88,0	0,94	42,1	400	225,0	355,6	0,63	Puncionamento
L3b	88,0	1,18	49,3	400	215,0	361,0	0,60	Puncionamento
L3c	87,0	1,48	36,1	400	179,5	347,3	0,52	Puncionamento
L4a	89,0	0,94	48,8	320	193,5	439,6	0,44	Puncionamento
L4b	89,0	1,18	58,0	320	191,0	445,7	0,43	Puncionamento
L4c	87,0	1,48	44,8	320	205,5	428,6	0,48	Puncionamento

Tabela 4.3 – Modos de ruptura observados

Objetivando verificar em qual região da laje ocorreu a ruptura, após o término dos ensaios foi realizada uma investigação nos espécimes, buscando-se determinar a superfície de ruptura e a inclinação aproximada dos cones de punção. Como, após a ruptura das lajes, se forma claramente um cone de ruptura, caracterizado pelo descolamento do concreto, a investigação consistiu em retirar desta região todo o material destacado, de tal modo que fosse possível observar os cones de ruptura externos e internos.

Observar o cone de ruptura externo é extremamente simples, pois ele se caracteriza na extremidade da região onde se observou o descolamento do concreto. Como não foi possível seccionar as lajes para determinar de forma clara e precisa o cone interno, a sua geometria e dimensão foram determinadas de forma aproximada, observando-se a posição em que a fissura atingiu a altura útil d da laje, com a superfície de ruptura se estendendo a partir deste ponto por cima das armaduras de flexão. A Figura 4.44 apresenta o modo como foram determinadas as dimensões e inclinação da superfície de ruptura das lajes.



Figura 4.44 – Resistência das lajes sem a influência da resistência do concreto f'_c

Com as lajes na situação ilustrada na Figura 4.44, utilizou-se uma trena metálica para realizar várias medições para que fosse possível determinar, de modo aproximado, a forma do cone externo e, principalmente, do cone interno, estimando-se assim inclinação das superfícies de ruptura. Pode-se observar que a inclinação da superfície de ruptura se mostrou influenciada, tanto pela posição do carregamento, quanto pela taxa de armadura transversal das lajes. A NBR 6118:2003 prescreve que a inclinação da superfície de ruptura ao cisalhamento em lajes, nos casos de carregamento simétrico, desenvolve-se com inclinação de 45°. Já a CEB-FIP MC90:1993 prevê que a inclinação do cone de ruptura por punção nos casos simétricos deve apresentar inclinação entre 25° a 30°. A EUROCODE 2:2002 prevê que o cone de punção se desenvolva numa inclinação de 26,6°. Nenhuma destas normas apresenta recomendações para os casos de puncionamento assimétrico.

Para as lajes com carregamento simétrico, verificou-se uma inclinação média de 24°, valor próximo ao recomendado pela MC90. Já para os casos assimétricos, observou-se que na direção longitudinal a inclinação da superfície de ruptura na região entre a face do pilar e o apoio mais próximo aumentou significativamente, devido a maior intensidade do esforço cortante nesta região, chegando a um máximo de 67° na laje L4c. Nas Figuras 4.45 a 4.53 podem ser observadas as superfícies de ruptura com as inclinações do cone de punção nas lajes. A Tabela 4.4 apresenta a inclinação média da superfície de ruptura na direção longitudinal para cada posição de aplicação do carregamento, considerando-se que o lado direito do cone corresponde à direção de deslocamento do carregamento.



Figura 4.45 – Cone de ruptura das lajes



Figura 4.46 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 1



Figura 4.47 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 2



Figura 4.48 – Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 3



Figura 4.49 - Inclinação do cone de ruptura na direção longitudinal das lajes na posição 4



Figura 4.50 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 1



Figura 4.51 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 2



Figura 4.52 - Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 3



Figura 4.53 – Inclinação do cone de ruptura na direção transversal das lajes na posição 4

Laje	Inclir	nação	Média	
	Esq.	Dir.	Esq.	Dir.
L1a	22°	22°		24,3°
L1b	32°	32°	24,0°	
L1c	18°	19°		
L2a	25°	27°		24,3°
L2b	20°	22°	21,3°	
L2c	19°	24°		
L3a	26°	26°		34,3°
L3b	20°	35°	22,7°	
L3c	22°	42°		
L4a	21°	29°		52,0°
L4b	22°	60°	20,3°	
L4c	18°	67°		

Tabela 4.4 – Inclinação da superfície de ruptura na direção longitudinal

5. ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo é apresentada uma modelagem das lajes ensaiadas através do Método dos Elementos Finitos, tendo sido utilizado como ferramenta o programa *SAP2000 Nonlinear*. O principal objetivo desta modelagem é verificar como se distribuem os esforços cortantes e os momentos fletores nas lajes à medida que o carregamento muda de posição e se aproxima dos bordos apoiados, sendo os resultados obtidos representativos para a fase linear-elástica do comportamento das lajes. Os resultados desta análise elástica serão comparados com os obtidos experimentalmente, podendo-se verificar até que estágio de carregamento uma análise linear pelo Método dos Elementos Finitos fornece resultados satisfatórios para o dimensionamento e análise das lajes.

5.1 Apresentação dos Modelos

As lajes foram simuladas no programa *SAP2000 Nonlinear* como uma malha de elementos tipo *shell* com quatro nós, dividida em função da dimensão e posição do pilar, do perímetro de controle e dos pontos de monitoração das flechas, com a divisão sempre partindo dos eixos do pilar. Para facilitar a visualização da posição do pilar na malha, este foi simulado através de 4 elementos *shell* com 42,5 mm nas direções x e y. A partir de cada uma das faces do pilar foram lançadas 8 faixas mais refinadas compostas por elementos com largura de 21,25 mm em um comprimento total de 170 mm, aproximadamente $2 \cdot d$ (perímetro de controle da MC90), para que fossem medidas nesta região as forças cortantes e os momentos fletores nas lajes.

Das faixas que formam o perímetro de controle até os bordos das lajes, a divisão da malha foi feita com elementos de 42,5 mm nas duas direções, até que fosse alcançada a posição dos deflectômetros, onde novamente a malha foi refinada com elementos de 21,25 mm. Os elementos localizados nas imediações das faixas de medição das flechas e também dos bordos das lajes possuem dimensões diferentes das apresentadas, pois a dimensão das placas e o posicionamento dos deflectômetros não permitiram uma divisão padronizada.

A carga de ruptura de cada laje foi aplicada de cima para baixo nos nove nós dos elementos que compõem o pilar. O coeficiente de Poisson utilizado nesta análise foi igual a 0,2 e o módulo de elasticidade empregado em cada um dos modelos foi igual aquele obtido através

dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade do concreto da respectiva laje. As Figuras 5.1 a 5.4 apresentam a geometria não deformada dos modelos das lajes para as posições de carregamento, bem como as condições de apoio. Percebe-se que os bordos perpendiculares à direção longitudinal foram assumidos como apoiados, sendo definidos apoios de 2º gênero para estes.



Figura 5.1 – Modelo das lajes L1a, L1b e L1c



Figura 5.2 – Modelo das lajes L2a, L3b e L4c



Figura 5.3 – Modelo das lajes L3a, L3b e L3c



Figura 5.4 – Modelo das lajes L4a, L4b e L4c

5.2 Resultados da Análise Elástica

5.2.1 Cisalhamento

As Figuras 5.5 a 5.8 apresentam a distribuição das forças cortantes máximas por unidade de comprimento (N/mm) para as lajes L1c, L2c, L3c e L4c. Como na análise realizada não foi possível simular a variação na taxa de armadura, são apresentados apenas os resultados das lajes que continham mesma taxa de armadura nas duas direções. Percebe-se que na laje L1c as forças cortantes se distribuem de maneira simétrica e com maior intensidade dentro da região delimitada pelo perímetro de controle da MC90. Nas lajes L2c, L3c e L4c pode-se acompanhar que à medida que o pilar se aproxima dos bordos apoiados, ocorre um aumento na intensidade das forças cortantes na região entre a face do pilar e o bordo apoiado mais próximo.

Os valores apresentados nas Figuras 5.5 a 5.8 correspondem aos valores de $V_{máx}$ fornecidos pela ferramenta computacional utilizada na análise. Segundo Oliveira (2003), uma vez que ao longo dos eixos centrais das lajes as forças cortantes V_{yz} e V_{xz} são nulas, os valores para $V_{máx}$ podem ser considerados satisfatórios para se avaliar a intensidade dos esforços em pontos ao longo dos eixos principais, perpendiculares às faces dos pilares. Porém, ainda segundo o autor, a intensidade das forças fora destes eixos variam de acordo com os valores de V_{yz} e V_{xz} . Assim, optou-se por não utilizar tais valores de forma a não comprometer o uso de $V_{máx}$ nesta análise.



Figura 5.5 – Forças cortantes máximas na laje L1c



Figura 5.6 – Forças cortantes máximas na laje L2c



Figura 5.7 – Forças cortantes máximas na laje L3c



Figura 5.8 – Forças cortantes máximas na laje L4c

No Capítulo 2 foram apresentadas as recomendações de seis normas de projeto para o dimensionamento de lajes lisas. Pode-se perceber que todos estas normas recomendam que os esforços cortantes sejam adotados como distribuídos em perímetros de controle, que são necessários para realizar as estimativas de resistência das lajes. As normas apresentam dimensões e geometrias diferentes para os perímetros de controle com o objetivo de melhor adequá-los as equações propostas para as estimativas de resistência. Em três das seis normas analisadas foram verificadas as mesmas recomendações para a geometria do perímetro de controle. Assim, decidiu-se adotar as recomendações das normas CEB-FIP MC90:1993, EUROCODE 2:2002 e da NBR 6118:2003 e avaliar a variação das forças cortantes nas lajes no perímetro de controle proposto por estas normas.

As Figuras 5.9 a 5.12 apresentam a distribuição das forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03. Nestas figuras, são apresentadas ainda a superfície de ruptura observada no ensaio das lajes e as forças cortantes máximas verificadas no perímetro de controle em pontos localizados nos eixos do pilar. Observa-se que, para a laje L1c, as forças cortantes se distribuíram de forma praticamente uniforme ao longo de todo o perímetro, apresentando intensidade ligeiramente inferior no eixo paralelo à direção transversal da laje, cerca de 12%.

Já nas demais lajes, observa-se que na direção longitudinal a força cortante na região do perímetro de controle localizada entre o pilar e o bordo apoiado mais próximo, apresentou intensidade superior à verificada no lado oposto do perímetro. Nos pontos do perímetro de controle que coincidem com os eixos do pilar foram observadas relações entre os cortantes de 1,43, 1,84 e 2,34 para as lajes L2c, L3c e L4c, respectivamente.



Figura 5.9 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L1c



Figura 5.10 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L2c



Figura 5.11 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L3c



Figura 5.12 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 na laje L4c

5.2.2 Flexão

A mesma análise realizada para avaliar a variação das forças cortantes foi feita para demonstrar a variação na intensidade dos momentos fletores nas lajes em função da posição do carregamento. Neste caso, foram medidos no programa computacional os momentos máximos ($M_{máx}$), cujos valores também podem ser considerados satisfatórios ao longo dos eixos principais do pilar.

As Figuras 5.13 a 5.16 apresentam a distribuição dos momentos fletores máximos unitários (kN.m/m) para as lajes L1c, L2c, L3c e L4c. Percebe-se que para a laje L1c, os momentos fletores se distribuem de forma simétrica em ambas as direções, mas a medida que o carregamento caminha em direção a um dos bordos apoiados da laje, destaca-se uma distribuição assimétrica destes esforços na laje. Evidencia-se que, ao contrário do que ocorreu com o esforço cortante, a intensidade do momento fletor tende a ser maior na região entre a face do pilar e o bordo apoiado mais distante. Na região onde foi observado o aumento na intensidade dos esforços cortantes (região entre a face do pilar e o bordo apoiado mais distante. Na região onde foi observado o aumento na intensidade dos esforços cortantes (região entre a face do pilar e o bordo apoiado mais próximo) verificou-se que houve redução na intensidade do momento fletor. Isto facilita a interpretação do desenvolvimento da punção nas lajes, pois assim é possível avaliar melhor a influência da flexão no puncionamento.



Figura 5.13 - Momentos fletores máximos na laje L1c



Figura 5.14 – Momentos fletores máximos na laje L2c



Figura 5.15 – Momentos fletores máximos na laje L3c



Figura 5.16 - Momentos fletores máximos na laje L4c

As Figuras 5.17 a 5.20 apresentam a distribuição dos momentos fletores no perímetro de controle proposto pelas normas MC90, EC2 e NB1:03, podendo-se observar ainda a superfície de ruptura das lajes e os momentos fletores máximos medidos no perímetro de controle em pontos localizados nos eixos principais do pilar.

Na laje L1c os momentos fletores se distribuíram de forma simétrica. Já nas lajes L2c, L3c e L4c verificou-se que na direção longitudinal, o momento fletor na região do perímetro de controle localizada entre a face do pilar e o bordo apoiado mais distante apresentou intensidade superior a medida no lado oposto do perímetro, observando-se nos pontos do perímetro de controle que coincidem com o eixo principal do pilar relações entre os momentos de 1,25, 1,50 e 2,0, respectivamente.

Na Tabela 5.1 são comparados os valores obtidos experimentalmente para as deformações no concreto em cada um dos lados do pilar, a diferença entre os momentos obtidos através da análise com o Método dos Elementos Finitos (MEF) em regiões opostas do perímetro de controle e também a diferença de momentos no perímetro utilizando as recomendações da MC90, percebendo-se a expressiva concordância entre os resultados.



