

# Universidade Federal do Pará



Fernando Victor Lourenço de Oliveira

# Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado Armadas com Estribos Inclinados

# DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação Orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

> Belém – Pará – Brasil 2015

Universidade Federal do Pará Instituto de Tecnologia Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Fernando Victor Lourenço de Oliveira

## Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado Armadas com Estribos Inclinados

### Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém Agosto de 2015

### **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Fernando Victor Lourenço de Oliveira.

TÍTULO: Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado Reforçadas com Estribos Inclinados.

GRAU: Mestre ANO: 2015

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

**Fernando Victor Lourenço de Oliveira.** Av. Magalhães Barata, nº, 84, apto 1702. Nazaré. 66.040-170 Belém – PA – Brasil.

> Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) Biblioteca Central / UFPA, Belém – PA

Oliveira, Fernando Victor Lourenço de.

Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado Reforçadas com Estribos Inclinados / Fernando Victor Lourenço de Oliveira. – 2015.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2016.

1. Punção. 2. Concreto armado. 3. Lajes lisas. 4. Armadura de combate à punção.

CDD - XX. ed. XXX.XXXXX

Universidade Federal do Pará Instituto de Tecnologia Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Fernando Victor Lourenço de Oliveira

## Análise Experimental de Lajes Lisas de Concreto Armado Reforçadas com Estribos Inclinados

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. Julgada pela comissão examinadora abaixo.

> Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira Orientador Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Alcebíades Negrão Macedo Examinador Interno Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr José Neres da Silva Filho Examinador Externo Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Belém, 20 de Agosto de 2015.

Dedico a minha família.

### Agradecimentos

Ao Professor Dênio Ramam, pela infinita contribuição e importante e diferenciada orientação, em todo o desenvolvimento desta pesquisa de pós-graduação.

Aos Professores do PPGEC pela grande contribuição, durante todo este período de mestrado.

Aos amigos Valdemir Colares, Frederico Barros, Darlisson Moreira, Lana Gomes, Haruki Sasaki, Paulo Mota, André Malcher, Stevenson Mendonça,

Aos funcionários do Laboratório de Engenharia Civil que muito me auxiliaram no desenvolvimento desta pesquisa de pós-graduação.

A todos que, de qualquer forma, contribuíram para que eu subisse mais esse degrau, em minha vida profissional.

Aos meus pais, Fernando e Conceição, pelo enorme amor e incentivo, por terem a sabedoria de me encaminhar e me apoiar, em todas as minhas escolhas.

A minha irmã Rayssa, pela parceria e apoio, em todos os momentos e por dividir comigo a graça de termos nosso pais ao nosso lado.

A minha espesa Mônica, por sempre estar presente em toda essa caminhada, por sempre me incentivar e nunca me permitir desistir, por me mostrar que obstáculos devem ser superados e por ser a parte mais doce da minha vida.

### RESUMO

OLIVEIRA, F. V. L. Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado Reforçadas com Estribos Inclinados. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2015.

São analisadas experimentalmente 04 (quatro) lajes lisas bidirecionais de concreto armado, todas com dimensão de (1.800 x 1.800 x 120) mm<sup>3</sup> e submetidas à puncionamento simétrico, com resistência mecânica do concreto de 23 MPa. O objetivo constitui-se em investigar a eficiência de uma nova configuração de armadura transversal, com a formação de um ângulo aproximado de 90° com o surgimento da superfície de ruptura de puncionamento, ressaltando-se que esta nova configuração possui uma maior facilidade em sua instalação, ainda que a armadura de flexão esteja finalizada. Dos 04 (quatro) modelos analisados, 03 (três) possuem armadura de cisalhamento. Estas possuem uma configuração similar a uma treliça, sendo que houve variação entre os ângulos (45°, 60°), com relação ao plano da laje. Houve, ainda, variação no número de camadas e na distribuição dos estribos nas lajes. Quanto às estimativas da carga de ruptura, utilizou-se quatro modelos de códigos, quais sejam: ACI 318 (2011) EC2 (2004), MODEL CODE (2010) e NBR 6118 (2014). Nesse sentido, são apresentados e analisados resultados bem como as flechas, deformações do concreto e das armaduras, mapa de fissuração, cargas últimas, modo de ruptura e superfície de ruptura das lajes. Após análise da influência da armadura transversal no combate à punção, observou-se que a mesma proporcionou maior ductilidade para as lajes, quanto à ruptura, porém, não contribuiu, de forma significativa, quanto às cargas últimas.

### Palavra-Chave

Lajes lisas, concreto armado, armadura de cisalhamento, punção simétrica.

### Abstract

OLIVEIRA, F. V. L. **Experimental Analysis of Bidirectional Flat Slabs Reinforced with Inclined Stirrup.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2015.

Experimentally are analyzed 04 (four) two-way flat slabs of reinforced concrete, all with size (1,800 x 1,800 x 120) mm<sup>3</sup> and subjected to punching symmetrical, with mechanical resistance of concrete 23 MPa. The objective consists in investigating the efficiency of a new transverse reinforcement configuration, with forming an angle of approximately  $90^{\circ}$  with the emergence of punching failure surface, it is stressed that the new configuration has a greater ease of installation even though the flexural reinforcement is finished. Of 04 (four) models analyzed, 03 (three) have shear reinforcement. These have a configuration similar to a latticework, and there was variation between the angles (45°, 60°) with respect to the slab plane. There was also variation in the number of layers and the distribution of stirrups in slabs. As for the estimates of the breaking load, we used four models of codes, namely: ACI 318 (2011) EC2 (2004), MODEL CODE (2010) and NBR 6118 (2014). In this sense, results are presented and analyzed and arrows, concrete deformations and reinforcement, cracking map, last loads, failure mode and surface rupture of the slabs. After examination of the influence of transverse reinforcement in the fight against puncture, it was observed that it provided greater ductility for the slabs, on the break, however, did not contribute significantly, on the latest load.

### Keyword

Flat slabs, reinforced concrete, shear reinforcement, symmetrical punching.

### Sumário

| Capítu | ulo  | Página |
|--------|--|--------|
| 1.     | Introdução   | 1      |
| 1.1.   | Justificativa  | 3      |
| 1.2.   | Objetivo   | 4      |
| 1.3.   | Estrutura do Trabalho  | 4      |
| 2.     | Revisão Bibliográfica  | 6      |
| 2.1.   | Considerações Iniciais   | 6      |
| 2.1.1. | OLIVEIRA (1998)  | 6      |
| 2.1.2. | TRAUTWEIN (2001)   | 11     |
| 2.1.3. | CARVALHO (2006)  | 14     |
| 2.1.4. | SOUZA (2007)   | 18     |
| 2.1.5. | RUIZ et al. (2010)   | 21     |
| 2.1.6. | SANTOS <i>et al.</i> (2011)  | 22     |
| 2.2.   | Recomendações Normativas   | 25     |
| 2.2.1. | Considerações Iniciais   | 25     |
| 2.2.2. | ACI 318 - 02 – American Building Code for Reinforced Concrete. (AC | CI     |
|        | 318, 2011)   | 25     |
| 2.2.3. | CEB MODEL CODE 2010 - Comite Euro-International Dubetón. (CE       | B      |
|        | – FIP, 2011)   | 28     |
| 2.2.4. | Eurocode 2 – Design of Concrete Structures. (EC2, 2004)            | 31     |
| 2.2.5. | NBR 6118 - Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasilei | ra     |
|        | de Normas Técnicas (ABNT, 2014)                                    | 35     |
| 3.     | Programa Experimental  | 39     |
| 3.1.   | Considerações Iniciais   | 39     |
| 3.2.   | Características dos Modelos  | 40     |
| 3.3.   | Armadura de Flexão   | 40     |
| 3.4.   | Armadura de Cisalhamento   | 42     |
| 3.5.   | Formas   | 45     |
| 3.6.   | Instrumentação   | 46     |

| 3.6.1. | Deslocamentos Verticais  | 46 |
|--------|--|----|
| 3.6.2. | Deformação do Concreto   | 47 |
| 3.6.3. | Deformação na Armadura de Flexão                                     | 48 |
| 3.6.4. | Deformação na Armadura de Cisalhamento                               | 49 |
| 3.7.   | Concretagem  | 50 |
| 3.8.   | Cura   | 51 |
| 3.9.   | Sistema de Ensaio  | 51 |
| 3.10.  | Carga Última de Flexão   | 53 |
| 4.     | Resultados Experimentais   | 56 |
| 4.1.   | Considerações Iniciais   | 56 |
| 4.2.   | Caracterização dos Materiais   | 56 |
| 4.2.1. | Aço  | 56 |
| 4.2.2. | Concreto   | 57 |
| 4.3.   | Deslocamento Vertical das Lajes                                      | 58 |
| 4.4.   | Deformações do Concreto  | 64 |
| 4.5.   | Deformações da Armadura de Flexão                                    | 64 |
| 4.6.   | Deformação das Armaduras Transversais                                | 68 |
| 4.7.   | Mapa de Fissuração   | 69 |
| 4.8.   | Cargas Últimas e Modo de Ruptura                                     | 75 |
| 4.9.   | Superfície de Ruptura  | 75 |
| 5.     | Estimativas Normativas   | 79 |
| 5.1.   | Considerações Iniciais   | 79 |
| 5.2.   | Resistência à Punção   | 79 |
| 5.2.1. | ACI 318 - 11 - American Building Code for Reinforced Concrete. (ACI  |    |
|        | 318, 2011)   | 79 |
| 5.2.2. | CEB MODEL CODE 2010 - Comite Euro-International Dubetón. (CEB        |    |
|        | – FIP, 2011)   | 81 |
| 5.2.3. | Eurocode 2 – Design of Concrete Structures. (EC2, 2004)              | 83 |
| 5.2.4. | NBR 6118 - Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira |    |
|        | de Normas Técnicas (ABNT, 2014)                                      | 85 |
| 5.3.   | Resistência à Flexão   | 87 |

| 6.      | Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros |    |  |  |  |  |
|---------|---|----|--|--|--|--|
| 6.1.    | Conclusões                                    | 89 |  |  |  |  |
| 6.1.1.  | Lajes   | 89 |  |  |  |  |
| 6.1.2.  | Deslocamentos Verticais das Lajes             | 89 |  |  |  |  |
| 6.1.3.  | Deformação do Concreto                        | 89 |  |  |  |  |
| 6.1.4.  | Deformações na Armadura de Flexão             | 90 |  |  |  |  |
| 6.1.5.  | Deformação na Armadura Transversal            | 90 |  |  |  |  |
| 6.1.6.  | Mapa de Fissuração                            | 90 |  |  |  |  |
| 6.1.7.  | Cargas Últimas e Modo de Ruptura              | 90 |  |  |  |  |
| 6.2.    | Sugestões para Trabalhos Futuros              | 91 |  |  |  |  |
|         |   |    |  |  |  |  |
| Referêr | ncia Bibliográfica                            | 92 |  |  |  |  |

### Lista de Tabelas

| Tabela  | Página |
|---|--------|
| Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas (OLIVEIRA 1998).               | 7      |
| Tabela 2.2 – Modos de ruptura observados (OLIVEIRA, 1998)                       | 11     |
| Tabela 2.3 – Características dos modelos ensaiados (TRAUTWEIN 2001).            | 13     |
| Tabela 2.4– Cargas de rupturas dos modelos (TRAUTWEIN 2001).                    | 13     |
| Tabela 2.5 – Características e resultados das lajes ensaiadas (CARVALHO, 2006)  | 15     |
| Tabela 2.6 - Características das lajes ensaiadas (SOUZA, 2007).                 | 20     |
| Tabela 2.7 - Características das lajes ensaiadas (RUIZ et al, 2010).            | 22     |
| Tabela 2.8 – Carga última, flechas e deformação nos estribos (SANTOS et al. 201 | 1) 24  |
| Tabela 3.1 – Características das lajes.   | 40     |
| Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas das barras de aço utilizadas.               | 56     |
| Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto.                                | 58     |
| Tabela 4.3 - Deslocamentos verticais máximos nas lajes.                         | 58     |
| Tabela 4.4 – Deformações máximas das barras longitudinais.                      | 65     |
| Tabela 4.5 – Cargas que originaram as primeiras fissuras.                       | 70     |
| Tabela 4.6 – Cargas últimas e modo de ruptura das lajes.                        | 75     |
| Tabela 5.1 – Características das lajes.   | 79     |
| Tabela 5.2 – Estimativas segundo o código da ACI 318                            | 80     |
| Tabela 5.3 – Estimativas segundo a CEB MODEL CODE (2010)                        | 82     |
| Tabela 5.4 – Estimativas segundo a Eurocode (2004)                              | 84     |
| Tabela 5.5 – Estimativas segundo a NBR 6118 (2014)                              | 86     |
| Tabela 5.6 – Relação cargas última de flexão, punção e carga de escoamento das  |        |
| armaduras longitudinais.  | 88     |

## Lista de Figuras

| Figura  | Página |
|---|--------|
| Figura 1.1 – Sistemas de estruturais em concreto armado                                     | 2      |
| Figura 1.2 - Panorama de fissuração e superfície de ruptura por punção                      | 3      |
| Figura 2.1 – Disposição das armaduras de flexão (OLIVEIRA, 1998)                            | 8      |
| Figura 2.2 – Detalhe dos ganchos de ancoragem (OLIVEIRA, 1998)                              | 8      |
| Figura 2.3 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D3R a D8I                 |        |
| (OLIVEIRA, 1998).   | 10     |
| Figura 2.4 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D9I a D11I                |        |
| (OLIVEIRA, 1998)  | 10     |
| Figura 2.5 – Disposição das armaduras de flexão e detalhe dos ganchos de                    |        |
| ancoragem (TRAUTWEIN, 2001)   | 12     |
| Figura 2.6 – Estribos utilizados (CARVALHO, 2006)   | 15     |
| Figura 2.7 – Detalhe da região central das lajes L1 e L2 (CARVALHO, 2006)                   | 16     |
| Figura 2.8 – Detalhe da região central das lajes L3 a L8 (CARVALHO, 2006)                   | 17     |
| Figura 2.9 – Detalhe da região central das lajes L9 e L10 (CARVALHO, 2006)                  | 17     |
| Figura 2.10 - Características geométricas dos modelos ensaiados (SOUZA, 2007)               | 19     |
| Figura 2.11 - Estribo aberto e inclinado de combate a punção (SOUZA, 2007).                 | 20     |
| Figura 2.12 – Geometria das vigas e estribos (SANTOS et al. 2011).                          | 23     |
| Figura 2.13 – Sistema de ensaio adotado por (SANTOS et al. 2011).                           | 24     |
| Figura 2.14 – Perímetro de controle (b <sub>0</sub> ) para avaliar a punção (ACI 318, 2011) | 26     |
| Figura 2.15 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento (ACI 318, 201              | 1). 28 |
| Figura 2.16 – Modelo de ruptura para verificação por punção (Model Code, 2010)              | 28     |
| Figura 2.17 – Perímetro de controle para pilares internos (Model Code, 2010).               | 29     |
| Figura 2.18 – Perímetro de controle para pilares internos com armadura de                   |        |
| cisalhamento (Model Code, 2010).  | 31     |
| Figura 2.19 – Modelo de ruptura para verificação do cisalhamento por punção (EC             | 2,     |
| 2004)   | 32     |
| Figura 2.20 – Perímetro de controle (EC2, 2004)   | 32     |
| Figura 2.21 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento (EC2, 2004)                | 35     |
| Figura 2.22 – Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico           | 1      |
| (NBR 6118, 2014).   | 35     |

| Figura 2.23 – Perímetro de controle com armadura de punção (NBR 6118, 2014).   | 38 |
|--|----|
| Figura 2.24 – Disposição da armadura de punção em corte.   | 38 |
| Figura 3.1 – Região de momento fletor negativo   | 39 |
| Figura 3.2 – Disposição das armaduras longitudinais das lajes  | 41 |
| Figura 3.3 – Detalhes geométricos das armaduras transversais aplicadas nas lajes   | 42 |
| Figura 3.4 – Arranjo das armaduras transversais na laje L1   | 43 |
| Figura 3.5 – Vista do corte A-A' na laje L1  | 43 |
| Figura 3.6 – Arranjo das armaduras transversais na laje L2   | 44 |
| Figura 3.7 – Vista do corte A-A' na laje L2  | 44 |
| Figura 3.8 – Arranjo das armaduras transversais na laje L3   | 45 |
| Figura 3.9 – Vista do corte A-A' na laje L3  | 45 |
| Figura 3.10 – Forma dos modelos ensaiados.   | 46 |
| Figura 3.11- Arranjo dos deflectômetros para a medição dos deslocamentos verticais   |    |
| das lajes.   | 47 |
| Figura 3.12 - Disposição do extensômetro na superfície inferior das lajes.   | 48 |
| Figura 3.13 - Disposição dos extensômetros $\varepsilon_{s1}$ , $\varepsilon_{s2}$ e $\varepsilon_{s3}$ nas armaduras de flexão. | 49 |
| Figura 3.14 – Disposição dos ɛsw1 nas armaduras de cisalhamento da laje L1   | 49 |
| Figura 3.15 – Disposição do ɛsw2 nas armaduras de cisalhamento da laje L2.   | 50 |
| Figura 3.16 - Disposição dos ɛsw3 e ɛsw4 nas armaduras de cisalhamento da laje L3  | 50 |
| Figura 3.17 – Teste de abatimento do tronco de cone.   | 51 |
| Figura 3.18 – Procedimento de cura das lajes.  | 51 |
| Figura 3.19 - Esquema do sistema de ensaio   | 53 |
| Figura 3.20 - Diagrama simplificado das tensões de compressão no concreto (estádio   |    |
| III)   | 54 |
| Figura 3.21 - Configuração de ruína por flexão para laje em estudo   | 55 |
| Figura 4.1 – Diagramas tensão x deformação das barras de aço.  | 57 |
| Figura 4.2 – Ensaios de propriedades mecânicas nos corpos de prova.  | 57 |
| Figura 4.3 – Arranjo dos deflectômetros nas lajes.   | 59 |
| Figura 4.4 - Deslocamentos verticais máximos no centro das lajes (D3).   | 59 |
| Figura 4.5 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo X corte A-A'.  | 60 |
| Figura 4.6 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo Y corte B-B'.  | 60 |
| Figura 4.7 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo X corte A-A'.  | 61 |
| Figura 4.8 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo Y corte B-B'.  | 61 |
| Figura 4.9 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo X corte A-A'.  | 62 |

