



Douglas Freitas Augusto dos Santos

**Análise da Resistência à Punção de  
Sapatas de Concreto Armado**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Belém – Pará – Brasil  
2016

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**Douglas Freitas Augusto dos Santos**

**Análise da Resistência à Punção de Sapatas de Concreto Armado**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Maurício de Pina Ferreira

Belém  
Junho de 2016

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Douglas Freitas Augusto dos Santos.

TÍTULO: Análise da Resistência à Punção de Sapatas de Concreto Armado.

GRAU: Mestre ANO: 2016

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa qualificação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

**Douglas Freitas Augusto dos Santos.**

Avenida 2000, nº 32. Belo Horizonte.

68503-240 Marabá – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Biblioteca Central/ UFPA, Belém – PA

---

Santos, Douglas Freitas Augusto dos.

Análise da Resistência à Punção de Sapatas de Concreto Armado /  
Douglas Freitas Augusto dos Santos. – 2016.

Orientador: Maurício de Pina Ferreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de  
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2016.

1. Punção. 2. Concreto armado. 3. Sapatas. Laje lisa. I. Título.

CDD - XX. ed. XXX.XXXXX

---

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**Douglas Freitas Augusto dos Santos**

## **Análise da Resistência à Punção de Sapatas de Concreto Armado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFPA. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Maurício de Pina Ferreira**

Orientador

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

**Prof. Aarão Ferreira Lima Neto**

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

**Prof. Alcebíades Negrão Macêdo**

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – UNB

Belém, 07 de junho de 2016.

*Para Deus,  
pela força e esperança.*

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus, que está sempre presente em minha vida e que mais uma vez me permite, apesar de todas as dificuldades e atropelos, chegar a um sonho tão esperado. Por seu amor incondicional, proteção, cuidado e direcionamento.

Aos meus pais, pela dedicação e amor; e por sempre terem acreditado em mim dando-me forças por meio de investimentos e palavras de esperança, pois quando pensava em desistir, sempre diziam: “tudo vai dar certo”.

Ao meu orientador, professor Dr. Maurício de Pina Ferreira, que se dispôs a orientar-me neste trabalho e a analisá-lo criticamente, com paciência e dedicação, ajudando-me a conquistar o conhecimento. A ele meu respeito e admiração como pessoa e como profissional exemplar, pois muitas vezes esteve disposto a me ajudar e, se necessário fosse, se negar em prol de seus alunos para que cada um conquistasse seus objetivos.

A todos os familiares e amigos, que por muitas vezes compreenderam minha ausência do convívio diário, por razões acadêmicas, agradeço o apoio e amizade.

Aos amigos do grupo de pesquisa NUMEA (Núcleo de modelagem estrutural aplicada) que sempre me ajudaram com a dissertação e pesquisas, tirando dúvidas, auxiliando na conclusão de trabalhos, pelas amizades, o meu muito obrigado a todos.

Por fim, sou grato aos meus professores do mestrado, por suas orientações de forma profissional, pois me permitiam descobrir a cada semestre o quanto ainda tenho a aprender, ao conhecimento repassado e a dedicação com que realizam seu trabalho.

## Resumo

SANTOS, D. F. A. (2016). **Análise da Resistência à Punção de Sapatas de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 137p.

A sapata é um tipo de fundação superficial bastante empregada na construção civil, sendo utilizada especialmente para projetos de pequeno porte ou quando o solo é capaz de suportar as cargas, sem deformar-se de forma exagerada. As sapatas podem apresentar um modo de ruptura frágil, denominado punção. Para se evitar este tipo de ruptura, que ocorre de forma brusca, é possível na fase de projeto adotar algumas medidas, como aumentar a altura da sapata, a taxa de armadura de flexão, a resistência do concreto, entre outros parâmetros.

Na literatura, foi coletado um banco de dados com 216 ensaios e analisado através de diferentes normas como a ACI 318 (2011), CSA A23.3 (2004), EUROCODE 2 (2004) e (2010) e NBR 6118 (2014), com o objetivo de contribuir para o melhor entendimento da punção em sapatas de concreto armado. Então, verificou-se que as estimativas de capacidade resistente variaram muito de uma norma para outra. Além de constatar-se que a relação  $a/d$  (relação do vão de cisalhamento pela altura útil) influencia de forma significativa a resistência à punção. No caso da norma EUROCODE 2 (2010), houve a constatação de que a mudança do  $V_{max}$  da EUROCODE 2 (2004), aumentou a estimativa de sapatas rompendo pelo esmagamento da biela, e conseqüentemente a dispersão dos resultados.

As recomendações normativas de seus países são utilizadas para dimensionamento à punção, porém são normas fundamentalmente empíricas, ou seja, elaboradas através de uma série de dados experimentais. Sendo assim, os resultados experimentais devem reproduzir ou chegar perto de reproduzirem a realidade que o elemento em questão estudado será submetido, no caso da sapata é o solo. A grande variedade de sistemas de ensaio gera dúvidas quanto a confiabilidade das normas, verificando que as recomendações normativas são penalizadas por esta variedade de ensaios.

## Palavras-chave

Punção; Concreto armado; Sapatas; lajes lisas.

## Abstract

SANTOS, D. F. A. (2015). **Analysis of Punching shear Resistance of Reinforced Concrete Footings**. MSc Thesis, Institute of Technology, Federal University of Para, Belem, Para, Brazil, 137p (in Portuguese).

The footings is a kind of superficial foundation rather employed in construction and is used especially for small projects or when the soil is able to withstand the loads without deforming is exaggerated. Footings can present a brittle fracture mode, called puncture. To avoid this kind of disruption that occurs abruptly, it is possible in the design phase to take some measures, such as increasing the shoe height, reinforcement ratio of bending, the strength of concrete or the ratio  $a/d$ .

In the literature, was carefully collected with a database 216 and tests analyzed by different standards such as the ACI 318 (2011), CSA A23.3 (2004), EUROCODE 2 (2004) and (2010) and NBR 6118 (2014), with the aim of contributing to a better understanding of the punching footings reinforced concrete Then, it was found that the load capacity ranged last much of a provision to another. Besides confirming that the ratio  $a/d$  (ratio of shear span the useful height) influence significantly the resistance to puncture. In the case of the standard EUROCODE 2 (2010), was the finding that the locking effect size decreases the resistance to punching footings, increasing the coefficient of variation with the experimental data.

The desing recommendations of their countries are used for sizing the punch, but are mainly empirical rules, that is prepared a series of experimental data. Thus, the experimental results must play or come close to reproducing the reality that the component studied issue will be submitted in the case of footings in the soil. The wide range of test systems raises doubts as to need and reliability by verifying discrepancies between the rules and test systems mainly for the ability to last loads, generating uncertainty as to the suitability of these recommendations.

## Keywords

Punching shear; Reinforced concrete; Footings; Slab.

# Sumário

| Capítulo  | Página    |
|---|-----------|
| <b>1. INTRODUÇÃO</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1. JUSTIFICATIVA  | 5         |
| 1.2. OBJETIVOS  | 6         |
| 1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO  | 6         |
| <b>2. DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO DE SAPATAS DE CONCRETO ARMADO</b>                    | <b>8</b>  |
| 2.1. COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE SAPATAS  | 8         |
| 2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO                             | 11        |
| 2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto   | 11        |
| 2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tracionada  | 12        |
| 2.2.3. Geometria e Dimensões do pilar   | 13        |
| 2.2.4. Efeito escala ( <i>Size effect</i> )   | 15        |
| 2.2.5. Relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da sapata ( <i>a/d</i> ) | 16        |
| 2.3. MÉTODOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO                                    | 18        |
| 2.3.1. Modelo Mecânico de KINNUNEM e NYLANDER (1960)                                | 18        |
| 2.3.2. Modelo Mecânico de MENÉTREY (1996)   | 20        |
| 2.3.3. Recomendações da norma ACI 318 (2014)  | 24        |
| 2.3.4. Recomendações da norma CSA A23.3 (2004)                                      | 25        |
| 2.3.5. Recomendações da norma EUROCODE 2 (2004)                                     | 26        |
| 2.3.6. Recomendações da norma Eurocode 2 (2010)                                     | 28        |
| 2.3.7. Recomendações da norma ABNT NBR 6118 (2014)                                  | 28        |
| <b>3. BANCO DE DADOS</b>  | <b>30</b> |
| 3.1. PESQUISAS EXPERIMENTAIS EM SAPATAS   | 30        |
| 3.1.1. Sistema com molas  | 30        |
| 3.1.2. Sistema com cargas distribuídas  | 32        |
| 3.1.3. Sistema com cargas concentradas  | 37        |
| 3.1.4. Sistema com Caixa de Areia   | 41        |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.2. BANCO DE DADOS RESUMIDO  | 45        |
| 3.2.1. Metodologia de Coleta dos Elementos do Banco de dados                            | 45        |
| 3.2.2. Metodologia de Análises dos Resultados do Banco de Dados                         | 47        |
| <b>4. ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>  | <b>49</b> |
| 4.1. ANÁLISE DAS SAPATAS SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO                                   | 49        |
| 4.2. CONTRIBUIÇÕES PARA A ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO EM SAPATAS DE CONCRETO ARMADO | 71        |
| <b>5. CONCLUSÕES</b>  | <b>77</b> |
| 5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS   | 78        |

## Lista de Tabelas

| <b>Tabela</b>  | <b>Página</b> |
|--|---------------|
| Tabela 3.1 - Resumo do processo de filtragem dos resultados experimentais encontrados para formar o banco de dados.....      | 46            |
| Tabela 3.2 – Características das sapatas do banco de dados de forma resumida .....   | 46            |
| Tabela 3.3 – Características das sapatas do banco de dados de forma resumida (Continuação) .....                             | 47            |
| Tabela 3.4 – Escala de Demérito, segundo o critério de COLLINS (2001).....   | 48            |
| Tabela 4.1 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....   | 59            |
| Tabela 4.2 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001), somente para sistemas de ensaio com carga distribuída.....  | 62            |
| Tabela 4.3 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001), somente para sistemas de ensaio com carga concentrada. .... | 63            |
| Tabela 4.4 – Classificação segundo o critério de COLLINS, somente para sistemas de ensaio em caixa de areia. ....            | 64            |
| Tabela 4.5 – Classificação segundo o critério de COLLINS, somente para sistemas de ensaio em molas.....                      | 65            |

## Lista de Figuras

| Figura   | Página |
|--|--------|
| Figura 1.1 - Tipos mais comuns de fundações superficiais (adaptado de MACGREGOR, 2009)   | 1      |
| Figura 1.2 – Ruptura por punção em uma sapata  | 2      |
| Figura 1.3 – Exemplos do uso de sapatas como fundação em grandes estruturas  | 2      |
| Figura 1.4 – Influência da relação $a/d$ no ângulo da superfície de ruptura.   | 3      |
| Figura 1.5 – Possíveis ângulos de ruptura em sapatas de concreto armado.   | 4      |
| Figura 1.6 – Diferentes sistemas de ensaio para sapatas, desenvolvido ao longo dos anos.   | 5      |
| Figura 2.1 - Distribuição de tensões em solo sob a sapata, em solo de areia (a) e em solo de argila (b), (MCGREGOR, 2009)  | 9      |
| Figura 2.2 – Processo de formação de fissuras de punção. 1) fissura tangencial formada por tensões radiais; 2) fissuras radiais formadas por tensões tangenciais; 3) estágio final de ruptura à punção de laje lisa. | 10     |
| Figura 2.3 – Ruptura à punção em sapata de concreto armado.  | 11     |
| Figura 2.4 – Modelo de Biela e Tirantes para punção em laje lisa (ANDRA e MATTHAEI, 2000)  | 12     |
| Figura 2.5 – Comparação da taxa de armadura de flexão a) menor taxa e b) maior taxa.   | 13     |
| Figura 2.6 - Deformações verticais nos pilares da laje R2 de Moe (Adaptado de MOE, 1961)   | 14     |
| Figura 2.7 - Campo de tensões e distribuição de esforços normais no perímetro de $0,5d$ do pilar (SAGASETA <i>et al.</i> , 2014)   | 15     |
| Figura 2.8 - Efeito de escala ( <i>size effect</i> ) em sapatas com dimensões diferentes.  | 16     |
| Figura 2.9 – Relação entre o vão de cisalhamento e altura útil da sapata (HEGGER, 2009).   | 17     |
| Figura 2.10 - Variação do $a_{crit}$ segundo o Eurocode 2 em função da espessura da sapata   | 18     |
| Figura 2.11 – Modelo mecânico de (KINNUNEM e NYLANDER, 1960) <i>apud</i> (FERREIRA, 2010).   | 20     |
| Figura 2.12 – Componentes da resistência à punção (adaptado de MENÉTREY, 1996).  | 21     |
| Figura 2.13 - Modelo para verificação da resistência à punção do (ACI 318, 2014).  | 24     |
| Figura 2.14 – Perímetro de controle para o (EUROCODE 2, 2004)  | 26     |

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.15 – Modelo para verificação da punção em Sapata (Eurocode 2, 2004)  | 28 |
| Figura 3.1 – Representação da ação do solo através de molas (TALBOT, 1913).   | 31 |
| Figura 3.2 – Sistema de ensaio de Talbot (TALBOT, 1913).  | 31 |
| Figura 3.3 – a) Sistema de ensaio e b) barras utilizadas nas sapatas (RICHART, 1948).                                     | 32 |
| Figura 3.4 - Sistema de ensaio de Diertele (DIERTELE e ROSTASY, 1981).  | 33 |
| Figura 3.5 - Sistema de ensaio usado por Diertele (DIERTELE e ROSTASY, 1981).   | 34 |
| Figura 3.6 - Sistema de ensaio usado por Hallgren <i>et al.</i> para cargas distribuídas (HALLGREN <i>et al.</i> , 1998). | 35 |
| Figura 3.7 – Sistema de ensaio de Hegger <i>et al.</i> (HEGGER <i>et al.</i> , 2009).                                     | 36 |
| Figura 3.8 – Sistema de ensaio de Siburg (SIBURG, 2014).  | 37 |
| Figura 3.9 - Sistema de ensaio de Hallgren <i>et al.</i> para cargas concentradas (HALLGREN <i>et al.</i> , 1998).        | 38 |
| Figura 3.10 – Esquematização da sapata quadrada (HALLGREN <i>et al.</i> , 1998).  | 38 |
| Figura 3.11 - Esquematização da sapata circular (HALLGREN <i>et al.</i> , 1998).  | 39 |
| Figura 3.12 - Sistema de ensaio de Timm (TIMM, 2003).   | 39 |
| Figura 3.13 - Sistema de ensaio de Timm (TIMM, 2003).   | 40 |
| Figura 3.14 – Sistema de ensaio de Urban et al. (URBAN et. al, 2013).   | 41 |
| Figura 3.15 – Tipo de travamento das sapatas (URBAN et. al, 2013)   | 41 |
| Figura 3.16 - Sistema de ensaio de Hegger <i>et al.</i> (HEGGER <i>et al.</i> , 2006).                                    | 42 |
| Figura 3.17 - Sistema de ensaio na areia (a) Corte e (b) Vista 3D (HEGGER <i>et al.</i> , 2006).                          | 43 |
| Figura 3.18 - Sistema de ensaio em cascalho de rio (BONIC <i>et al.</i> , 2012).  | 44 |
| Figura 3.19 - Sistema de ensaio de Bonic et al (BONIC <i>et al.</i> , 2012).  | 44 |
| Figura 4.1 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do ACI 318 (2014).                                 | 50 |
| Figura 4.2 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do CSA A23.3 (2004).                               | 50 |
| Figura 4.3 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da EUROCODE 2 (2010).                              | 51 |
| Figura 4.4 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da NBR 6118 (2014).                                | 52 |
| Figura 4.5 – Avaliação relação $a/d$ na Eurocode 2.   | 53 |
| Figura 4.6 – Avaliação da precisão dos resultados das normas ACI 318 (2014) e CSA A23.03 (2004).                          | 54 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.7 – Avaliação da precisão dos resultados das normas Eurocode 2 (2004) e (2010) e NBR 6118 (2014)                            | 55 |
| Figura 4.8 – Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas ( <i>box and whiskers</i> ).                                    | 56 |
| Figura 4.9 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas ( <i>box and whiskers</i> ), para carga distribuída.            | 56 |
| Figura 4.10 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas ( <i>box and whiskers</i> ), para carga concentrada.           | 57 |
| Figura 4.11 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas ( <i>box and whiskers</i> ), para caixa de areia.              | 58 |
| Figura 4.12 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas ( <i>box and whiskers</i> ), para molas.                       | 58 |
| Figura 4.13 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para todos os sistemas de ensaio.                                      | 60 |
| Figura 4.14 – Porcentagem das classificações segundo o critério de COLLINS (2001).   | 61 |
| Figura 4.15 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas com carga distribuída.                                    | 62 |
| Figura 4.16 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas com carga concentrada.                                    | 64 |
| Figura 4.17 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas caixa de areia.   | 65 |
| Figura 4.18 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas em molas.   | 66 |
| Figura 4.19 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para todas as amostras.   | 67 |
| Figura 4.20 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio com carga distribuída.                         | 67 |
| Figura 4.21 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio com carga concentrada, semelhante a laje lisa. | 68 |
| Figura 4.22 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio caixa de areia.                                | 69 |
| Figura 4.23 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio molas.   | 69 |
| Figura 4.24 – Avaliação da influência do sistema de ensaio nas previsões das recomendações.  | 70 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.25 – Distribuição das relações experimental pelas normas NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões.                | 72 |
| Figura 4.26 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010) somente para $V_{máx}$ .  | 73 |
| Figura 4.27 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para carga distribuída. | 74 |
| Figura 4.28 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para caixa de areia.    | 75 |
| Figura 4.29 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para concentrada.       | 76 |

## Lista de Símbolos

Neste item são apresentados alguns dos símbolos utilizados nesta dissertação. Aqueles que não estão aqui apresentados têm seu significado explicado assim que mencionados no texto.

| <b>Símbolo</b> | <b>Significado</b>  |
|----------------|---|
| $A_c$          | área da seção transversal de concreto                         |
| $a_i$          | projeção horizontal da superfície de ruptura investigada      |
| $a/d$          | relação do vão de cisalhamento pela altura útil da sapata     |
| $A_s$          | área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas |
| $A_{sw}$       | área da seção transversal das armaduras de cisalhamento       |
| $b$            | largura da sapata   |
| $b_w$          | largura da seção de concreto considerada                      |
| $c$            | lado de um pilar quadrado ou diâmetro de um pilar circular    |
| $c_{max}$      | lado maior de um pilar retangular                             |
| $c_{min}$      | lado menor de um pilar retangular                             |
| COV            | coeficiente de variação                                       |
| $d$            | altura útil   |
| $d_g$          | diâmetro máximo do agregado                                   |
| DEV            | desvio padrão   |
| $\xi$          | efeito de tamanho ( <i>size effect</i> )                      |
| $f'_c$         | resistência à compressão do concreto                          |
| $f_{ck}$       | resistência característica à compressão do concreto           |
| $f_{ct}$       | resistência à tração do concreto                              |
| $f_u$          | tensão de ruptura da armadura                                 |
| $f_{ys}$       | tensão de escoamento da armadura de flexão                    |
| $f_{yw,ef}$    | tensão efetiva na armadura de cisalhamento                    |
| $M$            | média de uma amostra  |
| $Máx$          | valor máximo de uma amostra                                   |
| $Mín$          | valor mínimo de uma amostra                                   |
| $Md$           | mediana de uma amostra  |
| $\rho$         | taxa de armadura de flexão                                    |

|               |   |
|---------------|---|
| $u_0$         | comprimento do perímetro do pilar   |
| $u_1$         | comprimento do perímetro de controle afastado de uma distância da face do pilar, em função da norma utilizada |
| $V_{flex}$    | carga de ruptura por flexão   |
| $V_u$         | carga obtida experimental   |
| $V_u/V_{teo}$ | quociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e a prevista segundo os modelos teóricos  |
| $V_{R,c}$     | parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelo concreto  |

# 1. INTRODUÇÃO

A escolha do tipo de fundação é uma etapa fundamental do processo de concepção de uma estrutura. Falhas nesta fase de concepção e dimensionamento podem conduzir tanto a um desempenho inadequado em serviço quanto representar riscos significativos de colapso da estrutura. Os elementos de fundação são usualmente classificados de duas formas: fundações diretas ou superficiais; e fundações indiretas ou profundas. As sapatas são um tipo de fundação superficial que transfere as cargas da estrutura para o solo, através da sua base. A Figura 1.1 ilustra alguns dos tipos de sapatas de concreto armado.

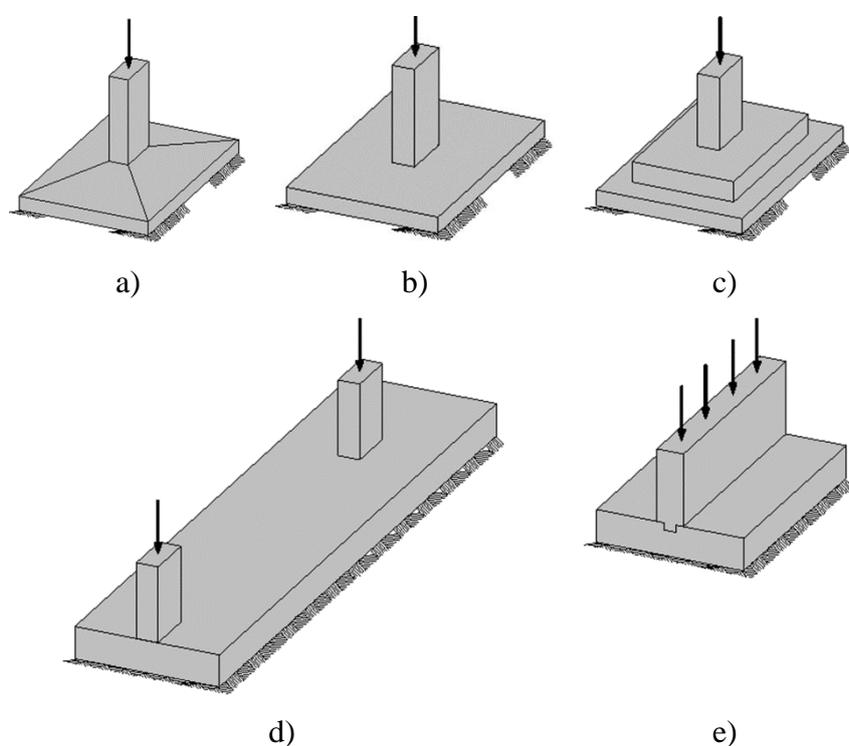


Figura 1.1 - Tipos mais comuns de fundações superficiais (adaptado de MACGREGOR, 2009)

Sapatas flexíveis estão sujeitas à ruptura por punção, que segundo BROMS (2005) é caracterizada por uma fissura semelhante à de cisalhamento que se estende das extremidades do pilar até a face da base da sapata, porém com a forma de um tronco de cone, conforme ilustrado na Figura 1.2.

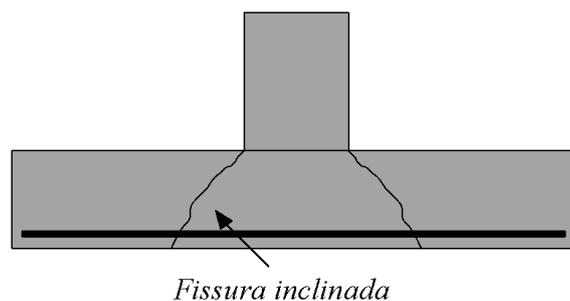


Figura 1.2 – Ruptura por punção em uma sapata

Segundo GUANDALINI (2006) a punção é uma forma de ruptura brusca, por cisalhamento, que pode ocorrer devido à ação de uma carga concentrada em uma área, normalmente a reação de um pilar ou uma força concentrada. A resistência à punção de sapatas de concreto armado pode ser influenciada por diferentes parâmetros, como a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura de flexão, a geometria, espessura e esbeltes da sapata. A Figura 1.4 ilustra uma aplicação de sapatas de concreto armado com grandes dimensões como fundação para grandes torres eólicas no Reino Unido.



Figura 1.3 – Exemplos do uso de sapatas como fundação em grandes estruturas

A resistência à punção de sapatas de concreto armado pode ser influenciada por diferentes parâmetros, como a resistência do concreto, a taxa de armadura de flexão, a geometria e dimensão do pilar, a espessura e esbeltes da sapata. Nos casos em que estes elementos possuem altura variável, normas como o EUROCODE 2 (2004) recomendam que a resistência à punção seja verificada em planos de ruptura com diferentes inclinações. Segundo HEGGER *et al.* (2006), no caso de sapatas, o ângulo do plano de ruptura também é influenciado pela relação  $a/d$ , devido principalmente ao efeito arco, tendendo a ser de  $45^\circ$

para os casos onde a relação  $a/d \leq 1,25$  e menor que  $35^\circ$  para os casos onde  $a/d \geq 2$ , conforme ilustrado na Figura 1.4.

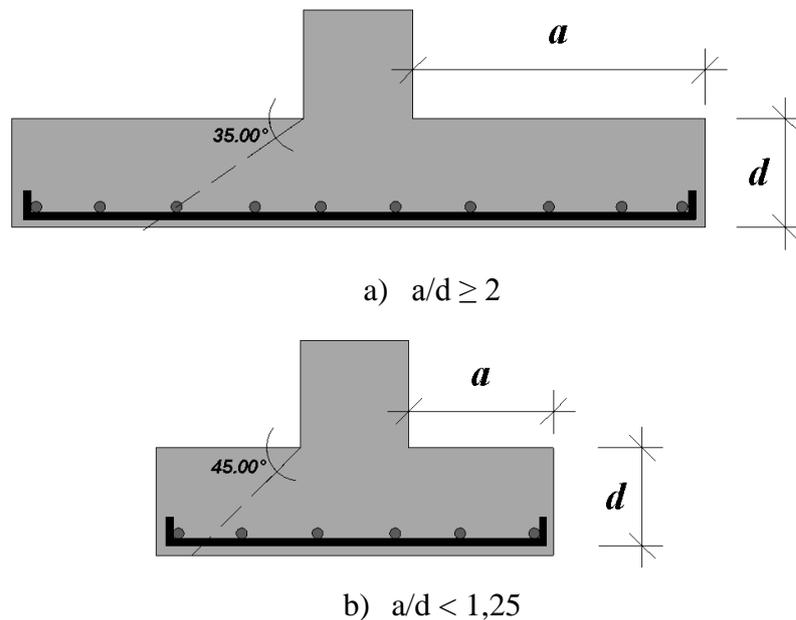


Figura 1.4 – Influência da relação  $a/d$  no ângulo da superfície de ruptura.

A relação  $a/d$  pode influenciar significativamente a resistência à punção de uma sapata de concreto armado. Uma das explicações para isso é que nos casos de sapatas com uma relação  $a/d$  menor que 2, o mecanismo de transferência de forças pode ocorrer na forma de uma biela do tipo leque, conforme ilustrado na Figura 1.5, e que parte da carga vai diretamente para o pilar por efeito arco, sem provocar tração diagonal na ligação, aumentando assim a sua resistência à punção. Já para sapatas flexíveis com a relação  $a/d$  maior que 2, o fluxo de tensões pode se assemelhar mais à mecanismos com analogia de treliça, favorecendo os esforços de tração diagonal.

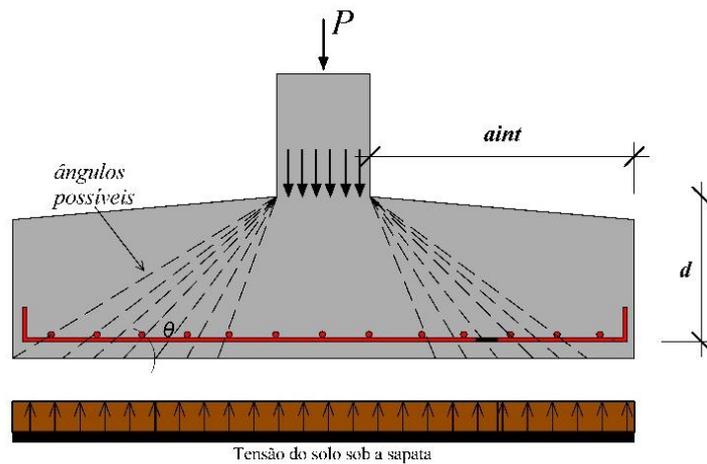
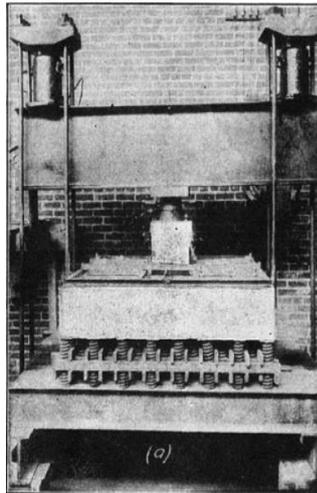


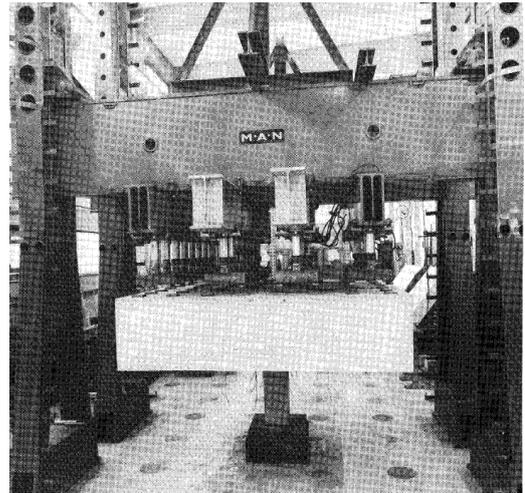
Figura 1.5 – Possíveis ângulos de ruptura em sapatas de concreto armado.

Em 1913, TALBOT realizou as primeiras análises à punção em sapatas de concreto armado, usando um sistema com molas de aço que tinham o objetivo de simular a reação do solo. A partir desta pesquisa, diversos pesquisadores contribuíram ao tema usando diferentes sistemas de ensaio tentando reproduzir de forma mais fiel a reação do solo sob a sapata. Um sistema inovador foi proposto por DIERTELE (1981) que consistia na aplicação de um carregamento uniformemente distribuído através da base da sapata, por vários atuadores hidráulicos, sendo referência para trabalhos futuros como os de HALLGREN *et al.* (1998), que ensaiaram sapatas tanto com sistemas com carregamento uniformemente distribuído quanto com sistemas com reação radialmente concentrada em uma analogia ao que é feito para testar localmente ligações laje-pilar.

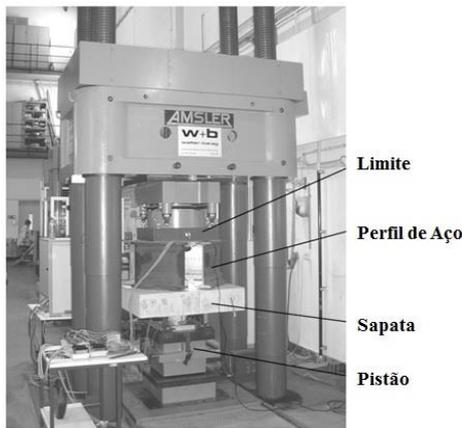
HEGGER *et al.* (2006) foram os primeiros a desenvolver um sistema de ensaio usando uma caixa de areia para simular o efeito do solo na resistência à punção de sapatas de concreto armado, tendo como uma das variáveis o grau de compactação da areia, podendo ser fofa ou compacta. Posteriormente, BONIC *et al.* (2012) também realizaram ensaios deste tipo, porém utilizando areia misturada com cascalho de rio. A Figura 1.6 ilustra alguns dos diferentes sistemas usados para testar a resistência à punção de sapatas. Deve ser destacado que a variedade de sistemas de ensaio usada para compor a base de dados experimentais existente hoje para avaliar a resistência à punção de sapatas pode afetar a qualidade destes resultados. Isto por si só pode favorecer a dispersão entre a resposta experimental e as previsões teóricas, podendo ainda conduzir a conclusões inadequadas. Sendo assim, fica evidente a importância de avaliar até que nível estes sistemas podem de fato ser representativos da realidade.



a) sistema com molas



b) sistema com cargas distribuídas



c) sistema com carga concentrada



d) sistema com caixa de areia

Figura 1.6 – Diferentes sistemas de ensaio para sapatas, desenvolvido ao longo dos anos.