Figura 5.17 – Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L1c)



Figura 5.18 – Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L2c)



Figura 5.19 - Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L3c)



Figura 5.20 - Momentos fletores no perímetro de controle da MC90, EC2 e NB1:03 (L4c)
Laia	Deform	nações no co	ncreto	Momen	tos através de	o MEF	Mome	entos pela	MC90
Laje	Ec1 (‰)	Ec2 (‰)	Ec2/Ec1	Me (kN.m/m)	Md (kN.m/m)	Me/Md	Me (kN.m)	Md (kN.m)	Me/Md
L1a	-0,90	-0,92	1,02	37,0	37,0	1,00	54,5	54,5	1,00
L1b	-1,76	-2,02	1,15	37,0	37,0	1,00	72,0	72,0	1,00
L1c	-1,40	-1,50	1,07	37,0	37,0	1,00	59,5	59,5	1,00
L2a	-1,39	-1,71	1,23	30,0	24,0	1,25	67,7	54,3	1,25
L2b	-1,20	-1,47	1,23	30,0	24,0	1,25	62,6	50,2	1,25
L2c	-0,42	-0,84	2,02	30,0	24,0	1,25	47,4	38,2	1,24
L3a	-1,18	-1,93	1,64	30,0	20,0	1,50	57,6	37,8	1,52
L3b	-1,15	-1,89	1,64	30,0	20,0	1,50	55,0	36,1	1,52
L3c	-0,90	-0,92	1,02	30,0	20,0	1,50	46,0	30,4	1,51
L4a	-0,89	-1,74	1,95	31,0	15,5	2,00	42,6	22,0	1,94
L4b	-0,84	-1,65	1,95	31,0	15,5	2,00	42,1	21,7	1,94
L4c	-1,20	-2,21	1,85	31,0	15,5	2,00	45,5	24,0	1,89

Tabela 5.1 – Diferença entre momentos no perímetro de controle

5.2.3 Flechas

Para a obtenção das flechas teóricas através da análise elástica pelo Método dos Elementos Finitos, foram feitas algumas alterações nos modelos das lajes, em relação as considerações que foram adotadas nos modelos utilizados para a obtenção dos esforços nas lajes. Primeiramente, foi utilizada a recomendação da norma brasileira (NBR 6118:2003), que prevê para o cálculo das flechas a utilização do módulo de elasticidade secante igual a $E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci}$. Ou seja, deve-se reduzir em 15% o módulo de elasticidade inicial para levar em consideração o elevado nível de fissuração imposto em um período relativamente curto de carregamento. Outra consideração feita nesta etapa da análise foi a de um coeficiente de Poisson intermediário, igual a 0,15, seguindo assim recomendações de Oliveira (2003). A Tabela 5.2 apresenta as flechas no último passo de carga obtidas experimentalmente e através da análise elástica em cada um dos pontos monitorados nas lajes. A Tabela 5.3 compara as flechas máximas experimentais e teóricas nas lajes.

	Flechas máximas nas posições dos deflectômetros (mm)													
Laje	E	01	E	02	D	03	E	04	D	95	Γ	D6 D7		07
	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.	Exp.	Teo.
L1a	1,7	0,6	8,4	2,4	11,3	3,4	7,9	2,4	1,7	0,6	8,7	3,0	5,7	2,6
L1b	2,5	0,7	8,8	2,8	12,7	3,9	8,3	2,8	2,5	0,7	9,0	3,4	5,7	2,9
L1c	1,8	0,6	8,0	2,3	11,6	3,2	7,4	2,3	1,8	0,6	8,7	2,8	6,0	2,4
L2a	4,3	0,9	5,9	2,5	9,3	3,7	7,5	3,1	3,8	0,7	7,1	3,2	4,7	2,7
L2b	2,6	0,8	8,0	2,1	11,2	3,0	8,3	2,6	3,3	0,5	7,1	2,6	5,3	2,2
L2c	3,8	0,6	5,4	1,6	5,6	2,3	5,7	2,0	3,2	0,4	5,7	2,0	3,9	1,7
L3a	2,5	0,9	7,6	2,8	6,5	3,1	3,9	2,2	1,2	0,6	4,6	2,3	3,8	1,9
L3b	1,9	0,7	5,8	2,4	5,1	2,6	3,1	1,8	0,6	0,5	4,0	2,0	2,6	1,6
L3c	1,9	0,7	5,8	2,3	5,0	2,5	3,3	1,8	1,0	0,4	4,1	1,9	3,9	1,5
L4a	2,3	0,6	5,4	1,5	4,6	1,8	2,8	1,3	0,8	0,3	3,2	1,2	1,5	0,9
L4b	7,1	0,6	8,8	1,5	6,5	1,8	3,9	1,3	1,1	0,3	5,8	1,2	4,3	1,0
L4c	3,1	0,7	6,5	1,9	5,3	2,3	4,6	1,7	0,5	0,4	5,2	1,5	3,2	1,2

Tabela 5.2 – Flechas experimentais e teóricas no último passo de carga para as lajes

Tabela 5.3 – Comparação entre as flechas experimentais e teóricas máximas

Laje	$\delta_{_{Exp}}$ (mm)	$\delta_{_{Teo}}$ (mm)	$rac{\delta_{_{Exp}}}{\delta_{_{Teo}}}$
Lla	11,3	3,4	3,32
L1b	12,7	3,9	3,27
L1c	11,6	3,2	3,58
L2a	9,3	3,7	2,50
L2b	11,2	3,0	3,67
L2c	5,6	2,3	2,41
L3a	7,6	2,8	2,69
L3b	5,8	2,4	2,45
L3c	5,8	2,3	2,52
L4a	5,4	1,5	3,64
L4b	8,8	1,5	5,83
L4c	6,5	1,9	3,36
		MA	3,27

Observa-se que a menor diferença entre as flechas máximas experimentais e teóricas foi de 140%, tendo sido obtida nas lajes L2c e L3b. Já a laje que apresentou maior diferença entre as flechas experimental e teórica foi a laje L4b, com índice de deslocamento $(\frac{\delta_{Exp}}{\delta_{T}})$ igual a 5,8.

Comparando-se os índices médios de deslocamento das lajes em função da posição do carregamento, percebe-se que as lajes com carregamento aplicado na posição 3 apresentaram o menor índice médio, que foi de 2,55. As lajes com carregamento aplicado nas posições 1 e 2 apresentaram índices médios de 3,39 e 2,86 respectivamente. Para as lajes onde o

carregamento foi aplicado na posição 4 foi obtido o maior índice médio de deslocamento, com valor de 4,27.

Ao retirar a média dos índices de deslocamento em função da taxa de armadura das lajes, observa-se que as lajes com taxa de armadura *c* apresentaram os melhores resultados. Isto se deve ao fato de que, na análise realizada pelo Método dos Elementos Finitos, não foi possível gerar modelos que considerassem as diferentes taxas de armadura dos espécimes. Para as lajes com taxa de armadura *c*, o valor de $\frac{\delta_{Exp}}{\delta_{Teo}}$ foi de 2,97. Para as lajes com taxa de armadura *a* e *b*, os valores dos índices médios foram de 3,04 e 3,80, respectivamente.

Deve-se ressaltar que na análise elástica apresentada não foi considerada a perda de rigidez advinda do elevado grau de fissuração do concreto das lajes na situação real de ensaio. Na NBR 6118:2003 existe a recomendação de que, para considerar a perda de rigidez devido a fissuração em lajes, deve-se ter $(E \cdot I)_{sec} = 0, 3 \cdot E_c \cdot I_c$. As Figuras 5.21 a 5.28 apresentam as flechas nas direções longitudinal e transversal obtidas experimentalmente, as observadas através da análise elástica utilizando o Método dos Elementos Finitos e a correção das flechas elástica através da recomendação da NBR 6118:2003. Observa-se que nas lajes onde o carregamento foi aplicado na posição 1, devido a maior intensidade dos momentos fletores há um nível elevado de fissuração, e assim a correção proposta pela NBR 6118:2003 apresenta resultados satisfatórios. À medida que o carregamento se aproxima dos apoios, o nível de fissuração diminui devido à redução na intensidade do momento fletor, o que faz com que os resultados da correção proposta pela norma se tornem um tanto conservadores.



Figura 5.21 – Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L1a, L1b e L1c)



Figura 5.22 – Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L2a, L2b e L2c)



Figura 5.23 – Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L3a, L3b e L3c)



Figura 5.24 – Flechas teóricas e experimentais na direção longitudinal (L4a, L4b e L4c)



Figura 5.25 – Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L1a, L1b e L1c)



Figura 5.26 – Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L2a, L2b e L2c)



Figura 5.27 – Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L3a, L3b e L3c)



Figura 5.28 – Flechas teóricas e experimentais na direção transversal (L4a, L4b e L4c)

Nas Figuras 5.29 a 5.40 são apresentadas curvas de carga-deslocamento com as flechas máximas das lajes medidas experimentalmente, através da análise elástica utilizando o MEF e com a correção proposta pela NBR 6118:2003 para os valores teóricos. Observa-se que os resultados obtidos através do MEF apresentaram, para a maioria dos casos, boa concordância durante a fase elástica de comportamento das lajes ensaiadas, com os resultados passando a divergir a partir da carga onde foi verificada a formação da primeira fissura radial (reta vermelha nas figuras). Observou-se ainda que a correção proposta pela NBR 6118:2003 apresenta resultados satisfatórios para elevados níveis de carregamento, mas torna-se conservadora na faixa que vai até cerca de 70% da carga de ruptura.



Figura 5.29 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1a



Figura 5.30 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1b



Figura 5.31 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L1c



Figura 5.32 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2a



Figura 5.33 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2b



Figura 5.34 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L2c



Figura 5.35 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3a



Figura 5.36 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3b



Figura 5.37 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L3c



Figura 5.38 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4a



Figura 5.39 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4b



Figura 5.40 - Curva carga-deslocamento experimental e teórica para a laje L4c

6. ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS NORMATIVAS

Neste capítulo é feita uma análise comparativa entre os resultados estimados teoricamente através das expressões das normas de projeto e as cargas de ruptura observadas nos ensaios. Desta forma é possível avaliar a eficiência das recomendações normativas em estimar com segurança a resistência última à punção das lajes em questão.

6.1 Resistência ao Puncionamento

É fundamental avaliar a eficiência das expressões propostas pelas principais normas de projeto utilizadas para estimar a resistência ao puncionamento de lajes lisas, principalmente graças ao fato de algumas normas apresentarem recomendações bastante diferentes entre si, sendo que, para algumas situações como as de puncionamento assimétrico (alvo desta pesquisa), chegam a não apresentar recomendações, ou as apresentam, mas de forma vaga e pouco abrangente. Nos itens a seguir será apresentada uma análise dos resultados estimados para as resistências das lajes utilizando-se a norma americana (ACI 318:2002), três normas de projeto européias (BS 8110:1997, CEB-FIP MC90:1993 e EUROCODE 2:2002) além das recomendações presentes na versão anterior da norma brasileira (NBR 6118:1978) e em sua versão atual (NBR 6118:2003).

6.1.1 ACI 318:2002

A Tabela 6.1 apresenta os resultados obtidos para a estimativa de resistência das lajes utilizando-se as recomendações da ACI 318:2002. Na Tabela 6.2 são apresentados comparativos dos resultados obtidos para esta norma para que seja possível avaliar tanto em função das diferentes taxas de armadura como também em relação à posição do carregamento a eficiência desta norma.

Percebe-se que, de maneira geral, esta norma tende a apresentar resultados conservadores. Para todas as lajes ensaiadas a ACI 318:2002 subestimou a resistência dos espécimes, com resultados que estão a favor da segurança. Em média, esta norma subestimou em 33% a resistência das lajes. A expressão recomendada pela norma americana para estimar a resistência à punção de lajes lisas utiliza como único parâmetro a resistência à compressão do concreto, desconsiderando, a influência da armadura de flexão. Mesmo assim, observa-se que os resultados desta norma foram menos conservadores para as lajes com taxa de armadura igual nas duas direções (tipo *c*), mas esse resultado pode ter sido influenciado pela baixa resistência observada para a laje L2c.

Em relação à posição do carregamento, observa-se que os resultados desta norma apresentaram uma certa uniformidade, com exceção dos resultados observados para as lajes na posição 3, que foram mais conservadores, chegando a subestimar a resistência das lajes, em média, em quase 40%. A Figura 6.1 apresenta graficamente o comparativo dos resultados obtidos utilizando-se a ACI 318:2002.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f' _c (MPa)	a (mm)	P (kN)	P_{flex} (kN)	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	129,9	255,1	174,0	0,68	0,75
L1b	89,0	1,18	51,4	800	148,1	264,2	231,5	0,88	0,64
L1c	87,0	1,48	43,5	800	131,7	255,8	190,0	0,74	0,69
L2a	88,0	0,94	42,1	533	127,4	292,8	228,0	0,78	0,56
L2b	88,0	1,18	49,7	533	138,2	297,4	211,0	0,71	0,65
L2c	87,0	1,48	44,8	533	129,2	292,9	159,5	0,54	0,81
L3a	88,0	0,94	42,1	400	125,3	355,6	225,0	0,63	0,56
L3b	88,0	1,18	49,3	400	135,3	361,0	215,0	0,60	0,63
L3c	87,0	1,48	36,1	400	113,3	347,3	179,5	0,52	0,63
L4a	89,0	0,94	48,8	320	136,7	439,6	193,5	0,44	0,71
L4b	89,0	1,18	58,0	320	148,6	445,7	191,0	0,43	0,78
L4c	87,0	1,48	44,8	320	125,7	428,6	205,5	0,48	0,61
								MA	0,67
								DP	0,08
								CV (%)	12,09

Tabela 6.1 – Resultados obtidos com a ACI 318:2002

Tabela 6.2 – Comparativo dos resultados obtidos com a ACI 318:2002

Posição/Taxa	a	b	c	MA	DP	CV (%)
1	0,75	0,64	0,69	0,69	0,05	7,72
2	0,56	0,65	0,81	0,67	0,13	18,78
3	0,56	0,63	0,63	0,61	0,04	6,99
4	0,71	0,78	0,61	0,70	0,08	11,92
MA	0,64	0,68	0,69			
DP	0,10	0,07	0,09			
CV (%)	15,36	10,24	13,01			



Figura 6.1 – Comparação dos resultados estimados pela ACI 318 com os observados

6.1.2 BS 8110:1997

Nas Tabelas 6.3 e 6.4 são apresentados e comparados os resultados obtidos utilizando as recomendações presentes na norma inglesa, a BS 8110:1997. Observa-se que esta norma apresentou resultados médios bastante satisfatórios, subestimando pouco, cerca de 6%, a resistência das lajes. Analisando a sua eficiência em função da taxa de armadura das lajes, observa-se que os melhores resultados foram obtidos para as lajes com taxa *b*. Para as lajes com taxa de armadura igual nas duas direções (tipo *c*), esta norma apresentou resultados que vão contra a segurança, superestimando a resistência ao puncionamento das lajes em média em 12%.