| Figura 4.10 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo Y corte B-B'.                  | 62 |
|---|----|
| Figura 4.11 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo X corte A-A'.                  | 63 |
| Figura 4.12 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo Y corte B-B'.                  | 63 |
| Figura 4.13 – Deformação tangencial do concreto nas lajes ensaiadas.                  | 64 |
| Figura 4.14 – Deformações de todas as lajes no extensômetro ɛs1.                      | 65 |
| Figura 4.15 – Deformações dos extensômetros na laje LR.                               | 66 |
| Figura 4.16 – Deformação dos extensômetros na laje L1.                                | 66 |
| Figura 4.17 – Deformação dos extensômetros na laje L2.                                | 67 |
| Figura 4.18 – Deformação dos extensômetros na laje L3.                                | 67 |
| Figura 4.19 – Deformações dos estribos na laje L1.                                    | 68 |
| Figura 4.20 – Deformações dos estribos na laje L2.                                    | 69 |
| Figura 4.21 – Deformações dos estribos na laje L3.                                    | 69 |
| Figura 4.22 - Panorama de fissuração da laje LR.                                      | 71 |
| Figura 4.23 – Panorama de fissuração da laje L1.                                      | 72 |
| Figura 4.24 – Panorama de fissuração da laje L2.                                      | 73 |
| Figura 4.25 – Panorama de fissuração da laje L3.                                      | 74 |
| Figura 4.26 – Procedimento utilizado para realização dos cortes nas lajes e coleta da |    |
| altura útil real média.   | 76 |
| Figura 4.27 – Superfície de ruptura da laje LR e suas respectivas inclinações médias. | 76 |
| Figura 4.28 – Superfície de ruptura da laje L1 e suas respectivas inclinações médias. | 77 |
| Figura 4.29 – Superfície de ruptura da laje L2 e suas respectivas inclinações médias. | 77 |
| Figura 4.30 – Superfície de ruptura da laje L3 e suas respectivas inclinações médias. | 78 |
| Figura 5.1 – Modelo do perímetro de controle segundo a ACI 318 (2011)                 | 80 |
| Figura 5.2 – Relação entre as cargas estimadas pela ACI 318 (2011) e as cargas        |    |
| experimentais.  | 81 |
| Figura 5.3 – Modelo dos perímetros de controle segundo a CEB MODEL CODE               |    |
| (2010)  | 82 |
| Figura 5.4 – Relação entre as cargas estimadas pela CEB MODEL CODE 2010               |    |
| (2011) e as cargas experimentais.   | 83 |
| Figura 5.5 – Perímetros de controle segundo Eurocode 2 (2004)                         | 84 |
| Figura 5.6 – Relação entre as cargas estimadas pela EUROCODE 2 (2004) e as            |    |
| cargas experimentais.   | 85 |
| Figura 5.7 – Perímetros de controle segundo a NBR 6118 (2014)                         | 85 |

| Figura 5.8 – Relação entre as cargas estimadas pela NBR 6118 (ABNT 2014) e as      |    |  |  |
|--|----|--|--|
| cargas experimetais.   | 86 |  |  |
| Figura 5.9 – Comparativo das cargas experimentais com as estimadas entre as lajes. | 87 |  |  |

### Lista de Símbolos

| Símbolo               | Significado  |
|-----------------------|--|
| $A_c$                 | Área de concreto;  |
| $A_s$                 | A soma da área da seção transversal da armadura de cisalhamento;   |
| $b_0$                 | Perímetro crítico (ACI 318, 2011) (Model Code 2010, 2011);         |
| $b_1$                 | Perímetro básico de controle;                                      |
| $b_{1,red}$           | Perímetro básico de controle reduzido (Model Code 2010, 2011);     |
| $b_s$                 | Faixa de comprimento ao redor do apoio ou área carregada;          |
| $b_u$                 | Diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região      |
|                       | delimitada pelo perímetro de controle;                             |
| C e C'                | Contornos críticos da NBR 6118 (ABNT, 2014);                       |
| $d=d_v$               | Altura útil da laje (mm);  |
| $d_g$                 | Diâmetro máximo do agregado graúdo;                                |
| $E_s$                 | Módulo de elasticidade da armadura longitudinal tracionada;        |
| $e_u$                 | Excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação |
|                       | ao centroide do perímetro básico de controle;                      |
| $e_{u,i}$             | Excentricidade da resultante dos esforços de cisalhamento nas duas |
|                       | direções principais com relação ao centroide do pilar ou área      |
|                       | carregada;   |
| fc                    | Resistência a compressão do concreto;                              |
| $f_{ck}$              | Resistência à compressão característica do concreto;               |
| $F_{sd}$              | Força ou reação concentrada;                                       |
| $f_{yk}$              | Tensão de escoamento característica da armadura longitudinal       |
|                       | tracionada;  |
| <i>k</i> <sub>e</sub> | Coeficiente de excentricidade;                                     |
| $m_{Rd}$              | Momento resistente de cálculo por unidade de comprimento;          |
| <i>m<sub>sd</sub></i> | Momento solicitante médio de cálculo por unidade de                |
|                       | comprimento;   |

| $m_{um}$    | Momento fletor último por unidade de comprimento;               |
|-------------|---|
| Ø           | Diâmetro das barras de aço;                                     |
| $P_{uACI}$  | Carga de ruptura a punção estimada pela norma ACI 318 (ACI,     |
|             | 2011);  |
| $P_{uEC2}$  | carga de ruptura estimada pela Eurocode 2 (CEN, 2004);          |
| $P_{flex}$  | carga de ruptura por flexão;                                    |
| $P_{uMC10}$ | carga de ruptura estimada pela Model Code 2010 (fib, 2011);     |
| $P_{uNBR}$  | carga de ruptura estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2014);           |
| Ри          | carga última de ruptura da laje;                                |
| $r_s$       | distância do centroide do pilar ao ponto onde o momento é zero; |
| S           | menor distância entre as faces do furo e do pilar;              |
| sg          | distância entre o centro de gravidade do furo e do pilar;       |
| и           | perímetro no contorno crítico C' (NBR 6118, 2014);              |
| $u_1$       | perímetro crítico (Eurocode 2, 2004);                           |
| $V_c$       | força resistente oriunda do concreto;                           |
| $V_{Ed}$    | esforço cortante solicitante de cálculo;                        |
| $V_n$       | força de cisalhamento nominal;                                  |
| $V_{Rd}$    | resistência de cálculo ao cisalhamento;                         |
| $V_{Rd,c}$  | parcela de resistência ao cisalhamento atribuída ao concreto;   |
| $V_{Rd,s}$  | parcela de resistência ao cisalhamento atribuída a armadura de  |
|             | cisalhamento;   |
| $V_s$       | força resistente proveniente da armadura de cisalhamento;       |
| $V_u$       | força de cisalhamento ponderada atuante na seção considerada;   |
| $eta_c$     | razão entre o maior e o menor lado do pilar;                    |
| $\gamma_c$  | é o coeficiente de segurança do concreto;                       |
| ∆e          | distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o |
|             | centroide do pilar;   |
| ρ           | taxa de armadura de flexão da laje;                             |
| Ψ           | é a rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada.      |

### 1. Introdução

Tradicionalmente, o sistema estrutural de um edifício em concreto armado é constituído de lajes, vigas e pilares. Neste caso, as lajes destinam-se a transmitir o carregamento aplicado aos respectivos apoios localizados em suas bordas (vigas), que por sua vez, transmitem para os respectivos apoios pontuais (pilares) que, por fim, transmitem para as fundações. Segundo MACGREGOR (1992), as lajes caracterizam um comportamento similar a um diafragma, contribuindo para o contraventamento da estrutura.

De acordo com CUNHA e VICENTE (1998), as lajes em concreto armado submetem-se à classificação, sob diferentes aspectos: no que tange à natureza, tem-se as lajes nervuradas, maciças, pré-fabricadas e mistas. Ressalte-se que, no entanto, podem assumir qualquer configuração geométrica. Por outro lado, quanto à forma, configuram-se como poligonais ou elípticas. Por fim, quanto ao tipo de apoio, podem ter apoios contínuos (sobre alvenaria ou vigas), apoios discretos (diretamente sobre pilares) e apoios proporcionados por determinado trecho de sua área (em contato com o solo, também denominadas radiers).

Segundo GASPARINNI (2002), o engenheiro G. M. Hill desenvolveu o sistema de lajes lisas nos Estados Unidos, entre 1899 e 1901. No entanto, GASPARINNI ressalta que o engenheiro e inventor americano C. A. P. Turner foi o responsável em demonstrar que este sistema era confiável ao construir uma edificação na cidade de Mineápolis, em 1906.

Ocorre que, com o desenvolvimento das cidades, surge uma tendência na localização de grandes contingentes da população junto aos centros urbanos. Assim, eleva-se o custo e reduz-se a quantidade de terrenos disponíveis. Logo, a utilização deste sistema tem se destacado no mercado da construção civil, em razão da flexibilidade quanto à utilização de ambientes na edificação e otimização do tempo com relação à execução e economia. A Figura 1.1 mostra o modelo de dois diferentes sistemas de estruturas em concreto armado.



a) Sistema convencional.
 b) Sistema com lajes planas.
 Figura 1.1 – Sistemas de estruturais em concreto armado

Pode-se dizer que, em regra, o uso de lajes lisas é benéfico, uma vez que a mesma dispensa a utilização de apoios horizontais (vigas), o que acarreta na redução do peso próprio da edificação e, consequentemente, uma diminuição das cargas nas fundações. Em contrapartida, de acordo com FERREIRA (2006), há desvantagens em sua utilização, como o fato de ser desfavorável a estabilidade global da estrutura com relação aos esforços horizontais, formação de flechas, momentos elevados na ligação laje-pilar. No caso do sistema convencional, a utilização de apoios horizontais garante uma boa rigidez à estrutura como um todo.

Geralmente, as lajes lisas sofrem ruptura por punção. Diante disso, há relevância em entender o comportamento desta natureza, uma vez que estas estão sujeitas ao esforço cortante próximo a região de apoio (pilar). Isso faz com que a estrutura sofra uma ruptura por punção o que é preocupante, uma vez que, de forma frágil, sua ruptura não apresenta aviso prévio, podendo levar ao colapso total da estrutura de forma progressiva. Dessa maneira, determinar o valor da resistência ao puncionamento é indispensável na verificação de lajes no estado limite de serviço. A Figura 1.2 mostra o panorama de fissuração e uma superfície de ruptura típica por punção.



Figura 1.2 - Panorama de fissuração e superfície de ruptura por punção

Basicamente, as lajes lisas são compostas por armadura longitudinal de combate a flexão (armadas nas duas direções), podendo ou não apresentar armaduras transversais a fim de contribuir no combate à punção. Estes elementos são arranjados, simetricamente, em torno do pilar ou áreas carregadas, podendo estes estar na vertical (formando um ângulo de 90° com relação ao plano da laje) ou inclinados.

Sabe-se que algumas configurações de armadura transversal podem oferecer restrições quanto à resistência e execução. Portanto, a fim de garantir eficiência na execução e contribuir na resistência final ao puncionamento, esta pesquisa irá assumir uma configuração nas armaduras transversais similar a uma treliça, formando ângulos de 45° e 60°, em relação ao plano da laje.

### 1.1. Justificativa

Nos projetos de construção civil, a utilização de lajes lisas é cada vez mais usual. A punção em lajes de concreto armado não vem sendo tratada de forma frequente em um único texto didático, uma vez que há diversos desdobramentos a serem estudados, destacando-se, assim, a necessidade de estudos acadêmicos que enfoquem a questão, de forma a aprimorar suas vicissitudes.

Com esta pesquisa pretende-se avaliar a eficácia do novo modelo de armadura de cisalhamento, de forma a combater o puncionamento em lajes lisas. Nesse sentido, possui

como diferencial e importância analisar a possibilidade de eficiência na utilização da armadura de cisalhamento como meio de combate à punção, considerando o fato de que a mesma oferece facilidade na sua instalação.

#### 1.2. Objetivo

Este trabalho tem como finalidade contribuir no que diz respeito ao comportamento de lajes lisas em concreto armado com armadura de cisalhamento, visando garantir maior ductilidade a estrutura e otimizar sua execução. Busca-se investigar o acréscimo de resistência em lajes lisas bidirecionais submetidas ao puncionamento simétrico, bem como utilizando estribos com uma configuração similar a uma treliça, formando ângulos de 60° e 45° em relação ao plano da laje. Para tal serão confeccionadas quatro lajes de concreto armado com o objetivo de investigar a eficiência e contribuição destes estribos no combate a punção.

Para este estudo, foram analisados seis códigos de projeto: ACI 318 (2011), MODEL CODE (2010), EC2 (2004) e NBR 6118 (2014). Desta maneira, pretendeu-se avaliar a precisão das referidas normas.

#### 1.3. Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado em três capítulos, os quais, são apresentados a seguir:

No Capítulo 1, faz-se a introdução necessária ao trabalho, o seu objetivo, bem como a devida justificativa para o seu desenvolvimento.

No Capítulo 2, tem-se a revisão bibliográfica na qual são apresentados alguns trabalhos que contribuíram para o estudo de lajes lisas com armaduras de cisalhamento a fim de acrescentar resistência às lajes. São abordadas também, no Capítulo 2, as recomendações normativas de quatro códigos de projeto referentes à punção.

No Capítulo 3, é apresentado o programa experimental com os modelos e suas características, as armaduras utilizadas e a instrumentação proposta. Neste mesmo capítulo, é apresentado ainda o sistema de ensaio empregado.

O capitulo 4, contem os resultados obtidos nos ensaios: propriedades dos matérias, deslocamento vertical, deformação do concreto, deformação das armaduras de flexão, deformação dos estribos, mapa de fissuração, cargas últimas, modo de ruína e superfície de ruptura.

No capítulo 5, são apresentados os resultados estimados obtidos, através das recomendações normativas apresentadas no Capítulo 2, bem como as estimativas quanto à carga última de flexão baseada na Teoria das linhas de Ruptura. O capítulo mostra ainda uma analise dos resultados e um comentário entres as cargas últimas experimentais e as estimadas.

No capítulo 6, mostra as conclusões desta pesquisa e algumas sugestões para trabalhos futuros.

### 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo, são apresentados alguns estudos referentes à punção em lajes com pilares de seção transversal retangular, bem como trabalhos envolvendo a utilização de estribos como armadura de cisalhamento com a finalidade de combater o fenômeno da punção.

#### 2.1.1. OLIVEIRA (1998)

OLIVEIRA (1998), analisou o comportamento de 11 lajes lisas de concreto armado com dimensões de (1.800 x 1.800 x 130) mm<sup>3</sup> e concreto de elevado desempenho com resistência  $f'_{c}$ , variando entre 60 e 66 MPa, submetidas a um carregamento simétrico. O objetivo do estudo foi investigar o acréscimo de resistência ao puncionamento, através de dois modelos de armadura de cisalhamento.

O primeiro modelo de armadura de cisalhamento analisado pelo autor foi o convencional, caracterizado por ser retangular e posicionar-se na vertical, em relação à superfície plana da laje. O segundo modelo de estribo observado foi o aberto e inclinado, o qual possuía uma inclinação próxima a 60°, tendendo a formar cerca de 90° com a superfície de ruptura de puncionamento. A Tabela 2.1 apresenta as características das lajes analisadas cuja denominação que termina com a letra R possui estribos retangulares e as denominações finalizadas com a letra I possuem estribos inclinados.

| Laje                                    | d<br>(mm) | ρ    | f <sub>c</sub><br>(MPa) | f <sub>yv</sub><br>(MPa) | Estribo   | Distribuição<br>adotada | $\phi_{Est}$ . (mm) | A <sub>sv</sub> /Cam<br>(mm2) | N°<br>cam. |     |       |   |
|---|-----------|------|-------------------------|--------------------------|-----------|-------------------------|---------------------|-------------------------------|------------|-----|-------|---|
| D1                                      | 93        |      | 68,8                    | -                        | -         | -                       | -                   | -                             | -          |     |       |   |
| D2                                      | 97        |      | 62,8                    | -                        | -         | -                       | -                   | -                             | -          |     |       |   |
| D3R                                     | 105       |      | 63,0                    | 900                      |           |                         | 5,0                 | 157,1                         | 2          |     |       |   |
| D4R                                     | 103       | 103  | 0,01                    | 66,3                     | 643       | Retangular              |                     | 62                            | 240.4      | 2   |       |   |
| D5R                                     |           |      | 105                     |                          | 61,4 643  |                         | Fileiras            | 0,5                           | 249,4      | 3   |       |   |
| D6I                                     | 100       | 100  | 100                     | 100                      |           | 62,4                    | 900                 | Inclinado                     |            | 5,0 | 157,1 | 2 |
| D7I                                     | 100       |      | 60                      | 643                      | mennado   |                         | 6,3                 | 249,4                         | 2          |     |       |   |
| D8I                                     | 100       | 0,01 | 62,6                    |                          |           | Filoiros                |                     | 240.4                         | 3          |     |       |   |
| D9I                                     | 100       | 0,01 | 60                      | 643                      | Inclinado | Filenas                 | 63                  | 249,4                         | 4          |     |       |   |
| D10I                                    | 105       | 0,01 | 61                      | 043                      | mennado   | Altonnodo               | 0,3                 | 249,4*                        | 3          |     |       |   |
| D11I                                    | 102       | 0,01 | 62,1                    |                          |           | Alternada               |                     |                               | 4          |     |       |   |
| * - 1ª camada da distribuição alternada |           |      |                         |                          |           |                         |                     |                               |            |     |       |   |

Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas (OLIVEIRA 1998).

A armadura de flexão das lajes foi constituída por 40 barras de 12,5 mm de diâmetro, dispostas em duas direções ortogonais (20 barras em cada direção), com espaçamento de 94 mm e ancoradas em suas extremidades por 80 ganchos (40 ganchos em cada direção), medindo (400 x 400 x 92) mm<sup>3</sup>, o cobrimento adotado foi de aproximadamente 13 mm. Para a armadura secundária, adotou-se 12 barras de 6,3 mm de diâmetro, com espaçamento de 163 mm e o cobrimento utilizado nesta região foi de 6,3 mm. A Figura 2.2 apresenta a disposição das barras e ganchos das armaduras de flexão.