## 1.1. JUSTIFICATIVA

A punção vem sendo tema de diversos estudos devido aos riscos associados a este modo de ruptura, além da possibilidade de colapso progressivo, havendo uma vasta quantidade de resultados experimentais disponível sobre o tema. No entanto, no caso específico de sapatas, é possível constatar que a quantidade de informações experimentais é restrita quando comparada ao caso de ligações laje-pilar. Isso requer atenção, uma vez que a ruptura por punção de elementos de fundação como sapatas pode levar a consequências ainda mais danosas.

Diversos parâmetros podem influenciar a resistência à punção de sapatas de concreto e devem ser considerados nas estimativas teóricas de projeto, que utilizam modelos empíricos desenvolvidos tendo como base as evidências experimentais disponíveis. Em muitas das normas de projeto as equações propostas para a verificação da resistência à punção de sapatas são as mesmas utilizadas para estimar a resistência de ligações laje-pilar, embora as características nestes casos sejam diferentes. Sapatas são elementos normalmente mais espessos onde o efeito escala pode ser um parâmetro importante. Além disso, a flexibilidade destes elementos e o efeito arco também podem afetar a resistência à punção das sapatas em uma intensidade diferente da observada para lajes lisas. Por fim, a diversidade de sistemas usado para testar sapatas e compor a base de dados disponível pode afetar os resultados, sua correlação com as previsões teóricas e as conclusões sobre o tema. Avaliar a influência destes parâmetros é relevante e encaixa-se dentro de um contexto internacional, conforme fica evidente tendo como referência os trabalhos de SIMÕES *et al.* (2016a, 2016b) e KUERES *et al.* (2016).

## **1.2. OBJETIVOS**

Este trabalho tem como objetivo geral analisar crítica e comparativamente os critérios normativos de dimensionamento à punção de sapatas de concreto armado, tendo como referência as normas ACI 318 (2014), CSA A23.3 (2004), EUROCODE 2 (2004) e (2010), ABNT NBR 6118 (2014), tendo como base os resultados experimentais disponíveis na literatura. O critério de COLLINS (2001) é utilizado para avaliar a confiabilidade das recomendações normativas. A composição deste banco de dados foi feita seguindo uma metodologia de coleta e ele foi usado para avaliar a influência de diferentes parâmetros na resistência à punção de sapatas de concreto armado. São considerados nestas análises: a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), a altura útil da sapata ( $d$ ), a taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), e as razões entre o perímetro do pilar e o vão de cisalhamento em relação à altura útil da sapata ( $u_0/d$  e  $a/d$ ). Além disso, é avaliada a influência dos diferentes sistemas de ensaio utilizados nos ensaios experimentais na resistência última a punção e na sua correlação com os métodos teóricos.

## **1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho se divide em cinco capítulos, sendo o primeiro capítulo composto pela introdução, justificativa e objetivo.

No Capítulo 2 é descrito inicialmente o comportamento à punção, parâmetros que influenciam na sua resistência, modelos de cálculo consagrados que tentam explicar o fenômeno da punção, tais como o modelo de Kinnunem e Nylander e o modelo de Menetrey, bem como, recomendações normativas do ACI 318 (2014), CSA A23. 3-04 (2004), EUROCODE 2 (2004) e (2010) e NBR 6118 (2014).

No capítulo 3 é apresentado os diferentes sistemas de ensaio experimental para punção em sapatas, sendo dividido em 4 sistemas de ensaio, são eles: sistema com molas, carga distribuída, carga concentrada e caixa de areia. Em seguida é apresentado o banco de dados resumido, a metodologia de coleta de dados e análises dos mesmos.

No capítulo 4 encontra-se as análises realizadas com o banco de dados para diferentes recomendações normativas, abordando aspectos de segurança, precisão e economia. Foram feitas análises sempre verificando o nível de influência dos sistemas de ensaio na resistência à punção. E, por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **2. DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO DE SAPATAS DE CONCRETO ARMADO**

Nesse capítulo são discutidos aspectos gerais sobre o comportamento estrutural de sapatas. Além disso, os resultados de diversas pesquisas são utilizados para descrever os parâmetros que influenciam na resistência à punção de sapatas de concreto armado. Posteriormente são apresentados alguns modelos para a estimativa da resistência à punção de sapatas, bem como recomendações das normas ACI 318 (2014), CSA A23.3-04 (2004), EUROCODE 2 (2004) e (2010) e NBR 6118 (2014).

### **2.1. COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE SAPATAS**

As sapatas são elementos de fundação superficial que se caracterizam por transmitir as cargas dos pilares ao solo através de pressões distribuídas sob sua base. Em projeto, é comum admitir que a pressão do solo seja uniformemente distribuída em sua base, mas na prática, a intensidade desta tensão varia em função do tipo de solo. Uma sapata de concreto armado em um solo arenoso terá uma distribuição de tensões semelhante à da Figura 2.1a. A areia perto das extremidades da sapata tende a deslocar lateralmente quando a sapata está carregada, provocando uma diminuição da tensão do solo perto das extremidades. Já no caso de sapatas sob uma base em argila, a distribuição da tensão é semelhante à da Figura 2.1b. À medida que a sapata é carregada, o solo sob a sapata deforma em forma de taça, aliviando a pressão abaixo do meio da sapata. Para fins de concepção estrutural, é habitual assumir que as tensões do solo podem ser distribuídas linearmente, de tal modo que a força resultante vertical do solo é colinear com a força descendente resultante.

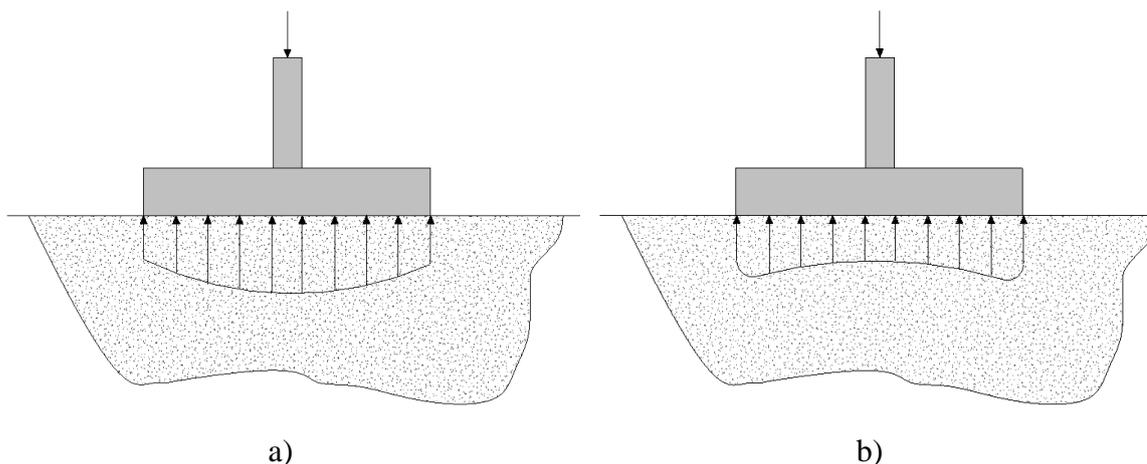


Figura 2.1 - Distribuição de tensões em solo sob a sapata, em solo de areia (a) e em solo de argila (b), (MCGREGOR, 2009)

A forma de ruptura por punção para uma laje lisa com pilar centrado segundo HOLANDA (2002) ocorre primeiramente quando a laje é carregada, o aparecimento de uma fissura tangencial ao redor do pilar, a qual é uma fissura de flexão provocada por momentos negativos atuantes na direção radial. Devido ao aparecimento de momentos fletores negativos na direção tangencial, e o aumento do carregamento na laje, formam-se fissuras radiais que se originam na fissura de flexão e se propagam em direção às bordas da laje, devido ao aparecimento de tensões de tração tangencial. Próximo da ruptura surgem fissuras tangenciais novamente, numa região mais afastada da área carregada, ocasionadas por tensões de flexão e cisalhamento, que por fim geram a ruptura por punção. A Figura 2.2 ilustra o aparecimento de fissuras em uma laje carregada com um pilar quadrado centrado. Para BROMS (2005) a ruptura por punção se assemelha à ruptura por cisalhamento de uma viga, no sentido em que se caracteriza por uma fissura de cisalhamento que se estende das extremidades do pilar até a face superior da laje, porém com a forma de um tronco de cone.

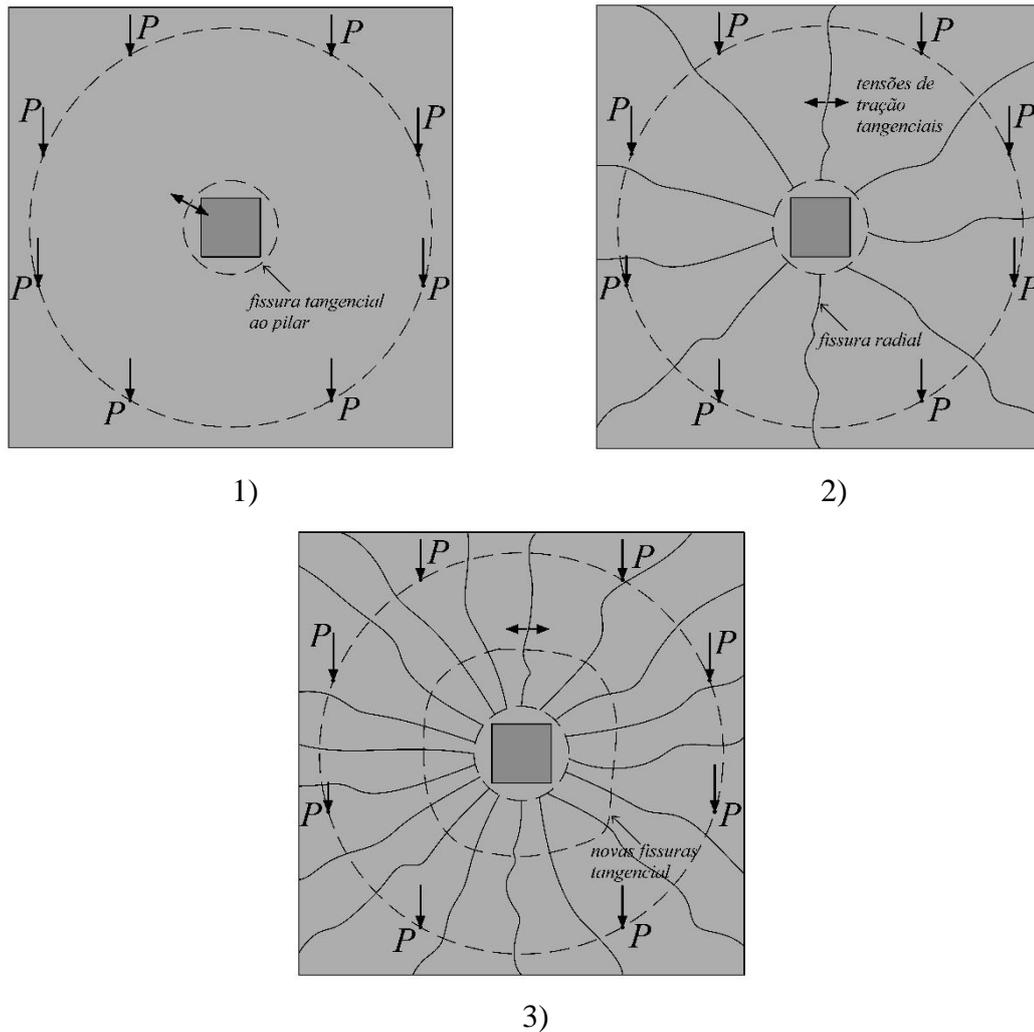


Figura 2.2 – Processo de formação de fissuras de punção. 1) fissura tangencial formada por tensões radiais; 2) fissuras radiais formadas por tensões tangenciais; 3) estágio final de ruptura à punção de laje lisa.

No caso de sapatas a ruptura por punção ocorre de forma diferente, pois devido à altura útil variar ao longo da sapata, assim como no caso de ligações laje-pilar com capitel, o perímetro de controle pode variar e diferentes ângulos podem ser formados. Em virtude disto, existe a dificuldade de se fixar um ângulo e uma distância do perímetro de controle, sendo necessário investigar a resistência ao cisalhamento em diferentes planos de ruptura, por processo iterativo o  $a_{crit}$  (que é o vão de cisalhamento dependente da variação da altura útil), conforme ilustrado na Figura 2.3.

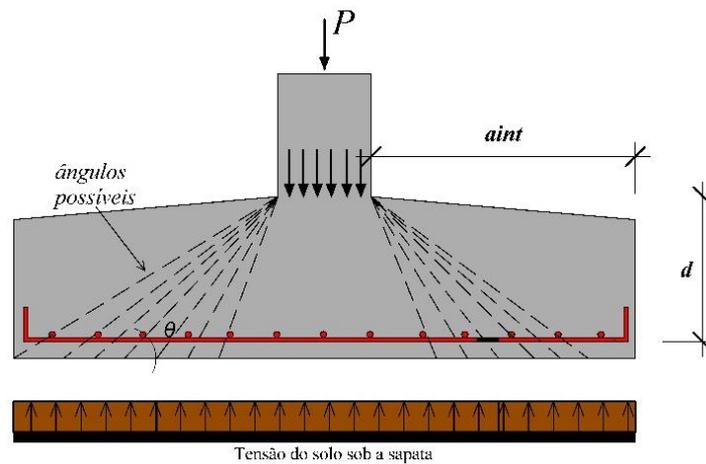


Figura 2.3 – Ruptura à punção em sapata de concreto armado.

## 2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

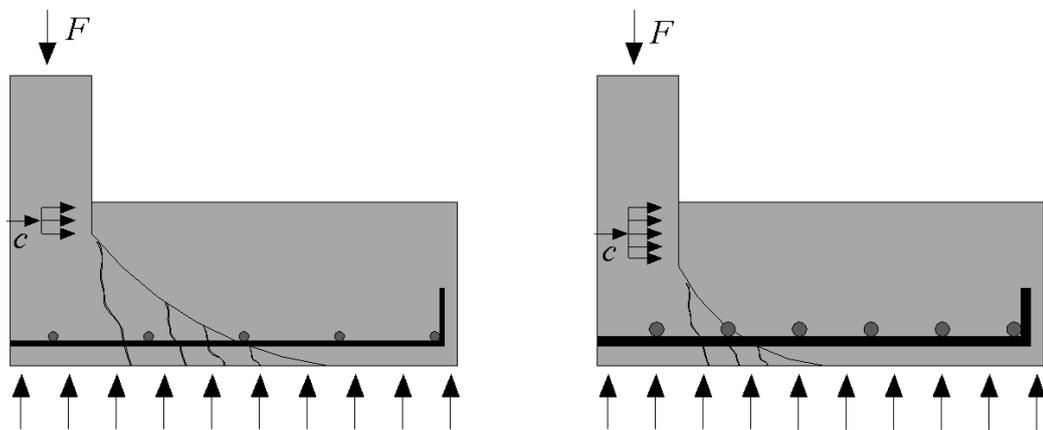
As evidências experimentais disponíveis indicam que a resistência à punção é influenciada, principalmente, pela resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), pela taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ), pelo tamanho e a geometria do pilar e pelo *size effect* ( $\zeta$ ) ou efeito de escala, que é a redução da tensão resistente ao cisalhamento da laje com o aumento da altura útil ( $d$ ). No caso de sapatas um parâmetro específico que é a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da sapata ( $a/d$ ) também afeta de forma significativa a resistência à punção. Além destes parâmetros, o uso de armaduras de cisalhamento tem se mostrado eficiente ao longo dos anos e diversas pesquisas, têm mostrado diversas vantagens, porém não será discutido neste trabalho, uma vez que, este trabalho visa apenas sapatas sem armadura de cisalhamento por serem mais usuais.

### 2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto

A ruptura à punção de uma estrutura de concreto sem armadura de cisalhamento é regida, dentre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. Ou seja, devido a ruptura à punção ser uma ruptura por tração diagonal a resistência à tração é um parâmetro. Para fins de projeto as formulações normativas costumam relacionar a resistência à tração do concreto como uma função de sua resistência à compressão, é comum observar que as pesquisas experimentais correlacionam a resistência ao cisalhamento com a resistência à compressão do concreto. Segundo ANDRA e MATTHAEI (2000) com o aumento da fissura os tirantes vão se rompendo e uma angulação vai se formando, conforme apresentado na Figura 2.4.



muito baixo para taxas de armadura maiores que 2%, fato desconsiderado pela norma brasileira NBR 6118 (2014). Este parâmetro é ignorado na estimativa da resistência à punção tanto pelo ACI 318 (2014) quanto pela norma canadense CSA A23.03 (2004). Baseando-se em evidências experimentais, pesquisadores como REGAN (1986) defendem que a taxa de armadura é um parâmetro importante que deve ser levado em consideração na estimativa de resistência à punção. Peças com maior taxa de armadura apresentam zona comprimida maior, o que faz com que se tenha mais concreto não fissurado capaz de resistir ao cisalhamento, conforme ilustrado na Figura 2.5. Além disso, a abertura das fissuras de flexão é reduzida, o que facilita a transferência de forças através do engrenamento de agregados, podendo ainda aumentar o efeito pino.



a) Taxa de armadura de flexão menor      b) Taxa de armadura de flexão maior

Figura 2.5 – Comparação da taxa de armadura de flexão a) menor taxa e b) maior taxa.

### 2.2.3. Geometria e Dimensões do pilar

Este parâmetro afeta a resistência à punção, pois influencia na forma como as tensões se distribuem na ligação laje-pilar. Embora o perímetro de controle aumente com o aumento da seção de um pilar quadrado, MOE (1961) observou uma concentração de esforços cortantes nos cantos do pilar quadrado medindo as deformações verticais no pilar, próximo a superfície da laje, como mostra a Figura 2.6.

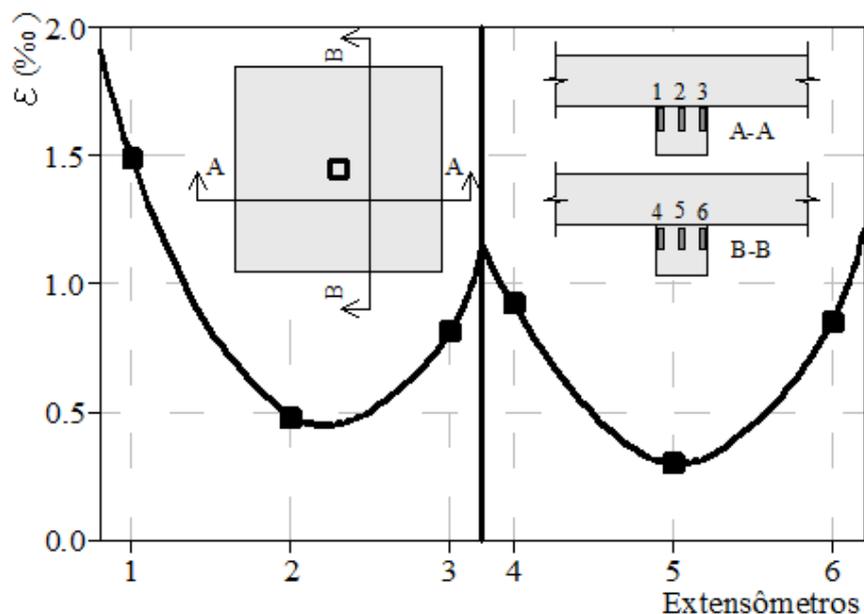


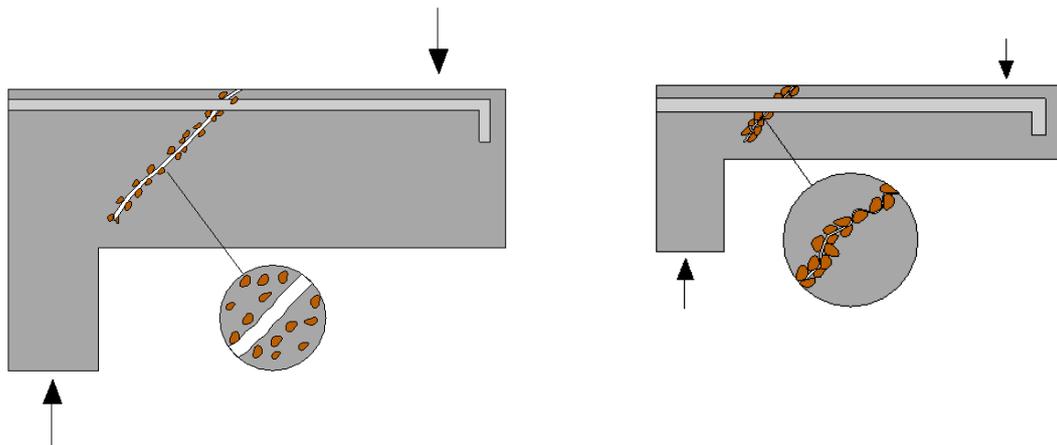
Figura 2.6 - Deformações verticais nos pilares da laje R2 de Moe (Adaptado de MOE, 1961)

VANDERBILT (1972) buscou avaliar a influência das dimensões do pilar na resistência à punção, através de uma série de ensaios com lajes apoiadas em pilares quadrados e circulares, tendo como variável principal a razão entre o perímetro do pilar e a altura útil da laje ( $u_0/d$ ). Ele observou que lajes apoiadas em pilares circulares apresentaram tensão cisalhante resistente maior do que aquelas apoiadas em pilares quadrados de igual perímetro, atribuindo isso à uniformidade na distribuição de tensões no caso das ligações laje-pilar circular.

HAWKINS *et al.* (1971), variou a razão entre o maior e o menor lado do pilar ( $C_{max}/C_{min}$ ) de 2,0 a 4,3 e concluiu que se essa razão for maior que dois, a tensão nominal de cisalhamento diminui com o aumento da razão entre os lados. Com base nessas informações, o ACI 318 (2014) considera que o índice de regularidade dos pilares ( $\mu$ ) pode reduzir em mais da metade a tensão nominal de cisalhamento em torno dos pilares.

SAGASETA *et al.* (2014), observou em análises computacionais não lineares que para lajes com relação  $C/d=1$  a concentração dos esforços nas bordas dos pilares não é tão evidente, enquanto que para lajes com  $C/d=4$  torna-se perceptível a concentração dos esforços. Mostrando, assim, que o fenômeno tem diferentes graus de influência conforme se varia  $C/d$ , ver Figura 2.7.





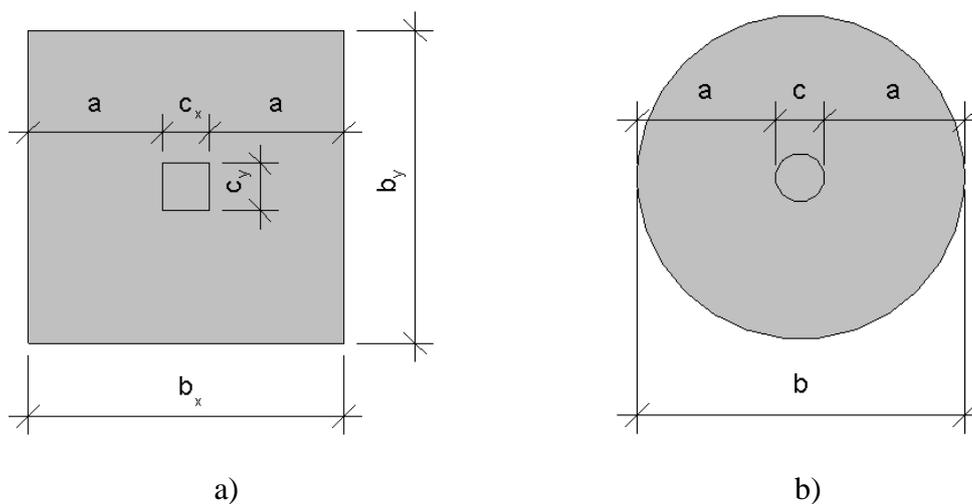
a) Sapata de maior dimensão

b) Sapata de menor dimensão

Figura 2.8 - Efeito de escala (*size effect*) em sapatas com dimensões diferentes.

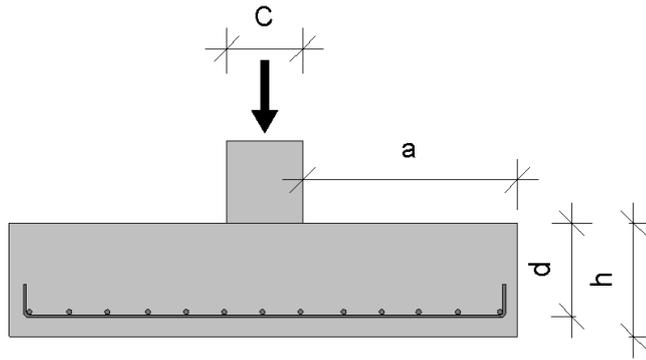
### 2.2.5. Relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da sapata ( $a/d$ )

HEGGER (2009) declara que a relação de  $a/d$  tem um acréscimo de ganho na resistência a punção, que contribui de uma forma mais significativa que a resistência à compressão ( $f_c$ ) e aumento da taxa de armadura ( $\rho$ ), e que a variação do ângulo da fissura de cisalhamento está ligada diretamente a esta relação, Figura 2.9. Isso ocorre, porque em peças com vão de cisalhamento pequeno, ou seja, relação  $a/d$  menor que 2, parte das forças vão direto para o apoio via efeito arco, sem gerar tensões de tração, fazendo com que as tensões solicitantes sejam menores, e conseqüentemente a resistência ao cisalhamento aumenta.



a)

b)



c)

Figura 2.9 – Relação entre o vão de cisalhamento e altura útil da sapata (HEGGER, 2009).

A norma EUROCODE 2 (2004) e (2010) é a única que recomenda a consideração deste parâmetro para a estimativa de resistência à punção de sapatas de concreto armado. A

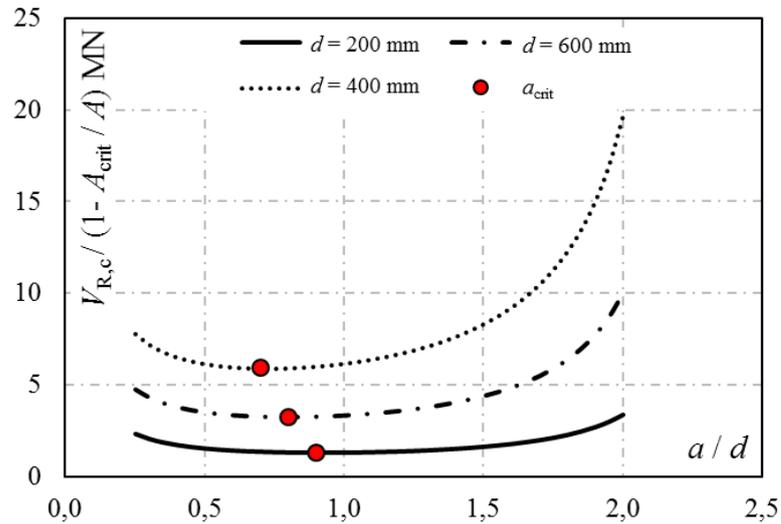


Figura 2.10 ilustra a variação do vão de cisalhamento crítico ( $a_{crit}$ ) à punção para sapatas de concreto armado segundo o EUROCODE em função da altura útil da sapata.

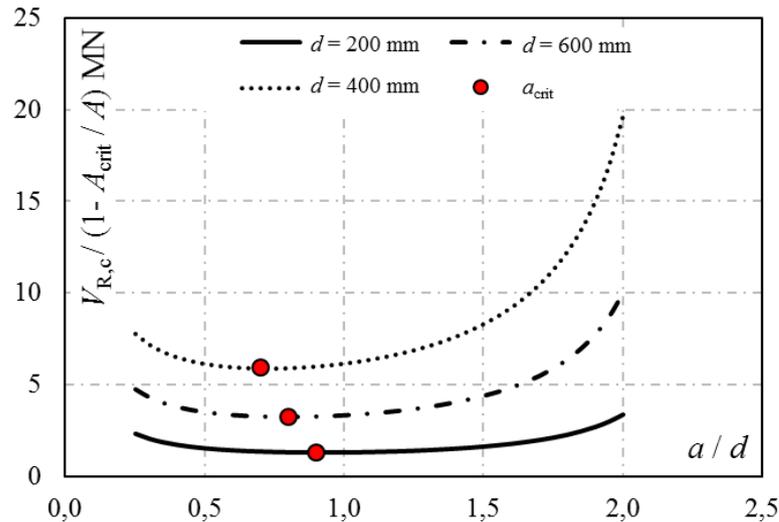


Figura 2.10 - Variação do  $a_{crit}$  segundo o Eurocode 2 em função da espessura da sapata

$$c = 300 \text{ mm}, \rho = 1\%, f_c = 25 \text{ MPa e } b = c + 4d$$

### 2.3. MÉTODOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Nesta seção serão apresentados alguns métodos teóricos disponíveis na literatura para estimativa da resistência à punção, desenvolvidos tendo como base evidências experimentais disponíveis na época. Com base nisso, são apresentados os métodos com o objetivo de explicar a punção propriamente dita. Dentre os modelos apresentados, um dos mais relevantes é o modelo mecânico proposto por KINNUNEM e NYLANDER (1960), o qual serviu de base e influenciou diversos outros modelos. Além dele, neste item apresenta-se o modelo de MENETREY (1990), e em seguida os modelos empíricos apresentados pelas normas de projeto ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004) e (2010), CSA A23.3 (2004) e NBR 6118 (2014).

#### 2.3.1. Modelo Mecânico de KINNUNEM e NYLANDER (1960)

Kinnunen e Nylander propuseram um modelo mecânico, a fim de explicar o fenômeno da punção e prever a carga de ruptura. Este modelo foi baseado no ensaio de 61 lajes carregadas nas bordas e apoiadas no centro por pilares de seção transversal circular. Com base nos resultados, os autores observaram que a parte da laje externa até a superfície de ruptura apresentava rotações de corpo rígido, assim, idealizaram um modelo que satisfaz o equilíbrio das forças agindo em um segmento de laje externa à fissura de cisalhamento. Nesse modelo,

os segmentos de laje são tratados como corpos rígidos, supostamente apoiados em uma casca cônica imaginária confinada entre o pilar e a fissura de cisalhamento.