Ao analisar o desempenho da BS 8110 em relação à posição do carregamento, verifica-se que para os casos de puncionamento simétrico este código apresentou resultados médios bastante satisfatórios, superestimando em apenas 2% a resistência ao puncionamento das lajes. Já para os casos de puncionamento assimétrico, percebe-se que para as lajes com menores taxas de armadura (tipo *a*) os resultados obtidos com a expressão desta norma foram conservadores, subestimando a resistência das lajes em média 25%. Nos casos intermediários de assimetria (posição 2 e 3), descartando-se os resultados da laje L2c, observa-se que a norma foi menos conservadora, mas ainda assim subestimou a resistência destas lajes em média 17%. Para a posição mais extrema de assimetria a norma apresentou resultados satisfatórios. A Figura 6.2 apresenta graficamente o comparativo dos resultados obtidos utilizando-se a BS 8110:1997.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	a (mm)	P (kN)	$P_{flex}(kN)$	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	175,5	255,1	174,0	0,68	1,01
L1b	89,0	1,18	51,4	800	207,0	264,2	231,5	0,88	0,89
L1c	87,0	1,48	43,5	800	217,1	255,8	190,0	0,74	1,14
L2a	88,0	0,94	42,1	533	168,7	292,8	228,0	0,78	0,74
L2b	88,0	1,18	49,7	533	178,5	297,4	211,0	0,71	0,85
L2c	87,0	1,48	44,8	533	201,2	292,9	159,5	0,54	1,26
L3a	88,0	0,94	42,1	400	165,1	355,6	225,0	0,63	0,73
L3b	88,0	1,18	49,3	400	172,2	361,0	215,0	0,60	0,80
L3c	87,0	1,48	36,1	400	194,1	347,3	179,5	0,52	1,08
L4a	89,0	0,94	48,8	320	151,7	439,6	193,5	0,44	0,78
L4b	89,0	1,18	58,0	320	181,0	445,7	191,0	0,43	0,95
L4c	87,0	1,48	44,8	320	202,0	428,6	205,5	0,48	0,98
								MA	0,94
								DP	0,17
								CV (%)	17,90

Tabela 6.3 - Resultados obtidos com a BS 8110:1997

Tabela 6.4 – Comparativo dos resultados obtidos com a BS 8110:1997

Posição/Taxa	а	b	c	MA	DP	CV (%)
1	1,01	0,89	1,14	1,02	0,12	12,26
2	0,74	0,85	1,26	0,95	0,28	29,06
3	0,73	0,80	1,08	0,87	0,18	2,151
4	0,78	0,95	0,98	0,90	0,11	11,74
MA	0,82	0,87	1,12			
DP	0,13	0,06	0,12			
CV (%)	15,90	7,23	10,44			



Figura 6.2 - Comparação dos resultados estimados pela BS 8110 com os observados

6.1.3 CEB-FIP MC90:1993

Os resultados obtidos teoricamente utilizando as recomendações da MC90 podem ser verificados na Tabela 6.5. Observa-se que esta norma apresentou em média resultados satisfatórios, superestimando em 3% a resistência das lajes. Na Tabela 6.6 são apresentadas comparações dos resultados desta norma em função das diferentes taxas de armadura e também em relação à posição de aplicação do carregamento nas lajes. Para as lajes em que o carregamento foi aplicado de forma simétrica, observou-se um rendimento satisfatório desta norma, a qual superestimou em média 10% a resistência ao puncionamento das lajes, estando estes resultados contra a segurança.

Para as demais posições de carregamento os resultados deste código também podem ser considerados satisfatórios, mas deve-se ressaltar que também para as posições de carregamento 2 e 4, a média dos resultados mostra que a norma superestimou a resistência ao puncionamento das lajes, em 5% e 3% respectivamente. Apenas para a posição 3 de carregamento os resultados deste código foram a favor da segurança, subestimando em 6% a resistência das lajes. Em relação às taxas de armadura, observa-se que este código apresentou, surpreendentemente, resultados bastante satisfatórios para as lajes com taxas *a* e *b*. Já para as lajes com taxa de armadura igual nas direções longitudinal e transversal, os resultados obtidos utilizando-se as recomendações da MC90 se mostraram insatisfatórios, superestimando em 16% a resistência das lajes. Destaca-se que os resultados obtidos utilizando-se as expressões da MC90 foram bastante influenciados pelo fator que considera a influência do tamanho das lajes ξ (*size effect*) que ficou entre 2,50 a 2,52 para as lajes ensaiadas.

A norma EUROCODE 2:2002, cujos resultados são apresentado no item seguinte, apresenta recomendações similares as da MC90 para estimar a resistência ao puncionamento de lajes lisas, diferenciando-se por limitar o valor do coeficiente *size effect*, chamado nesta norma também de ξ , em 2,0. Observou-se que os resultados obtidos pelas recomendações da EUROCODE 2 para as lajes desta pesquisa foram melhores que os verificados com a MC90, pois o limite de 2,0 retirou a tendência de superestimar a resistência das lajes, fornecendo valores mais apropriados, pois estão a favor da segurança. A Figura 6.3 apresenta graficamente um comparativo dos resultados obtidos utilizando-se a MC90.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f' _c (MPa)	a (mm)	P (kN)	P_{flex} (kN)	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	193,8	255,1	174,0	0,68	1,11
L1b	89,0	1,18	51,4	800	228,4	264,2	231,5	0,88	0,99
L1c	87,0	1,48	43,5	800	226,9	255,8	190,0	0,74	1,19
L2a	88,0	0,94	42,1	533	184,6	292,8	228,0	0,78	0,81
L2b	88,0	1,18	49,7	533	209,6	297,4	211,0	0,71	0,99
L2c	87,0	1,48	44,8	533	215,7	292,9	159,5	0,54	1,35
L3a	88,0	0,94	42,1	400	179,0	355,6	225,0	0,63	0,80
L3b	88,0	1,18	49,3	400	202,5	361,0	215,0	0,60	0,94
L3c	87,0	1,48	36,1	400	193,2	347,3	179,5	0,52	1,08
L4a	89,0	0,94	48,8	320	188,3	439,6	193,5	0,44	0,97
L4b	89,0	1,18	58,0	320	214,1	445,7	191,0	0,43	1,12
L4c	87,0	1,48	44,8	320	205,1	428,6	205,5	0,48	1,00
								MA	1,03
								DP	0,16
								CV (%)	15,14

Tabela 6.5 – Resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993

Tabela 6.6 - Comparativo dos resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993

Posição/Taxa	а	b	с	М	DP	CV (%)
1	1,11	0,99	1,19	1,10	0,10	9,52
2	0,81	0,99	1,35	1,05	0,28	26,26
3	0,80	0,94	1,08	0,94	0,14	14,97
4	0,97	1,12	1,00	1,03	0,08	7,67
MA	0,92	1,01	1,16			
DP	0,15	0,08	0,15			
CV (%)	16,32	7,62	13,35			



Figura 6.3 - Comparação dos resultados estimados pela CEB-FIP MC90 com os observados

6.1.4 EUROCODE 2:2002

A norma EUROCODE 2:2002, como mencionado anteriormente, apresenta recomendações para a estimativa da resistência ao puncionamento de lajes lisas sem armadura de cisalhamento muito semelhantes às fornecidas pela MC90, diferenciando-se basicamente por limitar em 2,0 o valor de ξ . Para as lajes desta pesquisa, esta pequena alteração melhorou sensivelmente os resultados das estimativas de resistência, como pode ser verificado na Tabela 6.7. Em média, os resultados deste código podem ser considerados satisfatórios, pois subestimaram em 13% a resistência das lajes, estando, assim, a favor da segurança.

Para ambas as posições de carregamento, os resultados observados por este código, que são apresentados na Tabela 6.8, podem ser considerados satisfatórios, subestimando a resistência das lajes em 13% no caso de puncionamento simétrico e em 11%, 18% e 9% nas posições 2, 3 e 4, respectivamente. Em relação às taxas de armadura, observou-se que para as lajes com menor taxa de armadura transversal (tipo a) os resultados deste código foram conservadores. Já para as demais taxas os resultados podem ser considerados satisfatórios.

Cabe observar que as demais normas que consideram em suas expressões a influência da taxa de armadura de flexão das lajes também apresentaram esta tendência de subestimar significativamente a resistência das lajes com taxa a. Isto pode indicar que o fato das normas tomarem a média das taxas de armadura longitudinal e transversal em suas expressões pode ser inadequado para lajes com taxas significativamente diferentes, como as lajes do tipo a, onde a taxa de armadura na direção transversal era de apenas 40% da utilizada na direção longitudinal. Destaca-se ainda que isto foi observado mesmo no caso das lajes deste trabalho, que são lajes unidirecionais, o que pode indicar também que as armaduras transversais em lajes unidirecionais podem assumir uma parcela mais importante na resistência ao puncionamento do que consideram as normas. Basta, para isto, observar os resultados verificados para as lajes L2a e L3a, que apresentaram desempenho substancialmente superior ao das outras lajes de seu grupo. Observar o comportamento de lajes bidirecionais onde o carregamento se distribua predominantemente em uma das direções (pilar retangular), mas com taxa de armadura significativamente superior na outra direção, poderia fornecer bons indícios deste comportamento. A Figura 6.4 apresenta graficamente os resultados obtidos para a EUROCODE 2:2002. Para as lajes desta pesquisa, limitar o valor de ξ em 2,20 aproximaria os resultados teóricos dos experimentais, como mostra a Figura 6.5.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f' _c (MPa)	a (mm)	P (kN)	P_{flex} (kN)	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	154,0	255,1	174,0	0,68	0,89
L1b	89,0	1,18	51,4	800	182,8	264,2	231,5	0,88	0,79
L1c	87,0	1,48	43,5	800	180,3	255,8	190,0	0,74	0,95
L2a	88,0	0,94	42,1	533	155,7	292,8	228,0	0,78	0,68
L2b	88,0	1,18	49,7	533	177,1	297,4	211,0	0,71	0,84
L2c	87,0	1,48	44,8	533	181,4	292,9	159,5	0,54	1,14
L3a	88,0	0,94	42,1	400	155,4	355,6	225,0	0,63	0,69
L3b	88,0	1,18	49,3	400	176,4	361,0	215,0	0,60	0,82
L3c	87,0	1,48	36,1	400	168,4	347,3	179,5	0,52	0,94
L4a	89,0	0,94	48,8	320	165,8	439,6	193,5	0,44	0,86
L4b	89,0	1,18	58,0	320	189,2	445,7	191,0	0,43	0,99
L4c	87,0	1,48	44,8	320	180,9	428,6	205,5	0,48	0,88
								MA	0,87
								DP	0,13
								CV (%)	14,45

Tabela 6.7 – Resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002

Tabela 6.8 – Comparativo dos resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002

Posição/Taxa	а	b	с	М	DP	CV (%)
1	0,89	0,79	0,95	0,87	0,08	9,18
2	0,68	0,84	1,14	0,89	0,23	26,05
3	0,69	0,82	0,94	0,82	0,12	15,17
4	0,86	0,99	0,88	0,91	0,07	7,83
MA	0,78	0,86	0,98			
DP	0,11	0,09	0,11			
CV (%)	13,76	10,38	11,43			



Figura 6.4 - Comparação dos resultados estimados pela EUROCODE 2 com os observados



Figura 6.5 – Comparação dos resultados estimados pela EUROCODE 2 com ξ =2,0 (EC2) e ξ =2,20 (EC2mod)

6.1.5 NBR 6118:1978

A versão de 1978 da norma brasileira apresentava poucas recomendações para a estimativa de resistência de lajes lisas ao puncionamento. Para lajes sem armadura de cisalhamento, só são disponibilizadas informações para estimar a resistência de lajes submetidas a carregamento simétrico, sendo a estimativa de resistência feita basicamente em função da resistência à compressão do concreto. Assim, de forma geral, observou-se que para as lajes desta pesquisa esta norma apresenta resultados demasiadamente conservadores, chegando a subestimar a resistência das lajes em 42% em média. Para a laje L2a, esta norma subestimou sua resistência ao puncionamento em 51%.

Como esta norma não faz qualquer consideração sobre os casos onde o carregamento é aplicado de forma assimétrica, observa-se que de modo geral, os resultados foram uniformes para as diferentes posições de carregamento, subestimando a resistência das lajes. Para as lajes com taxa de armadura *c* observou-se um melhor rendimento desta norma, mas ainda assim os resultados subestimaram a resistência das lajes em 40%. Estes resultados são considerados insatisfatórios, pois oneram sobremaneira o dimensionamento de lajes lisas. Eles podem ser verificados na Tabela 6.9. Na Tabela 6.10 e na Figura 6.6 são apresentados comparativos destes resultados.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	a (mm)	P (kN)	$P_{flex}(kN)$	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	109,4	255,1	174,0	0,68	0,63
L1b	89,0	1,18	51,4	800	124,6	264,2	231,5	0,88	0,54
L1c	87,0	1,48	43,5	800	110,9	255,8	190,0	0,74	0,58
L2a	88,0	0,94	42,1	533	110,9	292,8	228,0	0,78	0,49
L2b	88,0	1,18	49,7	533	120,4	297,4	211,0	0,71	0,57
L2c	87,0	1,48	44,8	533	112,5	292,9	159,5	0,54	0,71
L3a	88,0	0,94	42,1	400	110,9	355,6	225,0	0,63	0,49
L3b	88,0	1,18	49,3	400	120,0	361,0	215,0	0,60	0,56
L3c	87,0	1,48	36,1	400	101,0	347,3	179,5	0,52	0,56
L4a	89,0	0,94	48,8	320	121,4	439,6	193,5	0,44	0,63
L4b	89,0	1,18	58,0	320	132,3	445,7	191,0	0,43	0,69
L4c	87,0	1,48	44,8	320	112,5	428,6	205,5	0,48	0,55
								MA	0,58
								DP	0,07
								CV (%)	11,91

Tabela 6.9 – Resultados obtidos com a NBR 6118:1978

Tabela 6.10 - Comparativo dos resultados obtidos com a NBR 6118:1978

Posição/Taxa	a	b	с	М	DP	CV (%)
1	0,63	0,54	0,58	0,58	0,05	7,79
2	0,49	0,57	0,71	0,59	0,11	18,81
3	0,49	0,56	0,56	0,54	0,04	7,26
4	0,63	0,69	0,55	0,62	0,07	11,69
MA	0,56	0,59	0,60			
DP	0,08	0,07	0,07			
CV (%)	14,33	11,84	12,00			



Figura 6.6 - Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:1978 com os observados

6.1.6 NBR 6118:2003

A versão atual da norma brasileira apresenta avanços significativos no tratamento da punção, pois se baseando nas recomendações da MC90, apresenta recomendações bastante abrangentes para o dimensionamento de lajes lisas. Todavia, como as expressões da NBR 6118:2003 são muito semelhantes às empregadas na MC90, os resultados observados utilizando a nova versão da norma brasileira são muito próximos daqueles obtidos com a MC90, apresentando uma leve tendência de superestimar a resistência das lajes desta pesquisa. Em média, esta norma superestimou a resistência das lajes em 4%.