Figura 2.1 – Disposição das armaduras de flexão (OLIVEIRA, 1998)

Det. 01



Figura 2.2 – Detalhe dos ganchos de ancoragem (OLIVEIRA, 1998)

Como observado na tabela 2.1, com exceção das lajes D1 e D2, todas as lajes possuíam estribos. A Figura 2.3 mostra as armaduras de cisalhamento nas lajes com distribuição enfileiradas e a Figura 2.4 mostra as armaduras de cisalhamento distribuídas alternadamente nas lajes.



e) Laje D7I (Inclinado / Fileira)



f) Laje D8I (Inclinado / Fileira)



g) Laje D9I (Inclinado / Fileira)





(OLIVEIRA, 1998)

A Tabela 2.2 apresenta as cargas de ruptura, juntamente com o modo de ruptura observado, durante os ensaios. Diante dos resultados, OLIVEIRA (1998) observou que ambos os modelos de estribos proporcionaram ganho de resistência ao fenômeno de punção. Entretanto, os estribos inclinados foram mais eficientes que os estribos retangulares. Os estribos inclinados garantiram um acréscimo de resistência de até 30%, em relação aos estribos retangulares. OLIVEIRA (1998) verificou também que a distribuição alternada dos estribos se mostrou mais eficaz que as fileiras ortogonais (cruz), pois não permitiram que as superfícies de ruptura se localizassem entre as fileiras de estribos. O autor concluiu que o uso de armaduras de cisalhamento propiciou maior ductilidade às lajes ensaiadas. As lajes D8I, D9I, D10I e D11I foram as que apresentaram

maior ductilidade e as cargas de ruptura das mesmas ultrapassaram as previstas para ruptura por flexão. As lajes sem armadura de cisalhamento apresentaram rupturas frágeis, com pouca ou nenhuma ductilidade.

| Laje                                    | d<br>(mm) | ρ<br>(%) | f'c<br>(MPa) | $\frac{A_{sv}}{cam.}$ (mm <sup>2</sup> ) | N°<br>cam. | f <sub>yv</sub> (MPa) | Pu (kN) | Modo de ruptura<br>observado |
|---|-----------|----------|--------------|--|------------|-----------------------|---------|------------------------------|
| D1                                      | 93        | 0.014    | 68,8         | -  | -          | -                     | 270     | Decise 2 c                   |
| D2                                      | 97        | 0,014    | 62,8         | -  | -          | -                     | 335     | Punçao                       |
| D3R                                     | 105       | 0,012    | 63,0         | 157,1                                    | 2          | 900,0                 | 386     | Punção Dúctil                |
| D4R                                     | 102       | 0.012    | 66,3         | 240.4                                    |            | (12.0                 | 377     | Punção                       |
| D5R                                     | 103       | 0,013    | 61,4         | 249,4                                    | 3          | 643,0                 | 423     | Punção Dústil                |
| D6I                                     |           |          | 62,4         | 157,1                                    |            | 900,0                 | 410     | Fulção Ductii                |
| D7I                                     | 100       | 0.014    | 60,0         |  | 2          |                       | 490     | Flexão Punção                |
| D8I                                     | 100       | 0,014    | 62,6         | 249,4                                    | 3          |                       | 540     |                              |
| D9I                                     |           |          | 60,0         |  | 4          | 643,0                 | 560     | Flovão                       |
| D10I                                    | 105       | 0,012    | 61,0         | 240.4*                                   | 3          |                       | 520     | Tiexao                       |
| D11I                                    | 102       | 0,013    | 62,0         | 249,4*                                   | 4          |                       | 551     |                              |
| * - 1ª camada da distribuição alternada |           |          |              |  |            |                       |         |                              |

Tabela 2.2 – Modos de ruptura observados (OLIVEIRA, 1998)

### 2.1.2. TRAUTWEIN (2001)

TRAUTWEIN (2001) ensaiou e analisou nove lajes lisas cogumelo de concreto armado com resistência mecânica do concreto variando entre 36,8 e 47,9. As lajes possuíam dimensões de (3000 x 3000 x 200) mm<sup>3</sup> e foram submetidas a um carregamento simétrico pontual, representando um pilar interno, a fim de se observar a eficiência de dois tipos de armaduras de cisalhamento, no combate à punção.

Todas as nove lajes possuíam a mesma armadura de flexão, o bordo superior foi constituído por 31 barras de 16 mm de diâmetro em cada direção, espaçadas a cada 100 mm, enquanto que o bordo inferior foi composto por 21 barras de 8 mm de diâmetro em cada direção, espaçadas a cada 150 mm. Nas barras superiores, foram acrescentados nos dois lados da laje 31 ganchos em forma de U com diâmetro de 12,5 mm, exceto na laje 2

onde foi aplicado uma barra em forma quadrada (100 x 100) mm<sup>2</sup> com diâmetro de 10 mm. A Figura 2.5 mostra o detalhamento da armadura de flexão dos modelos.



Figura 2.5 – Disposição das armaduras de flexão e detalhe dos ganchos de ancoragem (TRAUTWEIN, 2001)

TRAUTWEIN (2001) dividiu as lajes em dois grupos, de acordo com o tipo de armadura de cisalhamento aplicado. Para o grupo um, o autor submeteu as lajes com armadura tipo "stud" interno e o grupo dois, os estribos inclinados formando um ângulo de 60°, em relação ao plano da laje. A Tabela 2.3 apresenta as características, assim como as principais variáveis avaliadas no trabalho.

| LAJE    | d<br>(mm) | f <sub>c</sub><br>(MPa) | Armadura de<br>Cisalhamento | N⁰<br>Camadas | Distribuição | Ø<br>(mm) |  |  |
|---------|-----------|-------------------------|-----------------------------|---------------|--------------|-----------|--|--|
| Grupo 1 |           |                         |                             |               |              |           |  |  |
| 1       | 159       | 36,8                    |                             |               |              | 12,5      |  |  |
| 4       | 164       | 43,4                    | "STUD"                      | 11            | Radial       | 16,0      |  |  |
| 9       | 154       | 39,4                    |                             |               |              | 10,0      |  |  |
| Grupo 2 |           |                         |                             |               |              |           |  |  |
| 2       | 139       | 41,1                    |                             | 3             | Cruz         | 6,3       |  |  |
| 3       | 164       | 45,7                    |                             | 5             |              | 8,0       |  |  |
| 5       | 159       | 43,4                    | Inclinado a 60°             | 4             |              | 6,3/8,0   |  |  |
| 6       | 159       | 47,9                    | inclinado a oo              | 7             | Radial       | 8.0       |  |  |
| 7       | 159       | 42,6                    |                             | 9             | ituului      | 0,0       |  |  |
| 8       | 154       | 40,6                    |                             | 7             |              | 5,0       |  |  |

Tabela 2.3 – Características dos modelos ensaiados (TRAUTWEIN 2001).

Durante os ensaios, o surgimento de fissuras se deu, de forma semelhante, em todas as lajes. As primeiras fissuras observadas pelo autor surgiram nos cantos dos pilares seguindo em direção as bordas das lajes, caracterizando-se como fissuras radiais. Consequentemente, em níveis mais elevados de cargas, surgiram as fissuras tangenciais. Todas as lajes foram submetidas ao carregamento até sua ruptura, onde todas romperam por punção. A Tabela 2.4 apresenta as cargas de rupturas dos modelos ensaiados, nota-se que houve uma variação entre 650 kN e 1160 kN.

Tabela 2.4- Cargas de rupturas dos modelos (TRAUTWEIN 2001).

| Laje    | d<br>(mm) | ρ     | Armadura de<br>Cisalhamento | N°<br>Cam | Anrranjo | Ø<br>(mm) | $P_u$ (kN) | $P_f$ (kN) | $P_u/P_f$ |
|---------|-----------|-------|-----------------------------|-----------|----------|-----------|------------|------------|-----------|
| Grupo 1 |           |       |                             |           |          |           |            |            |           |
| 1       | 159       | 0,012 |                             | 11        | Radial   | 12,5      | 1050       | 971,1      | 1,08      |
| 4       | 164       |       | "STUD"                      |           |          | 16,0      | 1038       | 1048,9     | 0,99      |
| 9       | 154       | 0,013 |                             |           |          | 10,0      | 933        | 985,7      | 0,95      |
| Grupo 2 |           |       |                             |           |          |           |            |            |           |
| 2       | 139       | 0,014 | Inclinado a 60°             | 3         | Cruz     | 6,3       | 650        | 861,9      | 0,75      |
| 3       | 164       |       |                             |           |          | 8,0       | 999        | 1053,3     | 0,95      |
| 5       | 159       |       |                             | 4         | Radial   | 6,3/8,0   | 979        | 985,9      | 0,99      |
| 6       | 159       |       |                             | 7         |          | 8,0       | 1087       | 993,7      | 1,09      |
| 7       | 159       |       |                             | 9         |          |           | 1160       | 984,4      | 1,18      |
| 8       | 154       | 0,013 |                             | 7         |          | 5,0       | 975        | 988,7      | 0,99      |

TRAUTWEIN (2001) avaliou, individualmente, os modelos dos grupos, após os ensaios e constatou no grupo 1 ("STUD") um possível esmagamento do concreto na região da armadura de cisalhamento entre a face do pilar e a terceira camada da armadura de cisalhamento. No caso da laje 9, o autor observou que a superfície de ruptura cruzou as três primeiras camadas da armadura de cisalhamento.

Ocorre que, para o grupo 2, a superfície de ruptura na laje 2 ocorreu entre a primeira camada do estribo e a face do pilar. No caso da laje 3, a superfície de ruptura cruzou as três camadas da armadura de cisalhamento. Para as lajes com estribos inclinados distribuídos de forma radial, a superfície de ruptura ocorreu na região externa à armadura de cisalhamento, variando o ponto de origem entre as camadas da armadura transversal. Apenas a laje 8 apresentou duas possíveis superfícies de ruptura na região da armadura transversal. A primeira teria cruzado a primeira camada e a segunda cruzou a segunda e a terceira camada da armadura de cisalhamento. TRAUTWEIN (2001) observou também que a laje 8 apresentava alguns estribos da primeira e segunda camada rompidos.

Após comparar os resultados encontrados em sua pesquisa com a média dos resultados observados em outros trabalhos (lajes similares sem armadura de cisalhamento), TRAUTWEIN (2001) concluiu que o grupo 1 garantiu um acréscimo na carga de ruptura de 75% com a laje 1 e 94% com a laje 7 presente no grupo 2.

#### 2.1.3. CARVALHO (2006)

O estudo de CARVALHO (2006) analisou experimentalmente 10 lajes lisas unidirecionais de concreto armado com dimensões de (1.800 x 1.800 x 110) mm<sup>3</sup> e concreto de alta resistência ( $f'_c \cong 60$  MPa) dosado com metacaulim, submetidas a um carregamento simétrico. O estudo teve como objetivo verificar a eficiência das armaduras de cisalhamento na resistência ao fenômeno da punção e ainda a variação do índice de retangularidade dos pilares ( $C_{max}/C_{min} = 1$ , 3 e 5), onde o valor de  $C_{min}$  foi de 85 mm.

A armadura de flexão foi composta por 32 barras de 12,5 mm em duas direções ortogonais, ou seja, 16 barras para cada direção espaçadas por 118 mm. As armaduras de combate à punção foram constituídas por estribos abertos inclinados com ângulo de 60° entre a laje e o trecho inclinado do estribo com diâmetro das barras igual a 6,3 mm. A Figura 2.6 mostra a armadura de cisalhamento aplicada nas lajes.



Figura 2.6 – Estribos utilizados (CARVALHO, 2006)

Durante o ensaio, o carregamento foi aplicado no plano inferior das lajes, as quais se encontravam fixas ao sistema de ensaio nas bordas paralelas à maior face do pilar ( $C_{max}$ ), enquanto que as bordas paralelas à menor face do pilar ( $C_{min}$ ) permaneceram livres, caracterizando uma laje como unidirecional. A Tabela 2.5 apresenta as características e os resultados observados por CARVALHO (2006). As Figura 2.7Figura 2.8Figura 2.9 mostram o arranjo das armaduras de cisalhamento nas lajes.

| Laje | C <sub>max</sub> /C <sub>min</sub> | d<br>(mm)                                   | ρ     | $f_c$ (MPa) | A <sub>sv</sub> /Cam<br>(mm <sup>2</sup> ) | $P_u$ (kN) | Nº Cam | Modo de<br>ruptura |  |
|------|------------------------------------|---|-------|-------------|--|------------|--------|--------------------|--|
| L1   | 1                                  | 85  | 0,015 | 50          | -  | 185        | -      |                    |  |
| L2   | 3                                  | 86         0,013           85         0,015 | 32    | -           | 226  | -          | Punção |                    |  |
| L3   | 5                                  |   | 0,015 | 50          | -  | 239        | -      |                    |  |
| L4   | 1                                  |   | 85    | 0,015       | 59   | 249        | 233    |                    |  |
| L5   | 3                                  |   |       | 58          | 105  | 210        | 3      | Punção Dúctil      |  |
| L6   | 5                                  | 85,5  |       | 55          | 125  | 280        |        |                    |  |
| L7   | 3                                  | 86  | 0.013 | 60          |  | 333        |        | Flexão             |  |
| L8   |                                    | 85  | -,    | 55          | 249  | 305        |        | Flexo-Punção       |  |
| L9   | 5                                  | 85.5  |       | 56          |  | 304        |        | Flexão             |  |
| L10  |                                    | 05,5  |       | 57          | 374  | 320        |        |                    |  |

Tabela 2.5 - Características e resultados das lajes ensaiadas (CARVALHO, 2006)



Figura 2.7 – Detalhe da região central das lajes L1 e L2 (CARVALHO, 2006)





Figura 2.9 – Detalhe da região central das lajes L9 e L10 (CARVALHO, 2006)

Em seu estudo, CARVALHO (2006) observou que o acréscimo de resistência foi garantido a partir do uso do concreto de alta resistência e aplicação de estribos inclinados. Para o autor, o índice de retangularidade do pilar para as lajes sem armadura de cisalhamento proporcionou ganho de resistência. Por sua vez, nas lajes com armadura de cisalhamento, o autor observou maior contribuição de resistência e um modo de ruptura mais dúctil.

O autor observou que as lajes sem armadura de cisalhamento, apresentaram ruptura típica de punção, dessa forma, caracterizando um modo brusco de ruptura. Para as lajes L4, L5 e L6, a armadura transversal contribuiu de forma positiva para a resistência final das peças, oferecendo uma melhor ductilidade. Segundo o autor, o modo de ruptura da laje L8 foi por puncionamento, contudo, apresentou linhas de ruptura por flexão. As lajes L7, L9 e L10 apresentaram comportamento similar à laje L8, porém, as suas armaduras transversais combateram de forma eficiente o fenômeno de punção, de forma estas lajes romperam por flexão.

#### 2.1.4. SOUZA (2007)

SOUZA (2007) analisou através de ensaios o comportamento de 8 lajes lisas nervuradas bidirecionais com dimensões de (1800 x 1800 x 140) mm<sup>3</sup> e concreto com resistência mecânica à compressão, variando entre 37 e 41 MPa. O objetivo do trabalho foi investigar quanto à resistência à punção de lajes lisas nervuradas, por meio de três diferentes tipos de armadura transversal.

A armadura principal de flexão localizada na superfície superior da laje era constituída por seis barras com diâmetro de 6,0 mm e 21 barras, com diâmetro de 12,5 mm na direção x e 21 barras de 12,5 mm de diâmetro na direção y. As lajes apresentavam na superfície inferior 12 barras de 4,2 mm de diâmetro em cada direção arranjadas 2 barras por nervura. Assim, a configuração na armadura de flexão foi à mesma para todas as lajes, proporcionando, uma taxa geométrica de, aproximadamente, 1,40%. A Figura 2.10 mostra a planta baixa e a seção transversal das lajes ensaiadas.



Figura 2.10 - Características geométricas dos modelos ensaiados (SOUZA, 2007)

As lajes com armadura de cisalhamento nas nervuras apresentaram três configurações diferentes, com o objetivo de investigar sua eficiência e contribuição no combate ao cisalhamento. As armaduras observadas foram às treliças (TR 8644), estribos verticais fechados e estribos abertos inclinados a 45°, salvo que os estribos foram confeccionados com barras de 4,2 mm de diâmetro. Para as lajes com armaduras de combate à punção, utilizou-se estribos abertos com inclinação de 45° dispostos em 3 camadas distribuídas, simetricamente, em cruz com barras de 6,3 mm de diâmetro, como mostra a Figura 2.11. A Tabela 2.6 apresenta as principais características das lajes.


Figura 2.11 - Estribo aberto e inclinado de combate a punção (SOUZA, 2007).

| LAJE   | d<br>(mm) | Arm. Flexão<br>ρ(%) | f <sub>c</sub><br>(MPa) | Armadura de<br>Cisalhamento/Punção |                |        |  |
|--|-----------|---------------------|-------------------------|------------------------------------|----------------|--------|--|
|  |           |                     |                         | Ner                                | Macico         |        |  |
|  |           |                     |                         | Direção X                          | Direção Y      | Maciço |  |
| L1   | 120       | 1,27                | 36,6                    | -                                  | -              | -      |  |
| L2   | 106       | 1,44                | 37,8                    |                                    |                | -      |  |
| L3   | 111       | 1,37                | 41,4                    | Treliça                            | EVE            | -      |  |
| L4   | 118       | 1,29                | 39,2                    |                                    |                | -      |  |
| L5   | 115       | 1,33                | 37,9                    | E.V.F.                             | <b>Е.</b> V.Г. | -      |  |
| L6   | 104       | 1,47                | 39,8                    | Treliça                            |                | E.A.I. |  |
| L7   | 112       | 1,36                | 40,9                    | E.V.F.                             |                |        |  |
| L8   | 108       | 1,41                | 39,0                    | E.A.I.                             | E.A.I.         |        |  |
| E.V.F Estribo Vertical Fechado; E.A.I Estribo Aberto Inclinado |           |                     |                         |                                    |                |        |  |

Tabela 2.6 - Características das lajes ensaiadas (SOUZA, 2007).

O sistema do ensaio das lajes consistiu em quatro bordas apoiadas, por meio de vigas metálicas, simulando um apoio contínuo às lajes. Durante o ensaio, o desenvolvimento das fissuras se deu de forma semelhante para todas as lajes, caracterizando o primeiro surgimento de fissuras radiais e, a partir da extremidade do pilar, em direção as bordas das lajes e, consequentemente, para níveis mais elevados de carga surgiram fissuras tangenciais.