O modelo considera a laje dividida por fissuras radiais em segmentos radiais rígidos, delimitados pela fissura de cisalhamento e pela extremidade da laje, ver Figura 2.11a. Sob carregamento, cada segmento rígido gira ao redor de um centro de rotação (CR) localizada no início da fissura de cisalhamento, enquanto que a parte acima do pilar, limitada pela fissura de cisalhamento permanece indeformada, e é suportada pelas forças resultantes apresentadas na Figura 2.11b. As forças internas apresentadas na Figura 2.11c são função da rotação ( $\psi$ ) e das propriedades mecânicas do aço e do concreto. O critério de ruptura assumido ocorre quando um ponto na superfície inferior da laje, verticalmente localizado abaixo da extremidade da fissura de cisalhamento, atinge uma deformação radial crítica ( $\varepsilon_{cto}$ ) ao mesmo tempo em que as deformações tangenciais no concreto e na casca cônica imaginária atingem valores de ruptura característicos para o concreto. Devido à rotação ( $\psi$ ), surgem deformações na armadura de flexão e no concreto na direção tangencial, que podem ser determinadas por:

$$\psi = \varepsilon_{cto} \cdot \left[ 1 + \frac{c}{2 \cdot x} \right] \quad \text{Equação 2.1}$$

onde:

$c$  é o diâmetro do pilar;

$x$  é a distância medida da face inferior até a raiz da fissura de cisalhamento;

$\psi$  é a rotação de um segmento de laje;

A tensão de escoamento nas armaduras de flexão  $f_{ys,f}$  é atingida pelas barras localizadas dentro de um raio:

$$r_{ys} = \psi \cdot (d - x) \cdot \frac{E_{s,f}}{f_{ys,f}} \quad \text{Equação 2.2}$$

Fora destes limites o estado de tensão nas armaduras de flexão é admitido como elástico. Se a taxa de armadura de flexão tracionada  $\rho$  for baixa, é possível que  $r_{ys}$  seja maior que  $L/2$ , e nesse caso, todas as barras de flexão da laje atingem o escoamento e a carga de ruptura é

igual à de flexão da laje. Ao contrário, se a taxa de armadura de flexão tracionada  $\rho$  for elevada,  $r_{ys}$  será menor que  $L/2$  e o estado de tensão nas armaduras axissimétricas, como no caso de lajes armadas apenas com barras em anéis ou com barras em anéis e radiais. No entanto, na prática são utilizadas armaduras ortogonais. Kinnunen propôs alterações em seu modelo para tratar o caso de armaduras ortogonais e também para levar em consideração o efeito pino.

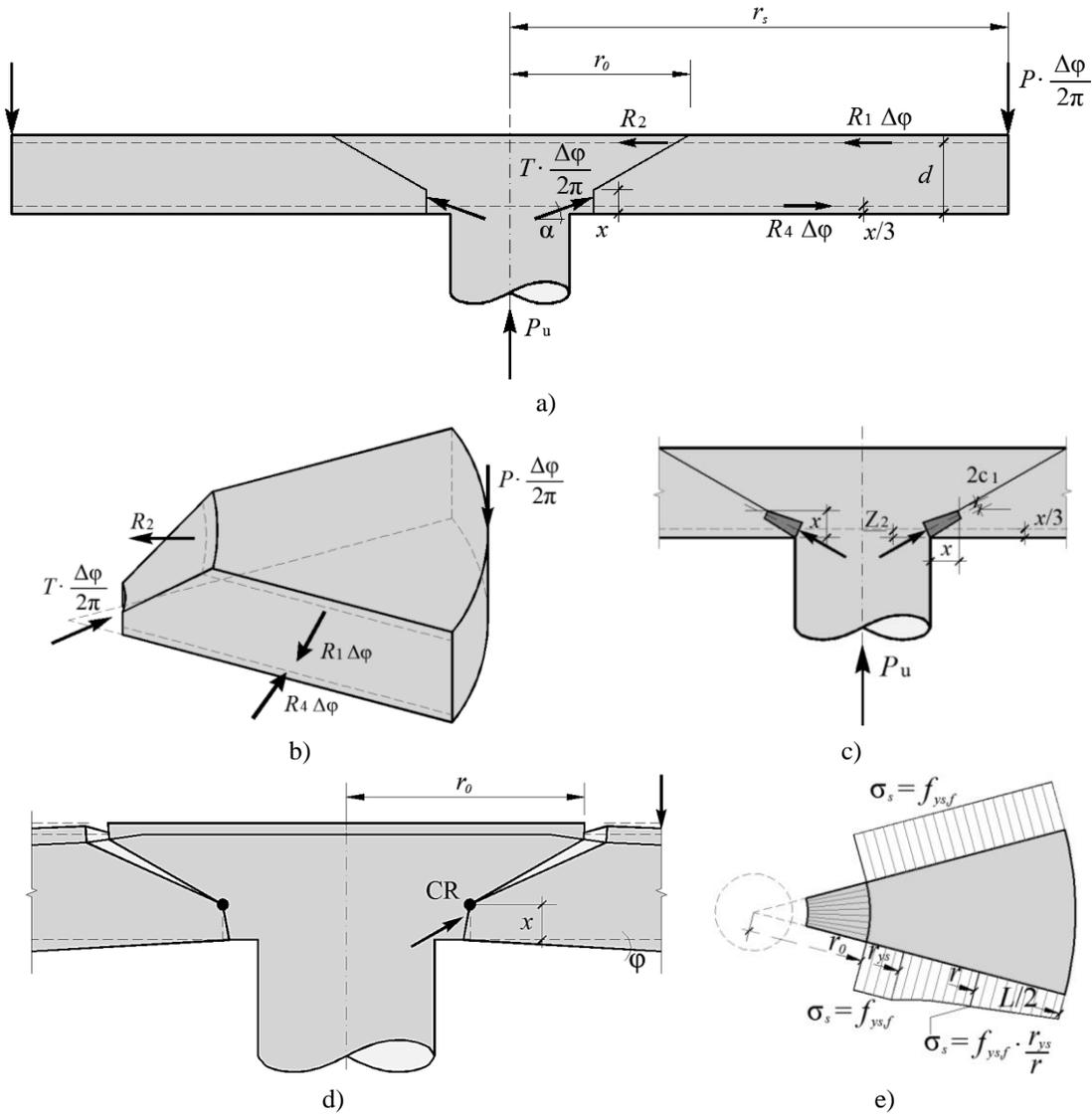


Figura 2.11 – Modelo mecânico de (KINNUNEM e NYLANDER, 1960) *apud* (FERREIRA, 2010).

### 2.3.2. Modelo Mecânico de MENÉTREY (1996)

A proposta de MENÉTREY (1996) se desenvolveu a partir de resultados obtidos por simulações numéricas. A transferência da carga a partir do ponto de aplicação até os apoios foi idealizada através do método de Bielas e Tirantes, conforme apresentado na Figura 2.12. Pode-se observar que o tirante do concreto atravessa a fissura de cisalhamento.

A ideia deste modelo é que ao ocorrer a ruptura do tirante de concreto, a ruptura à punção também ocorrerá, ou seja, a resistência do tirante é equivalente à resistência à punção.

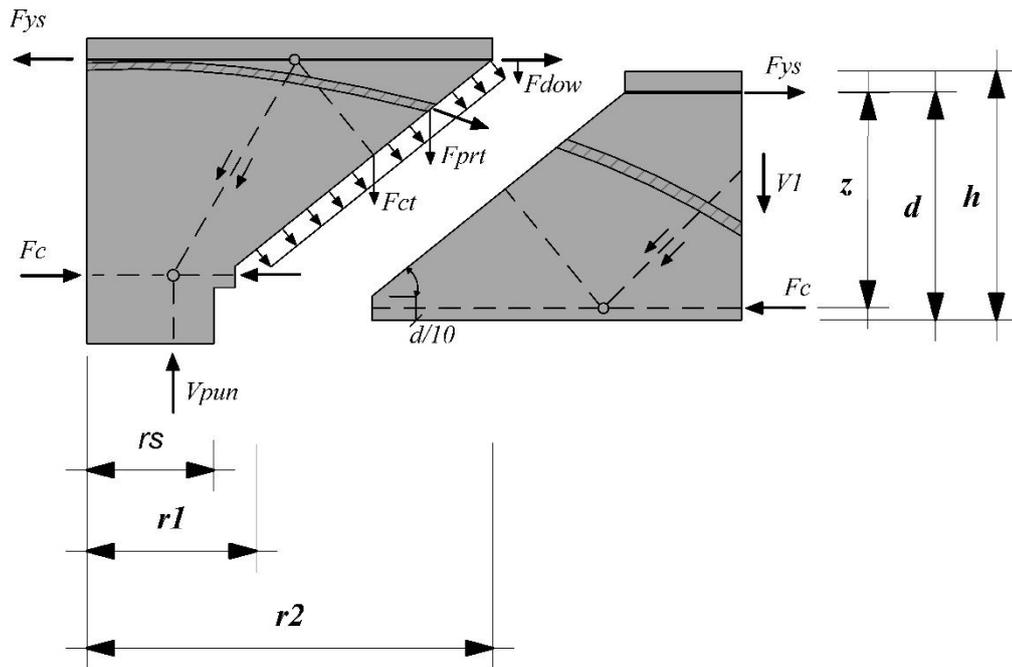


Figura 2.12 – Componentes da resistência à punção (adaptado de MENÉTREY, 1996).

A carga última à punção é expressa pela Equação 2.3:

$$V_{pun} = F_c + F_{dow} + F_{sti} + F_{prt} \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:

$V_{pun}$  é a carga última à punção;

$F_c$  é a força da resistência do concreto;

$F_{dow}$  é a força do efeito pino;

$F_{sti}$  é a componente vertical da força devido as armaduras específicas de cisalhamento;

$F_{prt}$  é a contribuição vertical das forças das armaduras protendidas.

A força de tração do concreto é determinada através da integração das tensões verticais de tração, que se encontram junto à fissura de cisalhamento. É assumida que a fissura de cisalhamento tem a forma de um tronco de cone, composto por dois raios  $r_1$  e  $r_2$ , conforme ilustrado na Figura 2.12. A distância do  $(r_1 - r_s)$  é assumido para corresponder a 1/10 da altura útil da laje, sendo determinado pela Equação 2.4. Já o raio  $r_2$  estende-se até a interseção da fissura de cisalhamento e às armaduras de flexão, e é definido pela Equação 2.5. A superfície entre  $r_1$  e  $r_2$  é determinada por  $\pi(r_1 + r_2)s$ , no qual  $s$  é o comprimento inclinado, e pode ser estabelecido através da Equação 2.6.

$$r_1 = r_s + \frac{1}{10} \cdot \frac{d}{\tan \alpha} \quad \text{Equação 2.4}$$

$$r_2 = r_s + \frac{d}{\tan \alpha} \quad \text{Equação 2.5}$$

$$s = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (0,9d)^2} \quad \text{Equação 2.6}$$

Sendo:

$r_s$  o raio do pilar;

$\alpha$  a inclinação da fissura de cisalhamento;

$d$  a altura útil da laje;

$s$  o comprimento da inclinação.

A expressão para obter a força do concreto é dada pela Equação 2.7:

$$F_c = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot s \cdot \sigma_v = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot s \cdot f_{ct}^{2/3} \cdot \xi \cdot \eta \cdot \mu \quad \text{Equação 2.7}$$

No qual:

$\xi$  é a taxa de armadura de flexão;

$\eta$  é o raio do início da fissura de cisalhamento;

$\mu$  é o efeito escala (*size effect*);

$f_{ct}^{2/3}$  é a resistência à tração do concreto.

A influência da taxa de armadura de flexão é calculada através da Equação 2.8.

$$\xi = \begin{cases} -0,1\rho^2 + 0,46\rho + 0,35, & 0 < \rho < 2\% \\ 0,87, & \rho \geq 2\% \end{cases} \quad \text{Equação 2.8}$$

A influência do início do raio da fissura de cisalhamento é necessária quando existe armaduras de cisalhamento. E é expressa pela Equação 2.9.

$$\eta = \begin{cases} 0,1 \cdot \left(\frac{r_s}{h}\right)^2 - 0,5 \cdot \frac{r_s}{h} + 1,25, & 0 < \frac{r_s}{h} < 2,5 \\ 0,625, & \frac{r_s}{h} > 2,5 \end{cases} \quad \text{Equação 2.9}$$

Onde:

$r_s$  é o raio do pilar;

$h$  é a altura da laje.

A influência do efeito de escala é determinada pela Equação 2.10.

$$\mu = 1,6 \cdot \left(1 + \frac{d}{d_a}\right)^{-1/2} < 1,2 \quad \text{Equação 2.10}$$

No qual:

$d$  é a altura útil da laje;

$d_a$  é a dimensão máxima do agregado.

O efeito pino é obtido através da abordagem proposta pelo CEB-FIP Model Code 90 (1993), através da Equação 2.11.

$$F_{pino} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{barras} \phi_s^2 \cdot \sqrt{f_c \cdot f_{ys} \cdot (1 - \zeta^2)} \cdot \sin \alpha \quad \text{Equação 2.11}$$

Sendo:

$\phi$  o Diâmetro da armadura longitudinal;

$f_c$  é a resistência do concreto à compressão;

$f_{ys}$  é a tensão de escoamento do aço;

$(1 - \zeta^2)$  é a interação parabólica entre a força axial e o efeito pino, dada por:  $\zeta = \frac{\sigma_s}{f_{ys}}$  ;  
 $\sigma_s$  as tensões axiais de tração nas armaduras de flexão, expressa pela Equação 2.12.

$$\sigma_s = \frac{V_{pun} / \tan \alpha}{\sum_{barras} A_s} \quad \text{Equação 2.12}$$

Segundo Menétrey, o fator 1/2 melhora os resultados, dando maior aproximação do efeito pino. Isto se deve ao fato das armaduras de flexão não atravessarem a fissura num ângulo reto.

### 2.3.3. Recomendações da norma ACI 318 (2014)

Segundo o ACI 318 (2014), a verificação da resistência à punção deve ser feita através da verificação de tensões de cisalhamento em um perímetro de controle afastado  $d/2$  das faces do pilar ou das extremidades da área carregada, conforme mostrado na Figura 2.13. A resistência à punção em elementos sem armadura de cisalhamento é expressa pela Equação 2.13 a 2.16, sendo adotado o menor valor entre elas.



Figura 2.13 - Modelo para verificação da resistência à punção do (ACI 318, 2014).

$$V_{R,c} = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.13}$$

$$V_{R,c} = \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.14}$$

$$V_{R,c} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.15}$$

Onde:

$\beta_c$  é a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;

$\alpha_s$  é uma constante que assume valor igual a 40 para o caso de pilares internos, 30 para pilares na borda da sapata e 20 para pilares no canto da sapata.

$f'c'$  é a resistência à compressão do concreto, e é limitada em no máximo 69 MPa;

$u_1$  é o comprimento de um perímetro de controle afastado à  $d/2$  da face do pilar;

$d$  é a altura útil da laje;

#### 2.3.4. Recomendações da norma CSA A23.3 (2004)

A norma Canadense assemelhasse a norma Americana ACI 318 (2014), esta norma especifica o perímetro crítico a uma distância  $d/2$  similar ao ACI 318 (2014), ver Figura 2.13. A resistência à punção para uma sapata de concreto armado sem armadura de cisalhamento é expressa pela Equação 2.16 a 2.19, sendo adotado o menor valor entre elas.

$$V_{R,c} = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot 0,19 \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u \cdot d \quad \text{Equação 2.16}$$

$$V_{R,c} = \left(0,19 + \frac{\alpha_s \cdot d}{u}\right) \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u \cdot d \quad \text{Equação 2.17}$$

$$V_{R,c} = 0,38 \cdot \sqrt{f'c'} \cdot u \cdot d \quad \text{Equação 2.18}$$

Sendo:

$\beta_c$  a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;

$\alpha_s$  uma constante que assume valor igual a 4 para o caso de pilares internos, 3 para pilares na borda da sapata e 2 para pilares no canto da sapata.

$f'c'$  a resistência à compressão do concreto, expressa em MPa.

$u$  o comprimento de um perímetro de controle afastado à  $d/2$  da face do pilar;

$d$  a altura útil da laje;

Uma diferença notável entre a norma CSA 23.3 (2004) e ACI 318, é que a norma Canadense considera um fator de redução para lajes com profundidade efetiva maior que 300 milímetros. O fator de redução é dada na Equação 2.19 e deve ser multiplicado por  $V_{cd}$ .

$$\xi = \frac{1300}{(1000 + d)} \leq 1,0 \quad \text{Equação 2.19}$$

O *size effect* não necessita ser aplicado para sapatas em que a distância a partir do ponto de aplicação da carga, ou parede até a face do pilar seja inferior a  $3d$ . Ou seja, quando a relação  $a > 3d$ , a norma recomenda que a Equação 2.19 seja inclusa nas Equação 2.16 a 2.19.

### 2.3.5. Recomendações da norma EUROCODE 2 (2004)

O EUROCODE 2 (2004) define que a tensão cisalhante em sapatas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento e com carga concêntrica deve ser calculada segundo a Equação 2.20, sendo o perímetro de controle determinado conforme ilustrado na Figura 2.14.

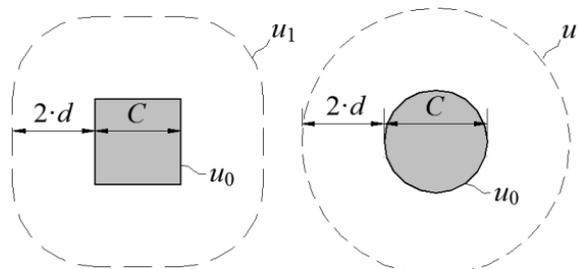


Figura 2.14 – Perímetro de controle para o (EUROCODE 2, 2004)

$$v_u = \frac{V_{red}}{u_1 \cdot d} \quad \text{Equação 2.20}$$

Onde:

$V_{red}$  é a força cortante reduzida para considerar a interação solo-estrutura;

$u_1$  é o comprimento do perímetro de controle afastado  $2d$  das faces do pilar;

$d$  é a altura útil da sapata.

No caso da punção em sapatas, esta norma permite que a reação do solo contida dentro da região do perímetro de controle seja considerada para a redução da força cortante na sapata. A força cortante reduzida  $V_{red}$  pode ser calculada através da Equação 2.21. Já a resistência à punção de sapatas pode ser calculada pela Equação 2.22.

$$V_{red} = V \cdot (1 - A_{crit} / A) \quad \text{Equação 2.21}$$

$$v_c = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot \frac{2d}{a_{crit}} \geq v_{min} \cdot \frac{2d}{a_{crit}} \quad \text{Equação 2.21}$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_c^{1/2} \quad \text{Equação 2.23}$$

Quando a relação  $a_{crit} > 2d$ , a norma recomenda a utilização da Equação 2.24.

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{min} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.24}$$

Quando a relação  $a_{crit} \leq 2d$ , a Equação 2.25 é a recomendada.

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot \frac{2d}{a} \cdot u_i \cdot d \geq v_{min} \cdot \frac{2d}{a} \cdot u_i \cdot d \quad \text{Equação 2.205}$$

Onde:

$A_{crit}$  é área dentro do perímetro de controle, medido à uma distância  $a_{crit}$  da face do pilar;

$A$  é a área de contato com o solo da sapata;

$C_{Rd,c}$  é uma constante determinada pelo anexo nacional de cada país, recomendada pelo Eurocode como sendo de 0,18;

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$$

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 2,0$  é a taxa de armadura de flexão tracionada da sapata, onde  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Nos cálculos, devem ser consideradas as barras dentro de uma região afastada  $3d$  das faces do pilar;

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto, que segundo o EUROCODE 2 [2], deve ser menor que 90 MPa, porém respeitando-se os limites estabelecidos pelos anexos de cada país;  $a_{crit}$  é a distância da face do pilar até o perímetro de controle considerado, determinado através de um processo iterativo, conforme ilustrado na Figura 2.15.

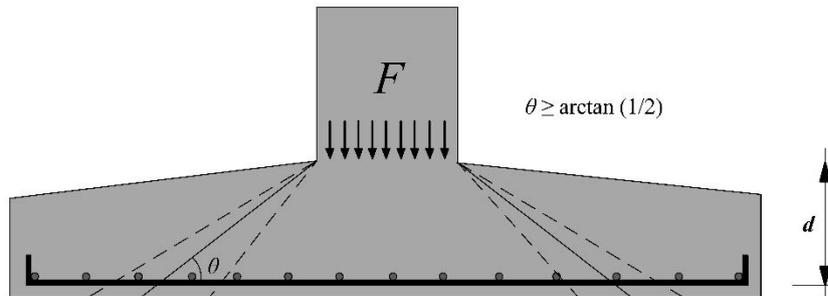


Figura 2.15 – Modelo para verificação da punção em Sapata (Eurocode 2, 2004)

Esta norma ainda recomenda a verificação da resistência da biela comprimida próxima das extremidades do pilar, obtido pela Equação 2.6. Sendo  $u_0$  o perímetro do pilar.

$$V_{R,max} = 0,30 \cdot f'_c \cdot \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.26}$$

### 2.3.6. Recomendações da norma Eurocode 2 (2010)

Uma modificação ocorreu da norma EUROCODE 2 (2004) para a EUROCODE 2 (2010) que foi o ( $V_{R,max}$ ) que verifica a resistência da biela próxima das extremidades do pilar, a modificação é observada na Equação 2.27.

$$V_{R,max} = 0,24 \cdot f'_c \cdot \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.27}$$

### 2.3.7. Recomendações da norma ABNT NBR 6118 (2014)

O modelo empírico para verificação da resistência ao cisalhamento adotado pela norma brasileira é semelhante ao EUROCODE 2 (2010) para lajes, porém quando se trata de sapata a NBR não leva em consideração a relação  $a/d$ . A resistência à punção da sapata também

deve ser avaliada nos perímetros de controle:  $u_0$ , para a verificação da resistência à compressão da biela próxima ao pilar, expressa pela Equação 2.28;  $u_1$ , para a verificação da resistência à tração diagonal. As diferenças são pequenas e serão apresentadas, por exemplo, o *size effect*, calculado pela mesma expressão da norma anterior se difere apenas em não limitar o valor até 2,0. A taxa de armadura a flexão também não é limitada, podendo assumir valor superior 2%.

No caso da Equação 2.28, a norma brasileira permite que o  $V_{max}$  seja ampliado de 20% no caso de pilares internos quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e não existem aberturas próximas ao pilar. Estas são regras para uso na verificação de ligações laje-pilar, mas que foram assumidas como sendo válidas para as sapatas neste trabalho uma vez que elas foram submetidas a carregamento concêntrico.

$$V_{R,max} = 0,27 \cdot f'_c \cdot \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d$$

Equação  
2.218

### **3. BANCO DE DADOS**

A punção em sapatas tem sido estudada por muitos anos. Ao longo desse tempo diversas propostas de sistemas de ensaio foram se desenvolvendo com o objetivo de simular a reação distribuída do solo sob a sapata. Neste capítulo serão apresentados aspectos gerais das pesquisas experimentais realizadas em sapatas de concreto armado, os quais foram classificados como uma função do sistema de ensaio utilizado. Será descrita, ainda, a metodologia utilizada para a coleta e montagem do banco de dados, estabelecendo-se critérios para as análises apresentadas no capítulo 4.

#### **3.1. PESQUISAS EXPERIMENTAIS EM SAPATAS**

##### **3.1.1. Sistema com molas**

Os primeiros ensaios para análise de punção foram realizados por TALBOT (1913), na Universidade de Illinois. Foram ensaiadas 69 sapatas quadradas, todas com dimensão de 1.524 mm de lados e altura útil variando de 127 a 254 mm, todos os pilares eram quadrados medindo 305 mm, e a taxa de armadura de flexão variou de 0,13 a 1,23%. Todas as sapatas foram apoiadas sob molas helicoidais cilíndricas de aço, que tinham a função de representar a reação distribuída do solo. A carga era aplicada através de um pórtico metálico no pilar da sapata, conforme ilustrado na Figura 3.1 e 3.2. As variáveis estudadas por Talbot foram a distribuição e taxa de armaduras de flexão, o tipo de ancoragem das mesmas, e a variação da resistência a compressão. Algumas distribuições da armadura de flexão possuíam a forma de x, em cruz, com distribuições somente na extremidade, distribuição convencional, entre outras, conforme ilustrado na Figura 3.3. A resistência a compressão variou de 6 a 20 MPa, com diâmetro do agregado máximo ( $d_g$ ) de 25,4 mm. Diante disso, conclui-se que tanto a ancoragem quanto a distribuição da armadura de flexão influenciam na resistência à punção. Segundo RICKER (2009) as primeiras recomendações do ACI, dada em 1925, foram baseadas nos resultados experimentais apresentados por Talbot.

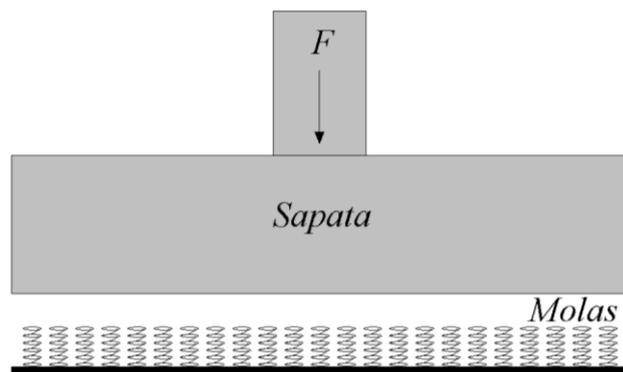


Figura 3.1 – Representação da ação do solo através de molas (TALBOT, 1913).

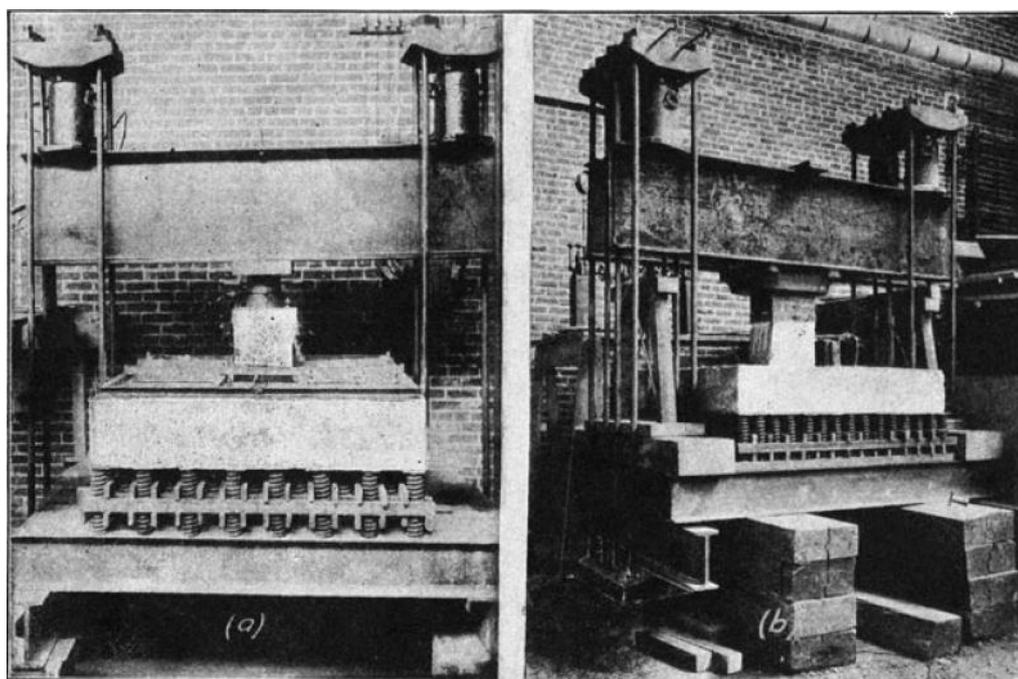
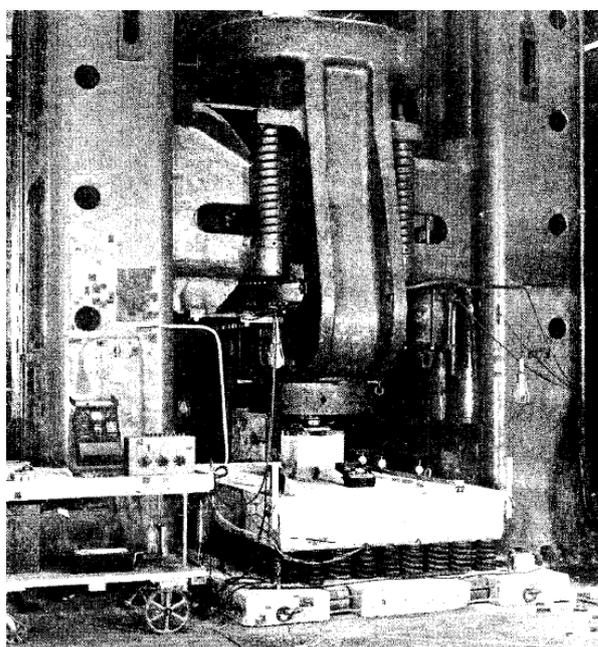


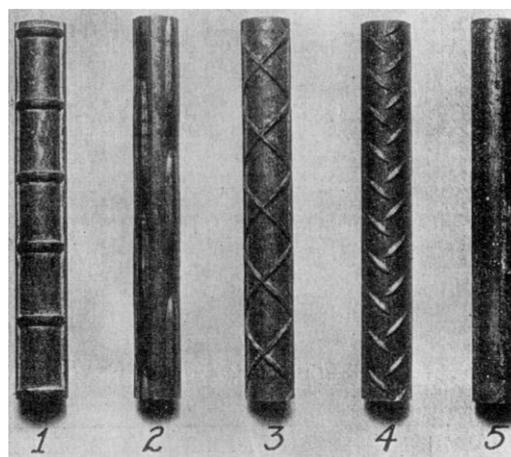
Figura 3.2 – Sistema de ensaio de Talbot (TALBOT, 1913).

Richart, também na Universidade de Illinois, deu continuidade ao estudo de Talbot e ensaiou a partir de 1948 uma série de 140 sapatas com geometrias retangulares e quadradas. As dimensões das sapatas quadradas eram de 2134 mm de lado e altura útil que variou de 203 a 406 mm, todos os pilares eram quadrados variando entre 305 e 356 mm. A resistência a compressão variou de 13,5 a 34,8 MPa, com um diâmetro de agregado máximo ( $d_g$ ) de 25,4 mm. A taxa de armadura de flexão variou de 0,20 a 1,23%, além disso, o tipo de barra também foi variado, ao todo foram cinco, conforme Figura 3.3. No caso das sapatas retangulares a dimensão variou entre 1829 x 2743 mm e 1524 x 3048 mm, com altura útil de 254 a 406 mm, pilares quadrados com seção transversal de 356 x 356 mm, e taxa de armadura de 0,13 a 0,53%. A resistência a compressão variou entre 23,1 a 26,3 MPa, e o

diâmetro de agregado máximo ( $d_g$ ) utilizado foi de 25,4 mm. Todas as sapatas romperam por tração diagonal, a partir disso constatou-se que as tensões de cisalhamento são maiores para sapatas com altura útil menor; que barras lisas, por terem aderência menor ao concreto, contribuem menos que as demais; que a ancoragem em forma de gancho ou barras retas não reduz de forma significativa as tensões cisalhantes; e que a porcentagem de 14% de ganho em resistência está ligada, também, a variação da altura útil e da resistência a compressão. Por fim, não foi notado impacto significativo na resistência à punção quanto a geometria da sapata, sendo ela retangular ou quadrada.



a) Sistema de ensaio



b) Barras utilizadas

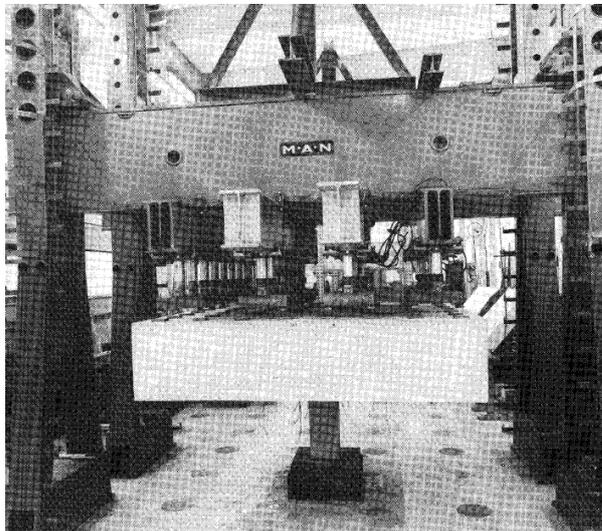
Figura 3.3 – a) Sistema de ensaio e b) barras utilizadas nas sapatas (RICHART, 1948).