Para as lajes com carregamento centrado, os resultados podem ser considerados satisfatórios, devendo-se ressaltar que para estas lajes a norma superestimou em 11% a resistência dos espécimes. Para as demais posições de carregamento os resultados também podem ser considerados satisfatórios, mesmo estando contra a segurança nas posições 2 e 4, superestimando a resistência das lajes em 6% e 4%, respectivamente. Para as lajes onde o carregamento foi aplicado na posição 3, os resultados desta norma estiveram a favor da segurança, subestimando a resistência ao puncionamento em 5%.

Para as lajes com taxas de armadura a e b, os resultados desta norma podem ser considerados satisfatórios. Para as lajes com taxa a de armadura, os resultados subestimaram a resistência em 7%, estando a favor da segurança. Para as lajes com taxa b a norma superestimou ligeiramente a resistência ao puncionamento em 2%. Já para as lajes com taxa de armadura c, os resultados deste código são considerados insatisfatórios, pois superestimaram em 17% a resistência ao puncionamento das lajes ensaiadas. Destaca-se que para a laje L2c os resultados desta norma superestimaram em 37% a resistência. A Tabela 6.11 apresenta os resultados obtidos para a estimativa de resistência das lajes utilizando-se as recomendações da NBR 6118:2003. Na Tabela 6.12 são apresentados comparativos dos resultados obtidos utilizando-se a nova versão da norma brasileira. Na Figura 6.7 são apresentados graficamente os resultados desta norma. Da mesma forma que foi feito para a EUROCODE 2, limitar o coeficiente ξ em 2,20 melhoraria os resultados da NBR 6118:2003, conforme pode ser verificado na Figura 6.8.

Laje	d (mm)	ρ (%)	f' _c (MPa)	a (mm)	P (kN)	P_{flex} (kN)	P_u (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	$\frac{P}{P_u}$
L1a	87,0	0,94	42,4	800	195,9	255,1	174,0	0,68	1,13
L1b	89,0	1,18	51,4	800	231,0	264,2	231,5	0,88	1,00
L1c	87,0	1,48	43,5	800	229,4	255,8	190,0	0,74	1,21
L2a	88,0	0,94	42,1	533	186,6	292,8	228,0	0,78	0,82
L2b	88,0	1,18	49,7	533	211,9	297,4	211,0	0,71	1,00
L2c	87,0	1,48	44,8	533	218,1	292,9	159,5	0,54	1,37
L3a	88,0	0,94	42,1	400	181,0	355,6	225,0	0,63	0,80
L3b	88,0	1,18	49,3	400	204,8	361,0	215,0	0,60	0,95
L3c	87,0	1,48	36,1	400	195,3	347,3	179,5	0,52	1,09
L4a	89,0	0,94	48,8	320	190,4	439,6	193,5	0,44	0,98
L4b	89,0	1,18	58,0	320	216,5	445,7	191,0	0,43	1,13
L4c	87,0	1,48	44,8	320	207,4	428,6	205,5	0,48	1,01
								MA	1,04
								DP	0,16
								CV (%)	15,14

Tabela 6.11 - Resultados obtidos com a NBR 6118:2003

Tabela 6.12 - Comparativo dos resultados obtidos com a NBR 6118:2003

Posição/Taxa	а	b	с	М	DP	CV (%)
1	1,13	1,00	1,21	1,11	0,11	9,52
2	0,82	1,00	1,37	1,06	0,28	26,26
3	0,80	0,95	1,09	0,95	0,14	14,97
4	0,98	1,13	1,01	1,04	0,08	7,67
MA	0,93	1,02	1,17			
DP	0,15	0,08	0,16			
CV (%)	16,32	7,62	13,35			



Figura 6.7 - Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:2003 com os observados



Figura 6.8 – Comparação dos resultados estimados pela NBR 6118:2003 e com a modificação de ξ =2,20 (NB1:03mod)

6.2 Comparativo dos Resultados das Normas

Na Figura 6.9 é apresentado um comparativo global entre a resistência observada experimentalmente e os valores estimados para as lajes ensaiadas. Observa-se que dentre todas as normas, A NBR 6118:1978 foi a que estimou as menores resistências para as lajes, subestimando, em média, aproximadamente 42% a resistência ao puncionamento das lajes. A ACI 318:2002 também apresentou resultados bastante conservadores, subestimando, em média, a resistência das lajes em 33%.

A norma inglesa BS 8110:1997 apresentou resultados satisfatórios na estimativa de resistência das lajes. Em média, está norma subestimou a resistência das lajes em apenas 6%, apresentando resultados na maioria das vezes a favor da segurança. Apenas para as lajes com taxa *c* de armadura transversal este código apresentou resultados contra a segurança, chegando a superestimar a resistência das lajes em 12%. Já a CEB-FIP MC90:1993 apresentou em média, resultados muito próximos daqueles verificados experimentalmente, superestimando a resistência das lajes em apenas 3%. No entanto, para as lajes com taxa *c*, esta norma apresentou resultados insatisfatórios, superestimando em 16% a resistência das lajes. Para a laje L2c, esta norma chegou a superestimar a resistência ao puncionamento em 35%, bastante contra a segurança.

A EUROCODE 2:2002 apresentou resultados satisfatórios em suas estimativas de resistência para as lajes desta pesquisa. Em média, este código subestimou a resistência das lajes em 13%, estando, portanto, a favor da segurança. Das 12 lajes ensaiadas nesta pesquisa, o único espécime para o qual a EUROCODE 2:2002 apresentou resultados contra a segurança foi a L2c, superestimando a resistência ao puncionamento em 14%. Mesmo com recomendações para a estimativa de resistência ao puncionamento de lajes lisas bastante semelhantes àquelas encontradas na CEB-FIP MC90:1993, este código apresentou resultados mais seguros por limitar o coeficiente $\xi = 1 + \sqrt{200/d}$ em no máximo 2,0, o qual segundo a MC90 pode assumir qualquer faixa de valor.

A nova versão da norma brasileira para projeto de estruturas de concreto, a NBR 6118:2003 apresentou avanços significativos em suas proposições para a estimativa de resistência ao puncionamento de lajes lisas. Enquanto sua antecessora apresentava recomendações pouco abrangentes, a NBR 6118:2003, baseando-se nas recomendações presentes na MC90, apresenta recomendações satisfatórias para as diversas situações em que pode ocorrer o puncionamento. No caso específico das lajes desta pesquisa, este código apresentou um rendimento satisfatório, superestimando a resistência das lajes em 4%. Todavia, da mesma forma que aconteceu com a MC90, observou-se a tendência desta norma em superestimar a resistência das lajes com taxa *c* de armadura, em média 17%.



Figura 6.9 - Comparação entre os resultados experimentais e os estimados pelas normas

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões

7.1.1 Programa Experimental

7.1.1.1 Lajes

As dimensões das lajes desta pesquisa foram determinadas de tal modo a representar as regiões de trechos de momentos negativos em torno de pilares internos de pavimentos com lajes lisas, onde o carregamento pode atuar de forma simétrica ou assimétrica. Para isto foram moldadas lajes quadradas, com lados de 1.800 mm e vão de 1.600 mm, considerando-se estas dimensões satisfatórias, pois mesmo nos casos extremos de posicionamento do carregamento, observou-se ruptura por puncionamento, com o cone se formando ao redor de todo o pilar.

7.1.1.2 Sistema de ensaio

Considera-se que o sistema utilizado no ensaio das lajes apresentou comportamento satisfatório, mostrando-se suficientemente rígido, a tal ponto que o deslocamento das vigas de apoio pode ser admitido como desprezível. Considera-se ainda que as chapas metálicas utilizadas para a simulação do pilar também apresentaram rigidez satisfatória, com deformações desprezíveis, descartando-se assim a hipótese de alívio de tensões na região de ligação entre a laje e o pilar.

Apesar de terem sido utilizados equipamentos manuais para a aplicação do carregamento nas lajes, considera-se que estes apresentaram desempenho satisfatório. Tanto a célula de carga como a leitora digital que a acompanha foram aferidas por técnicos capacitados do Laboratório de Engenharia Civil antes de ser iniciado o programa de ensaio das lajes. A precisão de 1 kN da leitora digital foi considerada satisfatória frente ao nível de carregamento a que foram submetidos os espécimes nos ensaios.

7.1.1.3 Deslocamentos verticais das lajes

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados ao longo das direções longitudinal e transversal. Observou-se que na direção longitudinal, todas as lajes apresentaram um perfil

curvo para os deslocamentos, sendo a forma desta curva dada em função da posição de aplicação do carregamento. Na direção transversal, nas lajes onde o carregamento foi aplicado de forma centrada, os bordos livres alteraram a variação dos deslocamentos das lajes, com estes se desenvolvendo linearmente. Já nas lajes onde o carregamento foi aplicado de forma excêntrica, observou-se uma redução nesta linearidade, chegando em alguns casos, como o das lajes L2c e L4c, a apresentar um perfil curvo similar ao observado na direção longitudinal. Este fato pode indicar uma certa redistribuição de esforços nas lajes com carregamento assimétrico.

Observou-se ainda que a mudança do ponto de aplicação do carregamento nas lajes reduziu significativamente a ductilidade das mesmas, observando-se que para as lajes onde o carregamento foi aplicado na posição 4, os deslocamentos reduziram em média 49% em relação aos resultados verificados com o carregamento centrado. Merece destaque também o fato de que, ao contrário do que era esperado, as lajes com maior taxa de armadura (tipo c) apresentaram deslocamentos máximos superiores aos daquelas com menores taxas de armadura (tipos a e b) de seu grupo.

7.1.1.4 Deformações na superfície do concreto

Os extensômetros do concreto foram posicionados para medir as deformações tangenciais do concreto, sendo posicionados de forma paralela às faces do pilar perpendiculares ao vão. Em nenhuma das lajes foram registrados níveis de deformação no concreto que se aproximassem daqueles onde normalmente ocorre seu esmagamento, com os valores máximos obtidos para a laje L4c, de 2,2‰.

Através das deformações registradas na superfície do concreto foi possível comprovar experimentalmente a diferença entre momentos na região do perímetro de controle da MC90, verificada teoricamente utilizando as recomendações desta norma e também através da análise pelo Método dos Elementos Finitos. Desta forma, comprovou-se experimentalmente que houve desbalanceamento dos momentos fletores na região em torno da área carregada e que os métodos teóricos disponíveis podem ser utilizados para estimar com precisão a intensidade destes efeitos.

7.1.1.5 Deformações da armadura de flexão

Foram monitoradas 8 das barras que compuseram as armaduras de das lajes, sendo 3 barras distribuídas na direção longitudinal e 5 barras na direção transversal. Foi dispensada maior atenção às armaduras transversais para avaliar a influência que estas barras exercem na resistência ao puncionamento de lajes lisas unidirecionais. Considera-se que a instrumentação utilizada nas armaduras de flexão foi satisfatória, fornecendo indicativos importantes sobre o comportamento das lajes.

De modo geral, observou-se que a taxa de armadura transversal pode influenciar significativamente na distribuição dos esforços na laje, o que, conseqüentemente, afetou a ductilidade, os deslocamentos verticais, a fissuração, a resistência ao puncionamento e a superfície de ruptura dos espécimes. Através das deformações registradas nas armaduras de flexão foi possível estimar o esforço a que cada barra foi submetida em cada estágio de carregamento. Assim, observou-se que as lajes com taxa de armadura menos rígida (tipo a) apresentaram uma distribuição mais uniforme dos esforços na direção transversal, pois um número maior de barras foi solicitado. Com isto, a concentração de esforços em torno da área carregada, verificada para as lajes com maior taxa de armadura transversal (tipo c), foi reduzida, o que pode ter contribuído significativamente para um melhor ganho de resistência das lajes. Este comportamento pôde ser comprovado também através da fissuração das lajes, conforme descrito adiante.

No entanto, não é possível afirmar com exatidão que as lajes com menores taxas de armadura transversal desenvolveram maiores resistências, pois a variação na intensidade dos momentos fletores e dos esforços cortantes, advinda da variação na posição do carregamento, exerceu forte influência na resistência ao puncionamento observada para as lajes. Deve-se mencionar ainda que a variabilidade na resistência à compressão do concreto das lajes também dificultou esta avaliação. Ainda assim, a única posição de carregamento em que uma laje com taxa de armadura transversal c apresentou maior resistência que aquelas com taxas a e b, foi na posição 4, com a laje L4c superando em pouco mais de 9% a resistência da laje L4a. Nas demais situações as maiores resistências foram observadas para lajes com taxas a ou b.

7.1.1.6 Mapas de Fissuração

Os mapas de fissuração mostraram que para as lajes com taxa de armadura transversal a, as fissuras se desenvolveram radialmente, se estendendo em direção aos bordos apoiados. Já para as lajes com taxa c, observou-se que as fissuras se desenvolveram transversalmente, em direção aos bordos livres. As lajes com taxa b apresentaram um comportamento intermediário entre o observado para as lajes com taxas a e c.

A posição de aplicação do carregamento também influenciou significativamente a fissuração das lajes, observando-se que, com o deslocamento do carregamento em direção aos apoios, houve uma sensível redução na fissuração das lajes, advinda da redução na intensidade dos momentos fletores.

7.1.1.7 Cargas últimas observadas

A maioria das normas analisadas considera que o desbalanceamento dos momentos fletores na ligação laje-pilar reduz, via de regra, a resistência ao puncionamento das lajes. Retirando-se das cargas de ruptura a influência da resistência do concreto, nota-se que este comportamento foi observado apenas para as lajes com taxa de armadura transversal b, as quais apresentaram reduções de 8%, 6% e 21% nas posições 2, 3 e 4, respectivamente.

Para as lajes com taxa de armadura transversal *a*, observou-se que nas posições 2, 3 e 4 de carregamento, as lajes apresentaram resistência superior à observada na posição 1, cerca de 29%, 31% e 6%, respectivamente. Para as lajes com taxa *c*, observou-se redução na posição 2 (17%), comportamento estável na posição 3 e ganho de resistência na posição 4 (7%).