O autor observou que as lajes com armadura de cisalhamento nas nervuras (L2, L3, L4 e L5) apresentaram resistência superior, em relação à laje de referência (L1). Por outro lado, para as lajes com armadura de punção (L6, L7 e L8), estas proporcionaram ganhos significativos, em torno de 26% em relação à laje L1. Segundo o autor, as estimativas normativas para a resistência ao cisalhamento das lajes apresentaram, em sua grande maioria, valores inferiores aos valores obtidos no ensaio. Com relação às lajes com

armaduras de combate à punção, se verificou que a norma americana ACI 318 (2002) mostrou-se conservadora, em todos os valores obtidos. As estimativas do código MC90 (1993) juntamente com a norma brasileira NBR 6118 (2003), em sua maioria, apresentaram valores superestimados.

#### 2.1.5. RUIZ et al. (2010)

Com base na teoria da fenda crítica de cisalhamento, RUIZ *et al.* (2010) avaliou seis modelos de lajes lisas de diferentes autores. Para tal estudo, o autor buscou na literatura modelos com as mesmas características geométricas e mecânicas. O autor teve como principal objetivo avaliar a eficiência e contribuição de cinco diferentes modelos de armadura de cisalhamento no combate a punção de lajes lisas.

As lajes analisadas possuíam dimensões de (3000 x 3000 x 250) mm<sup>3</sup> e 1,5% para a taxa da armadura de flexão. Os modelos (PA6, PV15, PF2, PR1, PB1) possuíam uma taxa geométrica ( $\rho_w$ ) de, aproximadamente, 1.0% para armadura transversal. A laje PV1 caracterizou-se como modelo de referência, ou seja, o mesmo não era composto por armadura de cisalhamento.

De modo geral, todos os ensaios que seguiram as recomendações de GUANDALINI (2009) foram submetidos até atingirem a ruína dos modelos. O autor observou que o modelo (PV1) não apresentou grandes deformações e sua ruptura se deu de um modo frágil próximo à região de apoio, onde se formou um cone. Os modelos (PV15 e PR1) também registraram ocorrência de esmagamento próximo à região de apoio, contudo, suas rupturas foram mais dúcteis. O modelo (PB1) foi o que apresentou maior eficiência na zona de compressão, porém sua ruína se deu fora da região reforçada. A Tabela 2.7 mostra as propriedades das lajes analisadas.

| Loios | $ ho_{\rm w}$ | fc    | fy    | $\mathrm{fy}_{\mathrm{w}}$ | $V_R$ | $\Psi_{\text{R}}$ | $V_R$                         |
|-------|---------------|-------|-------|----------------------------|-------|-------------------|-------------------------------|
| Lajes | (%)           | (MPa) | (MPa) | (MPa)                      | (kN)  | (%)               | $b_0 \cdot d \cdot \sqrt{fc}$ |
| PV1   | -             | 34,0  | 709   | -                          | 974   | 0,76              | 0,470                         |
| PA6   | 1,01          | 33,8  | N/A   | N/A                        | 1345  | N/A               | 0,648                         |
| PV15  | 0,95          | 36,8  | 527   | 547                        | 1609  | 3,11              | 0,741                         |
| PF2   | 0,08          | 32,0  | 583   | 500                        | 1567  | 1,83              | 0,776                         |
| PR1   | 1,04          | 31,0  | 515   | 580                        | 1654  | 1,98              | 0,832                         |
| PB1   | 1,04          | 28,4  | 576   | 388                        | 1960  | 2,35              | 1,03                          |

Tabela 2.7 - Características das lajes ensaiadas (RUIZ et al, 2010).

Os modelos ensaiados apresentaram diferenças significativas paras as deformações e carga última. A laje (PA6) foi a que apresentou menor eficiência em relação à laje (PV1), sua contribuição na carga de ruptura foi de apenas 38%. Já, a contribuição do modelo (PV15) garantiu uma eficiência de 57% e uma capacidade de deformação superior à laje de referência. Para o modelo com estribos contínuos (PF2), o acréscimo de resistência na carga de ruptura foi de 70%, porém sua ruína ocorreu de modo frágil. Por fim, com relação aos modelos com STUDS foram os que apresentaram maior eficiência, sendo 77% para o modelo com arranjo vertical e 119% para o modelo inclinado. Suas capacidades de deformação também apresentaram bom desempenho.

RUIZ *et al.* (2010) concluiu que a contribuição da armadura transversal para o combate à punção é influenciada por detalhes de normas como ancoragem e arranjo, sendo que, na visão do autor, a grande maioria dos códigos não consideram estas influências. Ainda segundo este, baseada em um modelo físico, a teoria da fissura crítica de cisalhamento, permite considerar as condições de ligação e ancoragem no combate à punção.

## 2.1.6. SANTOS et al. (2011)

Santos *et al.* (2011) observaram o comportamento de cinco vigas de concreto armado com dimensões de (150 x 250 x 2200) mm<sup>3</sup>, estas possuíam em média 24 MPa como resistência mecânica à compressão do concreto. O objetivo do autor é em garantir uma otimização na confecção de vigas de concreto armado, no que diz respeito à capacidade resistente e economia de materiais. Todos os modelos avaliados possuíam a mesma taxa de

armadura longitudinal, constituídos por três barras de aço (CA 50) com diâmetro de 12,5 mm. Já para as armaduras transversais, adotou-se barras de aço (CA 60) com diâmetro de 5,0 mm espaçados a cada 150 mm, exceto a viga V5 que possuía espaçamento de 100 mm. O arranjo triangular das armaduras transversais sugeriu a eliminação de um porta estribo das vigas que possuíam armadura de cisalhamento com configuração geométrica triangular. Consequentemente, estes estribos possuíam comprimento inferior ao modelo convencional (retangular). Fato este que representou em média uma redução de 10% no consumo de aço, em relação à viga de referência (V1). A Figura 2.12 mostra a geometria das vigas observadas pelo autor juntamente com os estribos e o arranjo dos mesmos.



Figura 2.12 – Geometria das vigas e estribos (SANTOS et al. 2011).

O sistema de ensaio consistiu no posicionamento das vigas sobre apoios de primeiro e segundos gêneros, a fim de simular um sistema isostático, estes, por sua vez, eram posicionados sobre blocos de concreto onde se encontravam apoiados na laje de reação. A carga era aplicada, através de um macaco hidráulico com capacidade 1.000 kN acionado, manualmente, por meio de uma bomba, este reagia com a viga metálica de distribuição que compunha o pórtico de reação, onde, por sua vez, transferia esta carga para a viga ensaiada, em dois pontos equidistantes de 800 mm e o vão ensaiado de 2000 mm. O carregamento aplicado foi realizado por passos de carga de 5kN e seu monitoramento foi por meio de uma célula de carga. A Figura 2.13 mostra o esquema do sistema de ensaio.



Figura 2.13 – Sistema de ensaio adotado por (SANTOS et al. 2011).

O autor observou que, durante o ensaio, todas as vigas apresentaram um comportamento similar, com relação aos seus deslocamentos verticais e o surgimento de fissuras. Quanto à deformação do concreto, Santos (2011) afirmou que não houve registros superiores a 3,5‰, portanto, neste caso, não há ocorrência de esmagamento do concreto. Durante o ensaio, o autor observou que as armaduras de flexão não atingiram o ponto de escoamento. A Tabela 2.8 apresenta as cargas de ruptura juntamente com os valores máximos observados, no que diz respeito aos deslocamentos verticais e as máximas deformações nos estribos.

| Vigas | ε <sub>ys</sub><br>(‰) | δ<br>(mm) | P <sub>u</sub><br>(kN) | $\frac{P_u/P_u(V1)}{(kN)}$ |
|-------|------------------------|-----------|------------------------|----------------------------|
| V1    | 2,4                    | 11,8      | 125                    | 1,0                        |
| V2    | 2,8                    | 8,3       | 92                     | 0,7                        |
| V3    | 7,0                    | 9,2       | 125                    | 1,0                        |
| V4    | 0,8<br>1,0             | 9,6       | 125                    | 1,0                        |
| V5    | 1,7                    | 10,0      | 114                    | 0,9                        |

Tabela 2.8 - Carga última, flechas e deformação nos estribos (SANTOS et al. 2011)

Diante dos resultados, SANTOS *et al.* concluiu que as armaduras transversais não convencionais, não contribuíram para a resistência final das peças. As vigas V2 e V5 apresentaram uma redução de 26% e 9%, respectivamente nas cargas últimas. Para as vigas V3 e V4, o autor observou o mesmo valor para a carga de ruptura com relação à viga V1.

Neste caso, SANTOS *et al.* sugere a viga V3 como a mais viável, uma vez que sua taxa de armadura transversal é 22% inferior a viga V1.

# 2.2. Recomendações Normativas

#### 2.2.1. Considerações Iniciais

Neste estudo, serão apresentadas, resumidamente, as recomendações normativas de projeto contidas em quatro códigos. Estas visam estimar a resistência ao puncionamento de lajes de concreto armado submetidas a carregamento simétrico, com e sem a utilização de armadura de cisalhamento.

Neste trabalho, adotou-se as seguintes normas para estudo:

- ACI 318:2011, American building code requirements for reinforced concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2011)
- CEB-FIP MODEL CODE 2010 Comite Euro-International du Beton. (CEB-FIP, 2011);
- EUROCODE 2; 2003 Design of Concrete Structures. (EC2, 2004);
- NBR 6118: 2014 Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (ABNT, 2014).
- 2.2.2. ACI 318 02 American Building Code for Reinforced Concrete. (ACI 318, 2011)

Os critérios de análise deste código baseiam-se na Equação 2.1, a qual consiste na verificação da tensão cisalhante na superfície crítica, cujo valor do perímetro é  $0,5 \cdot d$ , a partir da face do pilar. Sabe-se que  $V_u$  é a força cortante (majorada) na seção considerada e  $V_n$  é a resistência ao cisalhamento nominal, calculada pela Equação 2.2, na qual  $V_c$  é a parcela nominal de resistência do concreto e  $V_s$  é a parcela nominal referente à armadura de cisalhamento. O coeficiente  $\phi$  é considerado unitário para estudos em laboratório.

$$\phi \cdot V_n \ge V_u$$
 Equação 2.1

$$V_n = V_c + V_s$$
 Equação 2.2

A verificação da resistência ao puncionamento em lajes lisas sem armadura de cisalhamento nas proximidades de pilares, cargas concentradas ou reações, deverá atender duas situações. A primeira verificação é caracterizada por um comportamento similar a uma viga chata, na qual, a ruptura por cisalhamento ocorre apenas em uma direção da laje. A segunda verificação refere-se ao cisalhamento ocorrendo nas duas direções (punção). A fim de analisar o efeito nas duas direções em lajes com pilares localizados no interior da edificação, a Figura 2.14 mostra as formas do perímetro de controle,  $b_0$ , em diferentes casos de ligação laje-pilar.



Figura 2.14 – Perímetro de controle (b<sub>0</sub>) para avaliar a punção (ACI 318, 2011)

A parcela nominal de resistência do concreto,  $V_c$ , para esta verificação é determinada, considerando-se a situação mais desfavorável para os três casos apresentados a seguir. A Equação 2.3 considera, primeiramente, o efeito das dimensões do pilar na tensão limite do concreto, na qual  $\beta_c$  é a razão entre as faces do pilar  $\beta_c = \frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}}$ .

$$V_{c} = \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_{c}}\right) \cdot \sqrt{f'_{c}} \cdot b_{0} \cdot d \qquad \text{Equação 2.3}$$

A segunda situação expressa pela Equação 2.4 sugere considerar a contribuição do perímetro de controle,  $b_0$ , na tensão limite do concreto onde  $\alpha_s$  assume o valor 3,32 para pilares internos.

$$V_{c} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{6 \cdot \alpha_{s} \cdot d}{b_{0}} + 1\right) \cdot \sqrt{f'_{c}} \cdot b_{0} \cdot d \qquad \text{Equação } 2.4$$

A terceira situação expressa pela Equação 2.5 não leva em consideração o efeito da dimensão do pilar,  $\beta_c$ , e nem a contribuição do perímetro de controle,  $b_0$ , na tensão limite do concreto, onde  $V_c$  não deve ser maior que  $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ . Além disso,  $V_n$  não deve ser tomado maior que  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ . Desta maneira,  $V_s$  não deve ser maior que  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ .

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \qquad \qquad \text{Equação } 2.5$$

No caso de lajes com armadura transversal inclinada à parcela nominal de resistência do aço,  $V_s$  é determinado pela Equação 2.6, onde  $A_v$  é a área da seção transversal de todas as pernas da armadura de cisalhamento situada sobre uma linha periférica geometricamente semelhante ao perímetro da seção do pilar; *s* é a distância entre estribos, e  $\alpha$  é a inclinação dos estribos com o plano da laje. A tensão de escoamento da armadura de cisalhamento,  $f_y$ , não deve exceder 435 MPa.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot (sen\alpha + \cos\alpha) \cdot d}{s}$$
 Equação 2.6

A Figura 2.15 apresenta o perímetro de controle externo à última camada de estribos,  $b_{out}$ , utilizado para análise externa a 0,5 d em relação à esta camada.



Figura 2.15 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento (ACI 318, 2011).

# 2.2.3. CEB MODEL CODE 2010 – Comite Euro-International Dubetón. (CEB – FIP, 2011)

Este código tem como base um modelo mecânico intitulado de Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento – TFCC (MUTTONI, 2008). Este modelo sugere a verificação, quanto à carga última associada a um critério de ruína, ou seja, pressupõe-se que a resistência à punção em lajes sem armadura transversal está associada à fissura crítica de cisalhamento, como mostra a Figura 2.16. Para tal, a norma prescreve que a resistência última à punção é definida pela soma da parcela nominal resistente referente à armadura transversal (V<sub>Rd,s</sub>) e ao concreto (v<sub>Rd,c</sub>), conforme Equação 2.7. A Figura 2.17 mostra os perímetros de controle (b<sub>1</sub>) recomendados pelo código.



Figura 2.16 – Modelo de ruptura para verificação por punção (Model Code, 2010)



Figura 2.17 – Perímetro de controle para pilares internos (Model Code, 2010).

Para lajes sem armaduras transversais, a verificação à punção provenientes de cargas concentradas ou reações de apoio pode ser verificada, tomando-se o esforço cortante nominal no perímetro de controle. Logo, a estimativa da resistência à punção de uma laje lisa de concreto armado sem armadura transversal é determinada pela Equação 2.8.

$$V_{Rdc} = k\psi \cdot \frac{\sqrt{fck}}{\gamma_c} \cdot d \cdot b_1$$
 Equação 2.8

Sendo  $k\Psi$  o parâmetro definido pela Equação 2.9, consequência da deformação, seu valor depende da rotação  $\Psi$  da laje na região de apoio. Para o cálculo da rotação, o código apresenta quatro níveis de aproximação com grau de precisão e complexidade da análise que, por sua vez, são todos diferentes a fim de avaliar a resistência à punção.

$$k\psi = \frac{1}{1,5 + 0.9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}}$$
 Equação 2.9

O nível I de aproximação dado pela Equação 2.10 refere-se às lajes planas projetadas, de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa de forças internas. O nível II de aproximação refere-se às lajes que apresentam redistribuição significativa no cálculo do momento da armadura de flexão, sendo seu valor definido pela equação 2.11. O nível III de aproximação sugere a substituição do valor de 1,5 no coeficiente da Equação 2.11 por 1,2 caso os valores de  $r_s$  e  $m_{sd}$  sejam extraídos de um modelo linear elástico. Por fim, o nível IV de aproximação sugere uma análise não linear para determinar o valor da rotação.

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}$$
 Equação 2.10

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1.5}$$
 Equação 2.11

## Onde:

 $r_s$  - É a distância entre o eixo do pilar e a linha onde o momento é nulo. Em caso de lajes planas e retangulares, onde a relação entre os vãos Lx/Ly estiver entre 0,5 e 2,0, o valor de  $r_s$  pode ser aproximado como 0,22 · *L* (nas direções x e y);

 $m_{sd}$  – É o valor do momento fletor médio solicitante de projeto. A norma considera três posições para os pilares na edificação: interno, canto e borda. No caso de pilares internos,  $m_{sd}$  é calculado simplificadamente pela Equação 2.12;

 $m_{Rd}$  – É o valor do momento fletor médio resistente de projeto;

$$m_{sd} = \frac{V_{Ed}}{8}$$
 Equação 2.12

Ocorre que, a resistência fornecida pela armadura transversal inclinada é dada pela Equação 2.13, sendo  $A_{sw}$  a soma da área da seção transversal da armadura de cisalhamento. O termo  $\sigma_{swd}$  expresso pela Equação 2.14, diz respeito à tensão mobilizada da armadura transversal. O diâmetro da armadura transversal é indicado pelo termo  $\mathcal{O}_w$ . A tensão de aderência  $f_{bd}$  pode ser definida pela Equação 2.15 ou simplificadamente por 3,0 MPa.

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swd} \cdot sen\alpha$$
 Equação 2.13

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(sen\alpha + \cos\theta\right) \cdot \left(sen\alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w}\right) \le f_{ywd} \qquad \text{Equação } 2.14$$

$$f_{bd} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \left(\frac{fck}{25}\right)^{0.5}$$
 Equação 2.15

A Figura 2.18 mostra o perímetro de controle para verificação da capacidade resistente de punção fora da zona com armadura de cisalhamento. A capacidade, portanto, é dada pela Equação 2.16 onde  $b_2$  é o novo perímetro de controle fora da zona reforçada com armadura de cisalhamento. O perímetro de controle é definido a uma distância de 0,5·*d*, além da última camada de armadura transversal.



Figura 2.18 – Perímetro de controle para pilares internos com armadura de cisalhamento (Model Code, 2010).

## 2.2.4. Eurocode 2 – Design of Concrete Structures. (EC2, 2004)

Este código apresenta a Figura 2.19 como um modelo apropriado de ruptura por punção no estado limite último de um elemento. Segundo a norma, a verificação quanto à resistência ao cisalhamento deve ser realizada em torno da face do pilar e no perímetro de controle básico  $u_1$ . O perímetro de controle básico,  $u_1$ , pode ser tomado normalmente a uma distância 2·*d*, da área carregada e deve ser traçado de tal forma que minimize seu comprimento como é observado na Figura 2.20.