### 3.1.2. Sistema com cargas distribuídas

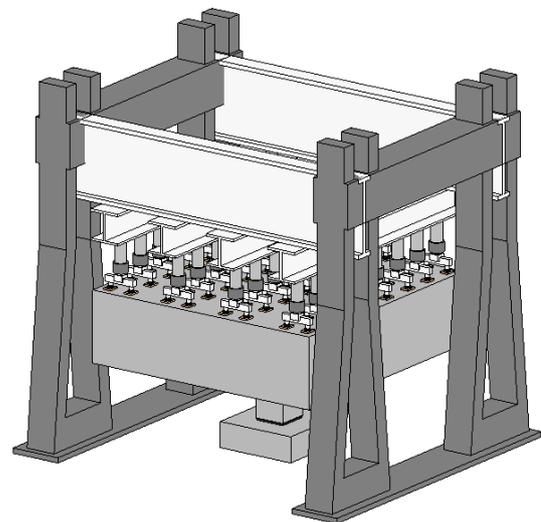
Em 1967, no Instituto Otto Graf em Stuttgart, Diertele iniciou um estudo sobre a resistência à punção de sapatas de concreto armado, no qual até 1981 foram testadas 25 sapatas, sendo que 4 eram sapatas pré-moldadas, denominadas de série “F”, conforme se encontra no anexo deste trabalho. Foram ensaiadas sapatas com seção quadrada possuindo lados de 1.500 a 3.000 mm, e sapatas com seção retangular possuindo lados de 1.500 x 1.800 mm. A altura útil mínima foi de 290 mm e a máxima de 760 mm. Todos os pilares eram quadrados, variando entre 150 a 450 mm. A resistência a compressão variou de 20,1 a 30,6 MPa, com um diâmetro de agregado máximo ( $d_g$ ) variando entre 30,0 e 32,0 mm. E, a taxa de armadura

de flexão variou de 0,14 a 0,87%. Seu sistema de ensaio buscou reproduzir a ação distribuída do solo através de um complexo conjunto composto por 32 cilindros hidráulicos, acionados de forma sincronizada, que serviu como referência para pesquisas posteriores, conforme ilustrado na Figura 3.4e Figura 3.5.

Os parâmetros avaliados por Diertele foram, a taxa e distribuição de armaduras de flexão; o uso de armaduras de cisalhamento; a verificação do comportamento de sapatas com momento desbalanceado; e o uso de sapatas pré-moldadas. Constatou-se que o cuidado deve ser maior em sapatas pré-moldadas, pois as transferências de tensões do pilar para a sapata tendem a ser mais preocupantes.



a) Foto do sistema de ensaio



a) Vista 3D

Figura 3.4 - Sistema de ensaio de Diertele (DIERTELE e ROSTASY, 1981).

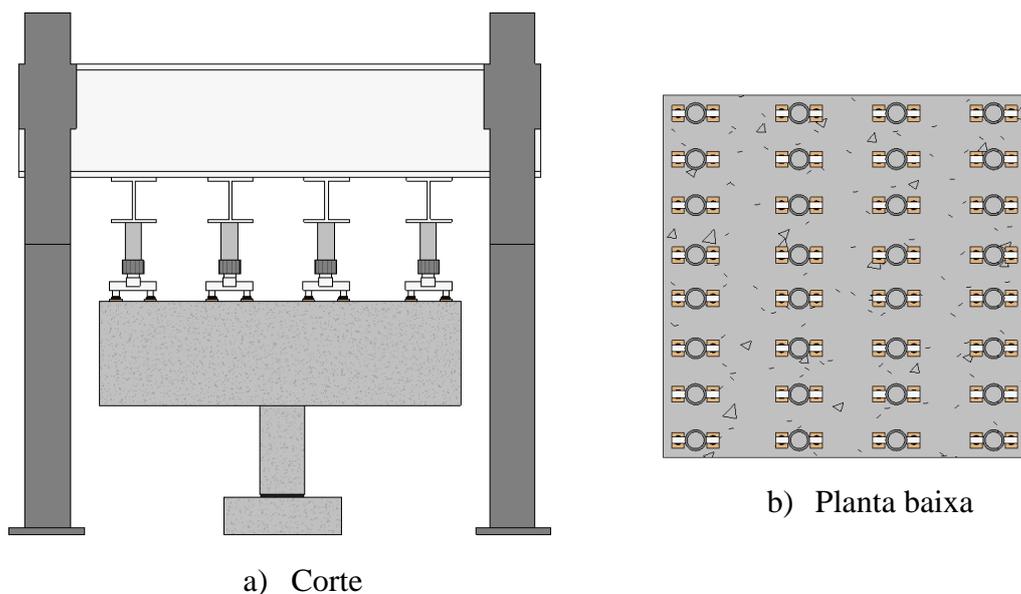


Figura 3.5 - Sistema de ensaio usado por Diertele (DIERTELE e ROSTASY, 1981).

HALLGREN *et al.* (1998) fizeram ensaios de 14 sapatas, sendo 12 quadradas com lados de 850 mm e 2 circulares com diâmetro de 960 mm. A altura útil variou entre 232 a 250 mm, e todos os pilares possuíam diâmetro de 250 mm. Em 3 dessas sapatas, foram utilizadas armaduras de cisalhamento. A resistência a compressão foi variada de 14,2 a 39,3 MPa, o diâmetro máximo do agregado ( $d_g$ ) era de 8,0 mm para todas as amostras, e a taxa de armadura de flexão variou de 0,25 a 0,66%.

As principais variáveis estudadas foram: a taxa de armadura à flexão, a resistência à compressão do concreto, o tipo de ancoragem da armadura de flexão e o tipo de armadura de cisalhamento. Constando também, a influência do tipo de carga, ou seja, cargas concentradas e cargas uniformizadas. As sapatas, com exceção de duas, foram carregadas com cargas concentradas. As duas sapatas restantes, foram carregadas com cargas distribuídas uniformemente. A Figura 3.6 mostra o sistema de ensaio das duas sapatas, testadas com cargas de superfície uniforme. A carga foi aplicada por 25 pequenos atuadores hidráulicos que distribuíam a pressão do óleo de forma igual, a aplicação da mesma era feita por meio de uma chapa metálica com dimensões de 70 x 70 mm de base.

Os autores concluíram que a resistência à compressão aumentou de forma significativa a resistência à punção, sendo esta a variável que apresentou maior influência, havendo um acréscimo dobrado de resistência ao cisalhamento da sapata com o  $f'_c$  de 14,2 MPa para a sapata de 39,3 MPa, e que para sapatas parece que esse parâmetro tem maior influência do

que para lajes lisas. Outra verificação foi quanto à taxa de armadura de flexão, segundo os autores o aumento da capacidade de carga da menor taxa para a de maior foi modesto, e quanto à ancoragem as curvas mantiveram cargas mais elevadas após a carga de pico, diferente das ancoradas retamente, o que mostra que a ancoragem curva da armadura de flexão aumenta a ductilidade das sapatas. Ainda, segundo os autores, foi observado que o ângulo da fissura de cisalhamento foi de  $50^\circ$  e  $60^\circ$ , o que é bem mais acentuado do que se encontra em ensaios com laje lisa.

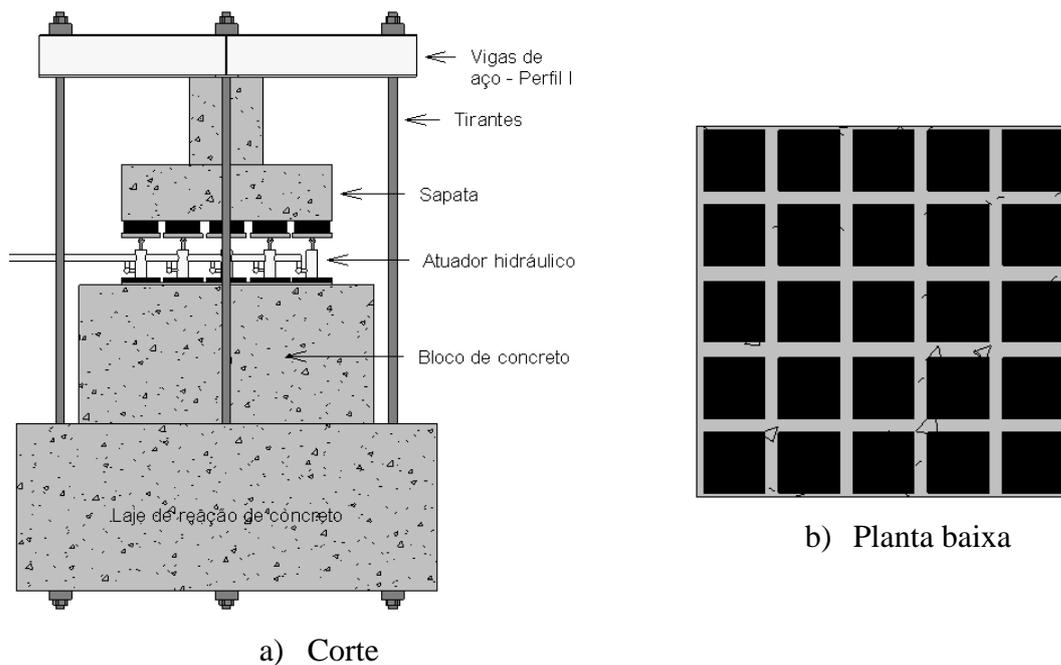


Figura 3.6 - Sistema de ensaio usado por Hallgren *et al.* para cargas distribuídas (HALLGREN *et al.*, 1998).

HEGGER *et al.* (2009) ensaiaram um total de 17 sapatas de concreto armado, sendo que 5 foram realizados em ensaio caixa de areia, que será discutido mais à frente. A geometria das sapatas era quadrada e sua seção variava de 1.200 mm a 1.800 mm de lados, a altura útil variou de 295 a 470 mm, e os pilares eram quadrados medindo 200 mm de face. Os parâmetros investigados foram: a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) que variou de 1,27 a 2,03; a resistência à compressão do concreto que variou de 20,0 a 36,4 MPa, com um diâmetro de agregado máximo de ( $d_g$ ) 16 mm; e finalmente a contribuição da armadura de cisalhamento, que foram ao todo 4 sapatas reforçadas. Foram utilizados dois sistemas de ensaio, sendo um na caixa de areia descrito melhor na seção 3.1.4 e ilustrado na Figura 3.16, onde foram ensaiadas cinco sapatas, e outro onde as sapatas foram apoiadas de

cabeça para baixo em um segmento de pilar e as cargas foram aplicadas por cilindros hidráulicos em 16 pontos, através de chapas metálicas nas dimensões de 30 x 30 mm, conforme ilustrado na Figura 3.7. Os autores concluíram que para sapatas sem armadura de cisalhamento a inclinação da fissura de cisalhamento parece ser influenciada principalmente pela relação  $a/d$ , e não pela resistência do concreto. E foi observado que para sapatas com a relação  $a/d = 1,25$  as inclinações observadas foram de aproximadamente  $45^\circ$ , e menos de  $35^\circ$  para relação  $a/d = 2,0$ . Além disso, segundo os autores, com o aumento da relação  $a/d$  a resistência ao cisalhamento diminui, demonstrando que a resistência à punção é fortemente influenciada por este parâmetro. Quanto ao uso da armadura de cisalhamento, conclui-se que aumenta de forma significativa a capacidade de resistência à punção, mas que tende a ser menos eficaz com a diminuição do  $a/d$ .

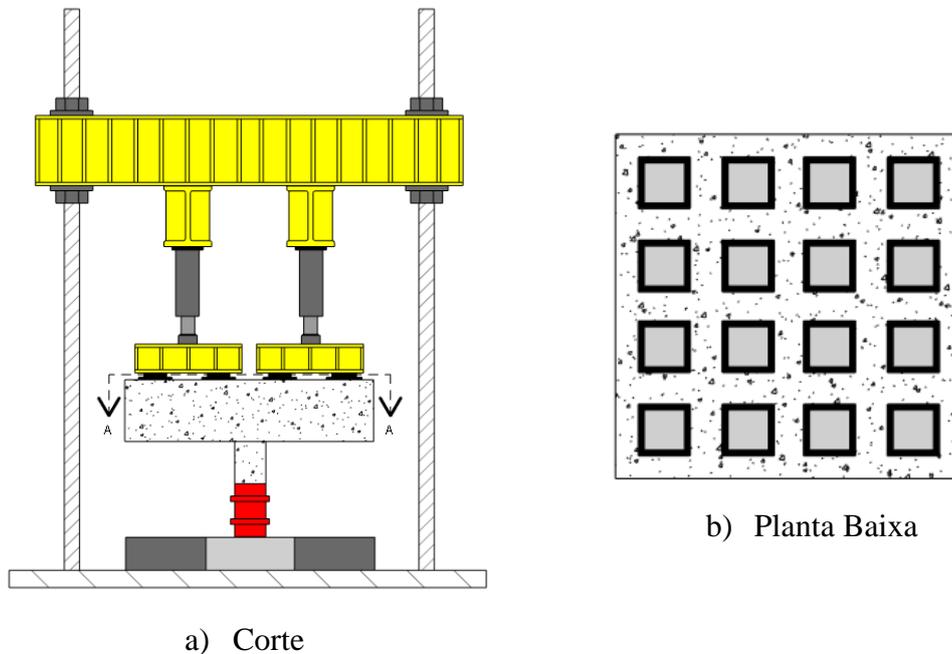


Figura 3.7 – Sistema de ensaio de Hegger *et al.* (HEGGER *et al.*, 2009).

SIBURG e HEGGER (2014) analisaram 13 sapatas simulando a pressão do solo através de cargas uniformes, a série incluía sapatas quadradas com e sem armadura de cisalhamento, nas dimensões de 1.200 a 2.700 mm de lado e altura útil variando entre 400 a 590 mm, os pilares eram quadrados e variavam entre duas seções, 200 e 300 mm de base. Os autores seguiram a mesma linha de HEGGER *et al.* (2009), utilizando o mesmo sistema de ensaio, porém, com uma pequena modificação na quantidade e distribuição das chapas metálicas que aplicam a carga sob a sapata. Foram, ao todo, utilizados 25 pontos de aplicação de carga

para sapatas com dimensões maiores que 1.800 mm, e 16 pontos para as sapatas menores. A carga foi aplicada de forma sincronizada por cilindros hidráulicos e mantida com a mesma intensidade em cada ponto, independente do deslocamento, conforme mostrado na Figura 3.8. E os parâmetros investigados foram os mesmos, a relação  $a/d$  variando de 1,25 a 2,07; a resistência à compressão do concreto variou de 18,4 a 53,3 MPa, com um diâmetro de agregado máximo de ( $d_g$ ) 16 mm; e finalmente a contribuição da armadura de cisalhamento, que foram ao todo 5 sapatas reforçadas. As conclusões dos autores confirmaram o que se havia sido constatado no trabalho de HEGGER *et al.* (2009), ou seja, que em sapatas sem armadura de cisalhamento a inclinação da fissura de cisalhamento está diretamente ligada à relação  $a/d$ , e que o aumento desta relação diminui a resistência ao cisalhamento, e quanto a resistência à compressão e a taxa de armadura de flexão, a consideração da raiz cúbica descreve bem o ganho de resistência à punção. Ainda, segundo os autores, o uso da armadura de cisalhamento aumenta de forma significativa a capacidade de resistência à punção.

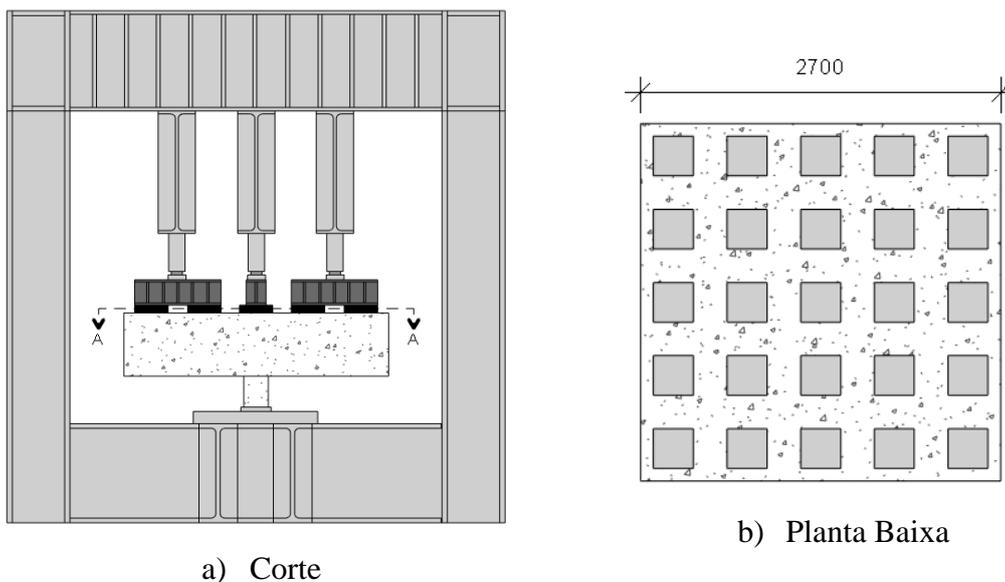


Figura 3.8 – Sistema de ensaio de Siburg (SIBURG, 2014).

### 3.1.3. Sistema com cargas concentradas

HALLGREN *et. al* (1998) foram os primeiros a testar sapatas submetidas à punção com o mesmo sistema de ensaio utilizado em lajes lisas, sendo que das 14 sapatas testadas pelos autores, 12 ensaios foram feitos com o sistema mostrado na Figura 3.9. Nestes ensaios, as sapatas foram testadas de cabeça para baixo. As cargas concentradas consistiam de forças de reação geradas por 12 tirantes colocados ao longo das extremidades das sapatas. Nas suas

extremidades inferiores, os tirantes foram fixados em uma laje de reação de concreto. A carga foi aplicada por um atuador hidráulico colocado entre a laje de reação e o pilar da sapata. As sapatas possuíam dimensão de 850 x 850 mm para as quadradas, que totalizavam 12, e as circulares tinham diâmetro de 960 mm, a altura útil variou entre 232 a 250 mm, e os pilares eram circulares com diâmetro de 250 mm, conforme ilustrado na Figura 2.2 e 2.3, respectivamente.

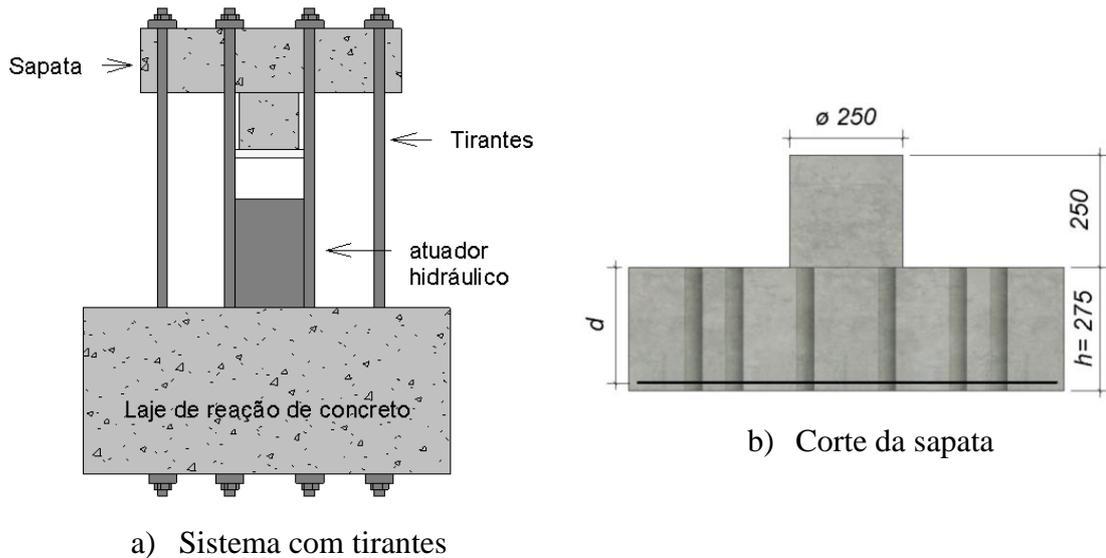


Figura 3.9 - Sistema de ensaio de Hallgren *et al.* para cargas concentradas (HALLGREN *et al.*, 1998).

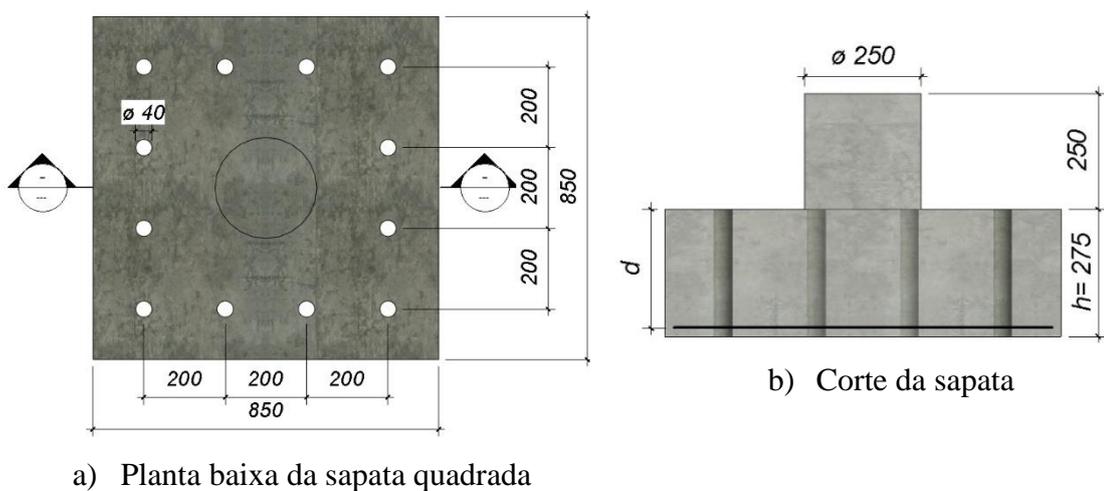


Figura 3.10 – Esquematização da sapata quadrada (HALLGREN *et al.*, 1998).

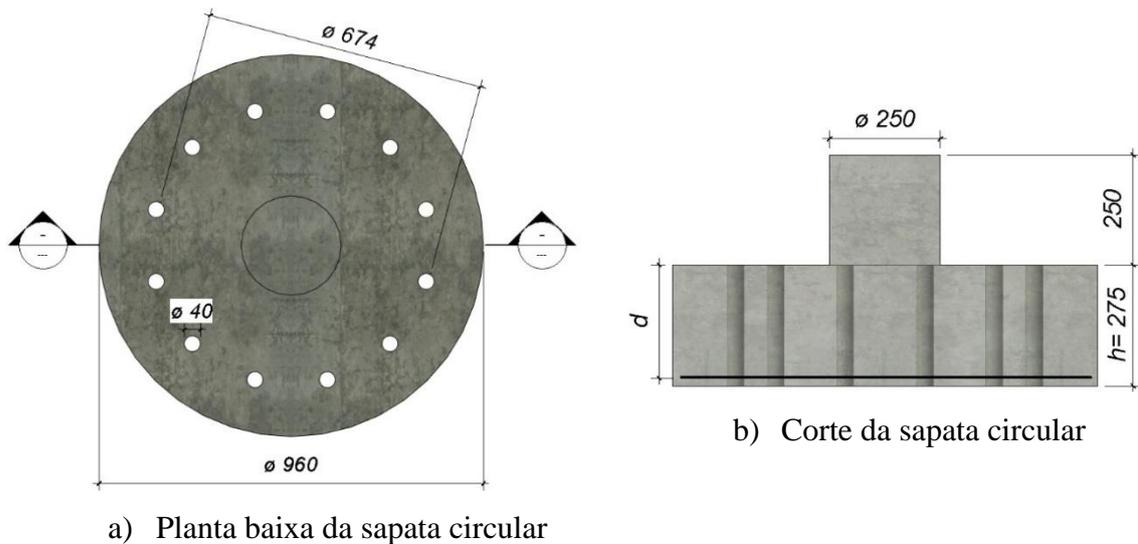


Figura 3.11 - Esquemática da sapata circular (HALLGREN *et al.*, 1998).

TIMM (2003) analisou 10 sapatas, sendo 7 com armadura de cisalhamento e o restante sem armadura de cisalhamento. Seu sistema de ensaio foi realizado aplicando cargas concentradas. A sapata era colocada de cabeça para baixo, e a carga era aplicada através de um atuador hidráulico sobre o topo do pilar, perfis de aço do tipo I foram colocados sob um elastômero, que se localizou sob a base da sapata, distribuído em 8 pontos que aplicavam cargas pontuais à medida que a carga do atuador hidráulico era aplicada, conforme apresentado na Figura 3.12 e 3.13.

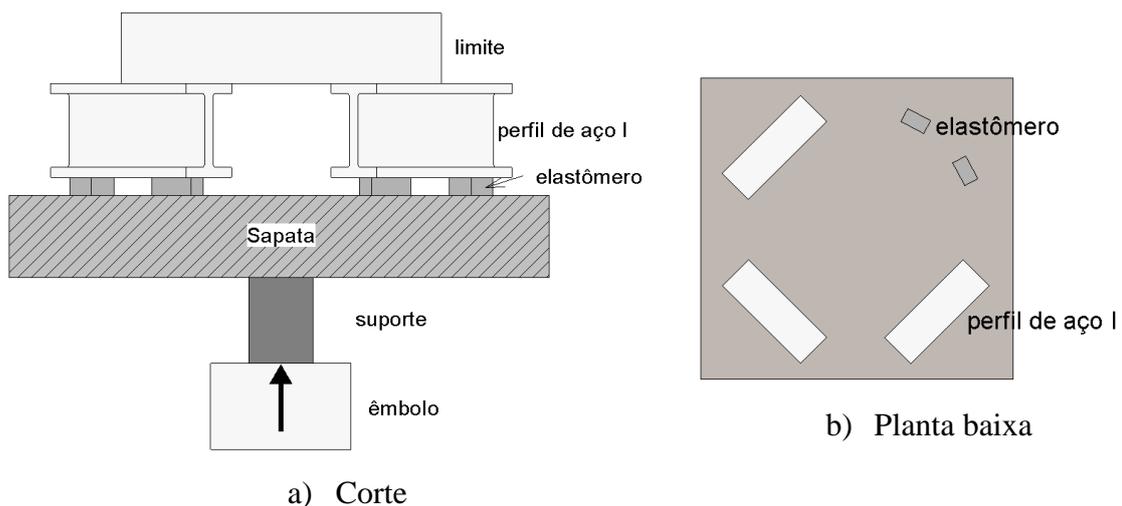


Figura 3.12 - Sistema de ensaio de Timm (TIMM, 2003).

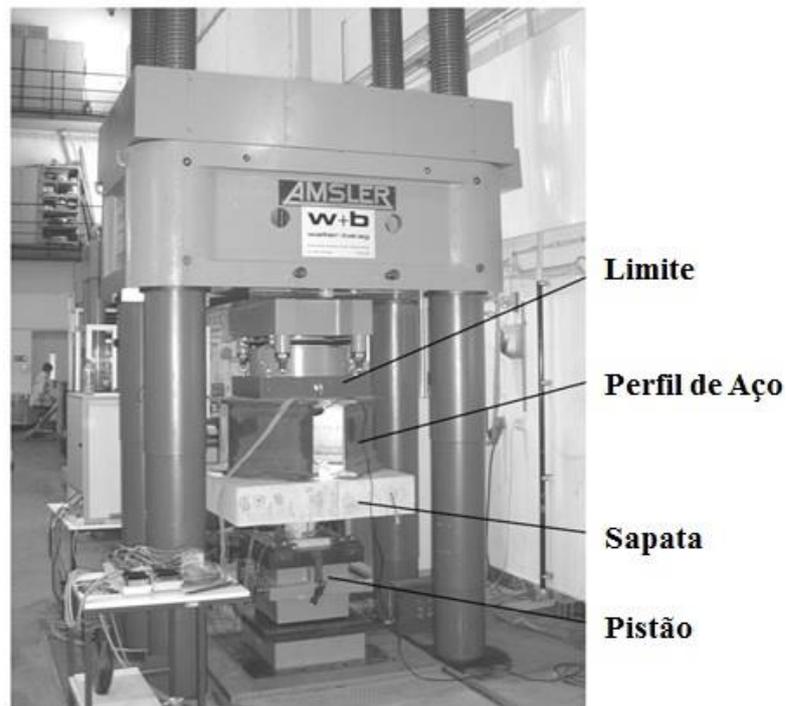


Figura 3.13 - Sistema de ensaio de Timm (TIMM, 2003).

URBAN *et al.* (2013) usaram um sistema semelhante para ensaiar 9 sapatas, conforme o apresentado na Figura 3.15. As sapatas possuíam a forma octogonal, todas medindo 1.200 mm e pilar circular de 200 mm de diâmetro. As colunas foram feitas de concreto de alta resistência, com cerca de 90 MPa. A altura da sapata variou de 150 mm a 300 mm, e a resistência do concreto de 27 a 32,5 MPa. Também houve variação na taxa de armadura da primeira série de 0,12 a 0,32 %, e na segunda permaneceu constante, cerca de 0,40 %.

Na primeira série, sob as sapatas foram colocadas 8 chapas de aço de 100 x 150 mm apertadas por um parafuso cada (ver Figura 3.15a). A carga foi aplicada na parte inferior da coluna através de um cilindro hidráulico, conforme mostrado na Figura 3.14. Na segunda série, a carga sobre os modelos foi aplicada por meio de uma série de quatro cilindros hidráulicos para dar pressão máxima de 2000 KN, conforme ilustrado na Figura 3.15b.

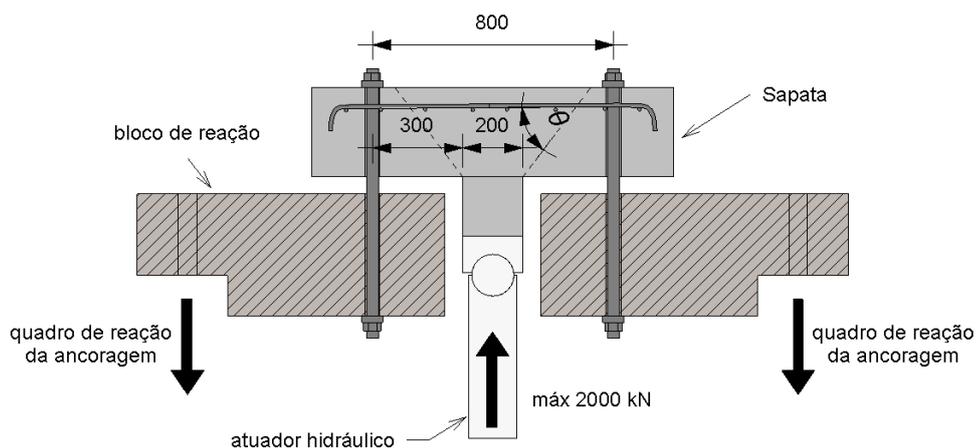


Figura 3.14 – Sistema de ensaio de Urban et al. (URBAN et. al, 2013).



a) 1º serie de ensaio



b) 2º serie de ensaio

Figura 3.15 – Tipo de travamento das sapatas (URBAN et. al, 2013)

### 3.1.4. Sistema com Caixa de Areia

HEGGER *et al.* (2006) estudaram a resistência à punção de sapatas de concreto armado com um sistema inovador de ensaio. Buscou-se reproduzir de forma real a distribuição das pressões do solo na base das sapatas, avaliando a influência deste parâmetro na resistência à punção, para isso os autores utilizaram um sistema com uma caixa de areia com grau de compactação controlado. Foram analisadas 5 sapatas, tendo-se como variáveis principais a altura útil, a taxa de armadura de flexão, a relação  $a/d$  que variou de 1,45 a 2,5, e o uso de pinos de aço como armadura de cisalhamento em um dos ensaios. Todas as sapatas possuíam geometria quadrada de 900 mm, com uma altura útil que variava entre 150 e 250 mm, e os pilares quadrados com seção variando entre 150 e 175 mm. A taxa de armadura de flexão

figurava entre 0,62 a 1,03, e a resistência a compressão entre 17,6 a 30,7 MPa, com diâmetro do agregado máximo de 16 mm.