Ao observar para uma mesma posição de carregamento a influência da taxa de armadura transversal, observou-se que as lajes com menores taxas de armadura ($a \ e \ b$) apresentaram maior resistência nas posições 1, 2 e 3 de carregamento. Apenas na posição 4 uma laje com taxa de armadura transversal c apresentou resistência superior. Na posição 1, a laje com taxa b apresentou resistência 25% superior a laje com taxa a, que apresentou menor resistência. Nas posições 2 e 3, as lajes com taxa a apresentaram resistência 46% e 19% superior as lajes com taxa c, que apresentaram menores resistências. Já na posição 4, a laje com taxa c apresentou resistência 17% superior a verificada para a laje com taxa de armadura transversal b, a qual apresentou a menor resistência.

7.1.1.8 Modos de ruptura observados

Com exceção da laje L1b, onde o modo de ruptura observado foi o flexo-puncionamento, nas demais lajes a ruptura ocorreu por puncionamento. O puncionamento é um modo de ruptura caracterizado pela fragilidade com que ocorre, pois a laje rompe de forma brusca, apresentando poucos indícios de sua iminente ruptura. Observou-se que a excentricidade do carregamento aumentou a resistência à flexão das lajes, devido à diminuição dos efeitos da flexão, o que tendeu a aumentar também a sua resistência última ao puncionamento.

A posição de aplicação do carregamento também influenciou significativamente na superfície de ruptura e na inclinação do cone de punção na direção longitudinal. Para as lajes com carregamento simétrico, verificou-se uma inclinação média das superfícies de ruptura de 24°. Já para os casos assimétricos, observou-se que na direção longitudinal a inclinação da superfície de ruptura na região entre a face do pilar e o apoio mais próximo aumentou significativamente, devido a maior intensidade do esforço cortante nesta região, atingindo um valor máximo de 67° na laje L4c.

7.1.2 Análise numérica

As simulações numéricas realizadas pelo Método dos Elementos Finitos comprovaram que o deslocamento do carregamento em direção ao apoio gera concentração de esforços cortantes na região entre a face do pilar e o apoio mais próximo e alívio no lado oposto. Verificou-se que nos pontos do perímetro de controle que coincidem com os eixos do pilar, foram observadas relações entre os cortantes de 1,43, 1,84 e 2,34 para as posições de carregamento 2, 3 e 4, respectivamente.

As análises realizadas utilizando o MEF também mostraram que, ao contrário do que ocorreu com o esforço cortante, para os momentos fletores observou-se uma maior intensidade na região entre a face do pilar e o apoio mais afastado. Nos pontos do perímetro de controle que coincidem com os eixos do pilar, verificaram-se relações entre os momentos de 1,25, 1,50 e 2,0 para as posições 2, 3 e 4, respectivamente. Estes resultados apresentaram concordância com os resultados experimentais, obtidos através das deformações na superfície de concreto, e também com os resultados estimados utilizando-se as recomendações da MC90.

Os modelos criados computacionalmente foram utilizados também para comparar os deslocamentos verticais teóricos nas lajes, obtidos através da análise elástica, com os resultados experimentais. Os resultados da análise elástica mostraram-se insatisfatórios, pois esta não considera a perda de rigidez da seção devido à fissuração do concreto, apresentado boa concordância apenas para o estágio linear-elástico de comportamento das lajes, que termina a partir da abertura da primeira fissura.

Buscando corrigir estes resultados, foi avaliada a recomendação apresentada na NBR 6118:2003, que preconiza a redução da rigidez de lajes em $(E \cdot I)_{sec} = 0,3 \cdot E_c \cdot I_c$ para considerar a fissuração. Nas lajes onde o carregamento foi centrado, observou-se boa concordância desta recomendação para as flechas máximas das lajes, pois nestes casos a fissuração foi maior. Para as demais posições de carregamento observou-se que esta recomendação foi inadequada, pois o nível de fissuração das lajes foi menor. De maneira geral, para estágios de carregamento inferiores a 70% da carga de ruptura, esta recomendação de carregamento bastante conservadora, apresentando resultados bastante superiores aos observados na prática. Como todas as estruturas são dimensionadas para estágios de carregamento bastante inferiores a 70% da carga de ruptura, considera-se que o uso desta recomendação para verificações no estado limite de serviço (ELS) tende a onerar significativamente o dimensionamento de estruturas de concreto armado.

7.1.3 Análise de normas

Foram analisadas nesta pesquisa as recomendações das normas ACI 318:2002, BS 8110:1997, CEB-FIP MC90:1993, EUROCODE 2:2002, NBR 6118:1978 e NBR 6118:2003 para a estimativa de resistência de lajes lisas submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico.

A ACI 318:2002 utiliza como parâmetro para a estimativa de resistência de lajes lisas ao puncionamento apenas a resistência à compressão do concreto. Desta forma, esta norma apresentou resultados conservadores, subestimando em média 33% a resistência das lajes. Já a BS 8110:1997 considera em suas expressões a contribuição da taxa de armadura de flexão na resistência ao puncionamento, apresentando resultados satisfatórios. Esta norma subestimou em apenas 6% a resistência ao puncionamento das lajes, estando a favor da segurança. Apenas para as lajes com taxa de armadura transversal igual nas direções longitudinal e transversal
(tipo c) esta norma apresentou resultados contra a segurança, pois superestimou em 12% a resistência destes espécimes.

Das normas analisadas, a CEB-FIP MC90:1993 foi a que apresentou resultados médios mais próximos dos observados experimentalmente, superestimando em apenas 3% a resistência das lajes. No entanto, a exemplo da BS 8110, a MC90 também apresentou resultados contra a segurança para as lajes com taxa *c*, superestimando a resistência das lajes em 16%, em média.

A EUROCODE 2:2002 apresenta expressões similares as recomendadas pela MC90 para a estimativa de resistência ao puncionamento simétrico e assimétrico em lajes sem armadura de cisalhamento, diferindo apenas por limitar o valor do coeficiente $\xi = 1 + \sqrt{200/d}$ (*size effect*) em 2,0. Desta forma, os resultados observados utilizando este código foram satisfatórios, subestimando a resistência média das lajes em 13%, mas retirando a tendência de superestimar a resistência das lajes com taxa *c*.

A versão anterior da norma brasileira para projeto de estruturas de concreto armado, a NBR 6118:1978, apresentou os resultados mais conservadores para as lajes ensaiadas, subestimando a resistência média em 42%. Já a versão atual desta norma, a NBR 6118:2003, apresenta recomendações bem mais abrangentes que as disponibilizadas na versão anterior, apresentando resultados satisfatórios, superestimando em 4% a resistência média das lajes. A exemplo da BS 8110 e da MC90, a norma brasileira também superestimou a resistência das lajes com taxa *c*, em 17%, resultados estes que não eram esperados, pois para lajes bidirecionais com pilares quadrados este comportamento não tem sido observado. Isto pode indicar a necessidade de acrescentar às expressões normativas um fator que leve em consideração as condições de contorno da laje, pois tomar a média das taxas de armadura em lajes unidirecionais mostrou-se inadequado nesta pesquisa para os espécimes que apresentavam taxas iguais nas duas direções.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestões para a realização de trabalhos futuros tem-se:

a) Analisar a contribuição da taxa de armadura transversal na resistência ao puncionamento simétrico em lajes lisas unidirecionais e bidirecionais. Poderiam ser utilizados

pilares quadrados, taxa de retangularidade 1, e pilares bastante retangulares, taxa de retangularidade 5. Para a taxa de armadura transversal poderiam ser adotadas três variações. Inicialmente, a taxa de armadura transversal poderia ser 50% inferior a taxa de armadura longitudinal. Na segunda situação, as taxas poderiam ser iguais nas duas direções. Por fim, poderia ser adotada uma taxa transversal 50% superior a adotada na direção longitudinal. Assim, poderia ser possível estabelecer parâmetros que indicassem a influência das condições de contorno na resistência ao puncionamento de lajes lisas, além de quantificar a contribuição da taxa de armadura transversal em lajes unidirecionais e bidirecionais, contribuindo desta forma para melhorar as expressões normativas.

b) Estudar o comportamento de lajes lisas unidirecionais e bidirecionais submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico, com mesma taxa de armadura nas duas direções, e pilares quadrados e retangulares. Para a posição de carregamento, poderiam ser adotadas variações superiores as desta pesquisa como, por exemplo, 1, 3 e 6, pois desta forma os efeitos da assimetria seriam observados de forma mais clara. Para os pilares, poderiam ser estabelecidas taxas de retangularidade 1 e 5.

c) Verificar a eficiência do reforço ao cisalhamento de lajes lisas unidirecionais com pilares quadrados submetidas a puncionamento simétrico ou assimétrico. Poderiam ser utilizados estribos inclinados e analisadas diversas disposições destes elementos em torno do pilar para cada posição de carregamento. O carregamento poderia ser deslocado de forma idêntica à adotada nesta pesquisa para que se avalie o acréscimo de resistência promovido pelos estribos inclinados e qual distribuição é mais adequada.

d) A realização de estudos teóricos onde sejam realizadas análises não lineares utilizando o Método dos Elementos Finitos para simular o comportamento das lajes ensaiadas poderia contribuir significativamente para o melhor entendimento do comportamento estrutural das lajes desta pesquisa, podendo contribuir ainda para o aperfeiçoamento dos métodos teóricos para a estimativa da resistência de lajes lisas ao puncionamento assimétrico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1. ACI 318. *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- 2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739 Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto. Rio de Janeiro, 1994-a.
- 3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, 1978.
- 4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118 Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6892 Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente. Rio de Janeiro, 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 Argamassa e Concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 1994.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 Concreto -Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 1984.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 8953 Concreto para fins estruturais - Classificação por grupos de resistência. Rio de Janeiro, 1992.
- 9. BARATA, M. S. Concreto de Alto Desempenho no Estado do Pará: Estudo de Viabilidade Técnica e Econômica de Produção de Concreto de Alto Desempenho com os Materiais Disponíveis em Belém Através do Emprego de Adições de Sílica Ativa e Metacaulim. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 1998, 150 p.
- BS 8110. Structural Use of Concrete. London. British Standards Institution, 1985 (Amendment No 03, published and effective from 15 March 1993).

- 11. CARVALHO, R. C. e FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003. São Carlos, Editora EdUFSCAR, 2004, 374p.
- 12. CEB FIP. *Model Code 1990: Final Draft.* Bulletin D'Information, No 203-205, Lausanne, July 1991.
- CORDOVIL, F. A. B. e FUSCO, P. B. Ensaios de placas de concreto armado Punção excêntrica. In: XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Tucumán 1995, p. 141-151.
- CORDOVIL, F. A. B. e FUSCO, P. B. Método de Ensaio de Punção Excêntrica em Placas de Concreto. In: XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Tucumán 1995, p. 153-163.
- ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E. Shear strength of reinforced concrete slabs. ACI Journal, 1956, Proceedings V. 53, No. 1, July, p. 29-57.
- 16. EUROCODE 2. Design of concrete structures Part1: General rules and rules for buildings. European Standard, November 2002.
- FORSSEL, C., HOLMBERG, Å. Stämpellast på plattor av betong. Betong, 1946, V. 31, No. 2, p. 95-123.
- HALLGREN, M. Punching shear tests on reinforced high strength concrete slabs. Technical Report 1994:14, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1994.
- HOLANDA, K. M A. Análise dos Mecanismos Resistentes e das Similaridades de Efeitos da Adição de Fibras de Aço na Resistência e Ductilidade à Punção de Lajes-Cogumelo e ao Cisalhamento de Vigas de Concreto. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, SP, 2002, 279 p.
- KRÜGER, G., BURDET, O., FAVRE, R. Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer. In: International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs, Stockholm, 2000, p. 333-341.

- 21. LEONHARDT, F. e WALTHER, R. The Stuttgart Shear Tests Contributions to the treatment of the problems of shear in reinforced concrete constructions. Beton und Stahlbetonbau, V.56, No. 12, 1962
- 22. MEHTA, P. K. e MONTEIRO, P. J. M. *Concreto: estrutura, propriedades e materiais.* São Paulo, Editora Pini, 1994, 573 p.
- 23. MELO, G. S. S. A. *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, 1990, 214p.
- OLIVEIRA, D. R. C. de. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento ao Puncionamento. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1998, 121p.
- 25. OLIVEIRA, D. R. C. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2003, 214 p.
- 26. REGAN, P. E., REZAI-JORABI, H. Shear Resistance of one-way slabs under concentrated loads. ACI Structural Journal, Estados Unidos no. 85-S18, p. 150-157, 1988.
- 27. SILVA, C.A.; NASCIMENTO, M.C.H.; COSTA, T.C.D. Estágio de Campo III Ourém (Pará). Relatório final Departamento de Geologia, Centro de Geociências da Universidade Federal do Pará, Belém, 1994, 116p.
- SOUZA, V. C. M. e CUNHA, A. J. P. Lajes em Concreto Armado e Protendido. Niterói, EdUFF, 1994, 584 p.
- 29. STEVENSON, A. M. Post-tensioned Concrete Floors in Multi-Storey Buildings: An introduction to the development, benefits, design and construction of in-situ prestressed suspended floors. British Cement Association Publication no. 97.347, 1994.
- 30. TAKAHASHI, Y. e KAKUTA, Y. *Effect of free edge on punching strength of reinforced concrete slabs*. Transactions of the Japan Concrete Institute, V.5, 1983, p. 255-260.

- 31. TAKEYA, T. Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-Pilar em Bordas de Lajes Cogumelo. Dissertação de Mestrado, Departamento de Estruturas, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 1981, 241 p.
- 32. VANDERBILT, M. D. Shear strength of continuous plates. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, V. 98, No. ST5, 1972, p. 961-973.