Figura 2.19 – Modelo de ruptura para verificação do cisalhamento por punção (EC2, 2004)



Figura 2.20 - Perímetro de controle (EC2, 2004)

As seguintes tensões de projeto de cisalhamento ao longo da seção de controle, em MPa, são definidas.

- *v*<sub>R,c</sub> é o valor de projeto da resistência ao cisalhamento por punção de uma laje sem armadura de cisalhamento ao longo do perímetro de controle considerado.
- *v*<sub>R,cs</sub> é o valor de projeto da resistência ao cisalhamento por punção de uma laje com armadura de cisalhamento ao longo do perímetro de controle considerado.
- *v<sub>R,max</sub>* é o valor de projeto da máxima resistência ao cisalhamento por punção ao longo do perímetro de controle considerado.

No perímetro do pilar, a máxima tensão de cisalhamento por punção não deve exceder a desigualdade da Equação 2.17. Caso a Equação 2.18 seja atendida, não há necessidade do uso de armadura de cisalhamento, onde  $V_E$  exceder o valor de  $V_{R,c}$  no perímetro de controle analisado, armaduras de cisalhamento podem ser consideradas como uma opção para o acréscimo de resistência da laje.

$$V_E < V_{R,max}$$
 Equação 2.17

$$V_E < V_{R,c}$$
 Equação 2.18

A resistência ao cisalhamento por punção de lajes sem armadura de cisalhamento deve ser avaliada no perímetro de controle básico,  $u_1$ . A resistência de projeto ao cisalhamento por punção pode ser calculada pela Equação 2.19:

$$\boldsymbol{V}_{R,c} = \boldsymbol{C}_{R,c} \cdot \boldsymbol{k} \cdot \left(100 \cdot \rho_{l} \cdot \boldsymbol{f}_{c}^{\prime}\right)^{\frac{1}{3}} \ge \boldsymbol{V}_{min}$$
 Equação 2.19

Onde

 $f'_c$  é em MPa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2,0 \qquad \text{, com } d \text{ e mm}$$
$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \le 0,02$$

 $\rho_{Ix} \in \rho_{Iy}$  são as taxas de armadura nas direções *x* e *y*, respectivamente. Os valores de  $\rho_{Ix} \in \rho_{Iy}$  devem ser calculados como um valor médio em relação à largura da laje, sendo que esta é igual à largura do pilar somado ao valor de *3,0 · d* para cada lado.

É recomendado que o valor de  $C_{Rd,c}$  seja  $\frac{0,18}{\gamma_c}$ . O valor de  $v_{min}$  é determinado pela Equação 2.20.

$$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f'_{c}^{\frac{1}{2}}$$
 Equação 2.20

A resistência ao cisalhamento por punção para lajes com armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 2.21.

$$v_{R,cs} = 0,75 \cdot v_{R,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot \left(\frac{1}{u_1 \cdot d}\right) \cdot sen\alpha \qquad \text{Equação } 2.21$$

Onde:

 $A_{sw}$  é a área da armadura de cisalhamento em um perímetro ao redor do pilar (mm<sup>2</sup>);  $s_r$  é o espaçamento radial da armadura de cisalhamento no perímetro considerado (mm);  $f_{yw,ef}$  é a resistência efetiva de projeto da armadura de cisalhamento, determinada pela Equação 2.22.

$$f_{yw,ef} = 250 + 0,25 \cdot d \le f_{yw}$$
Equação 2.22

Onde:

*d* é a média da altura útil em direções ortogonais;

 $\alpha$ é o ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.

Caso haja a necessidade de armadura de cisalhamento, o perímetro de controle  $u_{out,ef}$ , é determinado pela Equação 2.23. Onde  $\beta$  é o considerado unitário, para o caso de não haver transferência de momento na ligação laje-pilar. O perímetro externo à última camada de armadura de cisalhamento deve ser localizado a uma distância não maior que  $k \cdot d$ dentro de  $u_{out,ef}$  como mostra a Figura 2.21. Neste caso, o valor recomendado pelo código para  $k \in 1,5$ .

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_E}{V_{R,c} \cdot d}$$
Equação 2.23



Figura 2.21 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento (EC2, 2004)

2.2.5. NBR 6118 – Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2014)

Este código sugere como modelo correspondente a verificação ao cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Na primeira superfície crítica, localizada na face do pilar, perímetro de controle C, verifica-se a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento. Na segunda superfície crítica, afastada 2,0.d do pilar, perímetro de controle C', deve ser verificado a capacidade da ligação à punção associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também se faz através de uma tensão de cisalhamento no perímetro de controle C'. A Figura 2.22 mostra possíveis formas de perímetro de controle C e C'.



Figura 2.22 – Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico (NBR 6118, 2014).

No caso em que se considera o efeito do carregamento simétrico e o pilar interno à edificação, a tensão solicitante nos perímetros de controle C e C' é determinada pela Equação 2.24.

$$\tau_s = \frac{F_s}{u \cdot d}$$
 Equação 2.24

Onde:

 $d = \frac{d_x + d_y}{2} \cdot d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro de controle C';  $d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u é o perímetro do contorno C';  $u \cdot d$  é a área do perímetro de controle;

 $F_s$  é a força ou a reação concentrada de cálculo.

A verificação quanto à tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro de controle C em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura, é determinada pela Equação 2.25.

$$\tau_s \le \tau_{r2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f'_c$$
 Equação 2.25

Onde  $\alpha_v$  é definido pela Equação 2.26:

$$\alpha_{v} = \left(1 - \frac{f'_{c}}{250}\right)$$
 Equação 2.26

 $\operatorname{com} f'_c \operatorname{em} MPa;$ 

A tensão resistente no perímetro de controle C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 2.27.

$$\tau_s \le \tau_{r1} = 0.13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot f'_c\right)^{\frac{1}{3}}$$
 Equação 2.27

Onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$
Equação 2.28

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$
 Equação 2.29

Sendo:

*d* é a altura útil da laje, em cm, ao longo do perímetro de controle *C*' da área de aplicação da força;

 $\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de *3,0 d* para cada um dos lados.

A tensão resistente no perímetro de controle C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 2.30.

$$\tau_{s} \leq \tau_{r3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot f'_{c}\right)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_{r}} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot sen\alpha}{u \cdot d} \qquad \text{Equação } 2.30$$

Onde:

u é o perímetro no contorno C';

 $s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de cisalhamento, não maior que 0,75 d;  $A_{sw}$  é a área da armadura de punção num perímetro de controle completo paralelo a C';  $\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

 $f_{yw}$  é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou que 250 MPa para estribos de aço CA-50 ou CA-60.

Ocorre que, quando for necessário utilizar armadura transversal, ela deve ser estendida em contornos paralelos ao *C*', até que, num contorno *C*'' afastado 2,0 d da última camada da armadura, não seja mais necessária a armadura, isto é,  $\tau_s \leq \tau_{rl}$  (Figuras 2.23 e 2.24).



Figura 2.23 – Perímetro de controle com armadura de punção (NBR 6118, 2014).



Figura 2.24 – Disposição da armadura de punção em corte.

A norma ressalta que, caso necessário à utilização de armadura de cisalhamento, três verificações devem ser realizadas:

- Tensão resistente de compressão do concreto no perímetro *C*;
- Tensão resistente à punção no perímetro C', considerando armadura de cisalhamento;
- Tensão resistente à punção no perímetro C'', sem armadura de cisalhamento.

# 3. Programa Experimental

## 3.1. Considerações Iniciais

O programa experimental possui o intuito de analisar, de forma simulada, 4 modelos de lajes com (1800 x 1800 x 120) mm<sup>3</sup>, reproduzindo situações similares à região em torno de um pilar de centro, em um pavimento de uma edificação com lajes lisas. O objetivo constitui-se em realizar uma avaliação no comportamento das armaduras de combate à punção, configurando-se um ângulo de inclinação de 60° e 45°, em relação ao eixo longitudinal da laje. A Figura 3.1 ilustra que para o caso dos modelos desse estudo, os mesmos se enquadram na região entre os momentos fletores nulos, delimitados pela circunferência com raio igual a  $0,22 \cdot l$ , onde l é o comprimento do vão dos painéis.



Figura 3.1 - Região de momento fletor negativo

#### 3.2. Características dos Modelos

O programa experimental consiste na confecção e análise de quatro lajes maciças de concreto armado com as mesmas dimensões e taxa de armadura longitudinal. As lajes ensaiadas possuíam dimensões uniformes de (1.800 x 1.800 x 120) mm<sup>3</sup> com resistência mecânica à compressão do concreto de 30 MPa. Todos os modelos serão submetidos a um carregamento concentrado no centro da superfície inferior, por meio de uma placa metálica com dimensões (120 x 120 x 42) mm<sup>3</sup>. A Tabela 3.1 apresenta as características das lajes, quais sejam as da LR: não possui armadura de cisalhamento; a L1: apresenta três camadas da armadura de cisalhamento formando ângulo de 60° em relação ao eixo horizontal; a L2: apresenta três camadas de armadura de cisalhamento formando ângulo de 45° em relação ao eixo horizontal e a L3: apresenta cinco camadas de cisalhamento mais armadura radial, todos com ângulo de 60° em relação ao eixo horizontal.

Tabela 3.1 – Características das lajes.

| Laje | ρ(%) | d<br>(mm) | <i>C</i> (mm <sup>2</sup> ) | $f_c$ (MPa) | Nº de<br>Camadas | Ø <sub>Estribos</sub><br>(mm) | Distribuição |
|------|------|-----------|-----------------------------|-------------|------------------|-------------------------------|--------------|
| LR   |      |           |                             |             | -                | -                             | -            |
| L1   | 1,2% | 97,5      | 120x120                     | 30          | 2                | 6,3                           | Cruz         |
| L2   |      |           |                             |             | 5                |                               |              |
| L3   |      |           |                             |             | 5                |                               | Radial       |

# 3.3. Armadura de Flexão

Em todos os casos, a armadura de flexão é composta por 17 barras de 12,5 mm de diâmetro posicionadas junto à face superior da laje com espaçamento de 105 mm nas direções *x* e *y*. Para a região inferior, será adotada uma malha de composição com 9 barras de 6,3 mm de diâmetro para cada direção. O cobrimento nas faces superior e inferior foi de 10 mm, enquanto que nas extremidades laterais, adotou-se 15 mm de cobrimento, sendo assim, a altura útil teórica é de 97,5 mm. A taxa de armadura determinada pela equação 3.1 foi de 1,18%, como observado na tabela 3.1. A Figura 3.2 mostra a disposição das barras da armadura de flexão e um corte na seção transversal.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \tag{3.1}$$



a) Arranjo das armaduras positiva e negativa para todos os modelos



c) Detalhe da ancoragem das barras de flexão Figura 3.2 – Disposição das armaduras longitudinais das lajes

## 3.4. Armadura de Cisalhamento

Como foi descrito anteriormente, com exceção da laje de referência, LR, todas as lajes possuem armadura de cisalhamento. Estas são constituídas por estribos inclinados com ângulos variáveis em relação ao plano da laje, tendo, ainda, diferente forma de distribuição dos estribos na laje, no caso da L4. A seguinte sequência nas Figuras 3.3 a 3.9 mostram detalhes quanto à configuração geométrica, dimensões e arranjo dos estribos nas lajes.

Com o objetivo de combater, de forma eficiente, o seguimento de uma eventual superfície de ruptura interna, variou-se o ângulo de inclinação em relação ao plano da laje. O espaçamento radial dos estribos variou, em razão do ângulo de inclinação adotado. Vale ressaltar que, para cada laje utiliza-se apenas um modelo de estribo e distribuição e que para todas as lajes a armadura de cisalhamento aplicada apresenta 6,3 mm de diâmetro.





a) Vistas frontal, lateral e isométrica da armadura transversal da laje L1.





b) Vistas frontal, lateral e isométrica da armadura transversal da laje L2.

c) Vistas frontal, lateral e isométrica da armadura transversal da laje L3. Figura 3.3 – Detalhes geométricos das armaduras transversais aplicadas nas lajes



Figura 3.4 – Arranjo das armaduras transversais na laje L1



Figura 3.5 – Vista do corte A-A' na laje L1



Figura 3.6 – Arranjo das armaduras transversais na laje L2



Figura 3.7 – Vista do corte A-A' na laje L2



Figura 3.8 – Arranjo das armaduras transversais na laje L3



Figura 3.9 – Vista do corte A-A' na laje L3

# 3.5. Formas

Todas as lajes foram confeccionadas, em formas do tipo metálica. A fim de se garantir as dimensões dos modelos, estes foram posicionadas sobre uma base de madeira previamente nivelada. Para tal, antes da concretagem as mesmas receberam uma demão de desmoldante para facilitar o processo de desforma. A Figura 3.10 mostra o processo de montagem das formas metálicas.



Figura 3.10 – Forma dos modelos ensaiados.

## 3.6. Instrumentação

Para medir as deformações do concreto e das armaduras, serão utilizados extensômetros de resistência elétrica. A instrumentação, em alguns pontos da laje, tem a finalidade de descrever como ela irá se comportar, à medida que vai sendo submetida a um carregamento controlado e crescente.

### 3.6.1. Deslocamentos Verticais

Para determinar os deslocamentos verticais, utilizou-se 5 deflectômetros, sendo 3 na direção x e 3 na direção y. Isso porque, o deflectômetro D3 localiza-se bem ao centro da laje (plano cartesiano), permitindo, assim, observar as deformações nas duas direções. Vale resaltar, que o arranjo dos deflectômetros foi o mesmo para todas as placas, como mostra a Figura 3.11.



Figura 3.11- Arranjo dos deflectômetros para a medição dos deslocamentos verticais das lajes.

## 3.6.2. Deformação do Concreto

Em razão da concentração de eventuais fissuras na superfície superior da laje próximo à região carregada, sugere-se que para todas as placas a deformação do concreto será monitorada por meio de extensômetros elétricos posicionados na superfície inferior, próximo à face do pilar. A Figura 3.12 ilustra o posicionamento dos extensômetro.



Figura 3.12 - Disposição do extensômetro na superfície inferior das lajes.

# 3.6.3. Deformação na Armadura de Flexão

Assim como no item 3.4.2, o registro das deformações na armadura de flexão também será realizado por meio de extensômetros. Como ponto de observação, sugere-se um ponto médio de duas barras paralelas, próximo à área carregada. O posicionamento dos extensômetros ( $\mathcal{E}_s$ ) nas armaduras dos modelos é ilustrado na Figura 3.13.



Figura 3.13 - Disposição dos extensômetros  $\mathbf{E}_{s1}$ ,  $\mathbf{E}_{s2}$  e  $\mathbf{E}_{s3}$  nas armaduras de flexão.

### 3.6.4. Deformação na Armadura de Cisalhamento

Para medir a deformação na armadura de cisalhamento, sugere-se a primeira camada de estribo para fixação dos extensômetros ( $\mathcal{E}_{sw}$ ) que se explica pelo fato das tensões na laje reduzirem, à medida que se distanciam da área carregada. Ressalte-se que, a superfície de ruptura por punção com armadura de cisalhamento pode se formar antes da primeira camada de estribos, ao longo das camadas ou além da mais externa. Desta forma, não é possível afirmar que os estribos mais solicitados serão os da primeira camada. A Figura 3.16 mostra a posição dos extensômetros nas lajes com armadura transversal.



Figura 3.14 - Disposição dos esw1 nas armaduras de cisalhamento da laje L1



Figura 3.15 – Disposição do esw2 nas armaduras de cisalhamento da laje L2.



Figura 3.16 - Disposição dos ɛsw3 e ɛsw4 nas armaduras de cisalhamento da laje L3

# 3.7. Concretagem

O concreto utilizado na confecção das lajes foi usinado. Seu lançamento ocorreu, por meio de um auto bomba com mastro de distribuição e adensado por um vibrador elétrico de imersão. O volume necessário para execução de todos os modelos foi de 1,9 m<sup>3</sup>. A Figura 3.17 mostra o teste de abatimento de tronco de cone que seguiu as recomendações da NBR NM 67 (ABNT, 1998), realizado antes de dar inicio ao processo de concretagem. Os corpos de prova foram moldados, durante o processo de confecção dos modelos.



Figura 3.17 – Teste de abatimento do tronco de cone.

## 3.8. Cura

Para a cura das lajes e dos corpos de prova foram utilizados sacos de aniagem, os quais eram umedecidos regularmente, a fim de garantir a superfície das lajes sempre úmidas. A Figura 3.18 mostra o procedimento adotado.



Figura 3.18 – Procedimento de cura das lajes.

# 3.9. Sistema de Ensaio

Com o objetivo de simular uma laje lisa em concreto armado, submetida a um carregamento concentrado simétrico, esta deve romper-se por meio de punção, de tal forma que solicite as quatro direções dos modelos. A estrutura do sistema de ensaio consiste, primeiramente, em fixar 8 tirantes à laje de reação, peça responsável em absorver e transmitir o carregamento à laje ensaiada. Uma vez posicionados os tirantes, em alguns

destes, são instalados perfis cilindros (roletes) com a função de sustentar a laje. Em seguida, quatro vigas metálicas de reação são posicionadas sobre a laje e fixadas com arruelas e porcas sobre uma chapa metálica nos tirantes, de forma a impedir o deslocamento da laje. A Figura 3.19 mostra o arranjo do sistema de ensaio.





b) Corte e detalhe do sistema de ensaio.Figura 3.19 - Esquema do sistema de ensaio

# 3.10. Carga Última de Flexão

O método adotado para estimar a capacidade resistente à flexão das lajes ensaiadas foi o das linhas de ruptura. De acordo com LANGENDONCK (1970), esta teoria foi idealizada por INGERSLEV (1923). Desde então, vem se desenvolvendo com diversas aplicações em trabalhos, como os de JOHANSEN (1932), ELSTNER e HOGNESTAD (1956), HALLGREN (1994) e OLIVEIRA (2003). O método consiste em observar todos os mecanismos possíveis de ruptura, por meio das condições de contorno a fim de estimar-se uma carga de ruptura.

Ocorre que, à medida que se eleva o nível do carregamento, a laje apresenta uma redução em sua rigidez, conseqüência do surgimento de eventuais fissuras próximas à região carregada. Fato este que provoca uma redistribuição de esforços orientados para a região fissurada. Atingida certa etapa no nível de carregamento, a laje apresenta uma rotação em suas extremidades, admitindo uma deformação permanente e a formação de "linhas" de plastificação.