A Figura 3.16 e Figura 3.17 mostra o sistema de ensaio que foi feito em uma caixa de areia a fim de simular o comportamento real de uma sapata em solos de areia. Para isso, a consistência da areia também foi variada como um parâmetro de teste, podendo ser fofa ou compactada. A dimensão da caixa de areia era de 3.250 x 3.250 x 3.200 mm e a profundidade do leito de areia por baixo das sapatas variaram entre 2.200 a 2.500 mm. A carga foi aplicada por um atuador hidráulico, capacidade máxima de 2000 kN, colocado entre uma estrutura de aço e o topo do pilar. Além disso, 17 manômetros foram usados para medir a distribuição da pressão do solo no primeiro ensaio, 20 para o segundo, e 21 no restante dos ensaios. Os autores concluíram que o ângulo do cone foi de aproximadamente 45° para todas as amostras. Ademais, a consistência da areia não influencia na distribuição da pressão do solo, e a consideração da pressão do solo de forma uniformemente distribuída segundo as recomendações normativas garante um projeto seguro.



Figura 3.16 - Sistema de ensaio de Hegger *et al.* (HEGGER *et al.*, 2006).

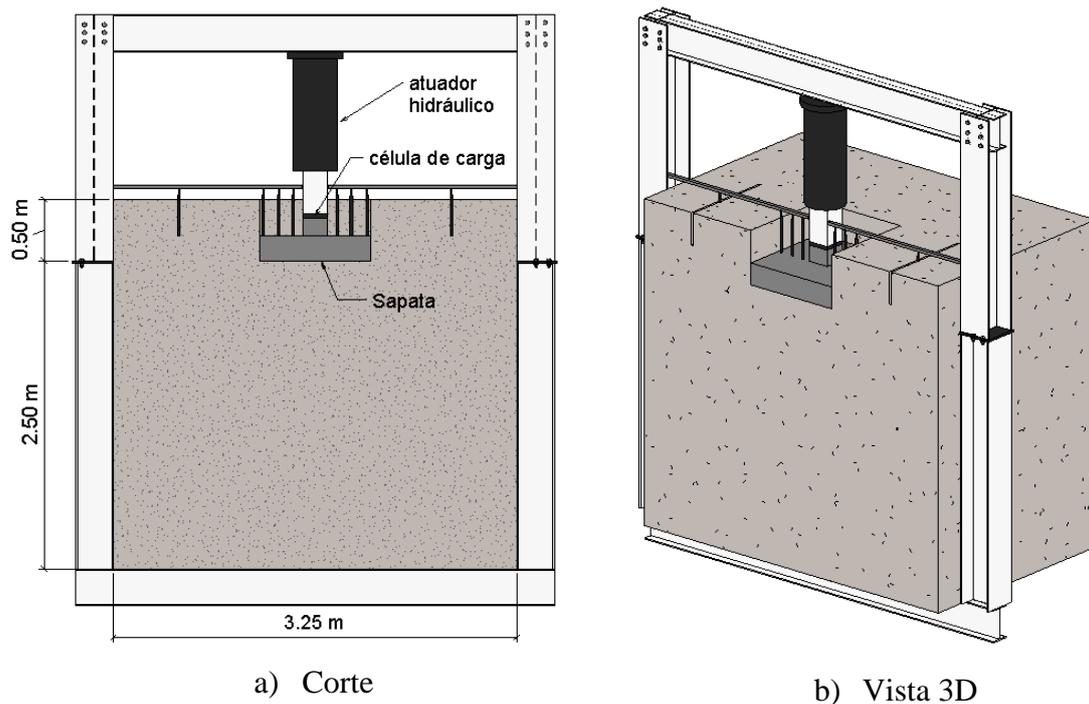


Figura 3.17 - Sistema de ensaio na areia (a) Corte e (b) Vista 3D (HEGGER *et al.*, 2006).

HEGGER *et al.* (2009) ensaiaram um total de 5 sapatas de concreto armado na caixa de areia, com geometria quadrada que variavam de 1.200 mm a 1.400 mm de lados, e com pilares quadrados com seção de 200 mm. Os parâmetros investigados foram: a relação entre o vão de cisalhamento pela altura útil ( $a/d$ ), a resistência do concreto à compressão, a contribuição da armadura de cisalhamento e a comparação de ensaios em caixa de areia com os de carga distribuída. O parâmetro  $a/d$  variou entre 1,25 e 2,0, enquanto que a resistência do concreto variou entre 19 e 38,1 MPa. Os autores concluíram que sapatas apoiadas na areia mostraram uma resistência à punção maior do que aquelas submetidas a carregamento uniforme, tornando as considerações de pressão uniformemente carregada das recomendações normativas seguras.

BONIC *et al.* (2012) ensaiaram 6 sapatas quadradas com dimensões de 85 x 85 mm, com altura útil variando de 100 a 175 mm, e com pilares quadrados medindo 175 mm. Foi utilizada uma taxa de armadura de flexão de 0,40 % para todas as sapatas, e a resistência à compressão variou de 8 a 30,70 MPa, com diâmetro do agregado máximo de 16 mm. O objetivo era verificar qual o ângulo de inclinação gerado pelas tensões de cisalhamento, qual a influência da distribuição de pressão do solo na resistência à punção. Para isso, foi escavado um buraco nas dimensões 4.000 x 5.000 mm na base, e 3.000 mm de profundidade,

o material escavado foi substituído por areia misturada com cascalho de rio. No sistema de ensaio a sapata é colocada na superfície do solo e uma carga é aplicada por um atuador hidráulico, posicionado entre a viga de aço e o topo da coluna da sapata, conforme ilustrado na Figura 3.18 e 3.19. Segundo BONIC *et al.* (2012) a angulação do tronco do cone pode ser adotada como 45°, e a consideração da distribuição do solo de forma uniforme por normas de projeto não prejudica a segurança. Além disto, ensaios realizados em solos tendem a apresentar uma resistência à punção maior do que aqueles realizados em cargas distribuídas uniformemente.

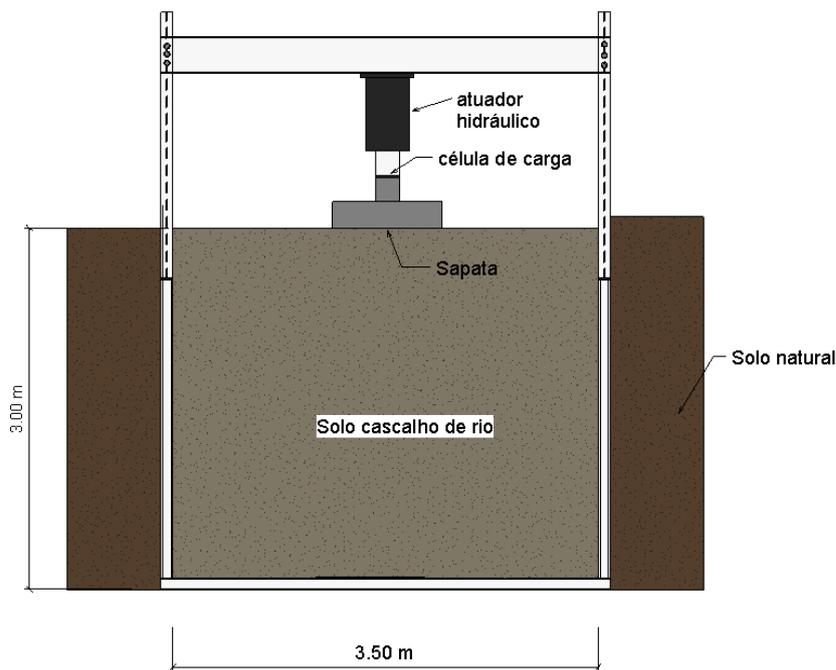


Figura 3.18 - Sistema de ensaio em cascalho de rio (BONIC *et al.*, 2012).



Figura 3.19 - Sistema de ensaio de Bonic et al (BONIC *et al.*, 2012).

## 3.2. BANCO DE DADOS RESUMIDO

### 3.2.1. Metodologia de Coleta dos Elementos do Banco de dados

Na literatura foram encontradas 335 amostras em sapatas de concreto armado. Os resultados foram coletados e filtrados tendo como referência a resistência do concreto, a geometria e espessura da sapata, e a utilização de qualquer tipo de armadura de cisalhamento. A Tabela 3.1 resume os critérios considerados para selecionar as amostras para esta base de dados.

A EUROCODE 2 (2010) no item 9.2.1.1 estima que a taxa mínima de armadura a flexão de um elemento estrutural deve ser 0,13% e 0,15%; já a NBR 6118 (2014), decidiu adotar uma taxa de 0,12%. Atualmente para projetos de engenharia o  $f_c$  mínimo tem sido adotado como 20 MPa, fato que é recomendado pela NBR 6118 (2014). Adotou-se 15 MPa, pois um número considerável de espécimes encontra-se numa faixa abaixo de 20 Mpa m m. Em Sapatas é incomum uma altura útil inferior a 100 mm, por esse motivo sapatas modeladas com altura útil inferior a 100 mm foram descartadas. Outro fator que serviu para filtrar as sapatas foi a forma que possuíam, sapatas retangulares foram descartadas, em razão de que, a relação  $a/d$  seria diferente. Ademais, sapatas que possuem armadura de cisalhamento foram retiradas, em virtude de que, esse trabalho se destina somente a sapatas sem armadura de cisalhamento. Em termos do esquema de carga, as sapatas analisadas foram em sua totalidade submetidas a carregamento simétrico, sem a atuação de momentos fletores.

Tabela 3.1 - Resumo do processo de filtragem dos resultados experimentais encontrados para formar o banco de dados

| Autores                            | Total testes | Critério de filtro |                  |              |                 |                | Total usado |
|------------------------------------|--------------|--------------------|------------------|--------------|-----------------|----------------|-------------|
|                                    |              | $f_c < 15$ MPa     | Forma retangular | $d < 100$ mm | Armad. cisalha. | Alta dispersão |             |
| 1. Talbolt (1913)                  | 69           | 50                 | ---              | ---          | ---             | ---            | 19          |
| 2. Richart (1948)                  | 140          | 3                  | 12               | ---          | ---             | ---            | 125         |
| 3. Rivkin (1967)                   | 9            | ---                | ---              | 9            | ---             | ---            | 0           |
| 4. Kordina e Nölting (1981)        | 11           | ---                | 11               | ---          | ---             | ---            | 0           |
| 5. Dieterle e Rostásy (1981, 1987) | 25           | ---                | 3                | ---          | 4               | ---            | 18          |
| 6. Hallgren <i>et al.</i> (1998)   | 14           | 1                  | ---              | ---          | 3               | ---            | 10          |
| 7. Timm (2003)                     | 10           | ---                | ---              | ---          | 7               | ---            | 3           |
| 8. Sundquist e Kinnunen (2004a)    | 8            | ---                | ---              | ---          | ---             | ---            | 8           |
| 9. Hegger <i>et al.</i> (2006)     | 5            | ---                | ---              | ---          | 1               | ---            | 4           |
| 10. Hegger <i>et al.</i> (2009)    | 17           | ---                | ---              | ---          | 4               | ---            | 13          |
| 11. Bonic <i>et al.</i> (2012)     | 6            | 4                  | ---              | ---          | ---             | 2              | 0           |
| 12. Urban <i>et al.</i> (2013)     | 9            | ---                | ---              | ---          | ---             | ---            | 9           |
| 13. Siburg (2014)                  | 12           | ---                | ---              | ---          | 5               | ---            | 7           |
| <b>Total de testes encontrados</b> | <b>335</b>   |                    |                  |              |                 |                |             |
| <b>Total de testes filtrados</b>   | <b>119</b>   |                    |                  |              |                 |                |             |
| <b>Total de testes usados</b>      | <b>216</b>   |                    |                  |              |                 |                |             |

Após coleta e filtragem dos dados, restaram apenas 216 amostras, que serviram para análise das normas quanto à sua confiabilidade. As faixas dos resultados de cada autor e o resumo do banco de dados estão na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Características das sapatas do banco de dados de forma resumida

| Autor                           | Nº de sapata | Forma de ensaio | b (mm)           | d (mm) | $\rho$ (%) | C (mm) | Seção | $f_c$ (MPa) | Vu (kN) |
|---------------------------------|--------------|-----------------|------------------|--------|------------|--------|-------|-------------|---------|
| Talbott (1913)                  | 19           | Molas           | 1524             | 178    | 0,33       | 305    | S     | 15,0        | 549     |
|                                 |              |                 |                  | -      | -          |        |       | -           | -       |
|                                 |              |                 |                  | 254    | 0,62       |        |       | 20,2        | 1483    |
| Richart (1948)                  | 125          | Molas           | 2134             | 203    | 0,20       | 305    | S     | 15,0        | 1326    |
|                                 |              |                 |                  | -      | -          |        |       | -           | -       |
|                                 |              |                 |                  | 356    | 1,23       |        |       | 356         | 34,8    |
| Dieterle e Rostásy (1981, 1987) | 18           | Distrib.        | 1500             | 290    | 0,14       | 150    | S     | 20,1        | 859     |
|                                 |              |                 |                  | -      | -          |        |       | -           | -       |
|                                 |              |                 |                  | 760    | 0,86       |        |       | 450         | 30,6    |
| Hallgren <i>et al.</i> (1998)   | 10           | Con/distrib.    | 850<br>-<br>Ø960 | 232    | 0,25       | 250    | C     | 19,5        | 622     |
|                                 |              |                 |                  | -      | -          |        |       | -           | -       |
|                                 |              |                 |                  | 250    | 0,66       |        |       | 40,0        | 1363    |
| Timm (2003)                     | 3            | Con.            | 760<br>-<br>1080 | 172    | 1,18       | 175    | C     | 32,8        | 668     |
|                                 |              |                 |                  | -      | -          |        |       | -           | -       |
|                                 |              |                 |                  | 246    | 1,25       |        |       | 250         | 40,7    |

Tabela 3.3 – Características das sapatas do banco de dados de forma resumida (Continuação)

| Autor                        | Nº de sapata | Forma de ensaio | b (mm) | d (mm) | $\rho$ (%) | C (mm) | Seção | $f_c$ (MPa) | Vu (kN) |
|------------------------------|--------------|-----------------|--------|--------|------------|--------|-------|-------------|---------|
| Sundquist e Kinnunem (2004a) | 8            | Con.            | 1730   | 160    | 0,37       | 500    | C     | 24,6        | 875     |
|                              |              |                 | -      | -      | -          | -      |       | -           |         |
| Hegger <i>et al.</i> (2006)  | 4            | Caixa de areia  | 900    | 150    | 0,62       | 150    | S     | 17,6        | 530     |
|                              |              |                 | -      | -      | -          | -      |       | -           |         |
| Hegger <i>et al.</i> (2009)  | 13           | Areia/distrib.  | 1200   | 250    | 0,85       | 200    | S     | 19,0        | 1203    |
|                              |              |                 | -      | -      | -          |        |       | -           | -       |
| Urban <i>et al.</i> (2013)   | 9            | Con.            | 1200   | 118    | 0,29       | 200    | C     | 26,2        | 270     |
|                              |              |                 | -      | -      | -          |        |       | -           | -       |
| Siburg (2014)                | 7            | Distrib.        | 1200   | 400    | 0,12       | 200    | S     | 19,6        | 1548    |
|                              |              |                 | -      | -      | -          | -      |       | -           |         |
|                              |              |                 | 2700   | 590    | 0,40       | 300    |       | 53,3        | 5392    |

### 3.2.2. Metodologia de Análises dos Resultados do Banco de Dados

Com a finalidade de comparar as estimativas normativas entre si e com os resultados experimentais, a análise será realizada pela dispersão dos resultados e será observada a influência do  $a/d$ ,  $f_c$ ,  $d$  e  $\rho$  na relação  $V_u/V_{teo}$  (corresponde ao quociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e a prevista segundo os modelos teóricos). Na determinação da resistência à punção calculada ( $V_{teo}$ ), nenhum coeficiente de minoração de resistência dos materiais ou de majoração da solicitação foi utilizado. Para a realização da análise comparativa dos critérios de cálculo dos esforços de puncionamento adotados pelas normas e recomendações estudadas, foram utilizadas medidas estatísticas usuais como a média ( $M$ ), a mediana ( $Md$ ), o desvio padrão ( $DP$ ), e o coeficiente de variação ( $CV$ ), bem como o valor máximo de uma amostra ( $Máx$ ) e o valor mínimo ( $Mín$ ). Nesse caso, a média reflete o viés conservativo da equação, dada pela média aritmética das relações  $V_u/V_{teo}$  da amostra. A mediana representa o valor da distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$ , esse valor divide a distribuição em duas partes iguais. O desvio padrão mede a variabilidade dos valores em torno da média. Enquanto que o coeficiente de variação é dito como indicador de precisão dos resultados. Os valores mínimos e máximos medem a amplitude de uma amostra, representando o menor valor ou limite inferior e o maior valor ou limite superior, respectivamente.

Para o estudo da confiabilidade e comparação entre equações normativas de dimensionamento a punção em sapatas de concreto armado, foi incorporado um estudo

realizado por COLLINS (2001) para a “Canadian Standards Association”. Este estudo foi realizado para análise comparativa de critérios normativos de dimensionamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado. Apesar da diferença entre solicitações, resolveu-se adotar este procedimento proposto por Collins, pois, esta metodologia classifica diferentes critérios normativos, considerando a segurança, a precisão e a economia dos resultados. COLLINS (2001) classifica os diferentes procedimentos de dimensionamento em termos de uma escala de demérito, que atribuí uma faixa de penalidade para cada relação  $V_u/V_{teo}$ , conforme mostra a Tabela 3.4. Essa penalidade tem como base a ideia de que uma relação  $V_u/V_{teo}$  menor que 0,5 é muito pior em termos de segurança que uma acima de 2,0. Ao passo que, valores extremamente conservativos, por serem antieconômicos, são penalizados com 2,0, correspondente a uma relação classificada como de baixa segurança. O valor de demérito de cada procedimento é calculado por meio da soma dos produtos do  $V_u/V_{teo}$ , existentes em cada intervalo, pela sua penalidade correspondente. Quanto maior o valor da soma total, pior é considerado o processo normativo.

Tabela 3.4 – Escala de Demérito, segundo o critério de COLLINS (2001)

| $V_u/V_{teo}$ | Classificação            | Penalidade |
|---------------|--------------------------|------------|
| <0,50         | Extremamente Perigoso    | 10         |
| [0,5-0,65[    | Perigoso                 | 5          |
| [0,65-0,85[   | Baixa Segurança          | 2          |
| [0,85-1,30[   | Segurança Apropriada     | 0          |
| [1,30-2,00[   | Conservador              | 1          |
| $\geq 2,00$   | Extremamente Conservador | 2          |

## 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados e a análise do estudo sistemático para avaliação da segurança, da precisão e da economia dos critérios normativos da ACI 318 (2014), CSA A23.03 (2004), NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e (2010), para o dimensionamento à punção em sapatas de concreto armado, que foi realizado com a utilização de resultados de ensaios disponíveis na literatura, confrontando os resultados experimentais com os resultados teóricos. Foram analisadas somente sapatas sem armadura de cisalhamento. Vale salientar que em nenhum ensaio foi observada a ruptura associada à diagonal comprimida do concreto junto à face do pilar carregado. Desta forma, em todos os casos, ocorreu ruína associada à tração diagonal do concreto, em contornos adjacentes ao perímetro do pilar.

### 4.1. ANÁLISE DAS SAPATAS SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

As normas de um modo geral estimam a resistência à punção estabelecendo uma tensão resistente ao cisalhamento atuante em uma área definida pelo produto entre um perímetro de controle  $u_l$  e a altura útil  $d$ . Como foi mostrado anteriormente na seção 2.3, as normas apresentam recomendações diferentes para a região em que deve ser verificada a resistência à punção, o que causa diferenças na geometria e no comprimento do perímetro de controle.

As normas apresentam também diferenças quanto à formulação utilizada para o estabelecimento da tensão resistente ao cisalhamento. O ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2004) considera que a resistência ao cisalhamento é em função apenas da resistência à compressão do concreto. Já normas como a NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e (2010), consideram que a resistência à punção é estimada além da resistência à compressão, por outros fatores, como a taxa de armadura de flexão tracionada, que influencia na rotação, e também o *size effect*.

A Figura 4.1 e Figura 4.2 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais das 216 sapatas selecionadas com as recomendações apresentadas pelo ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2004), respectivamente. Variando-se os parâmetros  $f'_c$  (resistência à compressão do concreto) e o  $u_o/d$ , percebe-se que uma grande quantidade está abaixo da segurança, a tendência entre as normas é a mesma, o que difere é a média.

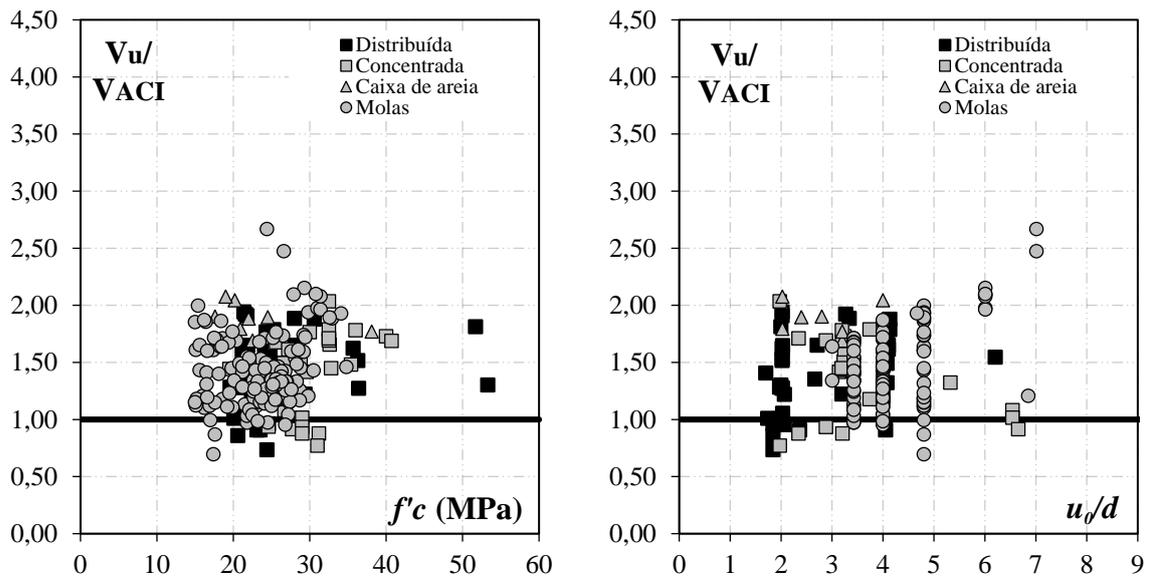


Figura 4.1 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do ACI 318 (2014).

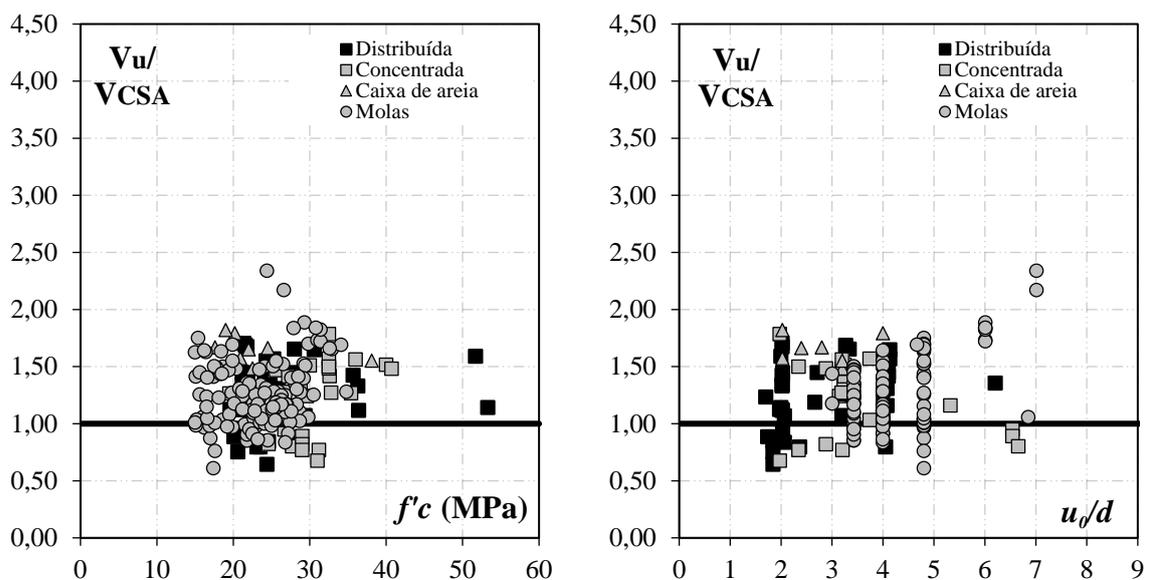


Figura 4.2 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do CSA A23.3 (2004).

Na Figura 4.3 e Figura 4.4 pode-se observar comparações dos resultados experimentais com as recomendações das normas EUROCODE 2 (2010) e NBR 6118 (2014). É possível perceber que a EUROCODE 2 (2010) apresenta uma média menor que a NBR 6118 (2014), porém com mais resultados contra a segurança. A diferença desta norma em relação a NBR 6118 (2014) é simplesmente a não consideração da relação  $a/d$ , e a limitação quanto ao valor do *size effect* ( $\xi \leq 2,0$ ) e da taxa de armadura de flexão ( $\rho \leq 2\%$ ). Além disso, outro fato

observado na EUROCODE 2 (2010) é que a maioria das sapatas que ficaram contra a segurança são do sistema de ensaio que utilizam a carga concentrada, ou seja, tipo laje lisa.

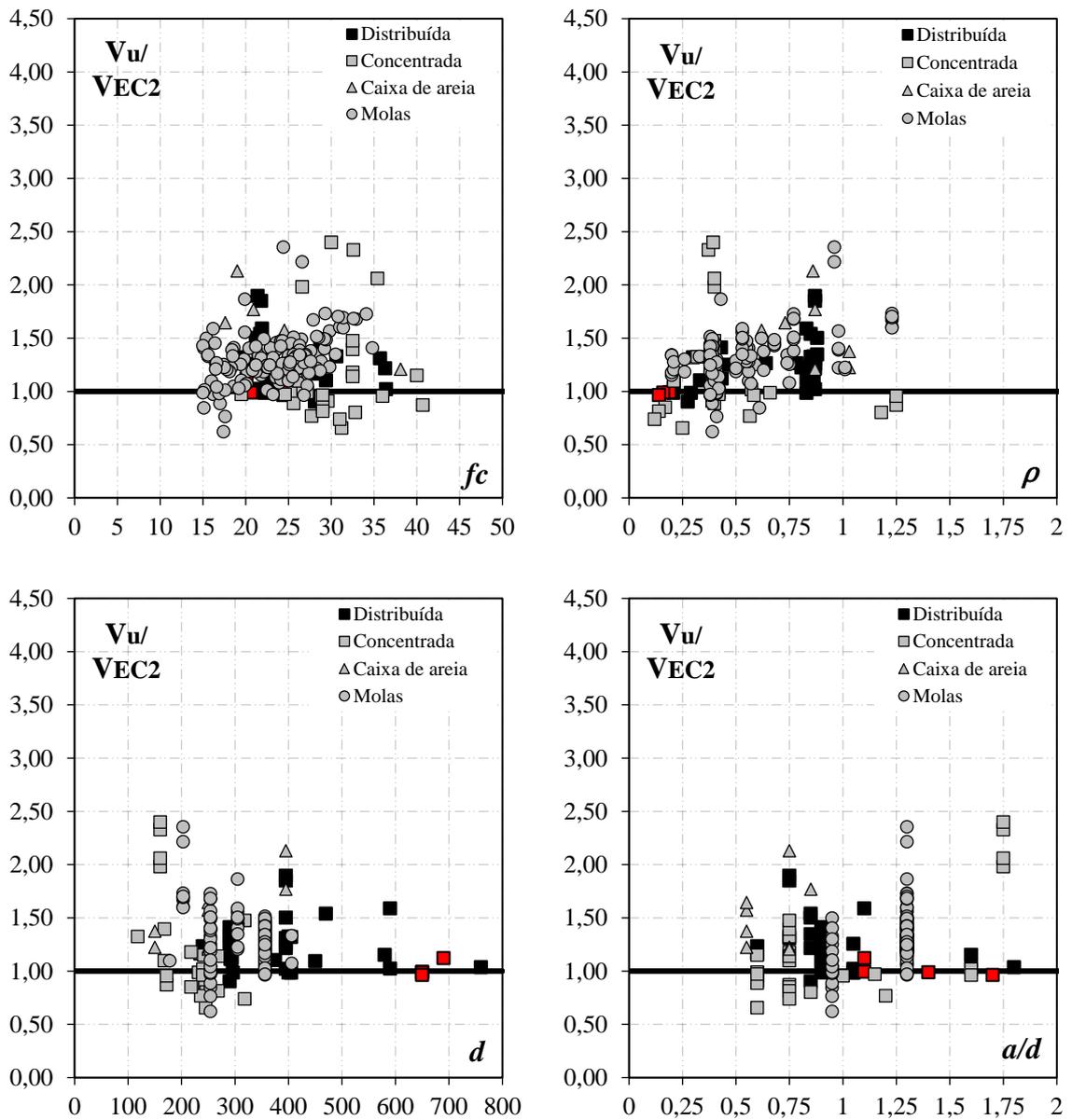


Figura 4.3 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da EUROCODE 2 (2010).