APÊNDICE A



A.1 Deslocamentos Verticais

Figura A.1 - Posicionamento dos deflectômetros nas lajes

Corgo	Deflectômetro δ (mm)									
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(111)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,01	0,14	0,24	0,14	0,04	0,20	0,16			
30,0	0,02	0,40	0,62	0,41	0,18	0,56	0,28			
45,0	0,02	0,87	1,44	1,02	0,51	1,22	0,70			
60,0	0,15	1,67	2,34	1,70	0,87	2,00	1,25			
75,0	0,43	2,46	3,33	2,57	1,25	2,83	1,95			
90,0	0,65	3,24	4,40	3,44	1,63	3,63	2,54			
105,0	0,87	3,93	5,58	4,31	1,98	4,60	3,24			
120,0	1,16	4,70	6,80	5,25	2,35	5,48	3,81			
135,0	1,20	5,52	8,14	6,20	2,74	6,45	4,44			
150,0	1,50	6,35	9,40	7,05	3,15	7,30	4,94			
165,0	1,65	7,52	10,83	8,06	3,49	8,32	5,49			

Tabela A.1 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1a

Tabela A.2 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1b

Corgo	Deflectômetro δ (mm)									
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(1111)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,00	0,06	0,11	0,15	0,03	0,15	0,11			
30,0	0,00	0,19	0,40	0,38	0,09	0,39	0,28			
45,0	0,00	0,45	0,87	0,74	0,15	0,74	0,52			
60,0	0,01	0,87	1,58	1,21	0,23	1,16	0,79			
75,0	0,26	1,30	2,19	1,64	0,30	1,59	1,08			
90,0	0,41	2,07	2,90	2,14	0,51	2,06	1,40			
105,0	0,58	2,37	3,79	2,69	0,73	2,71	1,91			
120,0	0,71	2,97	4,74	3,36	0,99	3,49	2,45			
135,0	0,76	3,50	5,54	4,06	1,27	4,16	2,83			
150,0	0,86	4,20	6,69	4,96	1,83	4,91	3,38			
165,0	1,70	5,10	7,74	5,46	2,07	5,79	3,88			
180,0	1,84	5,80	8,89	6,30	2,37	6,41	4,23			
195,0	1,96	6,56	10,04	7,11	2,62	7,15	4,66			
210,0	2,50	7,59	11,39	7,91	2,85	8,21	5,28			
225,0	2,54	8,33	12,74	8,81	2,98	9,04	5,70			

Cargo		Deflectômetro δ (mm)								
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(MI I)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,12	0,25	0,40	0,28	0,01	0,30	0,11			
30,0	0,19	0,58	0,90	0,64	0,03	0,65	0,36			
45,0	0,30	1,04	1,62	1,17	0,21	1,25	0,77			
60,0	0,36	1,58	2,51	1,84	0,45	1,95	1,25			
75,0	0,48	2,22	3,52	2,68	0,70	2,75	2,01			
90,0	0,60	2,94	4,60	3,38	1,16	3,62	2,69			
105,0	0,65	3,75	5,69	4,12	1,41	4,45	3,33			
120,0	0,85	4,50	6,79	4,90	1,80	5,20	3,87			
135,0	1,08	5,18	7,92	5,61	1,98	5,97	4,40			
150,0	1,42	5,95	9,15	6,44	2,28	6,85	4,97			
165,0	1,52	6,62	10,32	7,26	2,68	7,73	5,49			
180,0	1,82	7,41	11,60	8,03	2,80	8,65	6,02			

Tabela A.3 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1c

Tabela A.4 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2a

Corgo	Deflectômetro δ (mm)									
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(111)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,00	0,04	0,11	0,09	0,01	0,09	0,04			
30,0	0,07	0,19	0,29	0,31	0,11	0,25	0,17			
45,0	0,19	0,48	0,70	0,50	0,29	0,50	0,39			
60,0	0,36	0,60	1,30	0,80	0,41	0,88	0,64			
75,0	0,51	0,95	1,70	1,17	0,59	1,18	0,95			
90,0	0,66	1,24	2,05	1,73	0,75	1,60	1,50			
105,0	0,96	1,40	2,36	2,25	1,05	2,10	1,96			
120,0	1,65	2,12	2,70	2,75	1,50	2,50	2,35			
135,0	2,03	2,53	3,12	3,36	1,85	2,90	2,80			
150,0	2,43	3,06	3,85	3,88	2,20	3,40	3,00			
165,0	2,73	3,42	4,52	4,51	2,51	3,82	3,16			
180,0	3,12	3,53	5,22	5,10	3,30	4,83	3,68			
195,0	3,50	4,12	6,58	5,80	3,40	5,60	4,10			
210,0	3,86	4,88	7,60	6,50	3,65	6,25	4,40			
225,0	4,30	5,89	9,28	7,46	3,80	7,10	4,72			

Carga		Deflectômetro δ (mm)									
(kN)		Dire	Direção Transversal								
(KI I)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7				
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00				
15,0	0,00	0,02	0,13	0,08	0,04	0,08	0,07				
30,0	0,00	0,17	0,37	0,30	0,17	0,26	0,21				
45,0	0,00	0,42	0,73	0,58	0,31	0,51	0,40				
60,0	0,00	0,68	1,17	0,95	0,47	0,83	0,59				
75,0	0,05	1,14	1,77	1,39	0,61	1,29	0,99				
90,0	0,11	1,49	2,35	1,86	0,77	1,69	1,26				
105,0	0,28	1,94	3,07	2,40	0,89	2,40	1,70				
120,0	0,28	2,22	3,55	2,85	1,07	2,79	1,92				
135,0	0,28	2,61	4,29	3,50	1,38	3,26	2,16				
150,0	0,57	3,34	5,39	4,25	1,53	4,01	2,62				
165,0	0,90	3,77	6,32	4,98	1,92	4,62	3,00				
180,0	1,30	4,58	7,39	5,79	2,31	5,26	3,32				
195,0	2,00	6,24	8,75	6,47	2,90	6,23	3,93				
210,0	2,64	7,99	11,15	8,25	3,33	7,06	5,34				

Tabela A.5 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2b

Tabela A.6 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2c

Carga		Deflectômetro δ (mm)								
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(11.1)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,02	0,05	0,25	0,20	0,15	0,12	0,05			
30,0	0,02	0,15	0,56	0,53	0,33	0,36	0,21			
45,0	0,02	0,20	0,85	0,98	0,68	0,64	0,42			
60,0	0,02	0,85	1,60	1,50	0,70	1,15	0,80			
75,0	0,28	1,45	2,58	2,12	0,90	2,03	1,22			
90,0	0,30	2,60	3,15	2,86	1,30	2,42	1,45			
105,0	1,10	3,60	3,86	3,55	1,97	2,89	1,75			
120,0	2,05	4,05	4,75	4,32	2,32	3,69	2,29			
135,0	2,90	4,65	5,35	4,72	2,82	4,70	2,98			
150,0	3,75	5,35	5,60	5,65	3,18	5,68	3,86			

Carga			Defle	ectômetro δ ((mm)		
(kN)		Dire	Direção Transversal				
(111)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,00	0,05	0,13	0,09	0,05	0,06	0,06
30,0	0,10	0,30	0,48	0,30	0,10	0,34	0,21
45,0	0,20	0,60	0,83	0,48	0,11	0,60	0,45
60,0	0,32	0,91	1,14	0,64	0,12	0,80	0,59
75,0	0,50	1,30	1,50	0,86	0,12	1,30	0,86
90,0	0,58	1,76	1,86	1,05	0,15	1,66	1,11
105,0	0,90	2,30	2,30	1,40	0,36	2,03	1,30
120,0	1,04	2,72	2,70	1,66	0,46	2,31	1,48
135,0	1,25	3,30	3,22	1,92	0,55	2,66	1,71
150,0	1,33	3,82	3,70	2,21	0,62	3,00	2,10
165,0	1,64	4,50	4,24	2,54	0,70	3,28	2,60
180,0	1,88	5,13	4,74	2,85	0,74	3,60	3,00
195,0	2,00	5,80	5,30	3,18	0,86	3,91	3,30
210,0	2,18	6,42	5,85	3,54	1,00	4,22	3,60
225,0	2,47	7,60	6,50	3,92	1,20	4,56	3,82

Tabela A.7 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3a

Tabela A.8 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3b

Cargo			Defle	ectômetro δ ((mm)		
(kN)		Dire	Direção Transversal				
(111.1)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,09	0,11	0,13	0,08	0,05	0,05	0,00
30,0	0,13	0,38	0,39	0,25	0,11	0,21	0,09
45,0	0,14	0,55	0,58	0,38	0,19	0,36	0,19
60,0	0,16	0,84	0,82	0,55	0,25	0,48	0,30
75,0	0,30	1,12	1,11	0,71	0,28	0,76	0,54
90,0	0,34	1,48	1,48	0,95	0,38	1,00	0,71
105,0	0,40	1,87	1,80	1,12	0,38	1,28	0,88
120,0	0,55	2,28	2,20	1,36	0,47	1,60	1,15
135,0	0,71	2,78	2,61	1,66	0,47	1,95	1,38
150,0	0,88	3,22	3,03	1,92	0,52	2,25	1,54
165,0	1,10	3,85	3,55	2,22	0,52	2,71	1,85
180,0	1,40	4,45	4,03	2,50	0,52	3,15	2,10
195,0	1,62	5,10	4,57	2,82	0,60	3,58	2,35
210,0	1,90	5,80	5,08	3,10	0,60	4,00	2,58

Corgo			Defl	ectômetro δ ((mm)		
(kN)		Dire	Direção Transversal				
(111)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,05	0,12	0,15	0,12	0,12	0,10	0,07
30,0	0,14	0,34	0,37	0,26	0,18	0,25	0,18
45,0	0,28	0,76	0,65	0,46	0,24	0,49	0,49
60,0	0,40	1,00	1,05	0,72	0,28	0,82	0,72
75,0	1,15	2,99	2,88	2,10	0,70	2,56	2,20
90,0	0,95	1,88	1,89	1,42	0,43	1,70	1,68
105,0	1,09	2,41	2,41	1,75	0,59	2,03	2,15
120,0	1,25	3,05	2,97	2,08	0,70	2,41	2,60
135,0	1,37	3,68	3,54	2,41	0,82	2,88	3,15
150,0	1,55	4,50	4,13	2,78	0,93	3,44	3,52
165,0	1,85	5,44	4,79	3,20	0,97	3,94	3,81

Tabela A.9 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3c

Tabela A.10 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4a

Carga	Deflectômetro δ (mm)									
(kN)		Dire	Direção Transversal							
(111.1)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,00	0,06	0,09	0,05	0,00	0,04	0,00			
30,0	0,00	0,18	0,22	0,15	0,05	0,08	0,01			
45,0	0,05	0,30	0,37	0,28	0,11	0,12	0,01			
60,0	0,10	0,50	0,56	0,44	0,20	0,38	0,07			
75,0	0,26	0,82	0,74	0,50	0,20	0,59	0,27			
90,0	0,38	1,15	1,07	0,69	0,29	0,79	0,38			
105,0	0,84	1,85	1,57	0,96	0,25	1,28	0,75			
120,0	1,15	2,48	2,07	1,27	0,32	1,65	0,95			
135,0	1,45	3,17	2,68	1,62	0,43	2,04	1,06			
150,0	1,72	3,93	3,31	1,98	0,49	2,48	1,28			
165,0	2,01	4,61	3,93	2,39	0,65	2,80	1,40			
180,0	2,34	5,38	4,58	2,81	0,83	3,15	1,46			

Tabela A.11 - Deslocamentos verticais registrados na laje L4b

Cargo		Deflectômetro δ (mm)								
(kN)		Dire	Direção T	Direção Transversal						
(11.1)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7			
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00			
15,0	0,00	0,07	0,11	0,04	0,04	0,00	0,00			
30,0	0,06	0,22	0,29	0,17	0,13	0,05	0,00			
45,0	0,20	0,50	0,57	0,40	0,25	0,21	0,06			
60,0	0,50	1,06	1,00	0,68	0,27	0,65	0,35			
75,0	0,95	1,65	1,45	0,91	0,27	1,07	0,60			
90,0	1,65	2,45	2,07	1,25	0,29	1,61	0,87			
105,0	2,28	3,17	2,69	1,67	0,40	2,07	1,08			
120,0	2,98	3,98	3,45	2,07	0,44	2,53	1,33			
135,0	3,99	5,13	4,23	2,65	0,59	2,99	1,77			
150,0	4,82	6,11	5,14	3,07	0,81	3,66	2,58			
165,0	5,55	7,10	5,89	3,55	1,08	4,28	3,12			
180,0	7,05	8,80	6,47	3,85	1,13	5,77	4,32			

Carga			Defle	ectômetro δ ((mm)		
(kN)		Dire	Direção Transversal				
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,00	0,10	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00
30,0	0,08	0,22	0,15	0,10	0,00	0,10	0,05
45,0	0,12	0,40	0,32	0,20	0,02	0,20	0,12
60,0	0,30	0,75	0,53	0,42	0,04	0,55	0,43
75,0	0,65	1,10	0,90	0,83	0,15	1,02	0,72
90,0	1,07	1,44	1,39	1,22	0,20	1,43	0,92
105,0	1,48	1,78	1,65	1,60	0,25	1,95	1,12
120,0	1,80	2,45	2,15	1,98	0,30	2,40	1,40
135,0	2,06	3,20	2,78	2,45	0,40	3,05	1,85
150,0	2,30	4,00	3,25	2,90	0,40	3,50	2,10
165,0	2,53	4,80	3,90	3,40	0,45	4,05	2,50
180,0	2,80	5,70	4,68	4,05	0,45	4,75	2,90
195,0	3,05	6,45	5,33	4,60	0,50	5,20	3,18

Tabela A.12 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4c



A.2 Deformações no Concreto e nas Armaduras de Flexão

Figura A.2 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto

As deformações registradas nos extensômetros 1 e 2, posicionados na superfície inferior do concreto das lajes, estão indicadas nas duas últimas colunas das Tabelas A.13 a A.24. Estes extensômetros são chamados de Ec1 e Ec2.



Figura A.3 - Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão

As deformações registradas nos extensômetros 1 a 8, posicionados nas armaduras de flexão das lajes, estão indicadas nas colunas 2 a 8 das Tabelas A.13 a A.24. Estes extensômetros são chamados de EA1 a EA8.