Segundo LANGENDONCK (1970), o momento fletor corresponde ao início desta etapa denominada estádio III, seu valor pode ser determinado, admitindo-se uma distribuição uniforme das tensões de compressão no concreto, como mostra a Figura 3.20. Sendo assim, o valor do momento fletor último por unidade de comprimento para lajes com seção transversal retangular é determinado pela Equação 3.1.



Figura 3.20 - Diagrama simplificado das tensões de compressão no concreto (estádio III)

$$M_{u} = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^{2} \cdot \left(1 - 0.5 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f'_{c}}\right)$$
 Equação 3.1

Onde:

 $\rho$  é a taxa geométrica da armadura;

*d* é a altura útil da laje;

 $f_{ys}$  é a tensão de escoamento da armadura;

 $f'_c$  é a tensão de ruptura do concreto.

De acordo com OLIVEIRA (2003), a teoria elementar das charneiras plásticas sugere uma configuração para as linhas de ruptura em lajes com pilares retangulares. Essa aproximação baseia-se em modelos da literatura adotados em lajes quadradas com pilares quadrados, considerando apenas os comprimentos das distâncias entre as faces do pilar e as linhas de apoio. Vale ressaltar que, os momentos resistentes por unidade de comprimento foram considerados iguais em ambas às direções como mostra a Figura 3.21. A carga última de flexão da configuração de ruína exibida anteriormente é determinada pela Equação 3.2



Figura 3.21 - Configuração de ruína por flexão para laje em estudo

$$P_{flex} = 2 \cdot M_u \cdot \left\{ \frac{lx}{ay} + \frac{ly}{ax} - 2 \cdot \left[ \frac{ay}{ax} \cdot fx + \frac{ax}{ay} \cdot fy \right] \right\}$$
 Equação 3.2

sendo,

$$fx = \frac{ey}{ay} \cdot \frac{\frac{ex}{ax} \cdot \left(\frac{ay}{ey} - 1\right)}{1 + \frac{ex}{ax} \cdot \left(\frac{ay}{ey} - 1\right)}$$
Equação 3.3  
$$fy = \frac{ex}{ax} \cdot \frac{\frac{ey}{ay} \cdot \left(\frac{ax}{ex} - 1\right)}{1 + \frac{ey}{ay} \cdot \left(\frac{ax}{ex} - 1\right)}$$
Equação 3.4
# 4. Resultados Experimentais

# 4.1. Considerações Iniciais

Este capítulo apresenta resultados experimentais, das lajes. Os resultados experimentais obtidos foram os deslocamentos verticais, deformação do concreto e das armaduras longitudinais e transversais, mapas de fissuração, cargas últimas e modo de ruptura. Durante o ensaio a aplicação da carga foi realizada por meio de passos de carga de 20 kN, sendo que entre esses passos, dava-se um breve intervalo para realização de leituras. Vele ressaltar que as leituras finais para as flechas foram coletadas uma leitura antes da ruptura das lajes.

# 4.2. Caracterização dos Materiais

# 4.2.1. Aço

As lajes desta pesquisa foram confeccionadas com barras de aço com diâmetro de 6,3 e 12,5 mm. A fim de determinar as propriedades mecânicas do aço – tensão de escoamento e ruptura, resistência à tração e módulo de elasticidade – realizaram-se ensaios de tração, em três corpos de prova, com 450 mm para cada diâmetro. Os ensaios foram realizados, no Instituto Federal do Pará e seguiram as recomendações da NBR 6892 (ABNT 2013). Figura 4.1 mostra os diagramas tensão x deformação das barras 6,3 e 12,5 mm, enquanto que a Tabela 4.1 apresenta um resumo das propriedades mecânicas das barras de aço.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas das barras de aço utilizadas.

| Ø<br>(mm) | Aplicação                              | ε <sub>ys</sub><br>(‰) | $f_{ys}$ (MPa) | $f_u$ (MPa) | Es<br>(GPa) |
|-----------|--|------------------------|----------------|-------------|-------------|
| 6,3       | Armadura de flexão positiva e estribos | 5,1                    | 595            | 676         | 245         |
| 12,5      | Armadura de flexão negativa            | 2,3                    | 513            | 661         | 224         |



Figura 4.1 – Diagramas tensão x deformação das barras de aço.

# 4.2.2. Concreto

O teste (slump) de abatimento realizado no dia da concretagem apresentou valor de 110 mm ±10. Os testes de caracterização do concreto seguiram as recomendações das seguintes normas: para determinar a resistência à compressão utilizou-se a NBR 5739 (ABNT 2007), para tração a NBR 7222 (ABNT 2011) e o módulo seguiu a NBR 8522 (ABNT 2008). Ressalte-se que os ensaios ocorreram, em datas distintas e, em locais diferentes. No primeiro momento, ocorreram no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA. Posteriormente, ocorreram no laboratório Paulo Barroso certificado, a fim de reafirmar os resultados obtidos, de forma precisa. A Figura 4.2 mostra a realização dos ensaios, enquanto que a Tabela 4.2 apresenta um resumo dos resultados obtidos durante os ensaios.



Figura 4.2 – Ensaios de propriedades mecânicas nos corpos de prova.

| Lajes | Idade<br>(dias) | $f_c$ (MPa) | f <sub>ct</sub><br>(MPa) | $E_c$ (GPa) |
|-------|-----------------|-------------|--------------------------|-------------|
| LR    |                 |             |                          |             |
| L1    | 50              | 22.4        | 10                       | 20.2        |
| L2    | 30              | 23,4        | 1,8                      | 28,5        |
| L3    |                 |             |                          |             |

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto.

# 4.3. Deslocamento Vertical das Lajes

O monitoramento quanto ao deslocamento vertical das lajes foi realizado com o auxilio de cinco deflectômetros digitais, como visto no capítulo anterior. As lajes caracterizaram um comportamento semelhante entre si quanto às flechas para o mesmo nível de carregamento, ressalta-se que a ultima leitura foi observada um passo de carga antes da carga de ruptura. Para a laje LR, sem armadura transversal, a leitura observada foi de aproximadamente 14 mm. Já para as demais lajes com armadura transversal, as leituras máximas variaram de 17 a 18 mm. Vale ressaltar que, no caso da deflexão no centro da laje (D3), as lajes L1, L2 e L3 quando comparadas com a LR, verificou-se um acréscimo de 26,5%, 25,2% e 31,5%, respectivamente. A Tabela 4.3 apresenta os deslocamentos máximos aferidos, no centro das lajes, juntamente com a carga correspondente a leitura no início do escoamento das armaduras longitudinais e seus deslocamentos ( $P_{ys} e \delta_{ys}$ ) e ainda as alturas úteis correspondentes. A Figura 4.3, mostra o arranjo dos deflectômetros nas lajes enquanto que a Figura 4.4 mostra as flechas máximas observadas pelo deflectômetro (D3) no centro das lajes. As Figuras 4.5 a 4.12 mostram graficamente as deformações observadas durante o ensaio. No que tange à linha contínua, tem-se a leitura do deflectômetro, enquanto que na linha tracejada, há uma estimativa do deslocamento vertical, uma vez que não houve monitoramento dessa região.

| Laje | d<br>(mm) | ρ<br>(%) | f <sub>c</sub><br>(MPa) | P <sub>u</sub><br>(kN) | P <sub>ys</sub><br>(kN) | $\delta_{max}$ (mm) | $\delta_{ys}$ (mm) | Modo<br>de<br>Ruptura |
|------|-----------|----------|-------------------------|------------------------|-------------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|
| LR   | 94        |          |                         | 215                    | 180                     | 13,9                | 11,1               | Punção                |
| L1   | 96        | 1.2      | 22                      | 254                    | 230                     | 17,6                | 14,6               | Punção                |
| L2   | 95        | 1,2      | 23                      | 221                    | -                       | 17,4                | -                  | Punção                |
| L3   | 96        |          |                         | 242                    | 200                     | 18,3                | 14,4               | Punção                |

Tabela 4.3 - Deslocamentos verticais máximos nas lajes.



Figura 4.3 – Arranjo dos deflectômetros nas lajes.



Figura 4.4 - Deslocamentos verticais máximos no centro das lajes (D3).



Figura 4.5 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo X corte A-A'.



Figura 4.6 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo Y corte B-B'.



Figura 4.7 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo X corte A-A'.



Figura 4.8 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo Y corte B-B'.



Figura 4.9 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo X corte A-A'.



Figura 4.10 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo Y corte B-B'.



Figura 4.11 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo X corte A-A'.



Figura 4.12 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo Y corte B-B'.

### 4.4. Deformações do Concreto

A deformação do concreto foi monitorada na superfície inferior, por meio de um extensômetro elétrico, disposto como visto no capítulo anterior. O mesmo foi posicionado a fim de observar as deformações tangenciais, junto à face do pilar. A Figura 4.13 mostra o comportamento na superfície do concreto das lajes ensaiadas. Nenhuma leitura ultrapassou a deformação correspondente ao esmagamento do concreto. A laje LR apresentou valor de -1,4‰, o mais baixo entre todos. Já para os modelos com armadura transversal, às deformações foram de -2,8‰ (L1), -1,6‰ (L2) e -1,9‰ (L3). Percebe-se que dentre as lajes com armadura transversal, a L1 foi a que apresentou valor de deformação superior as demais chegando a 70%.



Figura 4.13 – Deformação tangencial do concreto nas lajes ensaiadas.

### 4.5. Deformações da Armadura de Flexão

O comportamento das armaduras de flexão foi monitorado em 3 barras para todas as lajes, sendo todas as barras pertencentes à malha superior, como visto no capítulo anterior. Este arranjo cumpre a necessidade de observar o comportamento das barras na região carregada. Dessa maneira, as leituras máximas obtidas no ponto central ( $\varepsilon_{s1}$ ) foram 2,6‰, 2,3‰, 2,0‰ e 2,6‰ para as lajes LR, L1, L2 e L3, respectivamente. Para o segundo ( $\varepsilon_{s2}$ )

ponto monitorado, as barras apresentaram as respectivas deformações máximas 1,1‰, 1,4‰, 1,8‰ e 1,6‰ para as lajes LR, L1, L2 e L3, respectivamente. Já para o terceiro ponto ( $\varepsilon_{s3}$ ), as deformações alcançaram os seguintes valores 0,5‰, 1,2‰, 1,6‰ e 1,2‰ para as lajes LR, L1, L2 e L3, respectivamente. A Tabela 4.4 apresenta um resumo das leituras máximas observadas nas lajes, juntamente, com o passo de carga ao qual as armaduras atingiram o patamar de escoamento de 2,3‰.

| Laje | d<br>(mm) | ρ<br>(%) | ε <sub>s1</sub><br>(‰) | ε <sub>s2</sub><br>(‰) | ε <sub>s3</sub><br>(‰) | P <sub>ys</sub><br>(kN) | $P_u$ (kN) |
|------|-----------|----------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|------------|
| LR   | 94        |          | 2,5                    | 1,1                    | 0,5                    | 180                     | 215        |
| L1   | 96        | 1.2      | 2,3                    | 1,4                    | 1,2                    | 230                     | 254        |
| L2   | 95        | 1,2      | 2,0                    | 1,8                    | 1,6                    | -                       | 221        |
| L3   | 96        |          | 2,6                    | 1,6                    | 1,2                    | 200                     | 242        |

Tabela 4.4 – Deformações máximas das barras longitudinais.

A Figura 4.14 mostra as deformações de todas as lajes no primeiro ponto observado  $(\mathcal{E}_{s1})$ . Cabe ressaltar que o extensômetro  $(\mathcal{E}_{s1})$  da laje L2 parou de funcionar. As Figura 4.15Figura 4.18 mostram graficamente o desenvolvimento das deformações nas barras como consequência da evolução no nível do carregamento a cada 40 kN. Nota-se que as deformações decrescem com o aumento da distância radial.



Figura 4.14 – Deformações de todas as lajes no extensômetro ɛs1.



Figura 4.15 – Deformações dos extensômetros na laje LR.



Figura 4.16 – Deformação dos extensômetros na laje L1.



Figura 4.17 – Deformação dos extensômetros na laje L2.



Figura 4.18 – Deformação dos extensômetros na laje L3.

# 4.6. Deformação das Armaduras Transversais

Com o objetivo de avaliar o desempenho de um modelo de armaduras transversal, no combate a punção, as lajes receberam estribos distribuídos em cruz e foram monitoradas, por meio de dois extensômetros, em dois diferentes pontos. O primeiro extensômetro ( $\mathcal{E}_{sw1}$ ) monitorou o elemento inclinado na primeira camada, já o segundo ( $\mathcal{E}_{sw2}$ ), aferiu as deformações do elemento reto, na segunda camada. No caso da laje L3, o modo de distribuição foi em cruz e radial, onde um dos estribos radial recebeu monitoramento, no elemento inclinado na primeira camada ( $\mathcal{E}_{sw3}$ ) e o segundo ( $\mathcal{E}_{sw4}$ ), aferiu as deformações do elemento reto, na segunda camada.

Nota-se que os estribos não proporcionaram maiores contribuições, uma vez que a aplicação dos mesmos proporcionou resistência superior em até 18,0% às lajes. Com relação aos ângulos, esta variação é atribuída ao ângulo de inclinação das armaduras transversais foi proposital, uma vez que a superfície de ruptura forma ângulos entre 20° e 30°, com relação ao plano horizontal da laje, dessa maneira, o ângulo de inclinação do estribo de 60° esta perpendicular ao ângulo de ruptura. Assim, o de 60° proporcionou maior resistência em relação ao ângulo de 45°, sendo 15,0% mais eficiente. As variações das deformações nos estribos em função do carregamento são apresentadas nas Figura 4.19Figura 4.21. Vale ressaltar que não houve registro de deformação dos estribos próximo ao valor de escoamento (5,1‰,). Todas as lajes apresentaram ruptura dentro da região com armadura transversal.



Figura 4.19 – Deformações dos estribos na laje L1.



Figura 4.20 – Deformações dos estribos na laje L2.



Figura 4.21 – Deformações dos estribos na laje L3.

# 4.7. Mapa de Fissuração

De modo geral, o padrão na formação das fissuras na superfície das lajes ocorreu, de forma semelhante, para todos os modelos, independentemente da variação na taxa de armadura transversal. As fissuras radiais foram as primeiras a surgirem, inicialmente próximas à região carregada, propagando-se para as bordas da laje, a cada passo de carga.

Comparando a laje L1 com a L3 nota-se a influência da taxa de armadura transversal na intensidade desta primeira fissura, onde sua propagação cobriu uma área superior a da L1. Em um segundo momento, com níveis mais elevados do carregamento surgiram às fissuras tangenciais ao redor da área carregada.

Para todas as lajes, as primeiras fissuras radiais visíveis surgiram no segundo passo do carregamento (40 kN), comparando-a com as cargas últimas das lajes LR, L1, L2 e L3, estas surgiram a 18,6%, 15,7%, 18,1% e 16,5%, respectivamente. Já as fissuras tangenciais, ocorreram a 46,5%, 55,1%, 54,3% e 49,6%. A Tabela 4.5 apresenta um resumo das cargas para o surgimento das fissuras observadas com algumas características das lajes. As figuras mostram o panorama de fissuração das lajes, após a ruptura. Nota-se que as lajes com armadura de cisalhamento apresentam uma intensidade maior de fissuras, quando comparadas com a laje sem armadura transversal.

|      |      |     |       |       | 1° Fi | ssura | 1º Fi | ssura  |
|------|------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Laia | d    | ρ   | $f_c$ | $P_u$ | Rad   | lial  | Tange | encial |
| Laje | (mm) | (%) | (MPa) | (kN)  | Р     | $P_u$ | Р     | $P_u$  |
|      |      |     |       |       | (kN)  | (%)   | (kN)  | (%)    |
| LR   | 94   |     |       | 215   |       | 18,6  | 100   | 46,5   |
| L1   | 96   | 1 2 | 23    | 254   | 40    | 15,7  | 140   | 55,1   |
| L2   | 95   | 1,2 |       | 221   |       | 18,1  | 120   | 54,3   |
| L3   | 96   |     |       | 242   |       | 16,5  | 120   | 49,6   |

Tabela 4.5 – Cargas que originaram as primeiras fissuras.



 Fissuras Radiais
 1º Fissura
 Superficie de Ruína Figura 4.22 - Panorama de fissuração da laje LR.





Figura 4.24 – Panorama de fissuração da laje L2.



# 4.8. Cargas Últimas e Modo de Ruptura

A Tabela 4.6 apresenta as resistências últimas, juntamente, com o modo de ruptura observado, durante os ensaios. Nota-se que todas as lajes com estribos proporcionaram acréscimo de resistência com relação à laje sem estribos. A laje L1 foi a que apresentou melhor desempenho. Sua carga de ruptura foi 18% superior à laje LR, enquanto que as lajes L2 e L3 garantiram um acréscimo de 3% e 11% respectivamente. Comparando as lajes L1 e L2, pode-se notar a eficiência dos estribos inclinados a um ângulo de 60°, uma vez que as mesmas possuem o mesmo número de camadas e a mesma seção transversal. Quanto ao modo de ruptura, todos os modelos romperam por punção, sendo que a laje que não possuía estribos apresentou uma ruptura frágil, de modo brusco. Comportamento diferente observado para as lajes com estribos, uma vez que estas apresentaram um modo de ruptura mais dúctil. Vale ressaltar que modo de ruptura da laje L2 assim como as demais ocorreu por punção porem o extensômetro ( $\mathcal{E}_{s1}$ ) parou de funcionar logo não registrou as ultimas leituras.

| Laie    | d (mm)        | Distribuição dos   | P(kN)                         | Modo de    |
|---------|---------------|--------------------|-------------------------------|------------|
|         |               | Estribos           | $I_u(\mathbf{K}(\mathbf{Y}))$ | Ruptura    |
| LR      | 94            | -                  | 215                           | P. E. A. F |
| L1      | 96            | Cruz               | 254                           | P. E. A. F |
| L2      | 95            | Cruz               | 221                           | Punção     |
| L3      | 96            | Cruz e Radial      | 242                           | P. E. A. F |
| P. E. A | A. F – Punção | o com escoamento d | la armadura                   | de flexão  |

Tabela 4.6 – Cargas últimas e modo de ruptura das lajes.