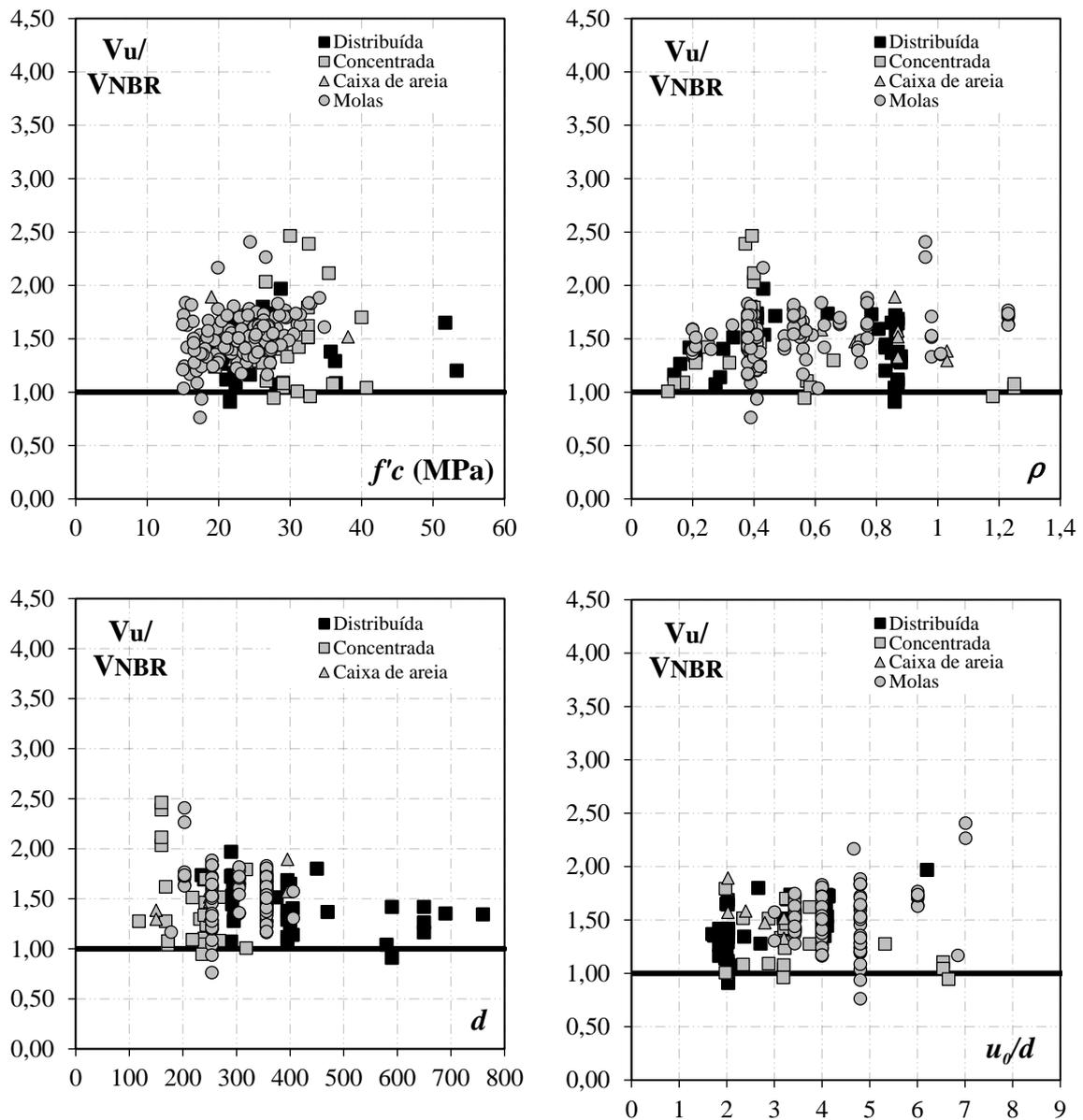


Figura 4.4 – Comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da NBR 6118 (2014).

A Figura 4.5 apresenta a influência do  $a/d$  na norma, e a tendência que os resultados se comportam na Eurocode 2 (2010). A linha em vermelho é para resultados abaixo de 0,85 do  $V_u/V_{teo}$ , que são resultados considerados contra a segurança por COLLINS (2001), e a linha em azul são para resultados acima de 1,30, resultados definidos pelo critério de COLLINS (2001) como conservadores. Além disto os espécimes F-1, F-2, F-3 e F-5 de DIERTELE E ROSTASY (1981) são sapatas pré-moldadas, estão destacadas de vermelho no gráfico, mostrando que para este tipo de situação as peças são conservadoras.

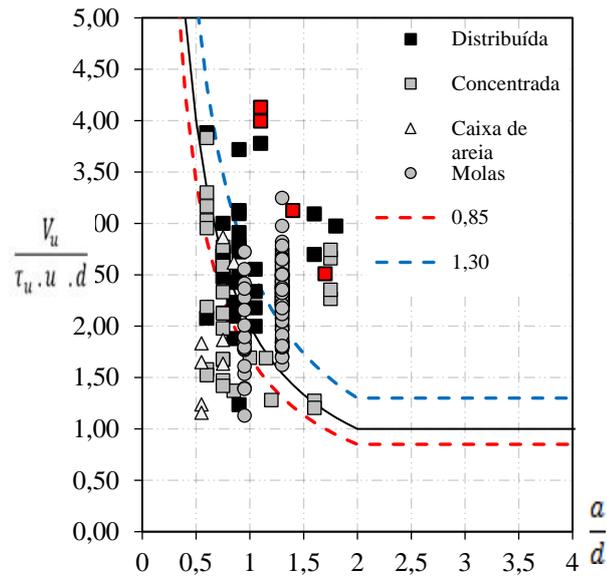


Figura 4.5 – Avaliação relação  $a/d$  na Eurocode 2.

Através da Figura 4.6 podemos fazer uma análise da dispersão dos resultados para a ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2004), pode-se observar uma tendência similar entre elas. No caso do CSA A23.3 (2004) foi verificado muitos resultados abaixo do limite de segurança, por mais que esta norma seja parecida com o ACI 318 (2014), os fatores empíricos usados para diminuir a média fizeram com que muitos dos seus resultados se tornassem inseguros. O ACI 318 (2014) se mostrou o mais disperso das recomendações possivelmente por não considerar a taxa de armadura de flexão em suas previsões, além da relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da sapata ( $a/d$ ) e o efeito de escala (*size effect*), porém mesmo com uma média alta pode ser observado alguns resultados contra a segurança.

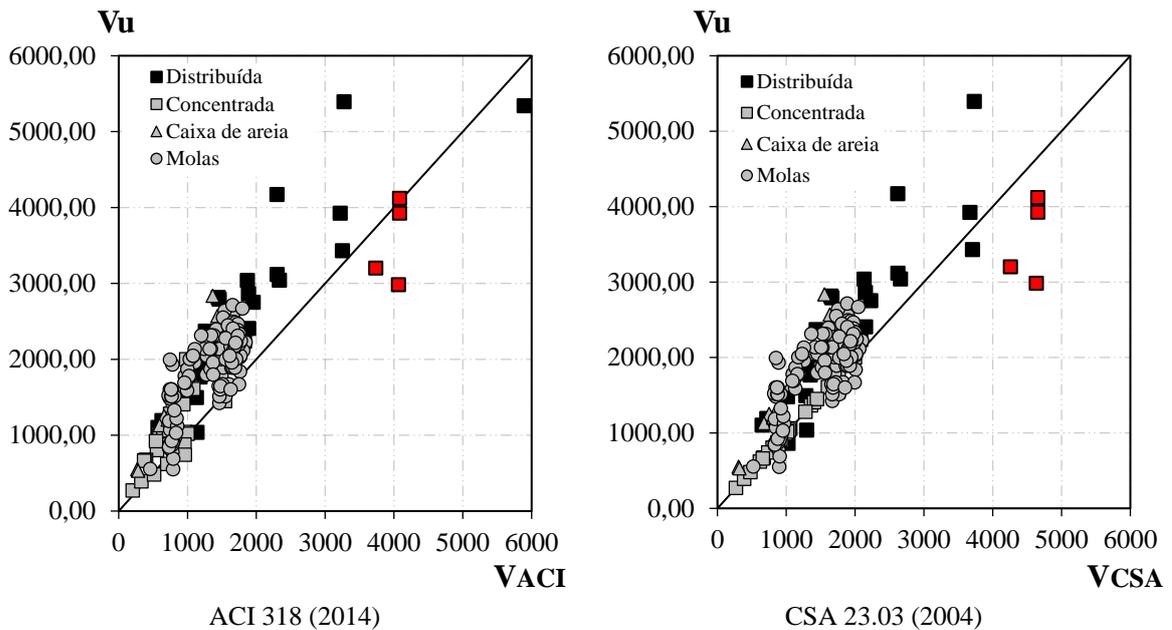


Figura 4.6 – Avaliação da precisão dos resultados das normas ACI 318 (2014) e CSA A23.03 (2004).

A

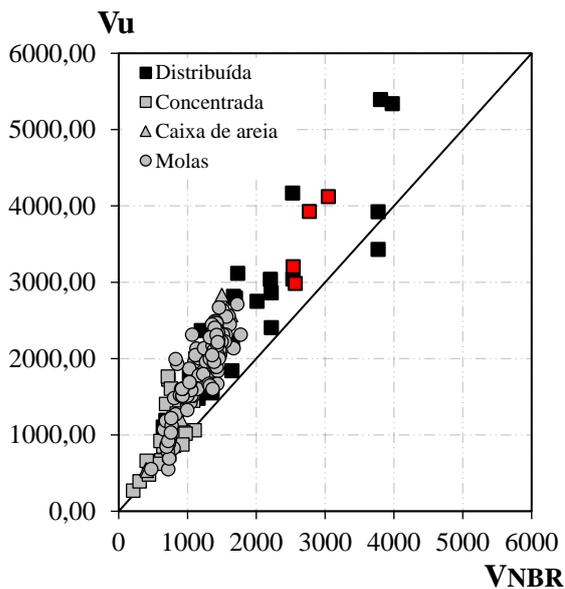


Figura 4.7 apresenta a avaliação das normas quanto a dispersão dos resultados para a NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e (2010). É notável que estas normas apresentam uma tendência similar, isto ocorre porque elas vêm de uma mesma concepção, que é a Eurocode 2, porém com algumas divergências. De modo geral, as recomendações da Eurocode 2 (2004) foi a que apresentou uma menor dispersão dos seus resultados, o que indica que a consideração do  $(a/d)$  tem uma forte influência no resultado final, porém este resultado seria melhor se sapatas realizadas no sistema de ensaio concentrada fossem desconsideradas.

Além disso, ainda na Eurocode 2 (2004) e (2010) observa-se que algumas sapatas romperam pelo  $V_{máx}$  (que acontece quando há esmagamento da biela comprimida), apresentando assim piora nos resultados. Já para a NBR 6118 (2014) é possível verificar que seus resultados apresentaram uma média alta, variação semelhante as demais normas, e a menor em resultados contra a segurança. Foi a norma que melhor apresentou resultados para sapatas realizadas em ensaios com carga concentrada, semelhante ao realizado em laje lisa.

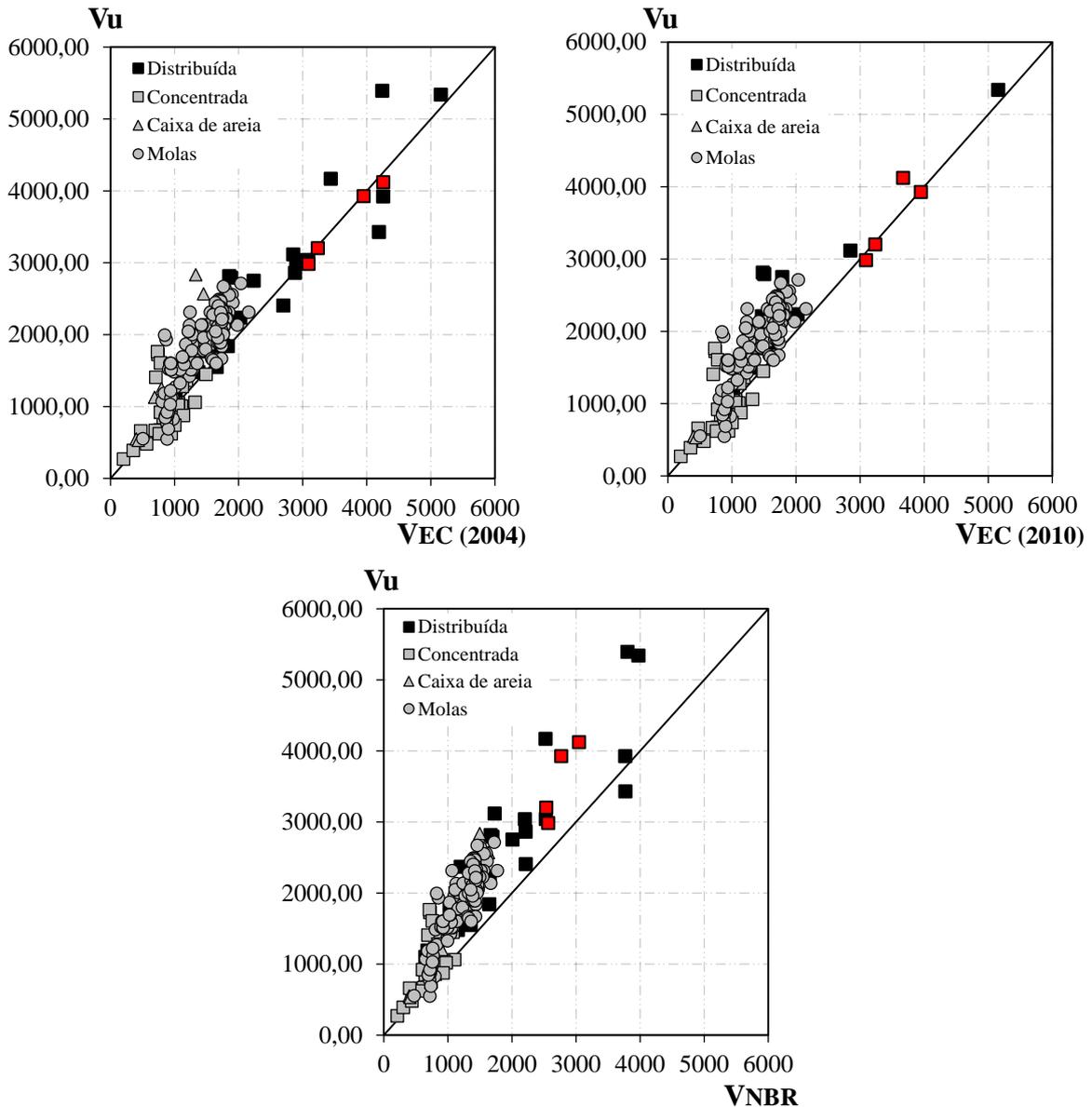


Figura 4.7 – Avaliação da precisão dos resultados das normas Eurocode 2 (2004) e (2010) e NBR 6118 (2014)

A Figura 4.8 exibe o gráfico diagrama de caixas (*box and whiskers*), nele podemos observar a mediana de cada norma, bem como os quartis e os valores máximos e mínimos, para todos os sistemas de ensaio. Pode-se verificar que a norma EUROCODE 2 (2004) foi a que apresentou a menor mediana, porém o menor resultado mínimo. Em todas as normas pode-se observar grande dispersão, uma variação muito grande entre os resultados, fato que é comprovado ainda mais pelos variados sistemas de ensaio.

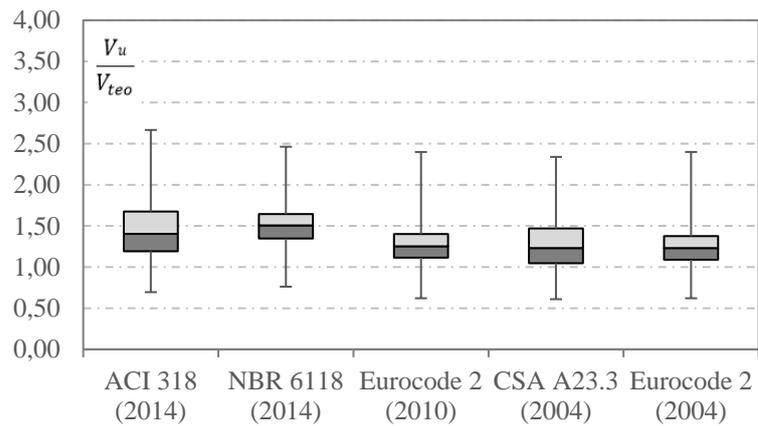


Figura 4.8 – Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas (*box and whiskers*).

A Figura 4.9 exibe o gráfico diagrama de caixas (*box and whiskers*), para sistemas de ensaio carga distribuída. A Eurocode 2 (2004) apresentou resultados melhores que a Eurocode 2 (2010) demonstrando que algumas sapatas romperam pelo  $V_{máx}$ , e que a simples mudança do fator empírico do  $V_{máx}$  influenciou bastante nos resultados.

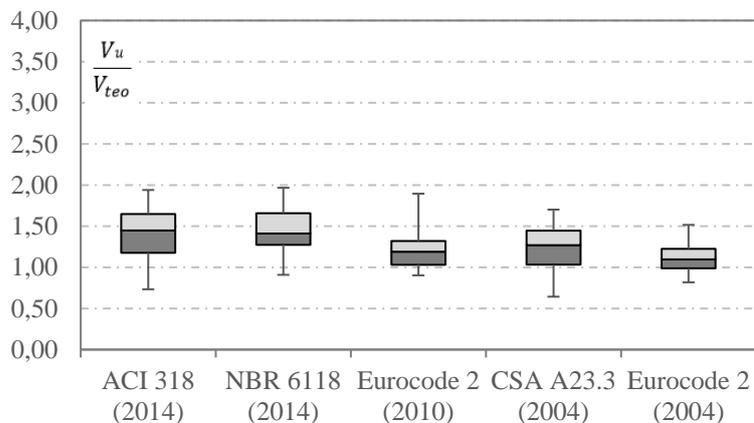


Figura 4.9 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas (*box and whiskers*), para carga distribuída.

A Figura 4.10 exibe o gráfico diagrama de caixas (*box and whiskers*) para carga concentrada. Pode-se verificar que a norma ACI 318 (2014) apresentou melhores resultados, embora a mediana tenha sido a maior, ela resultou em menores resultados contra segurança. Porém, em todos as normas pode-se observar grandes dispersão, uma variação muito grande entre os resultados, demonstrando que esse tipo de sistema de ensaio penaliza as normas.

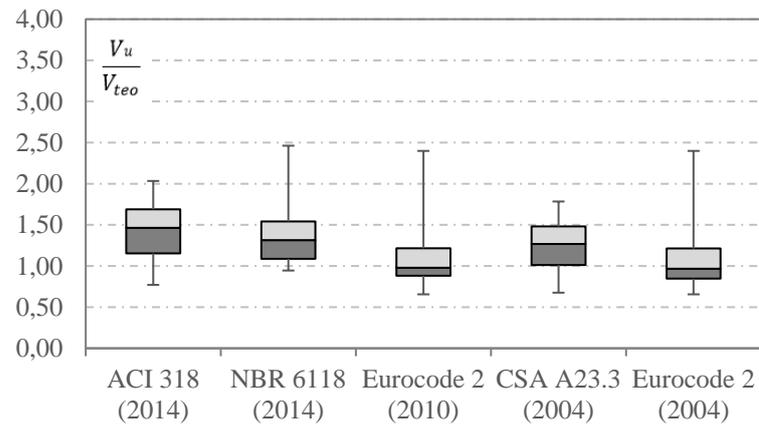


Figura 4.10 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas (*box and whiskers*), para carga concentrada.

A Figura 4.11 exibe o gráfico diagrama de caixas (*box and whiskers*), somente sistema de ensaio caixa de areia. Pode-se verificar que a norma que apresentou melhores resultados foi a Eurocode 2 (2004), tendo uma dispersão baixa, e a menor média e mediana. Verifica-se ainda que a Eurocode 2 (2004) e a (2010) apresentaram um diagrama diferente, indicando que algumas das sapatas romperam pelo  $V_{m\acute{a}x}$ . Das 8 sapatas ensaiadas segundo a Eurocode 2 (2004) duas romperiam pelo  $V_{m\acute{a}x}$ , e quatro conforme a Eurocode 2 (2010), fato não ocorrido no experimental.

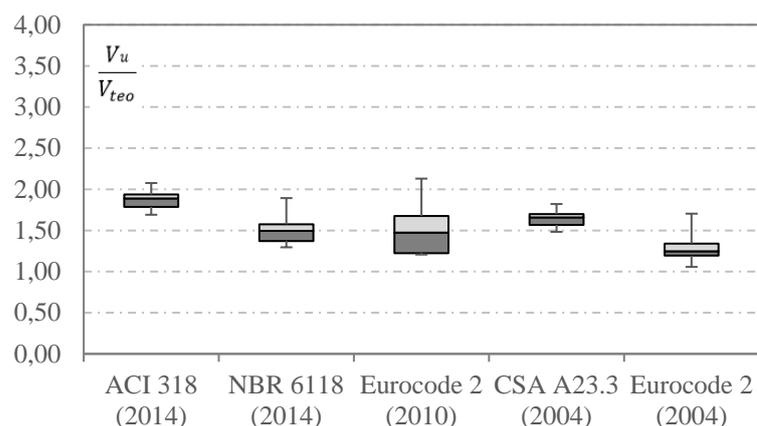


Figura 4.11 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas (*box and whiskers*), para caixa de areia.

A Figura 4.12 exibe o gráfico diagrama de caixas (*box and whiskers*), somente com sistema de ensaio em molas. Pode-se verificar que a norma CSA A23.03 (2004) foi a que apresentou a menor mediana, porém o menor resultado mínimo. A norma Eurocode 2 (2004) e (2010) apresentaram resultados idênticos, isso porque nenhuma das sapatas neste sistema de ensaio romperam pelo  $V_{máx}$ .

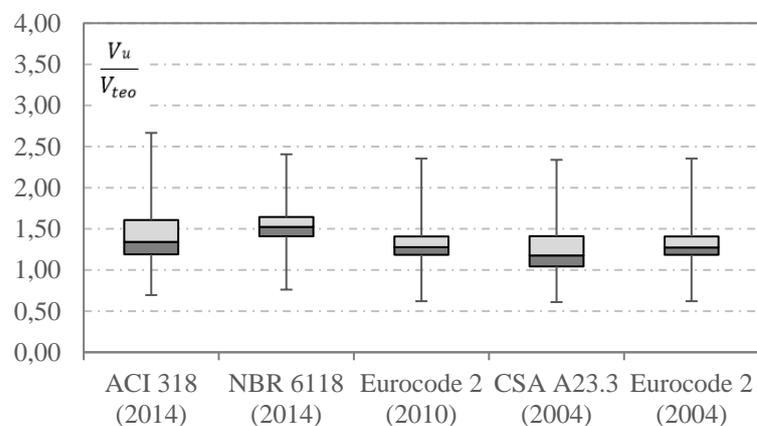


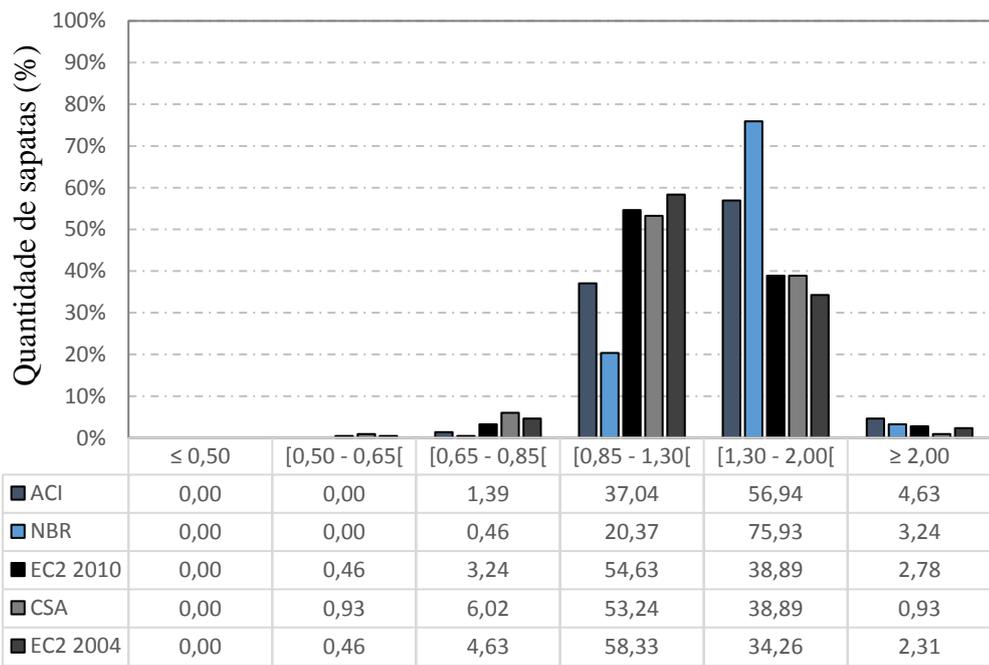
Figura 4.12 - Avaliação da precisão dos resultados diagrama de caixas (*box and whiskers*), para molas.

O  $DPC$  de cada modelo de cálculo é obtido pela soma dos produtos das porcentagens dos valores  $V_{exp}/V_{teo}$  existentes em cada intervalo, pela sua nota correspondente. Quanto maior o valor da soma total, pior é considerado o processo normativo. A Tabela 4.1 e a Figura 4.13 trazem a avaliação da escala de demérito para as normas avaliadas. Pelo Critério de demérito, a norma que melhor se adequou à aplicação sugerida nesta pesquisa foi a EUROCODE 2

(2004), a qual apresentou o menor valor de demérito, com predominância de resultados nas faixas de *Segurança Apropriada* e *Conservadora*, porém depois da CSA A23.03 (2004) foi a norma que apresentou mais resultados nas faixas de *Baixa Segurança* e *Perigoso*. O ACI 318 (2014) que segue a mesma concepção, porém com divergência no fator empírico, obteve maior faixa em *Conservadora*, contrário ao CSA A23.03 (2004) que alcançou maior faixa em *Segurança Apropriada*. A Eurocode 2 (2004) e (2010) foram penalizados por possuir mais resultados na faixa *Baixa Segurança* e *Conservadora*. Independentemente da norma utilizada, uma primeira análise dos resultados mostra uma grande proximidade entre os valores das médias e medianas, indicando uma tendência das amostras para a distribuição normal.

Tabela 4.1 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).

| $V_u/V_{teo}$     |               | <0,50 | [0,50-0,65[ | [0,65-0,85[ | [0,85-1,30[ | [1,30-2,00[ | >2,00 | Total |
|-------------------|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| ACI               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 3           | 80          | 123         | 10    | 216   |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 6           | 0           | 123         | 20    | 149   |
| CSA               | Nº de Sapatas | 0     | 2           | 13          | 115         | 84          | 2     | 216   |
|                   | Penal. Total  | 0     | 10          | 26          | 0           | 84          | 4     | 124   |
| EC 2<br>2004      | Nº de Sapatas | 0     | 1           | 10          | 126         | 74          | 5     | 216   |
|                   | Penal. Total  | 0     | 5           | 20          | 0           | 74          | 10    | 109   |
| EC 2<br>2010      | Nº de Sapatas | 0     | 1           | 7           | 118         | 84          | 6     | 216   |
|                   | Penal. Total  | 0     | 5           | 14          | 0           | 84          | 12    | 115   |
| NBR               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 1           | 44          | 164         | 7     | 216   |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 2           | 0           | 164         | 14    | 180   |
| Norma             |               | Média |             | Mediana     |             | C. V.       |       |       |
| ACI 318 (2014)    |               | 1,43  |             | 1,41        |             | 0,23        |       |       |
| CSA (2004)        |               | 1,26  |             | 1,23        |             | 0,23        |       |       |
| Eurocode 2 (2004) |               | 1,25  |             | 1,23        |             | 0,22        |       |       |
| Eurocode 2 (2010) |               | 1,28  |             | 1,25        |             | 0,22        |       |       |
| NBR 6118 (2014)   |               | 1,49  |             | 1,51        |             | 0,18        |       |       |

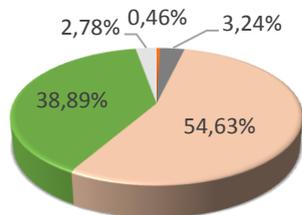


\* Para uma quantidade de 216 sapatas

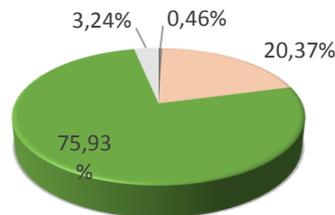
$V_u/V_{teo}$

Figura 4.13 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para todos os sistemas de ensaio.

Na



Eurocode 2 (2010)



NBR 6118 (2014)

Figura 4.14 podemos verificar a porcentagem de cada classificação segundo o critério de COLLINS (2001) de diversas normas. Constatamos que dentre as normas a que apresenta maior quantidade de resultados na *Segurança Apropriada* é a EUROCODE 2 (2004), com cerca de 53,24 %. Por outro lado, foi a que apresentou mais resultados abaixo da segurança apropriada, cerca de 6,95%, sendo este um valor não significativo. No caso das normas que levam em consideração o *a/d*, ou seja, a Eurocode 2 (2004) e (2010) e ETA 12/0454 (2012) a maioria dos resultados estão localizados na faixa de classificação *Conservador*, e menos de 5% se encontram abaixo da segurança apropriada. Todas as sapatas que se encontraram

abaixo da segurança apropriada são de ensaios realizados no sistema que utilizam carga concentrada, exceto uma que é do sistema de molas.

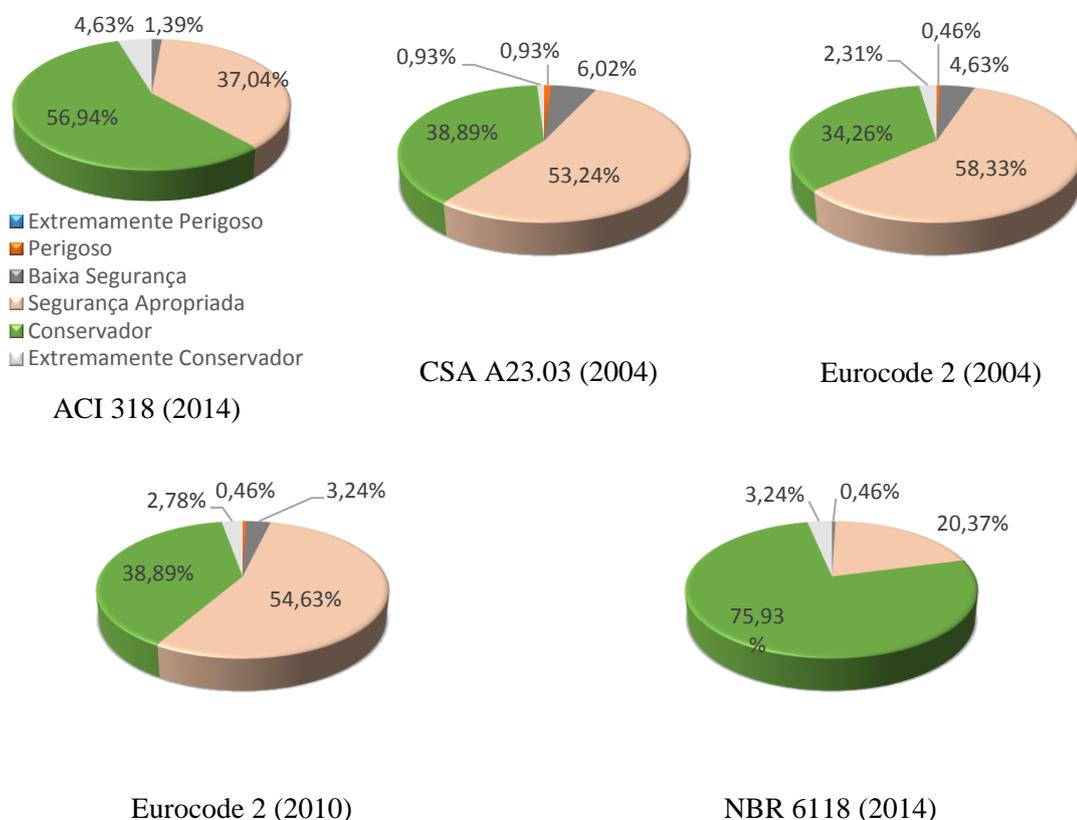


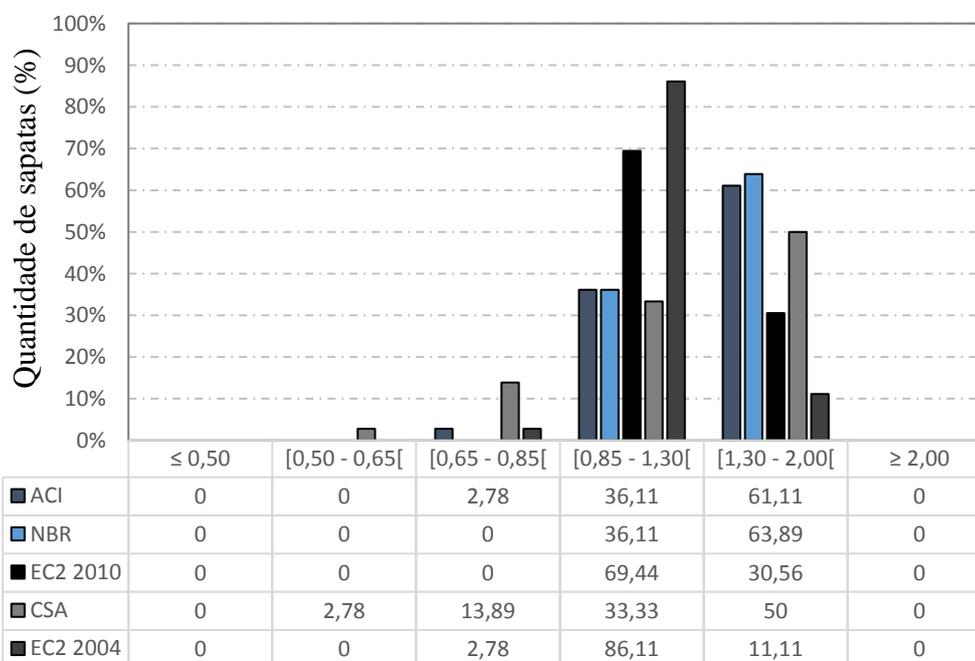
Figura 4.14 – Porcentagem das classificações segundo o critério de COLLINS (2001).