Cargo]	Deforma	ção nos	Extensôr	netros (%	60)		
(kN)			A	rmaduras	s de Flex	ão			Concreto	
(KI V)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,08	0,05	0,02	0,03	0,02	0,19	0,12	0,04	-0,09	-0,08
30,0	0,10	0,07	0,03	0,03	0,09	0,20	0,15	0,04	-0,09	-0,08
45,0	0,14	0,11	0,05	0,06	0,17	0,34	0,25	0,09	-0,14	-0,14
60,0	0,32	0,24	0,11	0,17	0,30	0,54	0,43	0,22	-0,21	-0,22
75,0	0,63	0,72	0,42	0,43	0,34	0,76	0,63	0,34	-0,27	-0,29
90,0	1,02	1,11	0,83	0,49	0,39	0,98	0,84	0,45	-0,35	-0,36
105,0	1,43	1,37	1,00	0,56	0,46	1,21	1,06	0,55	-0,43	-0,44
120,0	1,85	1,60	1,14	0,64	0,54	1,45	1,27	0,65	-0,53	-0,53
135,0	1,96	1,74	1,29	0,80	0,63	1,68	1,47	0,75	-0,62	-0,62
150,0	2,07	1,91	1,44	0,97	0,73	1,91	1,64	0,86	-0,73	-0,73
165,0	2,21	2,06	1,61	1,16	0,86	2,18	1,83	0,97	-0,86	-0,87

Tabela A.13 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1a

Tabela A.14 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1b

Carga			Ľ	Deformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)			
(kN)		Armaduras de Flexão									
(ki t)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2	
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
15,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,05	0,04	0,03	-0,03	-0,08	
30,0	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,23	0,13	0,07	-0,06	-0,23	
45,0	0,06	0,00	0,02	0,01	0,01	0,41	0,22	0,13	-0,11	-0,39	
60,0	0,12	0,01	0,03	0,02	0,02	0,62	0,46	0,36	-0,18	-0,53	
75,0	0,18	0,02	0,04	0,03	0,02	0,80	0,65	0,53	-0,27	-0,65	
90,0	0,25	0,07	0,06	0,04	0,03	0,98	0,82	0,66	-0,38	-0,77	
105,0	0,33	0,13	0,07	0,05	0,04	1,18	0,93	0,81	-0,50	-0,91	
120,0	0,46	0,23	0,10	0,07	0,05	1,39	1,05	0,96	-0,63	-1,05	
135,0	0,64	0,37	0,21	0,15	0,07	1,59	1,22	1,09	-0,75	-1,18	
150,0	0,95	0,64	0,35	0,21	0,09	1,81	1,39	1,20	-0,92	-1,34	
165,0	1,19	0,88	0,49	0,26	0,14	2,05	1,55	1,34	-1,07	-1,46	
180,0	1,38	1,14	0,52	0,31	0,19	2,28	1,73	1,50	-1,23	-1,58	
195,0	1,61	1,37	0,59	0,35	0,23	2,55	1,91	1,67	-1,39	-1,73	
210,0	1,85	1,64	0,64	0,41	0,28	2,91	2,29	1,93	-1,57	-1,87	
225,0	2,04	1,84	0,70	0,50	0,41	3,26	2,68	2,15	-1,76	-2,02	

Corgo			Ľ	D eformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Cone	creto
(KI V)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,07	0,02	0,01	0,00	0,00	0,09	0,06	0,04	-0,07	-0,08
30,0	0,18	0,05	0,02	0,01	0,01	0,39	0,31	0,12	-0,16	-0,20
45,0	0,37	0,06	0,04	0,02	0,02	0,63	0,52	0,34	-0,28	-0,32
60,0	0,55	0,07	0,06	0,03	0,02	0,83	0,68	0,48	-0,39	-0,42
75,0	1,44	0,21	0,09	0,03	0,03	1,02	0,86	0,61	-0,50	-0,54
90,0	1,68	0,36	0,11	0,04	0,04	1,22	1,02	0,75	-0,62	-0,66
105,0	2,34	0,52	0,17	0,08	0,06	1,43	1,20	0,87	-0,75	-0,78
120,0	2,48	0,68	0,26	0,16	0,13	1,67	1,37	0,98	-0,87	-0,91
135,0	2,55	0,84	0,35	0,25	0,22	1,90	1,56	1,11	-1,00	-1,04
150,0	2,80	1,02	0,45	0,34	0,34	2,15	1,80	1,19	-1,14	-1,19
165,0	3,34	1,18	0,55	0,46	0,41	2,37	2,01	1,31	-1,28	-1,34
180,0	3,38	1,35	0,64	0,53	0,48	2,68	2,21	1,45	-1,40	-1,50

Tabela A.15 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L1c

Tabela A.16 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2a

Corgo			D	D eformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Conc	creto
(KI V)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,05	0,03	0,04	-0,04	-0,04
30,0	0,05	0,07	0,06	0,04	0,03	0,16	0,08	0,09	-0,09	-0,09
45,0	0,06	0,12	0,11	0,07	0,07	0,38	0,17	0,17	-0,18	-0,15
60,0	0,10	0,21	0,16	0,12	0,12	0,62	0,32	0,26	-0,27	-0,22
75,0	0,18	0,41	0,16	0,18	0,17	0,85	0,45	0,37	-0,37	-0,29
90,0	0,30	0,57	0,17	0,25	0,25	1,07	0,60	0,50	-0,45	-0,38
105,0	0,43	0,73	0,20	0,34	0,33	1,26	0,75	0,62	-0,52	-0,46
120,0	0,55	0,89	0,26	0,44	0,40	1,42	0,89	0,74	-0,58	-0,57
135,0	0,72	1,09	0,41	0,58	0,49	1,61	1,12	0,87	-0,65	-0,69
150,0	0,91	1,31	0,68	0,68	0,57	1,81	1,33	1,01	-0,73	-0,83
165,0	1,11	1,57	0,98	0,82	0,62	2,06	1,58	1,16	-0,81	-0,97
180,0	1,31	1,82	1,20	0,96	0,67	2,29	1,89	1,30	-0,89	-1,11
195,0	1,55	2,09	1,38	1,18	0,74	2,57	2,47	1,48	-1,00	-1,26
210,0	1,80	2,40	1,57	1,40	0,84	2,82	3,53	1,66	-1,12	-1,41
225,0	2,21	2,56	1,85	1,73	1,05	-7,54	4,68	1,91	-1,39	-1,71

Corgo			Ľ	Deformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Cone	creto
	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	0,05	0,03	0,04	-0,07	-0,05
30,0	0,03	0,14	0,03	0,04	0,03	0,15	0,09	0,10	-0,16	-0,11
45,0	0,06	0,25	0,07	0,07	0,05	0,34	0,19	0,23	-0,25	-0,14
60,0	0,08	0,15	0,21	0,20	0,15	0,55	0,37	0,38	-0,33	-0,19
75,0	0,12	0,31	0,34	0,30	0,28	0,79	0,59	0,52	-0,39	-0,26
90,0	0,22	0,71	0,51	0,38	0,41	1,02	0,79	0,65	-0,47	-0,34
105,0	0,34	0,76	0,69	0,45	0,49	1,23	1,00	0,98	-0,55	-0,43
120,0	0,46	1,01	0,88	0,50	0,53	1,42	1,20	1,04	-0,63	-0,52
135,0	0,63	1,42	1,10	0,57	0,60	1,78	1,39	0,99	-0,72	-0,64
150,0	0,95	3,15	1,38	0,87	0,67	2,09	1,61	1,12	-0,84	-0,79
165,0	1,43	3,41	1,61	0,93	0,74	2,33	1,81	1,25	-0,95	-0,91
180,0	1,69	3,66	1,87	1,09	0,81	2,55	2,03	1,38	-1,06	-1,04
195,0	1,85	3,89	2,14	1,22	0,89	2,82	2,26	1,52	-1,13	-1,17
210,0	2,07	4,02	2,59	1,43	1,01	3,76	2,57	1,69	-1,20	-1,47

Tabela A.17 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2b

Tabela A.18 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L2c

Corgo			D	D eformaç	ão nos E	Extensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Concreto	
(111)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,00	0,02	0,01	0,01	0,01	0,12	0,02	0,04	-0,03	-0,03
30,0	0,01	0,06	0,03	0,03	0,00	0,37	0,23	0,14	-0,07	-0,08
45,0	0,02	0,12	0,04	0,04	0,01	1,54	0,45	0,25	-0,11	-0,13
60,0	0,07	0,23	0,09	0,06	0,01	2,46	0,66	0,39	-0,18	-0,20
75,0	0,12	0,45	0,20	0,11	0,01	3,16	0,88	0,53	-0,24	-0,29
90,0	0,26	0,66	0,35	0,22	0,05	3,67	1,09	0,67	-0,30	-0,38
105,0	0,36	0,86	0,52	0,33	0,13	4,67	1,30	0,80	-0,34	-0,47
120,0	0,50	1,13	0,77	0,45	0,23	5,15	1,55	0,97	-0,38	-0,59
135,0	0,59	1,29	0,93	0,54	0,38	5,55	1,76	1,07	-0,41	-0,69
150,0	0,70	1,49	1,09	0,63	0,56	5,96	2,01	1,08	-0,42	-0,84

Cargo			D	Deformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	o)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Cone	creto
(KI V)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,03	0,04	0,04	0,03	0,01	0,06	0,03	0,02	-0,04	-0,06
30,0	0,07	0,08	0,08	0,10	0,03	0,23	0,11	0,06	-0,10	-0,13
45,0	0,10	0,15	0,13	0,20	0,08	0,40	0,26	0,12	-0,16	-0,20
60,0	0,15	0,22	0,16	0,31	0,14	0,57	0,40	0,18	-0,22	-0,29
75,0	0,20	0,30	0,20	0,41	0,21	0,73	0,52	0,26	-0,29	-0,39
90,0	0,25	0,40	0,27	0,53	0,33	0,90	0,64	0,40	-0,36	-0,51
105,0	0,31	0,54	0,35	0,63	0,46	1,08	0,75	0,47	-0,43	-0,65
120,0	0,38	0,69	0,43	0,71	0,54	1,24	0,86	0,64	-0,50	-0,78
135,0	0,45	0,70	0,52	0,82	0,63	1,40	0,97	0,72	-0,57	-0,91
150,0	0,52	1,01	0,62	0,94	0,71	1,58	1,08	0,67	-0,65	-1,05
165,0	0,62	1,16	0,78	1,09	0,83	1,78	1,21	0,74	-0,74	-1,22
180,0	0,71	1,30	0,93	1,23	0,98	1,99	1,35	0,82	-0,83	-1,36
195,0	0,82	1,48	1,11	1,39	1,15	2,22	1,51	0,92	-0,94	-1,53
210,0	0,91	1,68	1,28	1,59	1,29	2,44	1,68	1,02	-1,03	-1,68
225,0	1,05	1,93	1,57	1,77	1,51	2,77	1,89	1,13	-1,18	-1,93

Tabela A.19 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3a

Tabela A.20 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3b

Corgo			Ľ	D eformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Conc	creto
	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,07	0,04	0,03	-0,04	-0,06
30,0	0,01	0,02	0,06	0,01	0,07	0,36	0,08	0,10	-0,13	-0,16
45,0	0,02	0,04	0,13	0,04	0,12	0,47	0,10	0,14	-0,20	-0,26
60,0	0,02	0,08	0,24	0,13	0,18	0,61	0,11	0,32	-0,29	-0,37
75,0	0,02	0,13	0,41	0,28	0,28	0,78	0,16	0,47	-0,36	-0,48
90,0	0,04	0,20	0,56	0,45	0,41	0,96	0,24	0,64	-0,42	-0,60
105,0	0,05	0,28	0,73	0,59	0,51	1,11	0,30	0,80	-0,49	-0,73
120,0	0,08	0,36	0,87	0,73	0,58	1,27	0,35	0,91	-0,56	-0,86
135,0	0,11	0,48	1,06	0,88	0,62	1,44	0,44	1,09	-0,64	-1,02
150,0	0,16	0,60	1,19	1,02	0,66	1,60	0,52	1,65	-0,72	-1,17
165,0	0,24	0,79	1,34	1,17	0,71	1,78	0,63	1,75	-0,81	-1,33
180,0	0,33	1,02	1,46	1,32	0,77	1,96	0,74	1,85	-0,90	-1,48
195,0	0,44	1,24	1,60	1,47	0,85	2,13	0,86	2,20	-1,00	-1,63
210,0	0,55	1,47	1,71	1,58	1,02	2,28	1,00	2,35	-1,15	-1,89

Corgo			Γ	Deformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Concreto	
(KIV)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,02	0,04	0,03	0,01	0,19	0,12	0,04	-0,09	-0,06
30,0	0,01	0,03	0,05	0,03	0,01	0,20	0,13	0,04	-0,09	-0,08
45,0	0,03	0,04	0,10	0,05	0,02	0,34	0,25	0,09	-0,14	-0,14
60,0	0,04	0,08	0,18	0,10	0,04	0,54	0,39	0,22	-0,21	-0,22
75,0	0,08	0,15	0,30	0,19	0,05	0,76	0,55	0,34	-0,27	-0,29
90,0	0,12	0,23	0,40	0,29	0,08	0,98	0,71	0,45	-0,35	-0,36
105,0	0,15	0,34	0,52	0,42	0,15	1,21	0,88	0,55	-0,43	-0,44
120,0	0,18	0,46	0,66	0,58	0,22	1,45	1,05	0,65	-0,53	-0,53
135,0	0,24	0,60	0,80	0,74	0,32	1,68	1,22	0,75	-0,62	-0,62
150,0	0,30	0,75	0,95	0,89	0,41	1,91	1,38	0,86	-0,73	-0,73
165,0	0,40	0,92	1,12	1,08	0,55	2,18	1,58	0,97	-0,86	-0,87

Tabela A.21 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L3c

Tabela A.22 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4a

Corgo			Ľ)eformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	o)		
(kN)			Aı	maduras	de Flex	ão			Cone	creto
(1111)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,03	0,01	0,01	-0,03	-0,11
30,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,07	0,03	0,02	-0,08	-0,27
45,0	0,01	0,03	0,02	0,01	0,01	0,26	0,14	0,12	-0,14	-0,44
60,0	0,01	0,08	0,14	0,03	0,02	0,39	0,19	0,22	-0,20	-0,51
75,0	0,02	0,12	0,25	0,10	0,06	0,48	0,30	0,31	-0,27	-0,62
90,0	0,02	0,24	0,41	0,26	0,13	0,58	0,40	0,42	-0,36	-0,78
105,0	0,03	0,34	0,50	0,52	0,28	0,83	0,45	0,46	-0,46	-0,98
120,0	0,04	0,45	0,65	0,75	0,39	1,02	0,57	0,61	-0,53	-1,21
135,0	0,21	0,67	0,89	1,04	0,51	1,20	0,91	0,62	-0,57	-1,23
150,0	0,41	1,14	1,40	1,30	0,69	1,28	1,33	1,11	-0,68	-1,41
165,0	0,57	1,45	1,19	1,54	0,95	1,51	1,47	1,26	-0,79	-1,59
180,0	0,70	1,73	1,80	1,81	1,21	1,72	1,59	1,34	-0,89	-1,74

Tabela A.23 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4b

Corgo			Ľ	Deformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	0)		
(kN)		Cone	creto							
(1013)	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	-0,01	-0,02
30,0	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03	0,15	0,07	0,07	-0,01	-0,04
45,0	0,05	0,05	0,03	0,07	0,08	0,38	0,31	0,19	-0,02	-0,06
60,0	0,08	0,08	0,06	0,09	0,14	0,57	0,43	0,29	-0,04	-0,10
75,0	0,10	0,11	0,08	0,19	0,20	0,72	0,57	0,38	-0,07	-0,16
90,0	0,11	0,27	0,14	0,30	0,31	0,88	0,72	0,47	-0,14	-0,31
105,0	0,12	0,36	0,29	0,45	0,44	1,01	0,85	0,54	-0,23	-0,49
120,0	0,14	0,49	0,47	0,55	0,61	1,18	1,00	0,64	-0,32	-0,73
135,0	0,17	0,71	0,65	0,84	0,72	1,31	1,12	0,71	-0,46	-0,99
150,0	0,26	0,85	0,87	0,94	0,97	1,50	1,28	0,80	-0,59	-1,22
165,0	0,39	0,93	1,09	1,10	1,29	1,69	1,45	0,91	-0,72	-1,46
180,0	0,49	1,03	1,27	1,34	1,51	1,88	1,64	1,02	-0,84	-1,65

Corgo			D	eformaç	ão nos E	lxtensôm	etros (%	o)		
(kN)			Ar	maduras	de Flex	ão			Conc	creto
	EA1	EA2	EA3	EA4	EA5	EA6	EA7	EA8	Ec1	Ec2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,0	0,01	0,02	0,03	0,02	0,03	0,05	0,04	0,02	-0,01	-0,02
30,0	0,01	0,05	0,06	0,05	0,06	0,12	0,09	0,05	-0,01	-0,04
45,0	0,03	0,08	0,09	0,07	0,09	0,19	0,22	0,10	-0,02	-0,06
60,0	0,06	0,12	0,14	0,13	0,12	0,35	0,42	0,21	-0,04	-0,10
75,0	0,11	0,21	0,28	0,28	0,21	0,44	0,49	0,32	-0,07	-0,17
90,0	0,17	0,34	0,50	0,45	0,36	0,58	0,68	0,40	-0,15	-0,33
105,0	0,22	0,45	0,65	0,58	0,52	0,71	0,89	0,49	-0,24	-0,52
120,0	0,27	0,54	0,81	0,69	0,66	0,82	1,05	0,58	-0,34	-0,78
135,0	0,31	0,64	0,96	0,80	0,80	0,94	1,20	0,68	-0,49	-1,06
150,0	0,36	0,73	1,10	0,91	0,92	1,04	1,38	0,77	-0,63	-1,31
165,0	0,41	0,83	1,25	1,03	1,05	1,19	1,43	0,88	-0,77	-1,56
180,0	0,45	0,92	1,39	1,15	1,16	1,31	1,56	0,98	-0,90	-1,76
195,0	0,50	1,01	1,54	1,29	1,28	1,42	1,70	1,10	-1,04	-1,98
205,5	0,54	1,07	1,62	1,36	1,33	1,48	1,79	1,16	-1,20	-2,21

Tabela A.24 – Deformações no concreto e nas armaduras de flexão da laje L4c

A.3 Propriedades Mecânicas do Concreto

	Lajes			Ensaio de Co	mpressão Axia	ıl
Ident.	Idade (dias)	Ruptura (kN)	Ident. CP	Ruptura (kN)	Tensão (MPa)	f'_{c} (MPa)
			1	374,0	47,6	
L1a	62	174,0	2	310,0	39,5	42,4
			3	315,0	40,1	
			1	425,7	54,2	
L1b	47	231,5	2	380,9	48,5	51,4
			3	405,0	51,6	
			1	270,0	34,4	
L1c	69	190,0	2	383,0	48,8	43,5
			3	373,0	47,5	
			1	390,0	49,7	
L2a	28	228,0	2	342,0	43,5	44,4
			3	315,0	40,1	
			1	412,3	52,5	
L2b	45	211,0	2	367,6	46,8	49,7
			3	390,0	49,7	
			1	261,0	33,2	
L2c	73	73 159,5	2	342,0	43,5	39,9
			3	336,0	42,8	
			1	345,0	43,9	
L3a	28	225,0	2	261,0	33,2	39,8
			3	332,0	42,3	
			1	376,2	47,9	
L3b	46	215,0	2	336,0	42,8	45,8
			3	366,9	46,7	
			1	247,0	31,4	
L3c	55	179,5	2	261,0	33,2	36,1
			3	342,0	43,5	
			1	336,0	42,8	
L4a	41	193,5	2	388,8	49,5	48,8
			3	425,7	54,2	
			1	446,0	56,8	
L4b	45	191,0	2	485,0	61,8	58,0
			3	436,0	55,5	
			1	344,5	43,9	
L4c	73	205,5	2	373,4	47,5	44,8
			3	337,8	43,0	

Tabela A.25 - Resistência à compressão do concreto

	Lajes			Ensaio de Com	pressão Diametra	l
Ident.	Idade (dias)	Ruptura (kN)	Ident. CP	Ruptura (kN)	Tensão (MPa)	f'_c (MPa)
			1	100,0	3,2	
L1a	62	174,0	2	90,0	2,9	3,0
			3	95,0	3,0	
			1	140,0	4,5	
L1b	47	231,5	2	129,0	4,1	4,3
			3	136,0	4,3	
			1	120,0	3,8	
L1c	69	190,0	2	100,0	3,2	3,3
			3	90,0	2,9	
			1	100,0	3,2	
L2a	28	228,0	2	104,0	3,3	3,2
			3	99,0	3,2	
			1	129,0	4,1	
L2b	45	211,0	2	125,0	4,0	4,2
			3	145,0	4,6	
ſ			1	123,0	3,9	
L2c	2c 73	159,5	2	120,0	3,8	3,8
			3	118,0	3,8	
			1	100,0	3,2	
L3a	28	225,0	2	104,0	3,3	3,2
			3	99,0	3,2	
			1	120,0	3,8	
L3b	46	215,0	2	121,0	3,9	4,0
			3	135,0	4,3	
			1	99,0	3,2	
L3c	55	179,5	2	114,0	3,6	3,2
			3	90,0	2,9	
			1	120,0	3,8	
L4a	41	193,5	2	115,0	3,7	3,9
			3	130,0	4,1	
			1	136,0	4,3	
L4b	45	191,0	2	155,0	4,9	4,6
<u> </u>			3	145,0	4,6	
			1	123,0	3,9	
L4c	73	73 205,5	2	120,0	3,8	3,8
			3	118,0	3,8	

Tabela A.26 – Resistência à tração do concreto

Nos ensaios para a determinação experimental do módulo de elasticidade do concreto em corpos de prova cilíndricos com (150 x 300) mm, a carga mínima aplicada nos corpos de prova foi $P_{\min} = 9.8$ kN e a carga máxima foi de $P_{\max} = 209.6$ kN.

	1º CP			2º CP			2° CP		
$f'_{\rm c}$ (MPa)	47,6		$f'_{\rm c}$ (MPa)	39,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	40,1		
Relógio 1	Relógio 2	c (%-)	Relógio 1	Relógio 2	c (%-)	Relógio 1	Relógio 2	c (%-)	
(mm)	(mm)	E (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	c (700)	
0,12	0,08	0.00040	0,15	0,11	0.00035	0,14	0,10	0 00038	
0,72	0,68	0,00040	0,67	0,64	0,00055	0,72	0,66	0,00038	
Eci (GPa)	28,2	27	Eci (GPa)	32,3	30	Eci (GPa)	29,4	49	
$E_{ci} = 30,0$ GPa									

Tabela A.27 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1a

Tabela A.28 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1b

	1º CP			2º CP			2° CP				
$f'_{\rm c}$ (MPa)	54,2		$f'_{\rm c}$ (MPa)	48,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	51,6				
Relógio 1	Relógio 2	s (%a)	Relógio 1	Relógio 2	c (%a)	Relógio 1	Relógio 2	s (%a)			
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)			
0,10	0,12	0.00030	0,10	0,10	0.00035	0,06	0,08	0.00034			
0,55	0,58	0,00030	0,60	0,65	0,00033	0,54	0,61	0,00034			
Eci (GPa)	Eci (GPa) 37,27 Eci (GPa) 32,30 Eci (GPa) 33,58										
$E_{ci} = 34.4 \text{ GPa}$											

Tabela A.29 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1c

	1º CP			2º CP			2° CP				
$f'_{\rm c}$ (MPa)	34,4		$f'_{\rm c}$ (MPa)	48,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	47,5				
Relógio 1	Relógio 2	c (%a)	Relógio 1	Relógio 2	c (%a)	Relógio 1	Relógio 2	c (%a)			
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	E (700)	(mm)	(mm)	C (700)			
0,16	0,12	0.00037	0,11	0,12	0.00033	0,14	0,12	0.00022			
0,70	0,68	0,00037	0,59	0,62	0,00055	0,66	0,58	0,00033			
Eci (GPa)	Eci (GPa) 30,84 Eci (GPa) 34,61 Eci (GPa) 34,44										
E _{ci} = 33,3 GPa											

Tabela A.30 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2a

	1° CP			2° CP			2° CP			
$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,9		$f'_{\rm c}$ (MPa)	42,3	42,3		40,1			
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)		
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	C (700)		
0,09	0,10	0.00030	0,12	0,15	0.00040	0,11	0,13	0.00037		
0,65	0,70	0,00039	0,72	0,75	0,00040	0,64	0,70	0,00037		
Eci (GPa) 29,24 Eci (GPa) 28,27 Eci (GPa) 30,56										
$E_{ci} = 29,4 \text{ GPa}$										

	1º CP			2º CP			2º CP			
$f'_{\rm c}$ (MPa)	52,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	46,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	49,7			
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)		
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	c (700)		
0,06	0,08	0.00036	0,05	0,08	0.00038	0,05	0,04	0.00028		
0,60	0,63	0,00050	0,60	0,67	0,00038	0,48	0,46	0,00028		
Eci (GPa)	31,1	2	Eci (GPa)	29,7	5	Eci (GPa)	39,9	0		
E _{ci} = 33,6 GPa										

Tabela A.31 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2b

Tabela A.32 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2c

	1º CP			2º CP			2º CP			
$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,9		$f'_{\rm c}$ (MPa)	47,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,0			
Relógio 1	Relógio 2	c (%a)	Relógio 1	Relógio 2	c (%a)	Relógio 1	Relógio 2	c (%a)		
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	c (700)		
0,13	0,15	0.00034	0,11	0,12	0.00038	0,12	0,14	0.00036		
0,61	0,68	0,00034	0,66	0,7	0,00038	0,65	0,69	0,00030		
Eci (GPa)	33,5	8	Eci (GPa)	30,0	2	Eci (GPa)	31,2	6		
E _{ci} = 31,6 GPa										

Tabela A.33 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3a

	1º CP			2º CP			2° CP			
$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,9		$f'_{\rm c}$ (MPa)	47,	5	$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,	0		
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)		
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	ບ (700)		
0,12	0,15	0.00041	0,03	0,15	0.00040	0,08	0,15	0.00037		
0,72	0,77	0,00041	0,67	0,72	0,00040	0,63	0,70	0,00037		
Eci (GPa)	27,8	0	Eci (GPa)	28,0	3	Eci (GPa)	30,7	'0		
E _{ci} = 28,8 GPa										

Tabela A.34 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3b

	1° CP			2° CP			2° CP		
$f'_{\rm c}$ (MPa)	52,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	46,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	49,7		
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c(0/2)	
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	8 (%)	(mm)	(mm)	c (/00)	
0,05	0,04	0.00021	0,08	0,06	0.00036	0,12	0,15	0.00020	
0,55	0,48	0,00031	0,62	0,59	0,00030	0,68	0,77	0,00039	
Eci (GPa) 36,08 Eci (GPa) 31,70 Eci (GPa) 28,75									
$E_{ci} = 32,2$ GPa									

Tabela A.35 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3c

	1º CP			2° CP			2° CP		
$f'_{\rm c}$ (MPa)	31,4		$f'_{\rm c}$ (MPa)	33,2		$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,5		
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c(0/2)	
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	8 (%)	(mm)	(mm)	c (700)	
0,09	0,10	0.00043	0,12	0,15	0.000/3	0,11	0,13	0.00030	
0,70	0,79	0,00043	0,75	0,81	0,00043	0,65	0,75	0,00039	
Eci (GPa) 26,09 Eci (GPa) 26,29 Eci (GPa) 28,99									
E _{ci} = 27,1 GPa									

	1º CP			2º CP			$\begin{array}{c c} 2^{\circ} CP \\ \hline Pa) & 54,2 \\ o 1 & Relógio 2 \\ (mm) & \epsilon (\%) \\ 0 & 0,12 \\ 4 & 0,67 \\ \hline 0,00036 \\ \hline \end{array}$		
$f'_{\rm c}$ (MPa)	42,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	49,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	54,2		
Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	Relógio 1	Relógio 2	c (%)	
(mm)	(mm)	ε (700)	(mm)	(mm)	8 (%)	(mm)	(mm)	c (700)	
0,10	0,05	0.00020	0,10	0,09	0.00026	0,10	0,12	0.00036	
0,55	0,48	0,00029	0,65	0,61	0,00030	0,64	0,67	0,00030	
Eci (GPa) 38,54 Eci (GPa) 31,70 Eci (GPa) 3								2	
E _{ci} = 33,8 GPa									

Tabela A.36 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4a

Tabela A.37 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4b

	1º CP		2º CP			2º CP				
$f'_{\rm c}$ (MPa)	56,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	61,8		$f'_{\rm c}$ (MPa)	55,5			
Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)	Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)	Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)		
(mm)	(mm)		(mm)	(mm)		(mm)	(mm)			
0,10	0,07	0,00035	0,13	0,15	0,00033	0,15	0,12	0,00035		
0,63	0,59		0,61	0,66		0,67	0,64			
Eci (GPa)	32,30		Eci (GPa)	34,26		Eci (GPa)	32,61			
E _{ci} = 33,1 GPa										

Tabela A.38 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4c

	1º CP		2° CP			2° CP				
$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,9		$f'_{\rm c}$ (MPa)	47,5		$f'_{\rm c}$ (MPa)	43,0			
Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)	Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)	Relógio 1	Relógio 2	ε (‰)		
(mm)	(mm)		(mm)	(mm)		(mm)	(mm)			
0,12	0,15	0,00041	0,03	0,15	0,00039	0,08	0,15	0,00040		
0,72	0,79		0,65	0,7		0,69	0,75			
Eci (GPa)	27,35		Eci (GPa)	28,99		Eci (GPa)	28,15			
$E_{ci} = 28,2 \text{ GPa}$										