# 4.9. Superfície de Ruptura

Após a conclusão dos ensaios, realizou-se uma investigação, a fim de verificar as inclinações médias das superfícies de ruptura e em que região ocorreu à ruptura nas lajes. Para tal, todos os modelos sofreram um corte longitudinal de uma extremidade a outra, como mostram as figuras 4.27 a 4.30. Nota-se que para todas as lajes, a superfície de ruptura ocorreu dentro da região reforçada rompendo o estribo na primeira camada, consequência da concentração de esforços em uma única camada. A Figura 4.26 mostra o procedimento adotado para realização dos cortes nas lajes e ainda a coleta da altura útil real média das barras longitudinais.



Figura 4.26 – Procedimento utilizado para realização dos cortes nas lajes e coleta da altura útil real média.



Figura 4.27 – Superfície de ruptura da laje LR e suas respectivas inclinações médias.



Figura 4.28 – Superfície de ruptura da laje L1 e suas respectivas inclinações médias.



Figura 4.29 – Superfície de ruptura da laje L2 e suas respectivas inclinações médias.



Figura 4.30 – Superfície de ruptura da laje L3 e suas respectivas inclinações médias.

# 5. Estimativas Normativas

# 5.1. Considerações Iniciais

O presente capítulo demonstra resultados previstos de acordo com os quatro códigos vistos no capítulo 2. Estes resultados teóricos referem-se às estimativas de quanto às lajes resistem ao fenômeno de punção. De posse das cargas últimas teóricas, estes valores serão comparados entre si, a fim, de observar possíveis uniformidades e a contribuição da armadura transversal. Ainda neste capítulo, será estimada a carga última de flexão baseada na teoria das linhas de ruptura.

# 5.2. Resistência à Punção

Os critérios de análise dos códigos sugerem uma verificação ao fenômeno de punção, a partir de seus respectivos perímetros de controle. Dessa maneira, serão apresentadas as seguintes prescrições normativas: ACI 318 (2002), CEB MODEL CODE (2010), Eurocode 2 (2004) e NBR 6118 (2014). Vale ressaltar que pra as lajes com estribos foi considerada a parcela de contribuição tanto do elemento reto como do elemento inclinado dos estribos para todas as estimativas. A Tabela 5.1 apresenta as características básicas das lajes.

| Lajes | d<br>(mm) | f <sub>c</sub><br>(MPa) | A <sub>sw</sub> /cam<br>(mm <sup>2</sup> ) | s (mm) | Distribuição dos<br>Estribos |
|-------|-----------|-------------------------|--|--------|------------------------------|
| LR    | 94        |                         | -  | -      | -                            |
| L1    | 96        | 22                      | 93,5                                       | 78,0   | Cruz                         |
| L2    | 95        | 23                      | 93,5                                       | 105,3  | Cruz                         |
| L3    | 96        |                         | 155,8                                      | 78,0   | Cruz + Radial                |

Tabela 5.1 – Características das lajes.

# 5.2.1. ACI 318 - 11 – American Building Code for Reinforced Concrete. (ACI 318, 2011)

O código americano ACI 318 (2011) considera a parcela do concreto e do aço, para o cálculo da resistência a punção para lajes com armadura transversal. A Figura 5.1 mostra o modelo do perímetro de controle sugerido pelo código. A Tabela 5.2 apresenta as estimativas considerando as recomendações do código americano juntamente com a relação entre a carga experimental e carga estimada. Nota-se que a norma subestimou em

torno de 60% o valor da carga última da laje sem estribos. Para as demais lajes o código superestimou as cargas. A Figura 5.2 mostra graficamente, a relação entre as estimativas do código e as cargas experimentais.



Figura 5.1 – Modelo do perímetro de controle segundo a ACI 318 (2011)

| Laje  | Laje Perímetro de Cargas Estimadas Exp. Razão - Carga Estimada e Experimental.  |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
|---|---|-------------------|------|----------------------|--|--|--|--|--|
|   | $b_0$   | P <sub>uACI</sub> | Pu   | Pu/P <sub>uACI</sub> |  |  |  |  |  |
|   | (mm)  | (kN)              | (kN) | (kN)                 |  |  |  |  |  |
| LR  | LR 856 128,5 215 1,67   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| L1  | L1 864 289,7 254 0,87   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| L2  | L2 860 247,7 221 0,89   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| L3 864 395,5 242 0,61   |   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle (b <sub>0</sub> ): |   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$                                     |   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes com armadura transversal, perímetro de controle                    |   |                   |      |                      |  |  |  |  |  |
| (b <sub>0</sub> ):  | $(b_0): \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v \cdot f_y \cdot (sen\alpha + \cos\alpha) \cdot d}{s}$ |                   |      |                      |  |  |  |  |  |

Tabela 5.2 – Estimativas segundo o código da ACI 318



Figura 5.2 – Relação entre as cargas estimadas pela ACI 318 (2011) e as cargas experimentais.

# 5.2.2. CEB MODEL CODE 2010 – Comite Euro-International Dubetón. (CEB – FIP, 2011)

Para estimar a carga última resistente à punção de lajes lisas, a CEB MODEL CODE (2010) associada ao critério de ruína proposto por MUTTONI et al (2008), admite a presença de uma fissura que se propaga na laje cortando a biela comprimida. Este código também considera a soma da parcela nominal resistente, referente à armadura transversal e ao concreto no caso de lajes reforçadas com armadura de cisalhamento. Esta norma considera que o perímetro de controle b<sub>1</sub> deve ser calculado a uma distância de 0,5·d da face do pilar. A Figura 5.3 mostra o modelo do perímetro de controle, segundo a CEB MODEL CODE (2010). A Tabela 5.3 que apresenta as estimativas segundo as prescrições do código tem-se que esta norma assim como o código americano, também superestimou as cargas para os modelos com armaduras de cisalhamento e subestimou para a laje sem estribos. O gráfico da Figura 5.4 mostra as prescrições deste código.



Figura 5.3 – Modelo dos perímetros de controle segundo a CEB MODEL CODE (2010)

| Tubble 5.5 Estimativas segundo a CED MODEL CODE (2010) |
|--|
|--|

| Laje   | Perímetro<br>de<br>Controle | Cargas<br>Estimadas | Cargas<br>Exp. | Razão - Carga Estimada e<br>Experimental. |  |  |  |  |  |
|--|-----------------------------|---------------------|----------------|---|--|--|--|--|--|
|  | <b>b</b> <sub>1</sub>       | $P_{uMC2010}$       | $P_u$          | $Pu/P_{u MC2010}$                         |  |  |  |  |  |
|  | (mm) (kN) (kN) (kN)         |                     |                |   |  |  |  |  |  |
| LR   | 775,30                      | 161,7               | 215            | 1,33                                      |  |  |  |  |  |
| L1   | 781,59                      | 273,7               | 254            | 0,92                                      |  |  |  |  |  |
| L2   | 778,45                      | 262,4               | 221            | 0,84                                      |  |  |  |  |  |
| L3   | L3 781,59 341,4 242 0,70    |                     |                |   |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle (b <sub>0</sub> ):<br>$\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{1 + 15 \cdot \left( \frac{\psi \cdot d}{d_0 + d_0} \right)} \right)$   |                             |                     |                |   |  |  |  |  |  |
| $\left(\frac{1+15}{d_{g0}} + d_{g}\right)\right)$ Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle (b <sub>0</sub> ):<br>$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\sqrt{f'_{c}} \cdot b_{0} \cdot d}{1+15 \cdot \left(\frac{\psi \cdot d}{d_{g0}} + d_{g}\right)}\right) + \left(\sum A_{sv} \cdot k_{e} \cdot \sigma_{sv} \cdot sen\alpha\right)$ |                             |                     |                |   |  |  |  |  |  |



Figura 5.4 – Relação entre as cargas estimadas pela CEB MODEL CODE 2010 (2011) e as cargas experimentais.

# 5.2.3. Eurocode 2 – Design of Concrete Structures. (EC2, 2004)

A Eurocode 2 (2004) sugere a Figura 5.5 para verificação para estimar a resistência à punção. O primeiro modelo  $u_0$  recomenda verificar a biela comprimida junto ao contorno do pilar. Este código considera para lajes sem armadura transversal, o efeito da taxa de armadura longitudinal e o *size effect* em um perímetro de controle  $u_1$  afastado 2·d da face do pilar. Já, para lajes reforçadas com armadura transversal, a norma recomenda a verificação na região reforçada  $u_1$ , considerando a soma das parcelas do concreto e do aço. A Tabela 5.4 apresenta as estimativas segundo as recomendações do código. A Figura 5.6 apresenta graficamente a relação entre a carga experimental e a carga estimada, nota-se que a norma, também superestimou a cargas das lajes com armadura de cisalhamento e subestimou a carga da laje sem estribos.



Figura 5.5 – Perímetros de controle segundo Eurocode 2 (2004)

| Laje   | Perímetro<br>de<br>LajeCargas<br>EstimadasCargas<br>Exp.Razão - Carga Estimada e<br>Experimental. |              |           |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--------------|-----------|--|--|--|--|--|--|
| $u_1 \qquad P_{uEC2} \qquad P_u \qquad Pu/P_{uEC2}$  |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
|  | (mm) (kN) (kN) (kN)   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| LR   | 1661,23   | 171,4        | 215       | 1,25                                     |  |  |  |  |  |
| L1   | 1686,37   | 363,9        | 254       | 0,69                                     |  |  |  |  |  |
| L2   | 1673,80   | 299,7        | 221       | 0,74                                     |  |  |  |  |  |
| L3 1686,37 488,8 242 0,49  |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle $(u_0)$ :   |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| $0.3 \cdot fc \cdot \left(1 - \frac{fc}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d$   |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| Carga p  | ara lajes sem   | armadura tra | nsversal, | perímetro de controle (u <sub>1</sub> ): |  |  |  |  |  |
| $0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot fc)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d$   |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle $(u_1)$ :   |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
| $0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot fc)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s}\right) \cdot A_{sv} \cdot fys_v \cdot sen\alpha$ |   |              |           |  |  |  |  |  |  |
|  |   |              |           |  |  |  |  |  |  |

Tabela 5.4 – Estimativas segundo a Eurocode (2004)



Figura 5.6 – Relação entre as cargas estimadas pela EUROCODE 2 (2004) e as cargas experimentais.

# 5.2.4. NBR 6118 – Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2014)

A NBR 6118 (2014) tem como base o código CEB-FIP MC90 para estimar a resistência à punção. Assim como a Eurocode 2 (2004), a NBR 6118 (2014) também sugere a verificação em três regiões, contudo, não limita o valor do *size effect*. A Figura 5.7 mostra o perímetro de controle sugerido pelo código. Assim como nos outros códigos, a norma brasileira também apresentou valores superestimados para as lajes com armadura transversal, contudo, a estimativa para a laje sem estribos apresentou valor mais próximo do experimental como mostra a Figura 5.8.



Figura 5.7 – Perímetros de controle segundo a NBR 6118 (2014)

| Perímetro<br>de<br>LajeCargas<br>EstimadasCargas<br>Exp.Razão - Carga Estimada<br>Experimental. |   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
|---|---|-------------------------------|------------------------|------------------------------------|--|--|--|--|--|
|   | <b>u</b> <sub>1</sub> (mm)  | P <sub>uNBR6118</sub><br>(kN) | P <sub>u</sub><br>(kN) | Pu/P <sub>u NBR 6118</sub><br>(kN) |  |  |  |  |  |
| LR  | 1661,23 210,7 215 1,02  |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| L1  | L1 1686,37 380,1 254 0,67   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| L2  | L2 1673,80 308,4 221 0,71   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| L3 1686,37 521,7 242 0,46   |   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| Carga pa  | Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle (c):   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| $0,27 \cdot fc \cdot \left(1 - \frac{fc}{250}\right) \cdot c \cdot d$                           |   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| Carga pa  | Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle (c'):  |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| 0,18 · <i>k</i>   | $0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot fc)^{\frac{1}{3}} \cdot c' \cdot d$   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle (c'):                |   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
| $0,14 \cdot k$  | $0,14 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot fc)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d + 1,7 \cdot \left(\frac{d}{s}\right) \cdot \frac{A_{sv} \cdot fys_v \cdot sen\alpha}{c' \cdot d}$ |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |
|   |   |                               |                        |                                    |  |  |  |  |  |

Tabela 5.5 – Estimativas segundo a NBR 6118 (2014)



Figura 5.8 – Relação entre as cargas estimadas pela NBR 6118 (ABNT 2014) e as cargas experimetais.

A Figura 5.9 apresenta um comparativo entre as cargas experimentais e as cragas estimadas pelos códigos. Pode-se observar um comportamento semelhante entre os códigos uma vez que para todos os casos de lajes reforçadas com armadura transversal, as normas superestimaram seus valores. No caso de lajes sem estribos, a NBR 6118 (ABNT 2014) entre todos foi o código com melhor valor para a relação. Verificou-se também que de

maneira geral a CEB MODEL CODE 2010 (2011) foi que apresentou valores mais conservadores.





# 5.3. Resistência à Flexão

Basicamente, a verificação de deformações excessivas em lajes ocorre por meio de dois métodos, o elástico e de ruptura. O método elástico baseia-se em um elemento íntegro, ou seja, o concreto não apresenta fissuras. Já, o método de ruptura fundamenta-se no mecanismo de ruptura, ou seja, busca identificar a forma de ruína da laje.

Com base nisso, JOHANSEN (1943) desenvolveu a teoria das linhas de ruptura. Segundo a teoria, o surgimento de fissuras com padrões variados, segmentam a laje em placas. Portanto, deve-se considerar o equilíbrio entre essas placas para o cálculo da carga última. Logo, todos os mecanismos de ruptura devem ser aferidos a fim de se evitar um valor superestimado para carga última. Assim, OLIVEIRA (2003) desenvolveu a Equação 3.2, a qual foi utilizada para estimar a carga última de flexão das lajes ensaiadas. Sendo que, o foco do estudo é avaliar o fenômeno de punção, as lajes foram dimensionadas com cargas últimas de flexão superiores a de punção. Com base na teoria das linhas de ruptura, a Tabela 5.6 apresenta uma comparação entre os valores estimados para as cargas últimas estimadas para ruptura por flexão ( $P_{flex}$ ). Nota-se que nenhum modelo avaliado atingiu o valor estimado de ruptura por flexão, a laje L1 foi a que apresentou o menor desvio em ralação a laje de referência.

| Laje | d<br>(mm) | ρ<br>(%) | fc'<br>(MPa) | P <sub>flex</sub><br>(kN) | $P_{ys}$ (kN) | $P_u$ (kN) | $P_u/P_{ys}$ | $P_{flex}/P_{ys}$ |
|------|-----------|----------|--------------|---------------------------|---------------|------------|--------------|-------------------|
| LR   | 94        | 1,23     |              | 343,2                     | 180           | 215        | 1,19         | 1,90              |
| L1   | 96        | 1,20     | 22           | 351,7                     | 230           | 254        | 1,10         | 1,53              |
| L2   | 95        | 1,22     | 25           | 347,4                     | -             | 221        | -            | -                 |
| L3   | 96        | 1,20     |              | 351,7                     | 200           | 242        | 1,21         | 1,76              |

Tabela 5.6 – Relação cargas última de flexão, punção e carga de escoamento das armaduras longitudinais.

# 6. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

# 6.1. Conclusões

#### 6.1.1. Lajes

A pesquisa simulou a região central de uma laje lisa a fim de observar o seu comportamento à punção, a partir da utilização de um modelo de armadura transversal, com objetivo de estudar o modelo de armadura de cisalhamento, submetidas à punção, tendo como variáveis o ângulo de inclinação das armaduras e o número de camadas. Para tanto, foram confeccionadas 4 lajes com dimensões de (1.800 x 1.800 x 120) mm<sup>3</sup>. A partir dos resultados obtidos, durante o ensaio, observou-se que a armadura transversal contribuiu para a resistência das lajes, melhorando a ductilidade à ruptura da mesmas.

### 6.1.2. Deslocamentos Verticais das Lajes

Os modelos avaliados nesta pesquisa apresentaram um deslocamento vertical de forma similar, onde graficamente caracterizam uma curva. Antes do surgimento da primeira fissura radial o comportamento é aproximadamente linear, após este evento iniciase a formação de uma curva. O modelo L3 foi o que apresentou maior deslocamento, contudo a laje L2 foi a que apresentou maior variação para o mesmo passo de carregamento com relação às outras lajes. As flechas observadas no centro das lajes (D3) com armadura de cisalhamento, foram até 31% superiores a laje sem estribos.

#### 6.1.3. Deformação do Concreto

Em nenhuma laje foram registrados níveis de deformação superiores ao limite convencional de ruptura na flexão estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2014). As deformações na superfície do concreto ocorreram de forma semelhante entre as lajes, com exceção da L1 que registrou valores superiores. Este comportamento pode ser em razão da contribuição da armadura transversal, uma vez que o ângulo de 60° apresentou melhor desempenho.

### 6.1.4. Deformações na Armadura de Flexão

Com exceção da laje L2 que teve problemas nas ultimas leituras, todas as lajes registraram valores superiores ao de escoamento no extensômetro ( $\varepsilon_{s1}$ ). As deformações observadas na laje LR foram maiores que as lajes que possuíam armadura de cisalhamento. Apenas o modelo L3 registrou valores superiores ao de escoamento no extensômetro ( $\varepsilon_{s2}$ ).

# 6.1.5. Deformação na Armadura Transversal

Durante os ensaios não houve registro de deformações nas armaduras transversais superiores ao de escoamento (5,1‰). As deformações nas armaduras radiais observadas na laje L3 foram inferiores as observadas nas lajes L1 e L2, em quanto que nas armaduras em cruz desta laje apresentou maior deformação que sua armadura radial, isto em razão da polarização de tensões ocorridas nos vértices do pilar.

# 6.1.6. Mapa de Fissuração

As fissuras se desenvolveram radialmente e se estendiam em direção as bordas apoiadas. As armaduras de cisalhamento influenciaram no panorama de fissuração as lajes com estribos apresentaram um número maior de fissuras em suas superfícies. Pode-se dizer que em razão da eficiência do estribo com ângulo de 60° favoreceu as lajes apresentarem um panorama de fissuração mais intenso.

# 6.1.7. Cargas Últimas e Modo de Ruptura

Os resultados alcançados com as cargas últimas comprovam o acréscimo na capacidade resistente ao combate à punção. Todas as lajes com estribos proporcionaram maior resistência e maior ductilidade no momento da ruptura. A utilização de estribos nas lajes garantiu um acréscimo na capacidade resistente ao puncionamento. O ângulo de inclinação de 60° apresentou maior eficiência com relação ao ângulo de 45°.

# 6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Analisar a eficiência dos estribos em lajes confeccionadas com concretos que possuam resistência a compressão superiores a 23 MPa.

Variar a disposição, quantidade e diâmetro da armadura transversal a fim de determinar a configuração mais eficiente para estas armaduras.

Realizar uma analise computacional não linear.

Viabilizar uma melhor ancoragem dos estribos junto nas armaduras longitudinais.
#### Referência Bibliográfica

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739 – Ensaio de Compressão de Corpos de Prova Cilíndrico de Concreto. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6892 – Materiais Metálicos – Ensaio de Tração à Temperatura Ambiente. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – Argamassa e Concreto – Determinação da Resistência à Tração por Compressão Diametral de Corpos de Prova Cilíndrico – Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 – Concreto – Determinação do Módulo de Deformação Estática e Diagrama Tensão Deformação Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NM – 67 – Concreto – Determinação da Consistência pelo Abatimento do Tronco de Cone.** Rio de Janeiro, 1998.

CARVALHO, A. S. (2006). Análise Experimental de Laje Lisa de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armada à Punção. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, Pará, 2006.

CEB-FIP. **MODEL CODE 1990: Final Draft**. Bulletin D'Information, CEB, Lausanne, July 1991.

CEB-FIP. **Model Code 2010: Final Draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, September, 2011.

CUNHA, A. J. P.; VICENTE, C. M. de S (1998). Lajes em Concreto Armado e Protendido. Rio de Janeiro: EDUFF, 1998.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shear Strength of Reinforced Concrete Slab. ACI journal 1956, Proceedings. V.53, n°. 1, july, pp. 29-57.

EUROCODE2. **Design of Concrete Structures.** Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. European Standard, 2004.

FERREIRA, M. P. (2006). Análise Experimental de Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado ao Puncionamento Simétrico ou Assimétrico. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, Pará, 2006.

GASPARINNI, D. A., Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905-1999, Journal of Structural Engineering, 2002, 128, N° 10, 1243-1252.

HALLGREN, M. Pushing Shear Tests on Reforced High Strength Concrete Slabs. Technical report 1994:14, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockhalm, 1994.

JOANSEN, K. W. Bruchmoment der Kreuzweise Bewehrten Platten. Polytekinisk Forening. Genoptrykt. 1932

LANGENDONCK, Telemaco van. **Teoria Elementar das Charneiras Plásticas**. São Paulo, 1970.

MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design.** New Jerrsey: Prentice Hall, 2011.

OLIVEIRA, D. R. C. (1998). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta resistência com Armadura Inclinada de Punção. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Dissertação de Mestrado, Brasília, 1998.

OLIVEIRA, D. R. C. (2003). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília, 2003.

SANTOS, L. S.; PAIVA JUNIOR, V. A.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C. O. **Contribuição de estribos triangulares inclinados no comportamento de vigas de concreto armado**. In: 53° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2011, Florianópolis. Anais do 53° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO. São Paulo: Ibracon, 2011. v. 1

SOUZA, S. S. M. (2007). Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, Pará, 2007.

TRAUTWEIN, L. M. (2001). **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento Tipo "STUD" Interno e Tipo Estribo Inclinado**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Mestrado, Brasília, 2001.

#### ANEXOS.

### A. Leituras Registradas Durante os Ensaios.

#### A1. Deslocamento Vertical



Figura A1 – Posição dos deflectômetros adotada para todas as lajes.

| GADGA | Deflexão Laje - LR |            |            |            |            |
|-------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| (kN)  | D1<br>(mm)         | D2<br>(mm) | D3<br>(mm) | D4<br>(mm) | D5<br>(mm) |
| 0     | 0,00               | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       |
| 20    | 0,33               | 0,44       | 0,6        | 0,39       | 0,48       |
| 40    | 1,4                | 1,63       | 1,93       | 1,73       | 1,56       |
| 60    | 2,32               | 3,05       | 3,72       | 3,08       | 2,25       |
| 80    | 3,23               | 4,65       | 5,47       | 4,19       | 2,91       |
| 100   | 3,86               | 5,76       | 6,96       | 5,21       | 3,51       |
| 120   | 4,36               | 6,68       | 8,27       | 6,06       | 3,7        |
| 140   | 4,91               | 7,78       | 9,8        | 7,13       | 4,12       |
| 160   | 5,34               | 8,67       | 11,12      | 7,98       | 4,39       |
| 180   | 5,68               | 9,31       | 12,49      | 8,97       | 4,7        |
| 200   | 6,08               | 10,22      | 13,89      | 9,98       | 5,09       |

| CADCA | Deflexão Laje - L1 |            |            |            |            |
|-------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| (kN)  | D1<br>(mm)         | D2<br>(mm) | D3<br>(mm) | D4<br>(mm) | D5<br>(mm) |
| 0     | 0,00               | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       |
| 20    | 0,25               | 0,41       | 0,78       | 0,48       | 0,29       |
| 40    | 1,03               | 1,24       | 2,07       | 1,32       | 1,06       |
| 60    | 1,92               | 3,08       | 3,7        | 3,02       | 1,78       |
| 80    | 2,41               | 4,18       | 5,47       | 4,19       | 2,38       |
| 100   | 2,9                | 5,12       | 7,04       | 5,2        | 2,91       |
| 120   | 3,08               | 6,1        | 8,33       | 6,16       | 3,13       |
| 140   | 3,6                | 7,16       | 9,69       | 7,3        | 3,41       |
| 160   | 4,18               | 8,27       | 11,52      | 8,36       | 3,92       |
| 180   | 4,58               | 9,32       | 13,15      | 9,46       | 4,36       |
| 200   | 4,93               | 10,23      | 14,61      | 10,4       | 4,71       |
| 220   | 5,28               | 11,24      | 16,28      | 11,44      | 5,07       |
| 240   | 5,69               | 12,31      | 17,57      | 12,57      | 5,54       |

| CADCA | Deflexão Laje - L2 |            |            |            |            |
|-------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| (kN)  | D1<br>(mm)         | D2<br>(mm) | D3<br>(mm) | D4<br>(mm) | D5<br>(mm) |
| 0     | 0                  | 0          | 0          | 0          | 0          |
| 20    | 0,24               | 0,37       | 0,88       | 0,34       | 0,2        |
| 40    | 1,49               | 1,97       | 2,57       | 1,93       | 1,21       |
| 60    | 2,12               | 3,21       | 4,29       | 3,12       | 1,93       |
| 80    | 2,7                | 4,35       | 5,92       | 4,24       | 2,52       |
| 100   | 3,12               | 5,34       | 7,43       | 5,15       | 2,97       |
| 120   | 3,48               | 6,3        | 8,89       | 6,11       | 3,47       |
| 140   | 3,86               | 7,21       | 10,38      | 7,06       | 4,01       |
| 160   | 4,35               | 8,37       | 12,06      | 8,13       | 4,55       |
| 180   | 4,72               | 9,4        | 13,69      | 9,16       | 5,01       |
| 200   | 5,26               | 10,51      | 15,54      | 10,2       | 5,43       |
| 220   | 5,8                | 11,62      | 17,39      | 11,24      | 5,85       |

| CADCA | Deflexão Laje – L3 |            |            |            |            |
|-------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| (kN)  | D1<br>(mm)         | D2<br>(mm) | D3<br>(mm) | D4<br>(mm) | D5<br>(mm) |
| 0     | 0                  | 0          | 0          | 0          | 0          |
| 20    | 0,48               | 0,75       | 0,81       | 0,75       | 0,57       |
| 40    | 1,24               | 2,11       | 2,13       | 1,75       | 1,18       |
| 60    | 2,1                | 3,45       | 3,66       | 2,8        | 1,75       |
| 80    | 2,67               | 4,48       | 5,04       | 3,85       | 2,2        |
| 100   | 3,16               | 5,52       | 6,47       | 4,86       | 2,65       |
| 120   | 3,51               | 6,48       | 7,78       | 5,7        | 2,88       |
| 140   | 4,01               | 7,5        | 9,2        | 6,62       | 3,37       |
| 160   | 4,47               | 8,43       | 10,63      | 7,41       | 3,68       |
| 180   | 4,98               | 9,63       | 12,59      | 8,54       | 4,01       |
| 200   | 5,55               | 10,87      | 14,41      | 9,6        | 4,69       |
| 220   | 6                  | 11,95      | 15,92      | 10,42      | 4,87       |
| 240   | 6,47               | 13,07      | 18,27      | 11,62      | 4,93       |

## A2. Deformação do Concreto



Figura A.2 – Posição do extensômetro na superfície inferior das lajes.

| Extensômetro - LR |                   |  |  |
|-------------------|-------------------|--|--|
| CARGA             | Concreto          |  |  |
| (kN)              | (ε <sub>c</sub> ) |  |  |
| 0                 | 0                 |  |  |
| 20                | -15               |  |  |
| 40                | -112              |  |  |
| 60                | -264              |  |  |
| 80                | -404              |  |  |
| 100               | -539              |  |  |
| 120               | -655              |  |  |
| 140               | -849              |  |  |
| 160               | -995              |  |  |
| 180               | -1233             |  |  |
| 215               | -1449             |  |  |
|                   |                   |  |  |

| Extensômetro – L1 |                               |  |  |
|-------------------|-------------------------------|--|--|
| CARGA<br>(kN)     | Concreto<br>(ε <sub>c</sub> ) |  |  |
| 0                 | 0                             |  |  |
| 20                | -21                           |  |  |
| 40                | -275                          |  |  |
| 60                | -437                          |  |  |
| 80                | -624                          |  |  |
| 100               | -799                          |  |  |
| 120               | -1017,5                       |  |  |
| 140               | -1242                         |  |  |
| 160               | -1483                         |  |  |
| 180               | -1734,5                       |  |  |
| 200               | -1984                         |  |  |
| 220               | -2284                         |  |  |
| 254               | -2773,5                       |  |  |

| Extensômetro – L2 |                               |  |  |
|-------------------|-------------------------------|--|--|
| CARGA<br>(kN)     | Concreto<br>(ε <sub>c</sub> ) |  |  |
| 0                 | 0                             |  |  |
| 20                | -17,5                         |  |  |
| 40                | -87,75                        |  |  |
| 60                | -193                          |  |  |
| 80                | -347,5                        |  |  |
| 100               | -492,5                        |  |  |
| 120               | -631                          |  |  |
| 140               | -812,5                        |  |  |
| 160               | -1107,5                       |  |  |
| 180               | -1266,5                       |  |  |
| 221               | -1635,5                       |  |  |

| Extensômetro – L3 |                               |  |  |
|-------------------|-------------------------------|--|--|
| CARGA<br>(kN)     | Concreto<br>(ε <sub>c</sub> ) |  |  |
| 0                 | 0                             |  |  |
| 20                | -20                           |  |  |
| 40                | -63,5                         |  |  |
| 60                | -122                          |  |  |
| 80                | -291                          |  |  |
| 100               | -446                          |  |  |
| 120               | -607                          |  |  |
| 140               | -776                          |  |  |
| 160               | -969                          |  |  |
| 180               | -1140                         |  |  |
| 200               | -1371                         |  |  |
| 220               | -1664                         |  |  |
| 242               | -1973                         |  |  |

# A3. Deformação das Armaduras de Flexão



Figura A.3 - Disposição dos extensômetros  $\epsilon_{s1}, \epsilon_{s2}$  e  $\epsilon_{s3}$  nas armaduras de flexão.

| Deformação Armadura de<br>Flexão - LR |                 |                 |                 |  |
|---------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|
| CARGA<br>(kN)                         | ε <sub>s1</sub> | E <sub>s2</sub> | ε <sub>s3</sub> |  |
| 0                                     | 0               | 0               | 0               |  |
| 20                                    | 80              | 16              | 7               |  |
| 40                                    | 554             | 194             | 79              |  |
| 60                                    | 909             | 267             | 182             |  |
| 80                                    | 1150            | 360             | 249             |  |
| 100                                   | 1439            | 437             | 318             |  |
| 120                                   | 1603            | 659,5           | 364             |  |
| 140                                   | 1983            | 800             | 436             |  |
| 160                                   | 2155            | 921             | 437             |  |
| 180                                   | 2291            | 1083            | 481             |  |
| 215                                   | 2572,5          | 1118            | 491             |  |

| Deformação Armadura de |                 |                 |                 |  |  |
|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|--|
|                        | Flexão - L1     |                 |                 |  |  |
| CARGA<br>(kN)          | $\epsilon_{s1}$ | $\epsilon_{s2}$ | E <sub>s3</sub> |  |  |
| 0                      | 0               | 0               | 0               |  |  |
| 20                     | 43              | 15              | 3               |  |  |
| 40                     | 244             | 193             | 244             |  |  |
| 60                     | 558             | 266             | 405             |  |  |
| 80                     | 761             | 359             | 441             |  |  |
| 100                    | 1001            | 436             | 489             |  |  |
| 120                    | 1235            | 658,5           | 641,5           |  |  |
| 140                    | 1473            | 799             | 741             |  |  |
| 160                    | 1682            | 920             | 813             |  |  |
| 180                    | 1899            | 1082            | 900,5           |  |  |
| 200                    | 2077            | 1117            | 966             |  |  |
| 220                    | 2221            | 1272            | 1046            |  |  |
| 254                    | 2354,5          | 1380,5          | 1176            |  |  |

| Deformação Armadura de<br>Flexão – L2 |                 |                 |                 |  |
|---------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|
| CARGA<br>(kN)                         | E <sub>s1</sub> | E <sub>s2</sub> | E <sub>s3</sub> |  |
| 0                                     | 0               | 0               | 0               |  |
| 20                                    | 48              | 32,5            | 17              |  |
| 40                                    | 265             | 240             | 215             |  |
| 60                                    | 506             | 420             | 334             |  |
| 80                                    | 778             | 628,5           | 479             |  |
| 100                                   | 1076            | 860             | 644             |  |
| 120                                   | 1337            | 1075            | 813             |  |
| 140                                   | 1486            | 1242,5          | 999             |  |
| 160                                   | 1688            | 1440,5          | 1193            |  |
| 180                                   | 1876            | 1618            | 1360            |  |
| 221                                   | 2009            | 1791,5          | 1574            |  |

| Deformação Armadura de |                 |                 |                 |
|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| CARGA<br>(kN)          | ε <sub>s1</sub> | ε <sub>s2</sub> | ε <sub>s3</sub> |
| 0                      | 0               | 0               | 0               |
| 20                     | 29              | 22              | 13              |
| 40                     | 97              | 71              | 49              |
| 60                     | 223,5           | 151             | 98,5            |
| 80                     | 587             | 386             | 216             |
| 100                    | 920             | 610             | 310             |
| 120                    | 1253            | 845             | 412             |
| 140                    | 1535            | 1084            | 511             |
| 160                    | 1799            | 1308            | 622             |
| 180                    | 2045            | 1581            | 766             |
| 200                    | 2259            | 1865            | 932             |
| 220                    | 2447            | 2152            | 1101            |
| 242                    | 2609            | 2386            | 1247            |

## A4. Deformação das Armaduras de Cisalhamento



Figura A.4 Arranjo e identificação dos extensômetros nas armaduras transversais.

| Deformação Armadura<br>Transversal – L1 |                      |                  |  |  |
|---|----------------------|------------------|--|--|
| CARGA<br>(kN)                           | $\epsilon_{\rm sw1}$ | € <sub>sw2</sub> |  |  |
| 0                                       | 0                    | 0                |  |  |
| 20                                      | 3                    | 1                |  |  |
| 40                                      | 32                   | 1                |  |  |
| 60                                      | 55                   | 5                |  |  |
| 80                                      | 78                   | 30               |  |  |
| 100                                     | 102                  | 53               |  |  |
| 120                                     | 123                  | 65               |  |  |
| 140                                     | 139                  | 76               |  |  |
| 160                                     | 148                  | 84               |  |  |
| 180                                     | 160                  | 93               |  |  |
| 200                                     | 180                  | 70               |  |  |
| 220                                     | 200                  | 77               |  |  |
| 254                                     | 256,5                | 75               |  |  |

| Defo | Deformação Armadura |                  |  |  |  |
|------|---------------------|------------------|--|--|--|
|      | Transversal – L2    |                  |  |  |  |
| (kN) | $\epsilon_{sw1}$    | ε <sub>sw2</sub> |  |  |  |
| 0    | 0                   | 0                |  |  |  |
| 20   | 1                   | -2               |  |  |  |
| 40   | 17                  | 23               |  |  |  |
| 60   | 35                  | 43               |  |  |  |
| 80   | 58                  | 55               |  |  |  |
| 100  | 96                  | 81               |  |  |  |
| 120  | 133                 | 102              |  |  |  |
| 140  | 180                 | 94               |  |  |  |
| 160  | 222                 | 122              |  |  |  |
| 180  | 243                 | 170              |  |  |  |
| 221  | 285                 | 231              |  |  |  |

| Deformação Armadura Transversal – L3 |                  |                  |                         |                  |  |
|--------------------------------------|------------------|------------------|-------------------------|------------------|--|
| CARGA<br>(kN)                        | € <sub>sw1</sub> | ε <sub>sw2</sub> | <b>E</b> <sub>sw3</sub> | ε <sub>sw4</sub> |  |
| 0                                    | 0                | 0                | 0                       | 0                |  |
| 20                                   | 10               | 2                | 7                       | 9                |  |
| 40                                   | 28               | 2                | 19                      | 33               |  |
| 60                                   | 31,5             | 6                | 29                      | 52               |  |
| 80                                   | 17               | 31               | 38                      | 106              |  |
| 100                                  | 11               | 54               | 53                      | 123              |  |
| 120                                  | 18               | 66               | 80                      | 133              |  |
| 140                                  | 27               | 77               | 90                      | 130              |  |
| 160                                  | 47               | 85               | 109                     | 147              |  |
| 180                                  | 126              | 94               | 112                     | 149              |  |
| 200                                  | 232              | 71               | 115                     | 155              |  |
| 220                                  | 316              | 78               | 139                     | 146              |  |
| 242                                  | 449              | 76               | 262                     | 125              |  |