Como o intuito é verificar se o sistema de ensaio pode influenciar, será realizado um novo critério de demérito, porém agora separando por sistema de ensaio. A Tabela 4.2 e a Figura 4.15 apresenta o critério de demérito somente para sapatas com carga distribuída. Neste caso, observa-se que a norma que melhor se adequou à aplicação sugerida nesta pesquisa foi a Eurocode 2 (2004), a qual apresentou o menor valor de demérito, com predominância de resultados nas faixas de *Segurança Apropriada* e *Conservadora*, além disso foi a que apresentou a menor média, demonstrando que para este tipo de sistema de ensaio esta norma é mais fidedigna. A Eurocode 2 (2010) apresentou resultado pior que a Eurocode 2 (2004), porque muitas dessas sapatas romperam pelo  $V_{máx}$ , proporcionando resultados mais conservadores. No caso do CSA A23.3 (2004), embora a média seja menor que o ACI 318 (2014), esta norma foi a que apresentou o maior resultado no critério de demérito para esse tipo de sistema de ensaio, e a única a apresentar resultados na faixa *Perigoso*. O ACI 318 (2014) foi penalizada por possuir valores predominantemente nas faixas *Conservadora* e

*Extremamente Conservadora.* Já a NBR 6118 (2014) a predominância dos seus resultados se encontraram na faixa *Segurança Apropriada e Conservadora.*

Tabela 4.2 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001), somente para sistemas de ensaio com carga distribuída.

| $V_u/V_{teo}$     |               | <0,50 | [0,50-0,65[ | [0,65-0,85[ | [0,85-1,30[ | [1,30-2,00[ | >2,00 | Total |
|-------------------|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| ACI               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 1           | 13          | 22          | 0     | 36    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 2           | 0           | 22          | 0     | 24    |
| CSA               | Nº de Sapatas | 0     | 1           | 5           | 12          | 18          | 0     | 36    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 5           | 10          | 0           | 18          | 0     | 33    |
| EC 2<br>2004      | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 1           | 31          | 4           | 0     | 36    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 2           | 0           | 4           | 0     | 6     |
| EC 2<br>2010      | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 25          | 11          | 0     | 36    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 11          | 0     | 11    |
| NBR               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 13          | 23          | 0     | 36    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 23          | 0     | 23    |
| Norma             |               | Média |             |             | Mediana     |             | C. V. |       |
| ACI 318 (2014)    |               | 1,41  |             |             | 1,45        |             | 0,25  |       |
| CSA               |               | 1,24  |             |             | 1,27        |             | 0,25  |       |
| Eurocode 2 (2004) |               | 1,11  |             |             | 1,10        |             | 0,15  |       |
| Eurocode 2 (2010) |               | 1,22  |             |             | 1,19        |             | 0,19  |       |
| NBR 6118 (2014)   |               | 1,41  |             |             | 1,41        |             | 0,18  |       |



\* Para uma quantidade de 36 sapatas

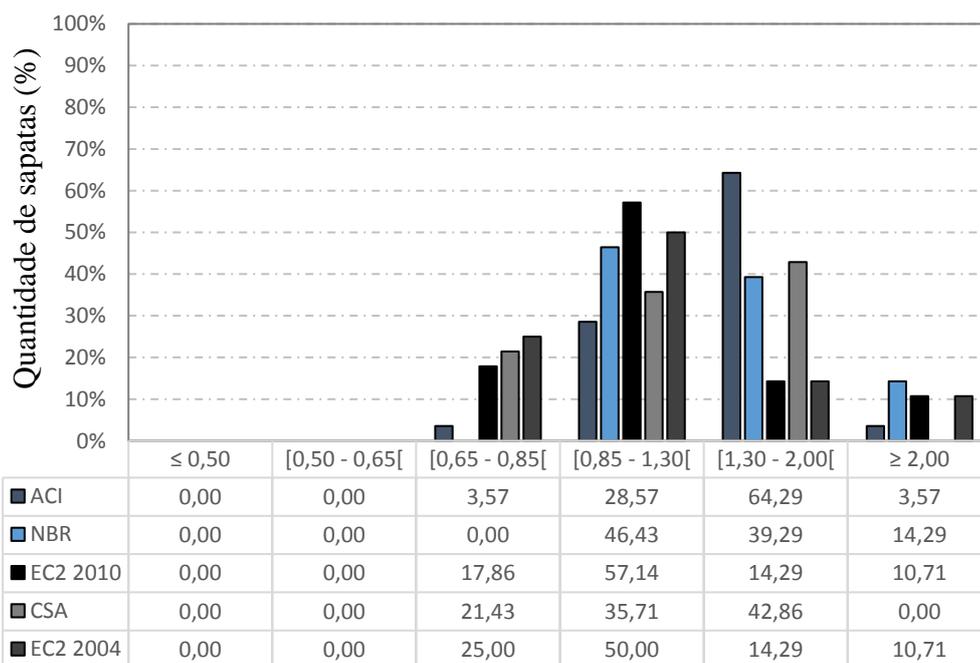
$V_u/V_{teo}$

Figura 4.15 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas com carga distribuída.

A Tabela 4.3 e a Figura 4.16 apresenta o critério de demérito somente para sapatas realizadas no sistema de ensaio com carga concentrada. Pode-se notar que para sapatas realizadas no sistema de ensaio semelhante a laje lisa, com cargas concentradas, a norma que apresenta o pior resultado para o critério de demérito é o Eurocode 2 (2004), com a predominância dos resultados na faixa *Baixa Segurança* e *Segurança Apropriada*, embora a sua média é baixa, o coeficiente de variação está entre os maiores. A norma que melhor se adequou a escala de demérito foi a NBR 6118 (2014), a qual apresentou predominância de resultados nas faixas de *Segurança Apropriada* e *Conservadora*.

Tabela 4.3 – Classificação segundo o critério de COLLINS (2001), somente para sistemas de ensaio com carga concentrada.

| $V_u/V_{teo}$     |               | <0,50 | [0,50-0,65[ | [0,65-0,85[ | [0,85-1,30[ | [1,30-2,00[ | >2,00 | Total |
|-------------------|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| ACI               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 1           | 8           | 18          | 1     | 28    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 2           | 0           | 18          | 2     | 22    |
| CSA               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 6           | 10          | 12          | 0     | 28    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 12          | 0           | 12          | 0     | 24    |
| EC 2<br>2004      | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 7           | 14          | 4           | 3     | 28    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 14          | 0           | 4           | 6     | 24    |
| EC 2<br>2010      | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 5           | 16          | 4           | 3     | 28    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 10          | 0           | 4           | 6     | 20    |
| NBR               | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 13          | 11          | 4     | 28    |
|                   | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 11          | 8     | 19    |
| Norma             |               | Média |             |             | Mediana     |             | C. V. |       |
| ACI 318 (2014)    |               | 1,40  |             |             | 1,47        |             | 0,25  |       |
| CSA               |               | 1,23  |             |             | 1,27        |             | 0,25  |       |
| Eurocode 2 (2004) |               | 1,15  |             |             | 0,97        |             | 0,42  |       |
| Eurocode 2 (2010) |               | 1,16  |             |             | 0,980       |             | 0,40  |       |
| NBR 6118 (2014)   |               | 1,41  |             |             | 1,31        |             | 0,30  |       |



\* Para uma quantidade de 28 sapatas

$V_u/V_{teo}$

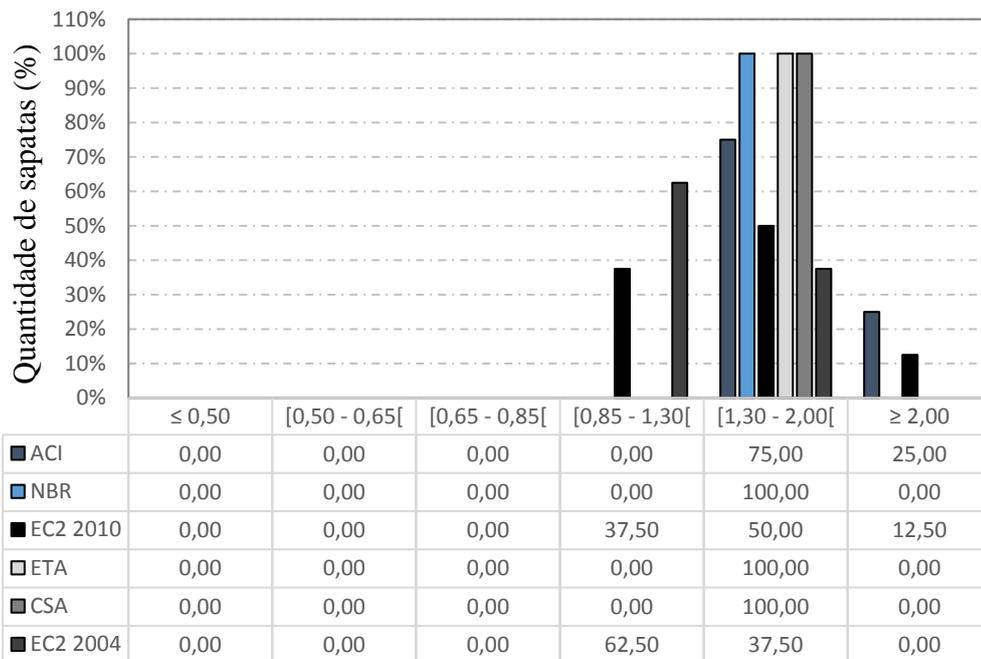
Figura 4.16 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas com carga concentrada.

A Tabela 4.4 e a Figura 4.17 apresenta o critério de demérito somente para sapatas realizadas no sistema de ensaio caixa de areia. Verifica-se que o resultado da escala de demérito é correlativo para todas as normas, e que a predominância está na faixa *Conservador*. É interessante observar que a Eurocode 2 (2004) apresentou uma média e coeficiente de variação bem menor comparado a Eurocode (2010), fato que ocorre devido grande parte dessas sapatas romperem pelo  $V_{máx}$ .

Tabela 4.4 – Classificação segundo o critério de COLLINS, somente para sistemas de ensaio em caixa de areia.

| $V_u/V_{teo}$ |               | <0,50 | [0,50-0,65[ | [0,65-0,85[ | [0,85-1,30[ | [1,30-2,00[ | >2,00 | Total |
|---------------|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| ACI           | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 0           | 6           | 2     | 8     |
|               | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 6           | 4     | 10    |
| CSA           | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 0           | 8           | 0     | 8     |
|               | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 8           | 0     | 8     |
| EC 2<br>2004  | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 5           | 3           | 0     | 8     |
|               | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 3           | 0     | 3     |
| EC 2<br>2010  | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 3           | 4           | 1     | 8     |
|               | Penal. Total  | 0     | 0           | 0           | 0           | 4           | 2     | 6     |
| NBR           | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 0           | 0           | 8           | 0     | 8     |

|                   |       |   |         |   |       |   |   |
|-------------------|-------|---|---------|---|-------|---|---|
| Penal. Total      | 0     | 0 | 0       | 0 | 8     | 0 | 8 |
| Norma             | Média |   | Mediana |   | C. V. |   |   |
| ACI 318 (2014)    | 1,88  |   | 1,89    |   | 0,07  |   |   |
| CSA               | 1,65  |   | 1,66    |   | 0,07  |   |   |
| Eurocode 2 (2004) | 1,29  |   | 1,25    |   | 0,15  |   |   |
| Eurocode 2 (2010) | 1,52  |   | 1,47    |   | 0,22  |   |   |
| NBR 6118 (2014)   | 1,46  |   | 1,44    |   | 0,09  |   |   |



\* Para uma quantidade de 8 sapatas

$V_u/V_{teo}$

Figura 4.17 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas caixa de areia.

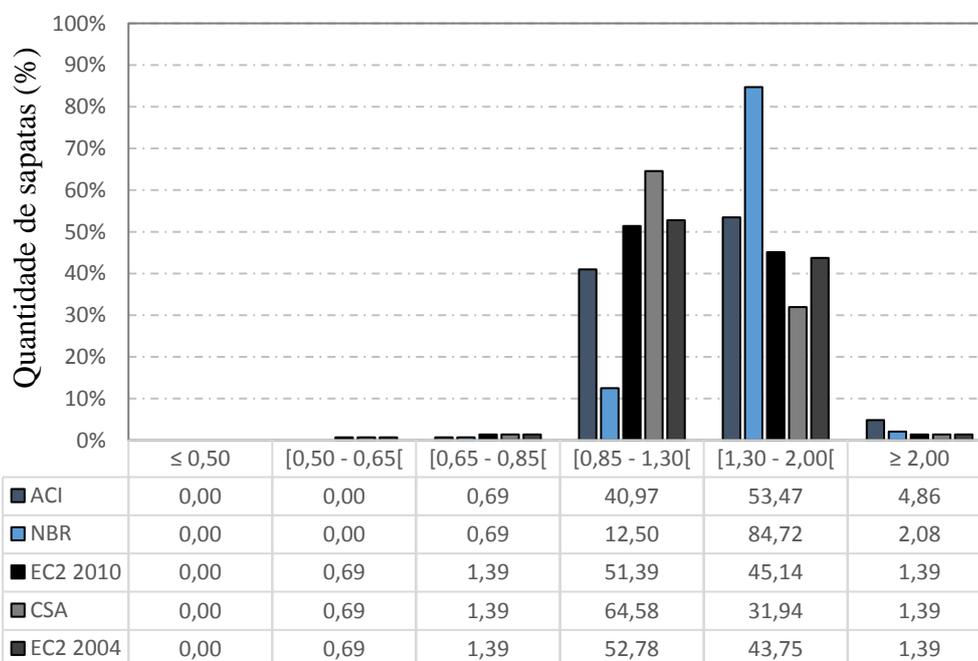
A Tabela 4.5 e Figura 4.18 apresenta o critério de demérito somente para sapatas realizadas no sistema de ensaio molas. Nota-se que a EUROCODE 2 (2004) apresentou a menor escala de demérito, com predominância dos seus resultados na faixa *Segurança apropriada*, e também a que exibiu a menor média.

Tabela 4.5 – Classificação segundo o critério de COLLINS, somente para sistemas de ensaio em molas.

| $V_u/V_{teo}$ |               | <0,50 | [0,50-0,65[ | [0,65-0,85[ | [0,85-1,30[ | [1,30-2,00[ | >2,00 | Total |
|---------------|---------------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| ACI           | Nº de Sapatas | 0     | 0           | 1           | 59          | 77          | 7     | 144   |
|               | Penal. Total  | 0     | 0           | 2           | 0           | 77          | 14    | 93    |
| CSA           | Nº de Sapatas | 0     | 1           | 2           | 93          | 46          | 2     | 144   |

|              |               |   |   |   |    |     |   |     |
|--------------|---------------|---|---|---|----|-----|---|-----|
|              | Penal. Total  | 0 | 5 | 4 | 0  | 46  | 4 | 59  |
| EC 2<br>2004 | Nº de Sapatas | 0 | 1 | 2 | 76 | 63  | 2 | 144 |
|              | Penal. Total  | 0 | 5 | 4 | 0  | 63  | 4 | 76  |
| EC 2<br>2010 | Nº de Sapatas | 0 | 1 | 2 | 74 | 65  | 2 | 144 |
|              | Penal. Total  | 0 | 5 | 4 | 0  | 65  | 4 | 78  |
| NBR          | Nº de Sapatas | 0 | 0 | 1 | 18 | 122 | 3 | 144 |
|              | Penal. Total  | 0 | 0 | 2 | 0  | 122 | 6 | 130 |

| Norma             | Média | Mediana | C. V. |
|-------------------|-------|---------|-------|
| ACI 318 (2014)    | 1,42  | 1,34    | 0,22  |
| CSA               | 1,24  | 1,18    | 0,22  |
| Eurocode 2 (2004) | 1,30  | 1,27    | 0,18  |
| Eurocode 2 (2010) | 1,30  | 1,28    | 0,17  |
| NBR 6118 (2014)   | 1,52  | 1,53    | 0,14  |



\* Para uma quantidade de 144 sapatas

$V_u/V_{teo}$

Figura 4.18 – Histograma segundo o critério de COLLINS (2001) para sapatas em molas.

Na Figura 4.19 pode-se observar a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) para cada norma graficamente, é mostrado o quanto de variação ou dispersão existe em relação à média, nota-se que o desvio padrão é bastante alto para todas as normas, o que indica que os dados estão espalhados por uma gama de valores, isso se deve aos diferentes sistemas de ensaio, e as dificuldades que cada norma possui quanto a precisão dos resultados. O ideal é que o desvio

padrão seja bem pequeno, para que se tenha uma variação menor e conseqüentemente resultados menos dispersos.

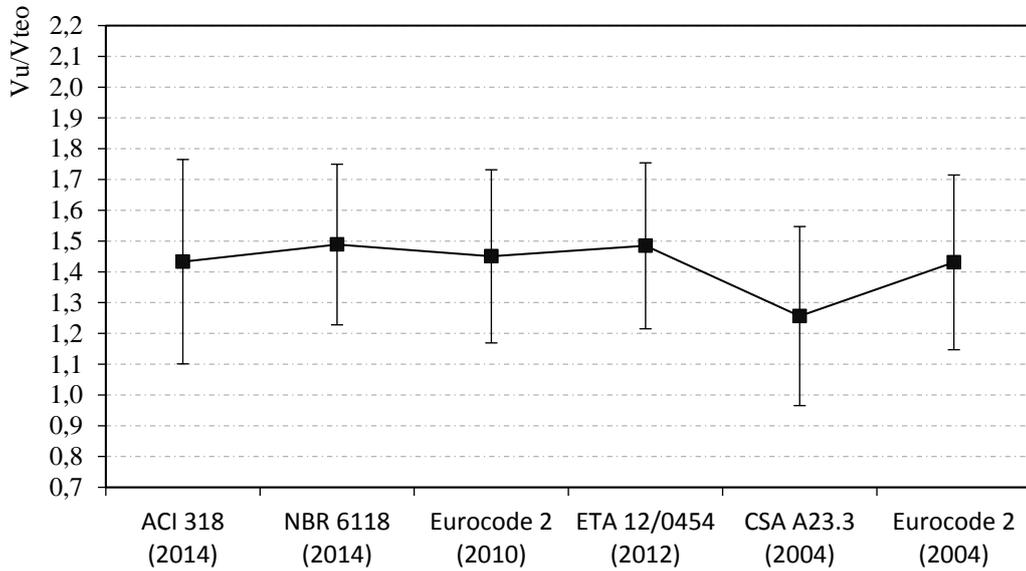


Figura 4.19 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para todas as amostras.

Na Figura 4.20 pode-se observar a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) para cada norma graficamente, porém para sistemas de ensaio somente com carga distribuída. Pode-se notar um desvio padrão menor, e conseqüentemente uma menor dispersão.

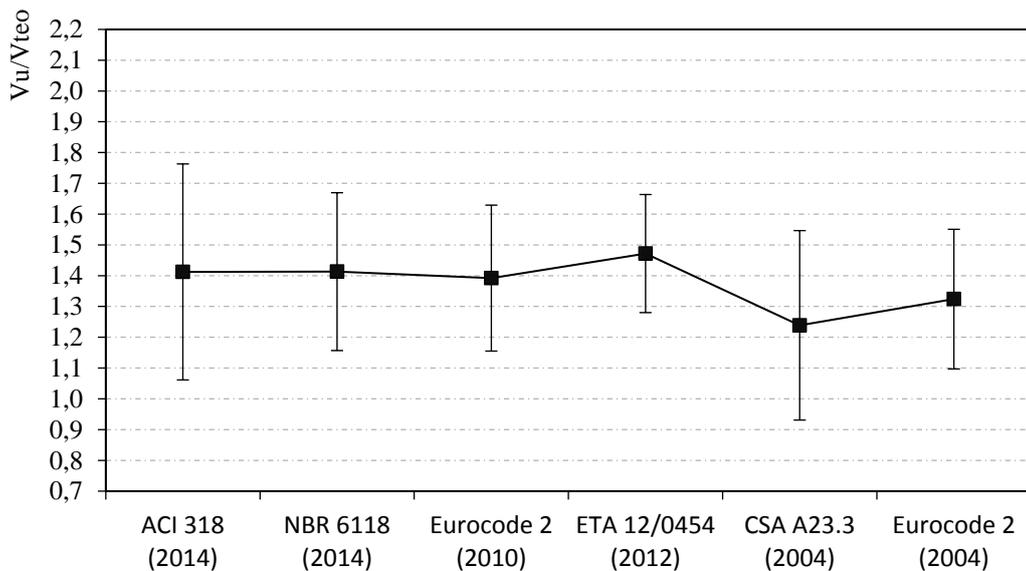


Figura 4.20 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio com carga distribuída.

Na Figura 4.21 pode-se observar a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) para cada norma graficamente, porém para sistemas de ensaio somente com carga concentrada. Pode-se notar um desvio padrão maior comparado ao da Figura 4.20, e conseqüentemente uma maior dispersão.

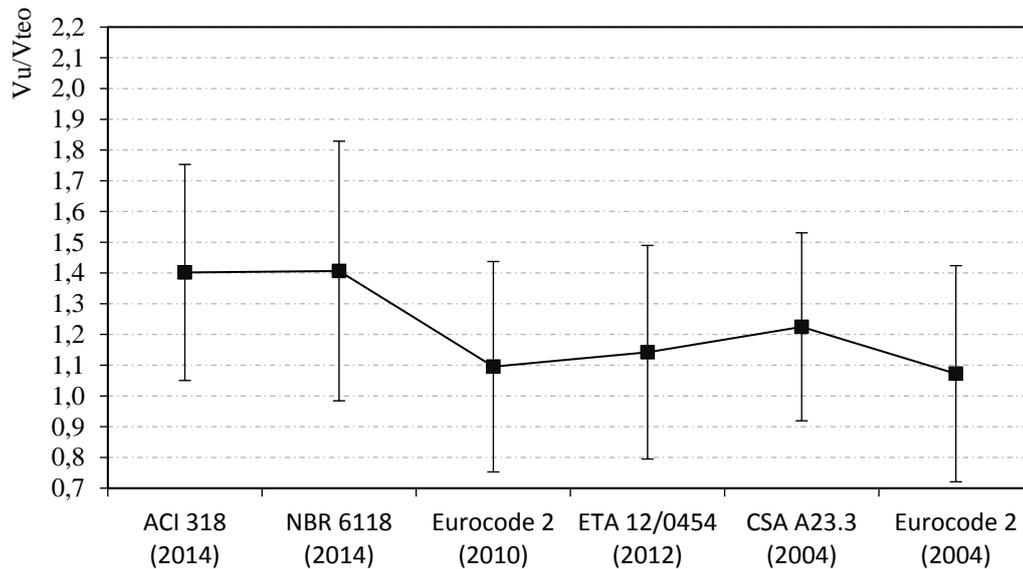


Figura 4.21 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio com carga concentrada, semelhante a laje lisa.

Na Figura 4.22 pode-se observar a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) para cada norma graficamente, porém para sistemas de ensaio somente caixa de areia. Pode-se notar um desvio padrão extremamente menor que os demais, e conseqüentemente uma menor dispersão.

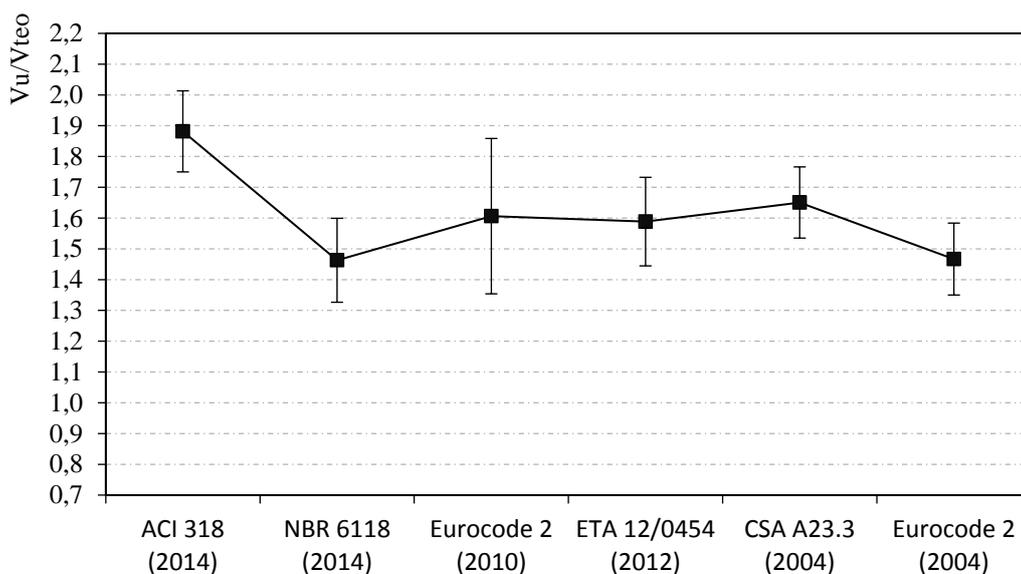


Figura 4.22 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio caixa de areia.

Na Figura 4.23 pode-se observar a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) para cada norma graficamente, porém para sistemas de ensaio somente com molas. Pode-se notar um desvio padrão bastante elevado, e conseqüentemente uma dispersão muito alta.

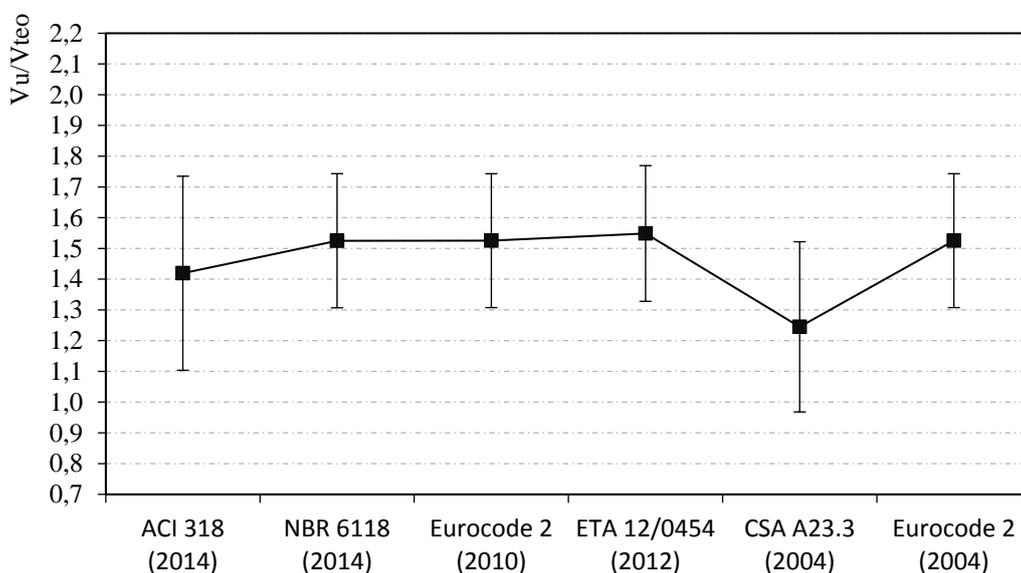


Figura 4.23 – Avaliação do desvio padrão em relação à média, para o sistema de ensaio molas.

A Figura 4.24 apresenta os valores máximos e mínimos, bem como a média, para as diversas recomendações, porém separada por sistema de ensaio, nota-se que os valores máximos e

mínimos se encontram mais concentrado no sistema de ensaio com carga concentrada, sistema semelhante ao de laje lisa. Além disso pode ser notado que a dispersão é muito maior para este sistema de ensaio e o sistema realizado em molas.

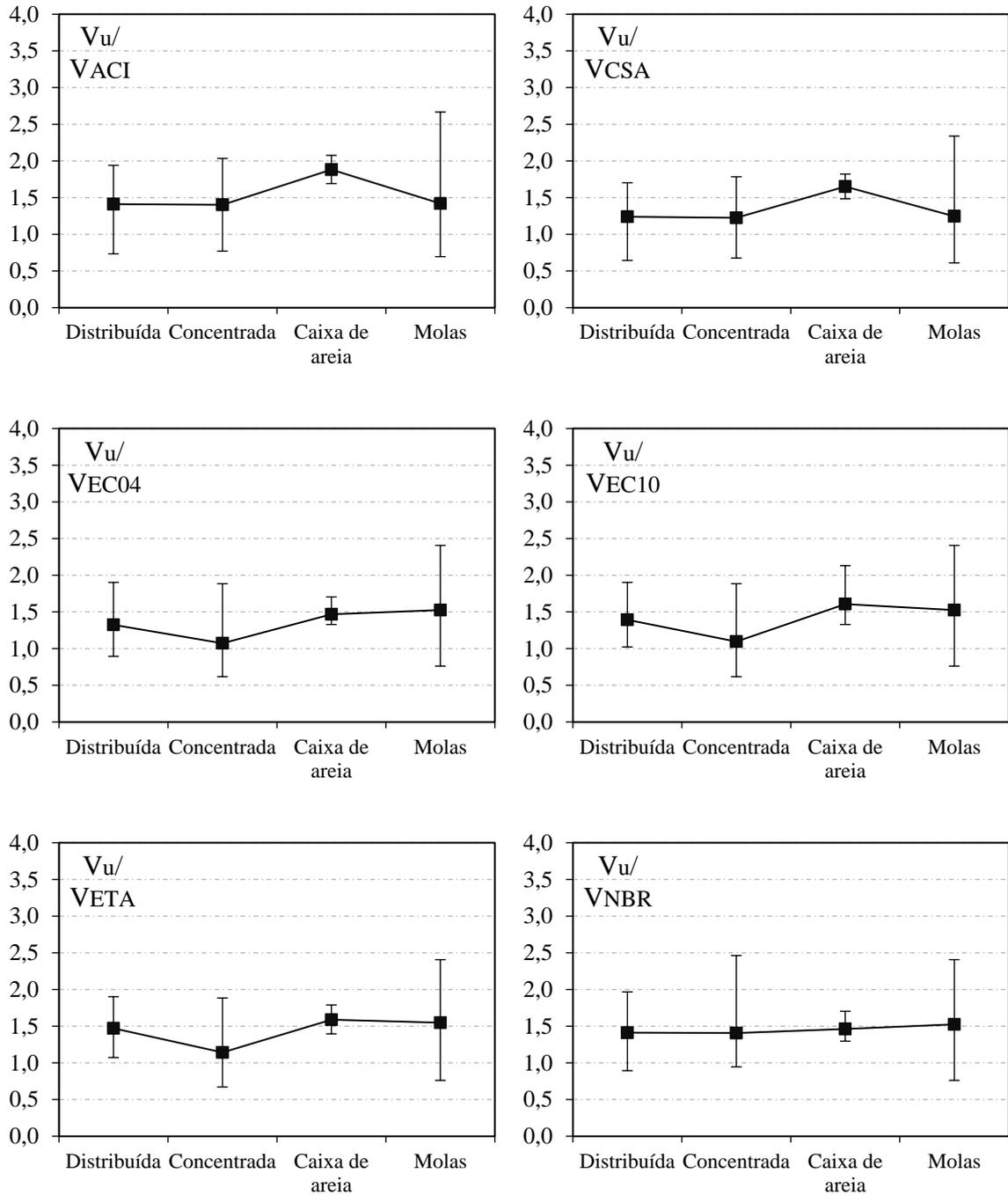


Figura 4.24 – Avaliação da influência do sistema de ensaio nas previsões das recomendações.

## 4.2. CONTRIBUIÇÕES PARA A ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO EM SAPATAS DE CONCRETO ARMADO

A

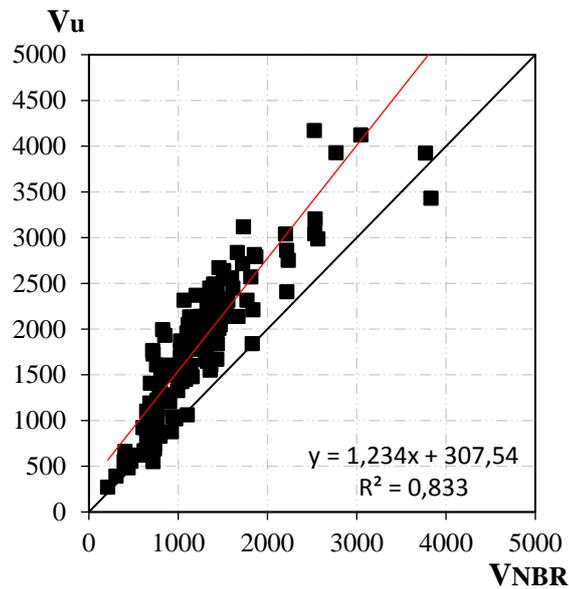
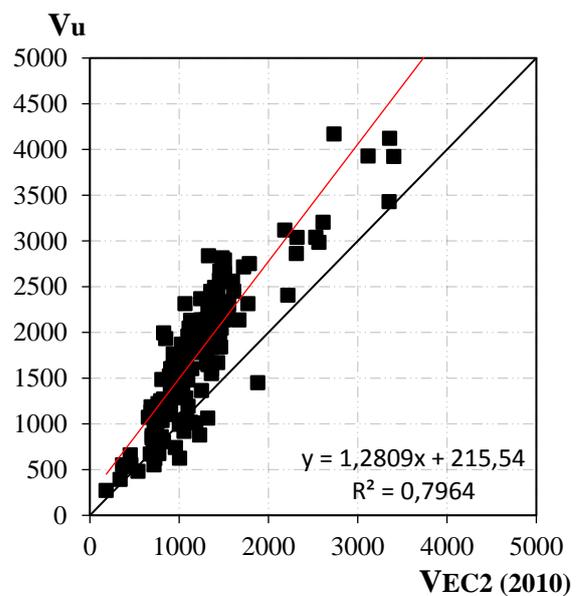
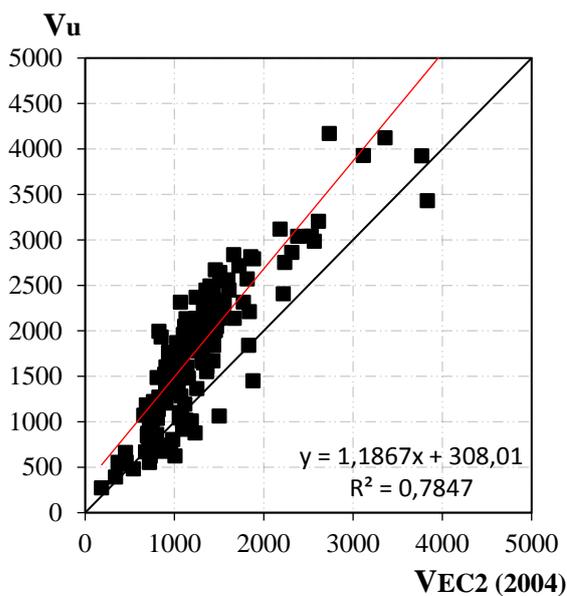


Figura 4.25 apresenta a distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$  e suas respectivas dispersões para as normas NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e (2010). Comparando-as com os resultados ideais, devidamente representados pelas retas que sugerem comparativamente a admissão de  $V_u = V_{teo}$ .



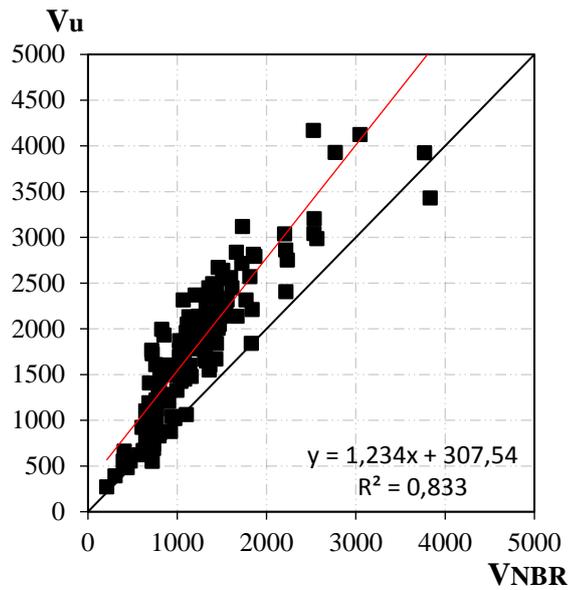


Figura 4.25 – Distribuição das relações experimental pelas normas NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões.

Através das análises realizadas no item 4.1 ficou evidente que a norma EUROCODE 2 (2004) tende a estimar resultados rompendo pelo  $V_{máx}$ , que não ocorrem no experimental e que a modificação do  $V_{máx}$  na EUROCODE 2 (2010) piorou bastante os resultados. A Figura 4.26 apresenta a distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$  e suas respectivas dispersões para as normas EUROCODE 2 (2004) e (2010). Na EUROCODE 2 (2004) um total 3,24% romperam pelo  $V_{máx}$ . A NBR 6118 (2014) apresentou um rompimento pelo  $V_{máx}$  de 3,70%, que apresentou uma tendência similar a EUROCODE 2 (2004). As demais recomendações não apresentaram este tipo de ruptura.

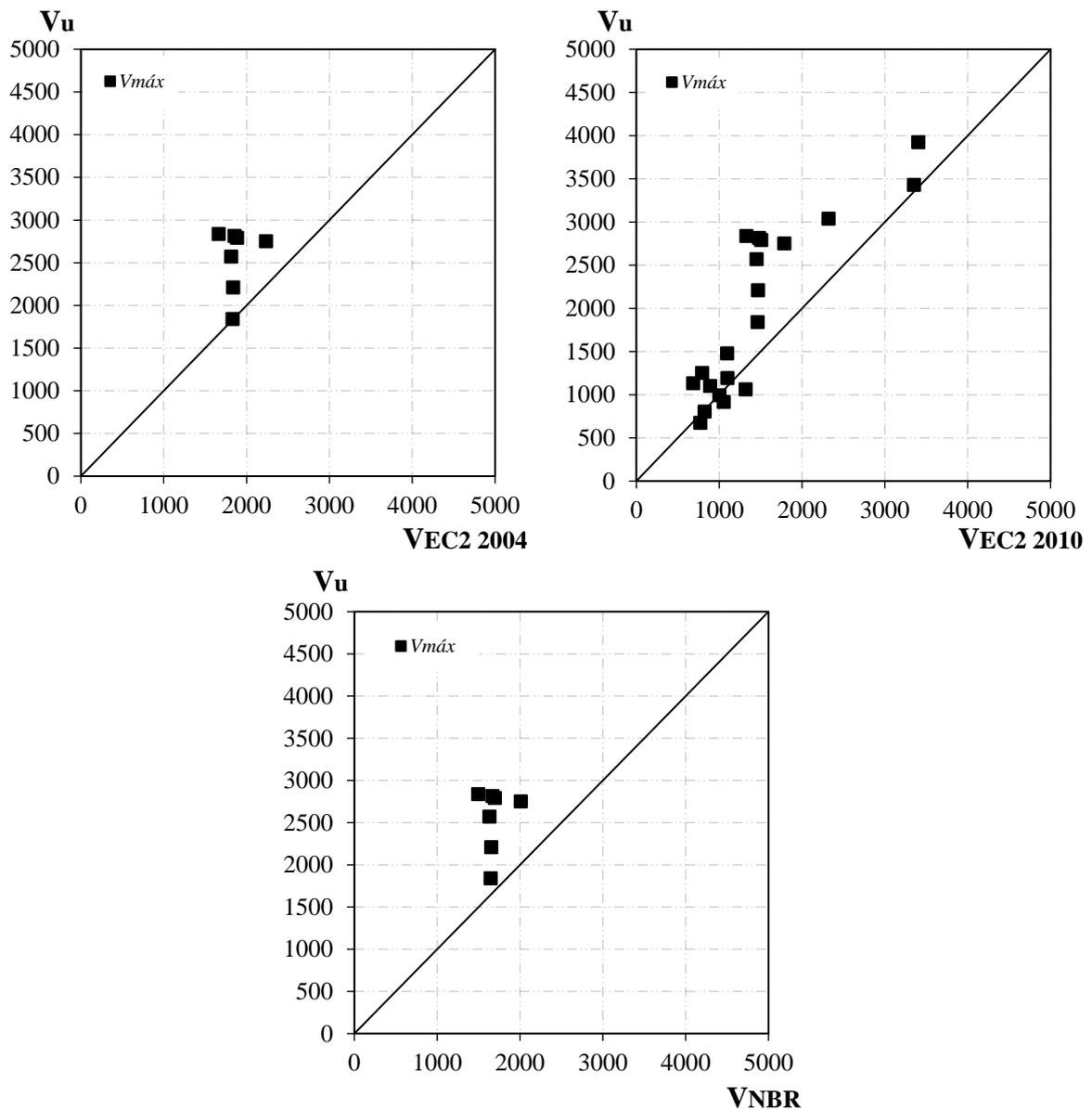


Figura 4.26 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010) somente para  $V_{máx}$ .

A Figura 4.27 apresenta uma análise mais específica por sistema de ensaio de como a distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$  e suas respectivas dispersões se comportam para as normas EUROCODE 2 (2004), (2010) e NBR 6118 (2014). E também é exibida essa distribuição e tendência caso seja desconsiderado o  $V_{máx}$ . Conforme o verificado é notável que a desconsideração do  $V_{máx}$  melhora de forma considerável a tendência dos resultados, reduzindo a média e coeficiente de variação. A EUROCODE 2 (2004) apresentou uma média de 1,32 e coeficiente de variação de 0,17, e a EUROCODE 2 (2010) obteve uma média de

1,39 e um coeficiente de variação de 0,17, desconsiderando o  $V_{m\acute{a}x}$  a média foi para 1,31 com uma variação de 0,17.

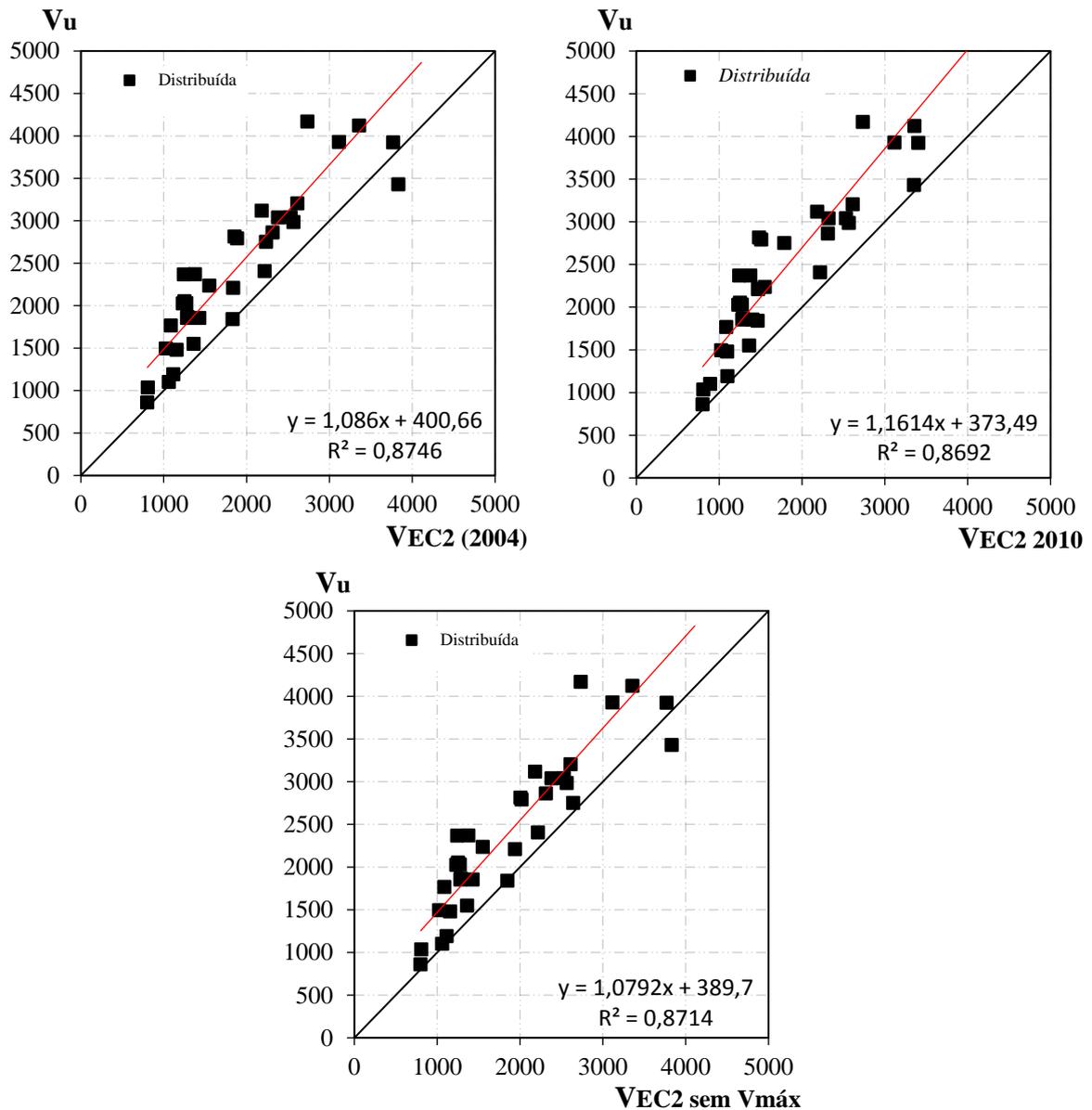


Figura 4.27 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para carga distribuída.

A Figura 4.28 apresenta uma análise para o sistema de ensaio caixa de areia como a distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$  e suas respectivas dispersões se comportam para as normas Eurocode 2 (2004), (2010) e NBR 6118 (2014). E também é exibida essa distribuição e tendência caso seja desconsiderado o  $V_{m\acute{a}x}$ . Verificou-se que a desconsideração do  $V_{m\acute{a}x}$  melhora de forma considerável a tendência dos resultados, reduzindo a média e coeficiente

de variação. A Eurocode 2 (2004) apresentou uma média de 1,47 e coeficiente de variação de 0,08, e a Eurocode 2 (2010) obteve uma média de 1,61 e um coeficiente de variação de 0,16, desconsiderando o  $V_{m\acute{a}x}$  a média foi para 1,43 com uma variação de 0,05.

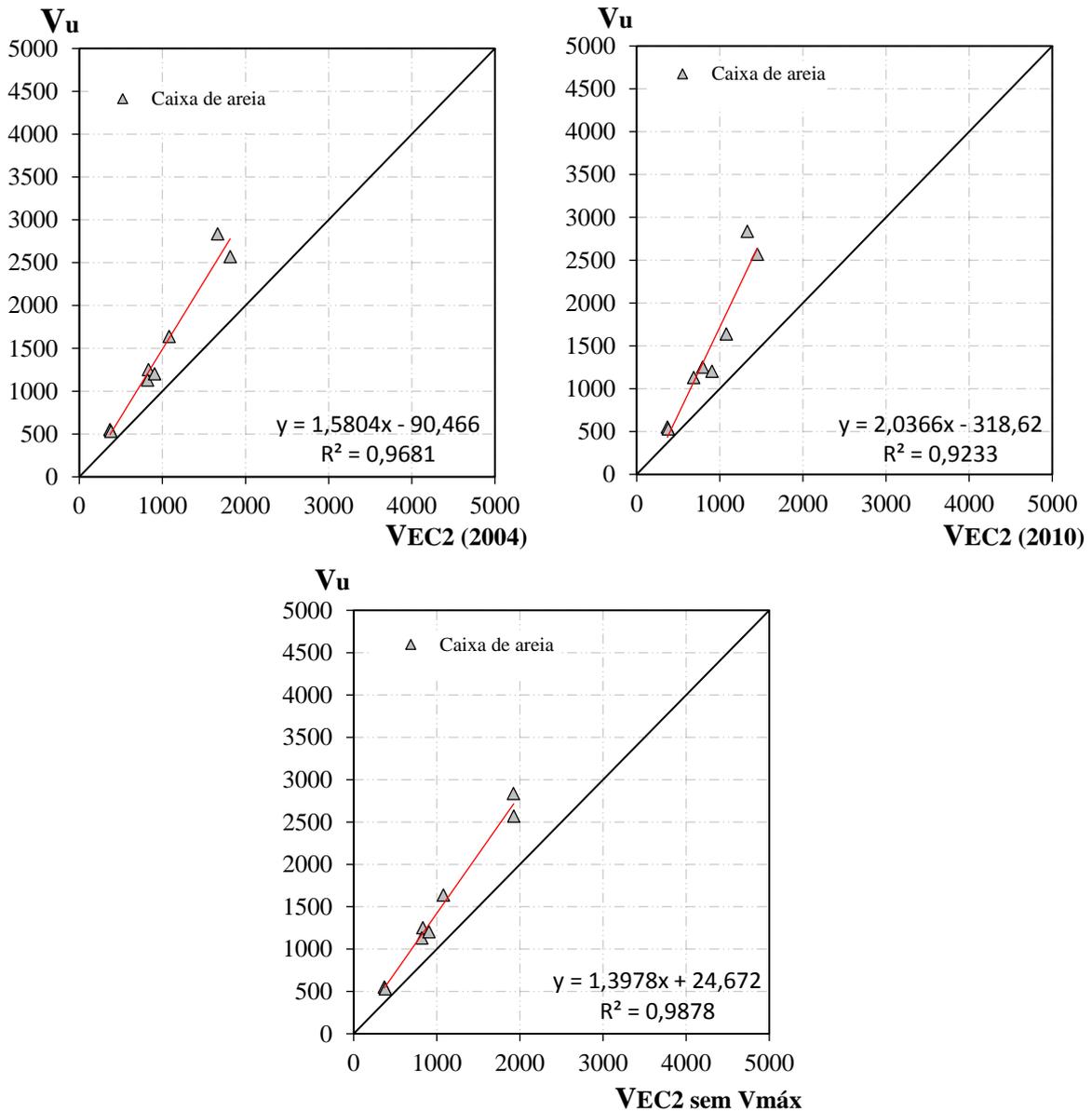


Figura 4.28 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para caixa de areia.

A Figura 4.29 apresenta uma análise para o sistema de ensaio caixa de areia como a distribuição das relações  $V_u/V_{teo}$  e suas respectivas dispersões se comportam para as normas EUROCODE 2 (2004) e (2010). Portanto, podemos observar que a EUROCODE 2 (2004) apresentou uma média de 1,07 e coeficiente de variação de 0,33, e a EUROCODE 2 (2010)

obteve uma média de 1,10 e um coeficiente de variação de 0,31. Embora a média ficou baixa para ambas as normas, a dispersão está alta, o que classifica estes resultados como ruins. Nesta análise somente a norma EUROCODE 2 (2010) apresentou sapatas que romperam pelo  $V_{máx}$ .

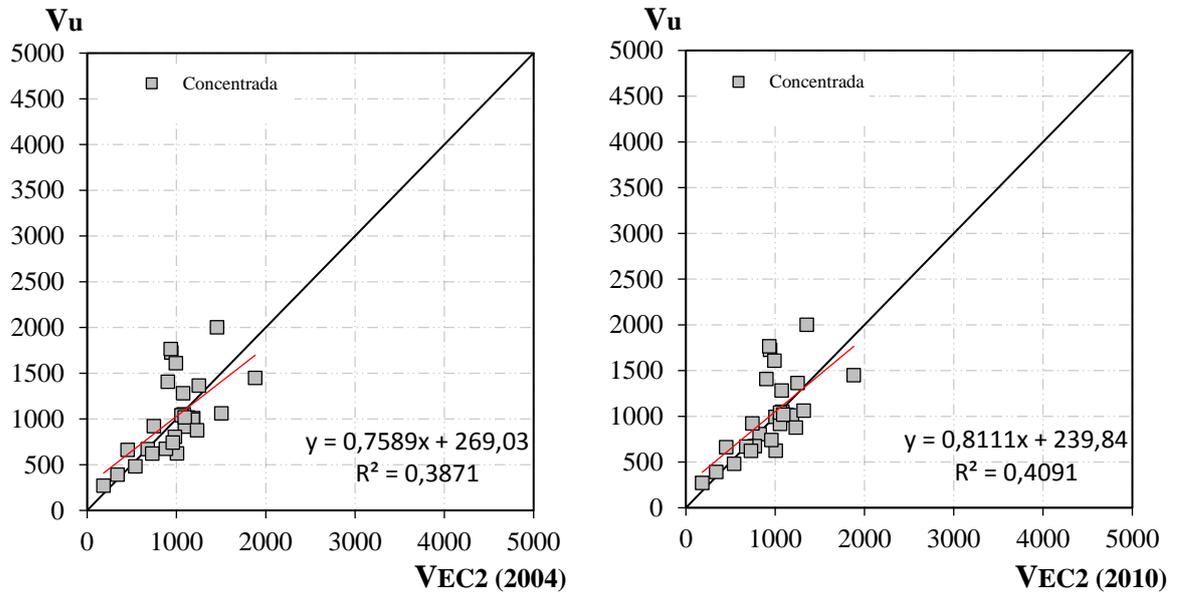


Figura 4.29 – Distribuição das relações experimental pelas normas Eurocode 2 (2004) e (2010), e suas respectivas dispersões, somente para concentrada.

Para o sistema de ensaio em molas as recomendações normativas não apresentaram sapatas rompendo pelo  $V_{máx}$ .

## 5. CONCLUSÕES

Buscou-se analisar a precisão de alguns métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de sapatas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, com diferentes sistemas de ensaio. Foram avaliadas as recomendações das normas ACI 318 (2014), CSA A23.3 (2004), NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e (2010). As conclusões obtidas são descritas a seguir.

Para análises foi montado um banco de dados de resultados experimentais com 216 sapatas e estes resultados foram comparados com os obtidos utilizando-se as recomendações normativas. Observou-se que, de um modo geral, as recomendações do ACI 318 (2014) estão a favor da segurança, porém são conservadoras, apresentando média subestimada em mais de 43% e um coeficiente de variação de 23%. Já para a norma CSA A23.3 (2004) que segue o mesmo padrão do ACI 318 (2014), porém com uma mudança nos coeficientes, a média foi subestimada em 26%. E quanto ao coeficiente de variação foi obtido o mesmo que o ACI 318 (2014).

A EUROCODE 2 (2004) apresentou resultados na *Segurança apropriada e Conservadora*, sendo verificado uma média também subestimada, em torno de 44%. O mesmo verificado para a EUROCODE 2 (2010). Quanto ao coeficiente de variação a diferença foi bem pequena de uma para outra, sendo 20% para a EUROCODE 2 (2004) e 19% para EUROCODE 2 (2010). Apesar da consideração de alguns parâmetros não considerados por outras normas, como, a taxa de armadura de flexão e o *size effect*, esta norma não apresentou uma grande diferença do ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2004), que levam em consideração para a estimativa da resistência à punção apenas a resistência à compressão do concreto. A NBR 6118 (2014) também obteve uma média subestimada, em torno de 49% e com um coeficiente de variação de 18%. É possível notar que praticamente não houve uma diferença da média e do coeficiente de variação entre as normas.

Para verificar estimativa do  $a_{crit}$  e a sua influência nas normas que levam em consideração o parâmetro  $a/d$ . O  $a_{crit}$  foi variado para sistemas com carga distribuída, caixa de areia e molas. Foi verificado que esta estimativa diminui consideravelmente a média, sendo mais eficaz

que os demais parâmetros, como, a resistência à compressão, a taxa de armadura de flexão, o *size effect* e o perímetro do pilar.

Ainda segundo as análises realizadas foi notado que as recomendações normativas da EUROCODE 2 (2004), EUROCODE 2 (2010) e a NBR 6118 (2014) tendem a estimar uma ruptura pelo  $V_{máx}$  que não ocorrem no experimental, conseqüentemente sendo penalizadas. O que demonstra que estas normas precisam ser revisadas quanto a sua estimativa de ruptura pela biela comprimida. A modificação realizada da estimativa do  $V_{máx}$  da norma Eurocode 2 (2004) para a Eurocode 2 (2010) penalizou ainda mais esta norma, elevando o número de sapatas sendo estimadas por esse tipo de ruptura que não ocorre no experimental.

Quanto ao sistema de ensaio conclui-se que há uma forte influência na resistência à punção. Analisando cada sistema de ensaio separadamente notou-se que o sistema com molas e caixa de areia foram os que apresentaram maior média e mediana, e a menor dispersão foi para o sistema com caixa de areia e carga distribuída. É evidente que existem diversos resultados experimentais em diferentes sistemas de ensaio, e que cada autor se preocupou em definir o seu sistema de ensaio tentando reproduzir a reação do solo sob a sapata. Porém verifica-se que isto gerou uma grande dispersão nas estimativas das normas, podendo inclusive gerar insegurança quanto as estimativas normativas para sapatas de concreto armado. O ideal antes de invalidar resultados experimentais ou recomendações normativas é a verificação da influência do solo na resistência à punção, e de que forma isto pode ser aplicado em sistemas de ensaio. Ou seja, quais sistemas de ensaio tendem a reproduzir um ensaio experimental que não condiz com a realidade.

## **5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

A pesquisa realizada contribui para a identificação de alguns aspectos relevantes sobre o comportamento à punção de sapatas de concreto armado. Para dar continuidade ao trabalho realizado, outras pesquisas poderiam ser feitas, buscando investigar mais profundamente os aspectos observados. Dentre eles, temos:

- Realização de ensaios de sapatas em solos, variando o tipo e consistência do solo. Para verificar qual a sua influência na resistência à punção;

- Verificar qual sistema de ensaio corresponde melhor a realidade que uma sapata é submetida, isto é, o solo;
- Buscar analisar as recomendações normativas da EUROCODE 2 (2010) e NBR 6118 (2014) quanto ao  $V_{máx}$ ;
- Analisar sapatas com armadura de cisalhamento, através de banco de dados e análise experimental. Verificando como ocorre a ruptura nas diversas regiões e se as normas conseguem estimar bem essas rupturas.
- Verificar a influência do *size effect* na resistência à punção em sapatas de concreto armado, através de análise experimental e computacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI 318 (2014). **Building Code Requirements for Structural Concrete**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118 (2014). **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro.

BONIĆ, Z.: **A contribution to the failure calculation theory by punching shear of column footings resting on deformable subgrade soil**. PhD thesis, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Niš, Serbia, 2011, p. 182.

BROMS, C. E., **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for punching and Detailing for Ductility**. PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005, 114pp.

COLLINS, M.P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1978). **CEB-FIP Model Code 1978**. Paris.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford.

DIETERLE, H., AND STEINLE, A., **Blockfundamente für Stahlbetonfertigstützen**. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 326, Berlin, 1981, 49 pp.

DIETERLE, H., AND ROSTÁSY, F., **Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton**. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 387, Berlin, Germany, 1987, 134 pp.

ELSTER e HOGNESTAD (1956). **Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs**. ACI Journal, Proceedings.

EN 1992-1-1/AC (2010). **Corrigendum AC – Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.

EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-12/0454 (2012). **Double Headed Studs as Punching Reinforcement**. Langenfeld, Deutschland.

GUANDALINI S, BURDET, O. L. MUTTONI A. (2009). **Symmetrical punching tests on slabs without transverse reinforcement**. ACI Structural Journal.

HALLGREN, M., KINNUNEN, S., NYLANDER, B.: **Punching shear tests on column footings**. Nordic Concrete Research 21(1), 1998, p.1–24.

HEGGER, J., SHERIF, A.G., RICKER, M.: **Experimental Investigations on Punching Behavior of Reinforced Concrete Footings**. ACI Structural Journal/July-August 2006, p. 604-613.

HEGGER, J., RICKER, M., SHERIFF, A.G. (2009). **Punching strength of reinforced concrete footings**. ACI Structural Journal, September- October 2009, p. 706–716.

KEVIN, K. (2000). **Influence of size on punching shear strength of concrete slabs**. Dissertação de Mestrado. McGill University. Montreal.

KUERES D., RICKER M., HÄUSLER F., HEGGER J. (2016). **Durchstanztragverhalten von Einzelfundamenten mit einer neuartigen Durchstanzbewehrung**. Beton und Stahlbetonbau, Suisse, 2016, Vol: 111, pp. 355 – 365.

MENÉTREY, P. (1996). **Analytical Computation of the Punching Strength of Reinforced Concrete**, ACI Structural Journal, Vol. 93, Detroit, EUA, 1996, p 503-511.

REGAN, P. E. **Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs**. Magazine of Concrete Research, 1986

REGAN, P. E. *et al.* **Tests of reinforced concrete flat slabs**. CIRIA Project N°. RP 220. Polytechnic of Central London; 1979

RICHART, F. E., **Reinforced Concrete Wall and Column Footings**. ACI JOURNAL, Proceedings V. 45, Part 1, No. 2, Oct. 1948, pp. 97-127; Part 2, No. 3, Nov. 1948, pp. 237-260.

SAGASETA *et al.* (2014). **Punching of flat slabs supported on rectangular columns**. Engineering Structures.

SIBURG, C., HEGGER, J.: **Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen von Einzelfundamenten mit baupraktischen Abmessungen**. Beton und Stahlbetonbau 108 (2013), No. 7, pp. 452–461

SIMÕES J. T., FARIA D. M. V., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A. (2016a). **Strength of reinforced concrete footings without transverse reinforcement according to limit analysis**. Engineering structures, UK, 2016, Vol: 112, pp. 146 – 161.

SIMÕES J. T., BUJNAK J., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A. (2016b). **Punching shear tests on compact footings with uniform soil pressure**. Structural Concrete, Suisse, 2016.

SUNDQUIST H, KINNUNEN S. (2004) **The effect of column head and drop panels on the punching capacity of flat slabs**. Bulletin No. 82. Department of Civil and Architectural Engineering. Royal Institute of Technology. Stockholm, 24 pp. (in Swedish with summary and Figure captions in English).

TALBOT, A.N.: **Reinforced Concrete Wall Footings and Columns under Concentrated Loads**. Research and Development Bulletin D47, Illinois, 1913.

TIMM, M.: **Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung**, PhD thesis, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technical University of Brunswick, Brunswick, Germany, 2003, 159 pp.

TOMASZEWICZ, A. (1993). **High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells**. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. N° STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim.

VANDERBILT, M. D. (1972). **Shear Strength of Continuous Plates**. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers.