



Rafael Nascimento Magalhães Barros

**Resistência à punção de Ligações Laje-
Pilar Armadas ao Cisalhamento com
Estribos**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Rafael Nascimento Magalhães Barros

**Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Armadas ao
Cisalhamento com Estribos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Maurício de Pina Ferreira

Belém
agosto de 2016

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rafael Nascimento Magalhães Barros.

TÍTULO: Resistência à punção de Ligações Laje-Pilar Armadas ao Cisalhamento com Estribos.

GRAU: Mestre
2016

ANO:

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Rafael Nascimento Magalhães Barros.

Conjunto Xavante III, Travessa Um, boco I-1,
apartamento 002, Mangueirão.
66.640-260 Belém – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Central / UFPA, Belém – PA

Barros, Rafael Nascimento Magalhães.

Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Armadas ao
Cisalhamento com Estribos / Rafael Nascimento Magalhães Barros. – 2016.

Orientador: Maurício de Pina Ferreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2016.

1. Punção. 2. Lajes lisas. 3. Armadura de cisalhamento. 4. Concreto
armado. I. Título.

CDD - XX. ed. XXX.XXXXX



RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR ARMADAS AO CISALHAMENTO COM ESTRIBOS


AUTOR:

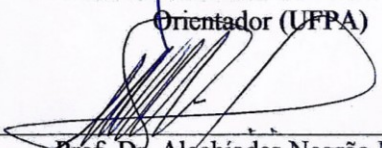
RAFAEL NASCIMENTO MAGALHÃES BARROS

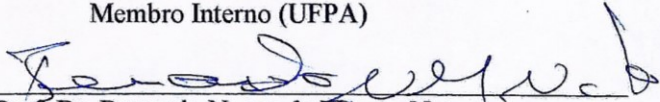
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

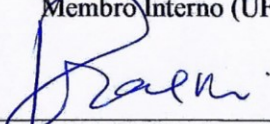
APROVADO EM: / /

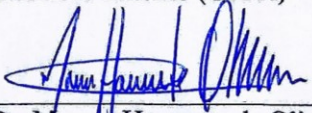
BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira
Orientador (UFPA)

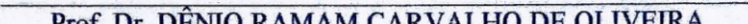

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)


Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Interno (UFPA)


Prof. Dr. Ronaldson José de França Mendes Carneiro
Membro Externo (UFPA)


Prof. Dr. Marcos Honorato de Oliveira
Membro Externo (UNB)

Visto:


Prof. Dr. DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Aos meus pais, Francisco e Rosalina.

Agradecimentos

A conclusão deste trabalho representa o fim de um estágio de amadurecimento pessoal e profissional para que se inicie um novo ciclo de novos desafios e novos conhecimentos a superar. As experiências vividas, assim como as que virão, somente se tornaram possíveis, independente de êxitos ou falhas, graças à ajuda, em alguns casos mútua, em outros, incondicional, de pessoas para algumas das quais dedico aqui os meus sinceros agradecimentos.

Inicialmente, agradeço ao Professor Maurício de Pina Ferreira pela orientação, apoio e amizade desenvolvida ao longo dos últimos anos. Também pelas oportunidades concedidas a mim de experiências com pesquisa, fundamentais para o meu ingresso na pós-graduação. Agradeço também ao professor Paul Erskine Regan, que, por intermédio do professor Maurício, dedicou atenção ao trabalho e contribuiu com conteúdo bibliográfico. Ao professor Robert Vollum, pela atenção dedicada nas etapas iniciais de definição de tema do trabalho.

Agradeço aos amigos Hamilton Damasceno Costa e Manoel José Mangabeira Pereira Filho pela amizade e companheirismo desenvolvidos desde os anos de graduação. Aos amigos Luamim Sales Tapajós e Matheus Kenji Yoshikawa Pamplona, pela amizade e, assim como aos anteriores, pela cooperação na realização das diversas atividades acadêmicas. Ao aluno de iniciação científica Benedito Wilham Lobato, pelo auxílio nas atividades de tratamento de dados.

Agradeço à minha Família pelo apoio, confiança e incentivo incondicionais e imensuráveis depositados em mim a partir do dia em que sai da casa dos meus pais na cidade de Capanema, interior do Pará, para trilhar este caminho iniciado com a graduação em engenharia civil na capital do estado, Belém. Agradeço especialmente ao meu irmão Fernando de Sousa Magalhães Barros e à sua família que acolheram nos primeiros meses de graduação. Agradeço ao meu irmão Paulo Sérgio de Sousa Magalhães Barros pelo apoio e confiança na medida do possível e pela companhia ao longo de dos últimos anos. Agradeço aos meus tios Odete Nascimento da Costa e Antônio Alves da Costa pela assistência nestes momentos finais de pós-graduação.

Ao meu pai, Francisco Magalhães Barros, para o qual a conclusão da minha graduação constituiu um dos seus últimos sonhos em vida. Apesar da sua ausência em matéria, a conclusão deste mestrado traz para mim um imenso sentimento de orgulho e satisfação pela consciência de que as suas expectativas foram superadas. À minha mãe, Rosalina Nascimento Barros, pelo seu imensurável amor, confiança, apoio e incentivo ao longo de toda a minha vida e que juntamente com meu pai constitui a minha maior fonte de inspiração.

Finalmente, agradeço a Deus por ter me concedido a razão e a capacidade de amar e a consciência da existência da verdade além da experiência e da alma humana.

*“De onde vem, então, a sabedoria?
Em que lugar está a inteligência?
Nenhum ser vivo pode vê-la,
Nem mesmo as aves que voam no céu.
Até a Destruição e a Morte dizem:
‘Nós apenas ouvimos falar dela’.”*
Livro de Jó

Resumo

BARROS, R. N. M. (2015). **Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Armadas ao Cisalhamento com Estribos**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 284p

Para que se evite a ruptura por punção e a possibilidade de um conseqüente colapso progressivo de estruturas com lajes lisas, é comum a utilização de armaduras de cisalhamento na região de ligação laje-pilar de tais sistemas construtivos. Estribos consistem em uma armadura de cisalhamento composta por uma barra individual ou um grupo de barras cuja ancoragem é garantida principalmente pela transferência de esforços ao concreto através de ganchos ou dobras nas extremidades. As recomendações normativas para cálculo da resistência à punção não possuem recomendações que considerem as características de detalhamento dos estribos como variáveis nos cálculos. Por esta razão, torna-se necessário o desenvolvimento de estudos da natureza do presente trabalho.

O presente trabalho avalia o desempenho de diversos tipos de estribos no aumento da resistência à punção de lajes lisas. Os resultados obtidos em experimentos são comparados aos cálculos das normas NBR 6118 (ABNT, 2014), Eurocode 2 (CEN, 2010), ACI 318 (ACI, 2014) e Model Code 2010 (*fib*, 2013). São definidos critérios para classificação dos estribos, em que o principal diz respeito ao modo como os estribos são ancorados por meio de ganchos e dobras em torno das barras das camadas de armadura de flexão comprimida e tracionada. Baseado nas análises, foram feitas observações acerca das parcelas de contribuição das armaduras de cisalhamento e da influência de fatores inerentes a estribos na resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. É definida uma proposta de classificação da armadura de cisalhamento quanto à sua eficiência de acordo com as hipóteses normativas. Foi evidenciada a necessidade do estabelecimento de uma proporção limite entre a parcela resistida pelo aço e a resistência de uma laje sem a armadura de cisalhamento. Tal limite varia em função da qualidade da ancoragem dos estribos: quanto melhor a ancoragem, maior o incremento de carga possível em relação a uma laje sem armadura de cisalhamento.

Palavras-chave

Punção; Concreto armado; Lajes lisas; Punção; Armadura de cisalhamento; Estribos.

Abstract

BARROS, R. N. M. (2015). **Punching shear strength of slab-column connection reinforced with stirrups**. Master Thesis, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 284p

In order to avoid the punching failure and progressive collapse of flat slab structures, it is common to use shear reinforcement at slab-column connection of such structural systems. Stirrups consists in a sort of shear reinforcement composed by a single bar or by a group of bars which anchorage is provided mainly by stress transmitted to concrete by hooks or bents at their ends. Code formulations for punching shear strength calculation do not have rules for taking into account detailing properties of stirrups as variables. This fact makes needed the development of researches like the present work.

This work analyses the performance of many types of stirrups to improve the punching shear strength of slab-column connections. Results obtained at experiments are compared to calculations based at recommendations of the codes NBR 6118 (ABNT, 2014), Eurocode 2 (CEN, 2010), ACI 318 (ACI, 2014) and Model Code 2010 (*fib*, 2013). Some classification criteria for stirrups are defined, where the main criterion corresponds to the mode as the stirrups are anchored by hooks or bents around the bars of main reinforcement at tension and compression zones. Based at the analysis, observations about the portions of load carried by shear reinforcement and about the influence of factors inherent to stirrups at the strength to punching shear failure inside the shear reinforcement zone. It is proposed a classification respect to effectiveness of shear reinforcement according to codes hypothesis Some need of stablish maximum limits to ratio between the portion of strength carried by shear reinforcement and the strength of a slab without shear reinforcement. Such limit depends on the efficiency of the anchorage of stirrups: the better the anchorage, the higher the increase of strength.

Keywords

Punching shear; Reinforced concrete; Flat slabs; Punching shear; Shear reinforcement; Stirrups.

Sumário	Página
Capítulo	
CESSÃO DE DIREITOS	ii
Agradecimentos	v
Resumo	vii
Palavras-chave	vii
Abstract	viii
Keywords	viii
Sumário	ix
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Figuras	xvi
Lista de Símbolos	xxviii
1 Introdução	1
1.1 Justificativa	3
1.2 Objetivos	3
1.3 Escopo do trabalho	4
2 Revisão bibliográfica	5
2.1 Ruptura de ligações laje-pilar	5
2.2 Resistência à punção: lajes sem armadura de cisalhamento	8
2.2.1 Superfícies de ruptura	8
2.2.2 Influência da armadura de flexão tracionada	9
2.3 Resistência à punção: lajes com armadura de cisalhamento	12
2.3.1 Tipos	12
2.3.2 Arranjos	17
2.3.3 Contribuição na resistência à punção	19
2.3.4 Ancoragem da armadura de cisalhamento	20
2.3.5 Punção fora da região das armaduras de cisalhamento	28
2.4 Resistência à punção: prescrições normativas	31
2.4.1 Considerações iniciais	31
2.4.2 ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)	33

2.4.3	Eurocode 2 (CEN, 2010)	40
2.4.4	ACI 318 (ACI, 2014)	43
2.4.5	Model Code 2010 (fib, 2013)	46
3	Banco de dados	55
3.1	Definição do banco de dados	55
3.1.1	Armaduras de cisalhamento	57
3.1.2	Modos de ruptura	60
3.1.3	Parâmetros relacionados à resistência à punção	61
3.2	Resistência à punção	63
3.2.1	Cálculo segundo recomendações normativas utilizadas	63
3.2.2	Tensão resistente do concreto no perímetro de controle	70
3.2.3	Contribuição da armadura de cisalhamento	71
3.2.4	Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento	72
3.2.5	Tensão resistente máxima para esmagamento da diagonal de concreto comprimida	73
3.3	Resistência à flexão	74
3.3.1	Cálculo de V_{flex}	75
3.3.2	Cálculo de m_R	77
4	Resultados	81
4.1	Comparação entre valores de resistência previstos por norma e resultados experimentais	81
4.2	Punção dentro da região das armaduras de cisalhamento	82
4.2.1	Eficiência da armadura de cisalhamento	86
4.2.2	Previsão do modo de ruptura	103
4.3	Punção fora da região das armaduras de cisalhamento	106
4.4	Resistência máxima à punção	112
5	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	118
6	Referências	123
7	Anexos	131
A	Banco de dados	131
A.1	Informações gerais	132

A.2	Perímetros de controle	134
A.3	Análise de normas	136
A.3.1	ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)	136
A.3.2	Eurocode 2 (CEN, 2010)	138
A.3.3	ACI 318 (2014)	140
A.3.4	Model Code 2010 (fib, 2013)	142
B	Desenhos detalhados	148
B.1	Yamada et al. (1992)	148
B.2	Chana e Desai (1992)	149
B.3	Chana e Desai (1993)	151
B.4	Regan (1980)	152
B.5	Samadian e Regan (1999)	153
B.6	Oliveira et al. (2000)	154
B.7	Broms (1990)	155
B.8	Kinnunen et al. (1980)	156
B.9	Andersson (1963)	157
B.10	Chana (1993)	158
B.11	Pilakoutas e Li (1997)	159
C	Armaduras resistentes	160
C.1	Yamada et al. (1992)	160
C.2	Chana e Desai (1992)	163
C.3	Chana e Desai (1993)	165
C.4	Regan (1980)	166
C.5	Samadian e Regan (1999)	167
C.6	Oliveira et al. (2000)	169
C.7	Narasimhan (1971)	173
C.8	Broms (1990)	174
C.9	Nilsson (1983)	176
C.10	Kinnunen et al. (1980)	177
C.11	Tolf (1988)	179
C.12	Andersson (1963)	182
C.13	Chana (1993)	184

C.14 Pilakoutas e Li (1997)	185
D Perímetros de controle fora da região das armaduras de cisalhamento	188
D.1 CHANA e DESAI (1992)	189
D.2 CHANA e DESAI (1993)	190
D.3 REGAN (1980)	191
D.4 SAMADIAN e REGAN (1999)	191
D.5 OLIVEIRA et al. (2000)	192
D.6 NARASIMHAN (1971)	193
D.7 BROMS (1990)	194
D.8 NILSON (1983)	194
D.9 TOLF(1988)	195
D.10 ANDERSON (1963)	196
D.11 CHANA(1963)	197
D.12 PILAKOUTAS e Li (1997)	198
E Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento	199
E.1 Desenvolvimento histórico	199
E.2 Aplicação a lajes sem armadura de cisalhamento	201
E.2.1 Mecanismos de resistência	201
E.2.2 Critério de ruptura	203
E.2.3 Cálculo da rotação	205
E.3 Aplicação a lajes com armadura de cisalhamento	212
E.3.1 Parcela de carga resistida pela armadura de cisalhamento	212
E.3.2 Ancoragem dos estribos	220
E.3.3 Critério de ruptura	226
E.4 Resistência máxima à punção	227
F Cálculo do momento resistente m_R	229
F.1 Equações gerais	229
F.2 Modelo de cálculo simplificado	230
F.3 Modelo de cálculo baseado em domínios de deformação	231
F.3.1 Limite 2-3	232
F.3.2 Limite 3-4	234

F.3.3	m_R para os dominos 3 e 4	235
F.3.4	m_R para o domínio 2	238
F.3.5	Cálculo de C_c	240
G	Modelos de linhas de ruptura	242
G.1	Definição do modelo por autor	242
G.1.1	Yamada, Nanni e Endo (1992)	242
G.1.2	Chana e Desai (1992)	243
G.1.3	Chana and Desai (1993)	244
G.1.4	Regan (1980)	245
G.1.5	Samadian and Regan (1999)	246
G.1.6	Oliveira, Melo and Regan (2000)	246
G.1.7	Broms (1990)	247
G.1.8	Anderson (1963)	248
G.1.9	Chana (1993)	249
G.1.10	Pilakoutas and Li (1997)	249
G.2	Dados para cálculo de V_{flex}	250

Lista de Tabelas

Tabela	Página
Tabela 2-1 – Comparação entre diferentes arranjos de de armadura de flexão.....	12
Tabela 2-2 – Séries de ensaios de REGAN (2000)-b.....	22
Tabela 2-3 – Comparação entre estribos ancorados nas camadas interna e externa da armadura de flexão (REGAN, 2001).....	28
Tabela 2-4 – Coeficientes de minoração das resistências do concreto e do aço	33
Tabela 2-5 – Tensão efetiva na armadura de cisalhamento.....	35
Tabela 2-6 – Definição do parâmetro k_{dg} segundo o Model Code 10	49
Tabela 2-7 – Fatores para cálculo da resistência da aderência.....	51
Tabela 2-8 – Definição do parâmetro k_{sys}	52
Tabela 2-9 – Fator de comprimento de ancoragem β_b	54
Tabela 2-10 – Diâmetro máximo da armadura de cisalhamento em função da altura útil..	54
Tabela 3-1 Lista de trabalhos contidos no banco de dados	56
Tabela 3-2 - Classificação por geometria dos estribos utilizados no banco de dados.....	59
Tabela 3-3 – Classificação dos modos de ruptura observados experimentalmente	60
Tabela 3-4 – Perímetros de controle onde atua a tensão v_c	64
Tabela 3-5 – Definição da tensão resistente do concreto para lajes sem armadura de cisalhamento	64
Tabela 3-6 – Definição da máxima tensão atuante na armadura de cisalhamento	65
Tabela 3-7 – Fator de redução de V_c	66
Tabela 3-8 – Definição da máxima tensão resistente do concreto para esmagamento da biela comprimida	68
Tabela 3-9 – Taxas de armadura de cisalhamento mínima exigidas por cada norma	69
Tabela 4-1 – Definição dos parâmetros estatísticos utilizados.....	81
Tabela 4-2 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento.....	84
Tabela 4-3 – Valores de $V_s/V_{c\text{ máx}}$ obtidos.....	85
Tabela 4-4 – Legenda de autores.....	96
Tabela 4-5 – Valores máximos de V_s/V_c obtidos por tipo de ancoragem	99
Tabela 4-6 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento aparição.....	103

Tabela 4-7 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento.....	109
Tabela 4-8 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à por esmagamento da biela de concreto comprimida	113
Tabela 7-1 – Legendas para a simbologia do modo de ruptura.....	131
Tabela 7-2 – Legenda para a simbologia dos dados das lajes	131
Tabela 7-3 – Informações gerais sobre as lajes analisadas.....	132
Tabela 7-4 - Informações gerais sobre as lajes analisadas (continuação)	133
Tabela 7-5 – Perímetros de controle.....	134
Tabela 7-6 – Perímetros de controle (continuação).....	135
Tabela 7-7 – Resistências previstas pela NBR 6118 (ABNT, 2014)	136
Tabela 7-8 – Resistências previstas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) – continuação	137
Tabela 7-9 – Resistências previstas pelo Eurocode 2.....	138
Tabela 7-10 – Resistências previstas pelo Eurocode 2 (continuação).....	139
Tabela 7-11 – Resistências previstas pelo ACI 318	140
Tabela 7-12 – Resistências previstas pelo ACI 318 (continuação)	141
Tabela 7-13 – Resistências previstas pelo Model Code 2010	142
Tabela 7-14 – Resistências previstas pelo Model Code 2010 (continuação)	143
Tabela 7-15 – Resistências previstas pelo Model Code 2010 (continuação)	144
Tabela 7-16 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010	145
Tabela 7-17 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010 (continuação)	146
Tabela 7-18 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010 (continuação)	147
Tabela 7-19 – Fator de redução da resistência básica de ancoragem η_1 do Model Code 2010	224
Tabela 7-20 – Fator de redução da resistência básica de ancoragem η_2 do Model Code 2010	225
Tabela 7-21 – Valor de k_{sys} segundo o Model Code 2010	228
Tabela 7-22 - Valores para cálculo de V_{flex}	250
Tabela 7-23 - Valores para cálculo de V_{flex} (continuação)	251

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Punção em ligação laje-pilar segundo a NBR 6118 (2014)	1
Figura 1.2 -Colapsos de estruturas devidos à punção.....	2
Figura 2.1 – Fissuras devidas ao momento fletor em regiões de ligação laje-pilar (Laje PG 20 de GUIDOTTI, 2010)	5
Figura 2.2 -Diagrama carga-deslocamento vertical típico (adaptado de ELSTNER e HOGNESTAD, 1956)	6
Figura 2.3 – Punção por tração diagonal	6
Figura 2.4 – Punção por esmagamento da diagonal de concreto.....	7
Figura 2.5 – Ruptura combinada – Flexo-punção	7
Figura 2.6 – Perímetros de controle definidos por normas.....	8
Figura 2.7 – Resistência à punção em função da resistência à compressão do concreto (REGAN e BRAEDSTRUP, 1985 – adaptado)	9
Figura 2.8 – Resistência à punção em função da taxa de armadura de flexão (REGAN e BRAEDSTRUP, 1985 – adaptado)	10
Figura 2.9 – Efeito pino da armadura de flexão (adaptado de MOE, 1961)	10
Figura 2.10 – Barras dobradas para uso como armadura de cisalhamento em lajes lisas ...	13
Figura 2.11 – Estribos utilizados por YAMADA et al. (1992)	14
Figura 2.12 – Estribos utilizados por OLIVEIRA et al. (2000)	14
Figura 2.13 – Estribos utilizados por PILAKOUTAS e LI (1997)	15
Figura 2.14 – Estribos utilizados por PILAKOUTAS e LI (1997)	15
Figura 2.15 – Studs como armadura de cisalhamento em lajes lisas.....	16
Figura 2.16 – Perfis metálicos em I utilizados como armadura de cisalhamento.	17
Figura 2.17 – Espaçamentos dimensões relacionadas ao arranjo da armadura de cisalhamento	17
Figura 2.18 - Arranjos possíveis de armaduras de cisalhamento	18
Figura 2.19 – Contribuição da armadura de cisalhamento na resistência à punção	19
Figura 2.20 – Armadura de cisalhamento resistente considerada por STALLER e BEUTEL (2010)	20
Figura 2.21 – Armaduras de cisalhamento para lajes lisas (ACI 421.1R, 1999).....	21
Figura 2.22 – Resistência da ancoragem à ruptura do cone de concreto (REGAN, 2000)-b	22

Figura 2.23 – Previsões das equações de REGAN (2001) na resistência da ancoragem à ruptura do cone de concreto.....	24
Figura 2.24 – Resistência ao arrancamento de armaduras de cisalhamento embutidas no concreto: comparação entre tipos de armadura	24
Figura 2.25 – Altura interna da armadura de cisalhamento.....	25
Figura 2.26 – Modelo de treliça proposto por ANDRÄ (1982) apud BEUTEL (2002)	27
Figura 2.27 – Possíveis localizações da fissura diagonal ao longo da região das armaduras de cisalhamento (REGAN, 2001).....	28
Figura 2.28 – Propostas de definição do perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento para arranjos em grade e circunferencial	30
Figura 2.29 – Definição de do perímetro de controle fora da região das armaduras para as lajes de VAN DER VOET et al. (1982) – REGAN (2001).....	30
Figura 2.30 – Modelo de cálculo para a resistência à punção segundo a NBR 6118.....	34
Figura 2.31 – Perímetro de controle u_1 para a NBR 6118.....	34
Figura 2.32 – Larguras para cálculo das taxas de armadura de flexão nas direções x e y ..	35
Figura 2.33 – Armadura de cisalhamento colaborante considerada para o Eurocode segundo FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009).....	36
Figura 2.34 - Armadura de cisalhamento colaborante considerada para a NBR 6118 no presente trabalho.....	37
Figura 2.35 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento de YAMADA et al. (1992).....	37
Figura 2.36 - Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118	38
Figura 2.37 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118.....	39
Figura 2.38 – Especificações para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118.....	39
Figura 2.39 – Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2.....	41
Figura 2.40 – Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2	42
Figura 2.41 – Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2.....	42
Figura 2.42 – modelo de cálculo para a resistência à punção segundo o ACI 318	43

Figura 2.43 – perímetro u_1 para o ACI 318	43
Figura 2.44 – Especificações gerais para a armadura de cisalhamento segundo o ACI 318	44
Figura 2.45 – Perímetro u_{out} para o ACI 318.....	45
Figura 2.46 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318.....	45
Figura 2.47 – Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318	46
Figura 2.48 – Correlação entre a abertura da fissura crítica de cisalhamento e a rotação ψ (MUTTONI, 2008).....	46
Figura 2.49 – Níveis de aproximação para cálculo: acurácia em função do tempo dedicado à análise (MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ, 2012)	47
Figura 2.50 – Perímetro u_1 par o Model Code 2010.....	48
Figura 2.51 – Redução do perímetro de controle básico para grandes áreas carregadas, conforme o Model Code 2010	49
Figura 2.52 - Armadura de cisalhamento colaborante segundo o Model Code 2010	50
Figura 2.53 – Altura útil efetiva para resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento	51
Figura 2.54 - Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010	52
Figura 2.55 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010	53
Figura 2.56 - Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010	53
Figura 3.1 – Modelos de lajes lisas presentes no banco de dados.....	55
Figura 3.2 – Distribuição de momentos radiais elásticos em torno do pilar	55
Figura 3.3 – Perímetros de carga	56
Figura 3.4 – Composição do banco de dados por r_q	57
Figura 3.5 – Classificação dos estribos quanto à ancoragem	58
Figura 3.6 – Estribos da série K de YAMADA et al. (1992)	58
Figura 3.7 – Classificação dos estribos por geometria	59
Figura 3.8 – Armadura das lajes PSSB e PSSC de PILAKOUTAS e LI (1997), representando a Geometria G6 – imagens de PILAKOUTAS e LI (2003).....	59
Figura 3.9 – Composição do banco de dados por tipo de estribo.....	60

Figura 3.10: Rupturas por punção observadas nas lajes do banco de dados	61
Figura 3.11 – Composição do banco de dados por modo de ruptura	61
Figura 3.12 – Composição do banco de dados aos parâmetros que influenciam na resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento	62
Figura 3.13 – Composição do banco de dados que influenciam no acréscimo de carga devido à armadura de cisalhamento	63
Figura 3.14 – Superfícies de ruptura e zonas de armadura de cisalhamento consideradas em cálculo.....	64
Figura 3.15 – Tensão máxima efetiva na armadura de cisalhamento.....	65
Figura 3.16 – Variação das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento com a aplicação de carga (adaptado de MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ, 2010).....	66
Figura 3.17 – Avaliação da variação da contribuição do concreto em função de V_s/V_c	67
Figura 3.18 – Avaliação da soma das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento segundo as normas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 2010..	68
Figura 3.19 – Taxas de armadura de cisalhamento mínima exigidas por cada norma para a laje K3 de YAMADA et al. (1992)	70
Figura 3.20 – Tensão resistente v_c para lajes sem armadura de cisalhamento	71
Figura 3.21 – Contribuição da armadura de cisalhamento calculada	72
Figura 3.22 – Relação $u_{out,ef}/u_l$	73
Figura 3.23 – Resistência máxima à punção	74
Figura 3.24 – Composição do banco de dados pela relação V_{Exp}/V_{Flex}	75
Figura 3.25 - Modelos de linhas de ruptura adotados para cálculo da carga de ruptura por flexão das lajes.....	76
Figura 3.26 – Tensões e deformações na seção resistente ao momento fletor	78
Figura 3.27 – Domínios de deformação no estado limite último de flexão	78
Figura 3.28 – Domínios de deformação das lajes do banco de dados.....	79
Figura 3.29 – Relação entre os momentos resistente calculados segundo os modelos de cálculo I e II.....	80
Figura 4.1 – Ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais previsões normativas.....	82
Figura 4.2 – Aumento da insegurança do cálculo da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento	83
Figura 4.3 – Composição dos resultados quanto à relação V_{Exp}/V_{cs}	86

Figura 4.4 – Parcelas resistidas pelo concreto e pela armadura de cisalhamento consideradas para cada norma	87
Figura 4.5 - Regiões para avaliação das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento	88
Figura 4.6 – Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras	90
Figura 4.7 – Composição dos resultados quanto à eficiência das armaduras de cisalhamento com base nas regiões da Figura 4.5	91
Figura 4.8 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c	93
Figura 4.9 – Tendências observadas nas variações da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c	94
Figura 4.10 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c – NBR 6118	97
Figura 4.11 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c – Eurocode 2 ...	97
Figura 4.12 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c – ACI 318	98
Figura 4.13 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s/V_c – model Code 2010	98
Figura 4.14 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras – influência da geometria do estribo	100
Figura 4.15 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para a NBR 6118 – influência da geometria e da ancoragem do estribo	101
Figura 4.16 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para o Eurocode 2 – influência da geometria e da ancoragem do estribo	101
Figura 4.17 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para a ACI 318 – influência da geometria e da ancoragem do estribo	102
Figura 4.18 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para o Model Code 2010– influência da geometria e da ancoragem do estribo	102
Figura 4.19 – Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento.....	104

Figura 4.20 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da Eurocode 2 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento.....	105
Figura 4.21 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento.....	106
Figura 4.22 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do MC10 (2013) – nível 2 de aproximação – para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento	106
Figura 4.23 - Ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais previsões normativas.....	107
Figura 4.24 - Ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais previsões normativas.....	108
Figura 4.25 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento.....	110
Figura 4.26 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Eurocode 2 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento.....	110
Figura 4.27 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento.....	111
Figura 4.28 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Model Code 2010 – nível 2 de aproximação – para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento	112
Figura 4.29 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura por esmagamento da biela.....	114
Figura 4.30 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Eurocode 2 para ruptura por esmagamento da biela.....	115
Figura 4.31 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura por esmagamento da biela.....	116
Figura 4.32 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Model Code 2010 para ruptura por esmagamento da biela.....	117
Figura 7.1 – Lajes de Yamada et al. (1992) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros.....	148
Figura 7.2 – Lajes de Chana e Desai (1992) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros	149
Figura 7.3 – Lajes de Chana e Desai (1992) – Sistema de ensaio; cotas em milímetros ..	150
Figura 7.4 – Lajes de Chana e Desai (1993) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros	151

Figura 7.5 – Lajes de Regan (1980) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros	152
Figura 7.6 – Lajes de Samadian e Regan (1999) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros	153
Figura 7.7 – Lajes de Oliveira et al. (2000) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros	154
Figura 7.8 – Lajes de Broms (1990) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros.....	155
Figura 7.9 – Lajes de Kinnunen et al. (1980) – dimensões genéricas; cotas em milímetros	156
Figura 7.10 – Lajes de Slabs of Andersson (1963) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros.....	157
Figura 7.11 – Lajes de Chana (1993) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros.....	158
Figura 7.12 – Lajes de Pilakoutas e Li (1997) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros.....	159
Figura 7.13 - Lajes de YAMADA, NANI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com as normas NBR 6118 e Eurocode 2.....	160
Figura 7.14 - Lajes de YAMADA, NANI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	161
Figura 7.15 Lajes de YAMADA, NANNI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010 .	162
Figura 7.16 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2	163
Figura 7.17 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	164
Figura 7.18 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	164
Figura 7.19 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2	165
Figura 7.20 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	165
Figura 7.21 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	166

Figura 7.22 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	166
Figura 7.23 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	166
Figura 7.24 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	167
Figura 7.25 - Lajes de SAMADIAN and REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	167
Figura 7.26 - Lajes de SAMADIAN e REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	167
Figura 7.27 - Lajes de SAMADIAN e REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010 .	168
Figura 7.28 – Armaduras inclinadas de OLIVEIRA et al. (2000).....	169
Figura 7.29 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	169
Figura 7.30 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2 (continuação).....	170
Figura 7.31 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	171
Figura 7.32 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010 .	172
Figura 7.33 - Lajes de NARASIHAM (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2	173
Figura 7.34 - Lajes de NARASIMHAN (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	173
Figura 7.35 - Lajes de NARASIHAM (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	173
Figura 7.36 - Lajes de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	174
Figura 7.37 - Lajes de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	174

Figura 7.38 - Lajes de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	175
Figura 7.39 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	176
Figura 7.40 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	176
Figura 7.41 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	176
Figura 7.42 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2	177
Figura 7.43 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	177
Figura 7.44 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010.....	178
Figura 7.45 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	179
Figura 7.46 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	180
Figura 7.47 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	181
Figura 7.48 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2	182
Figura 7.49 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	182
Figura 7.50 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	183
Figura 7.51 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	184
Figura 7.52 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	184

Figura 7.53 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010	184
Figura 7.54 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2.....	185
Figura 7.55 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318	186
Figura 7.56 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010 .	187
Figura 7.57 – Perímetros de controle fora da região das armaduras de cisalhamento	188
Figura 7.58 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA e DESAI (1992).....	189
Figura 7.59 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA e DESAI (1993).....	190
Figura 7.60 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de REGAN (1980).....	191
Figura 7.61 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de SAMADIAN e REGAN (1999)	191
Figura 7.62 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de OLIVEIRA et al. (2000).....	192
Figura 7.63 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de OLIVEIRA et al. (2000) (continuação).....	193
Figura 7.64 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de NARASIMHAN (1971)	193
Figura 7.65 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de BROMS (1990).....	194
Figura 7.66 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de NILSON (1983).....	194
Figura 7.67 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de TOLF(1988).....	195
Figura 7.68 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de ANDERSON (1963).....	196
Figura 7.69 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA(1963)	197

Figura 7.70 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de PILAKOUTAS e Li (1997).....	198
Figura 7.71 – Diagramas carga-rotação de lajes de KINNUNEN e NYLANDER (1960) apud MUTTONI (2008) com diferentes taxas de armadura de flexão.....	199
Figura 7.72 – Modelo de treliça na ruptura por punção (adaptado de MUTTONI e SCHWARTZ, 1991).....	200
Figura 7.73 – Laje PG-3 de GUANDALINI e MUTTONI (2004) – Deformações radiais na superfície comprimida próxima ao pilar.....	200
Figura 7.74 – Laje PG-3 de GUANDALINI e MUTTONI (2004) – adaptado de MUTTONI (2008).....	201
Figura 7.75 – Transferência de esforços na superfície da fissura crítica.....	202
Figura 7.76 – mecanismos resistentes ao longo da fissura crítica.....	202
Figura 7.77 – Critério de ruptura: resistência à punção em função da abertura da fissura crítica: comparação entre resultados experimentais e previsões do ACI 318 (ACI, 2005).....	204
Figura 7.78 – Critérios de ruptura do Model Code 2010 – comparação com MUTTONI (2008).....	205
Figura 7.79 – Modelo físico para relação carga-rotação em ligações laje-pilar.....	206
Figura 7.80 - Relação momento-curvatura quadrilinear.....	206
Figura 7.81- Relação momento-curvatura bilinear.....	209
Figura 7.82 – Aplicação dos modelos quadrilinear e bilinear na análise das lajes de KINNUNEN e NYLANDER (1960) apud MUTTONI (2008).....	209
Figura 7.83 – Parcelas resistentes do concreto e do aço (adaptado de FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2009).....	213
Figura 7.84 – Modelo mecânico para a resistência da armadura de cisalhamento (adaptado de FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2009).....	215
Figura 7.85 – Tensões na armadura de cisalhamento (adaptado de LIPS, 2012).....	216
Figura 7.86 – Hipóteses de estados de tensão possíveis segundo LIPS (2012).....	217
Figura 7.87 – Tensão na armadura de cisalhamento como função da abertura de fissura (adaptado de LIPS, 2012).....	219
Figura 7.88 – CAIRNS (2006).....	221
Figura 7.89 – CAIRNS (2006).....	222
Figura 7.90 – Relação $f_{stm\ Calc}/ f_{stm\ Exp}$ em função da resistência à compressão do concreto (CAIRNS, 2015).....	223

Figura 7.91 – Critério de ruptura da laje K3 de YAMADA et al. (1992), segundo o Model Code 2010.....	226
Figura 7.92 – desempenho de diferentes tipos de armadura de cisalhamento (FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2010)	227
Figura 7.93 - Critério de ruptura da laje T3 de YAMADA et al. (1992), segundo o Model Code 2010.....	228
Figura 7.94 - Modelo mecânico para cálculo do momento m_R proposto por REGAN (2015)	230
Figura 7.95 – Modelo mecânico para cálculo do momento m_R proposto pela NBR 6118 - 2014 (adaptado).....	231
Figura 7.96 – Estados de tensão e deformação na seção transversal (NBR 6118– adaptado)	231
Figura 7.97 – Relação tensão-deformação adotada para o concreto sob compressão (NBR 6118, 2014).....	232

Lista de Símbolos

Neste item são apresentados alguns dos símbolos utilizados no presente trabalho. Aqueles que não estão aqui apresentados têm seu significado explicado assim que mencionados no texto.

Símbolo	Significado
A_{sw}	Área de aço da armadura de cisalhamento resistente à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento
C	Diâmetro ou lado do pilar
d	Altura útil da laje
d_g	Diâmetro do agregado
E	Módulo de elasticidade
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_y	Tensão de escoamento da armadura de flexão
f_{yw}	Tensão de escoamento da armadura de cisalhamento
$n_{\phi w}$	Quantidade barras que contribuem para a resistência á punção dentro da região das armaduras
$f_{yw,ef}$	Tensão efetiva na armadura de cisalhamento
h	Altura total da laje
m_R	Momento fletor resistente
r_s	Raio de carga, correspondente ao raio do centro do pilar até o contorno de momentos nulos na laje
u_0	Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção por esmagamento da diagonal comprimida
u_1	Perímetro de controle para cálculo da resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento e dentro da região das armaduras de cisalhamento, em lajes com armadura de cisalhamento
u_{out}	Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento
$u_{out,ef}$	Perímetro de controle efetivo para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento

V_c	Resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento
v_c	Tensão de cisalhamento resistente na superfície de controle de ligações laje-pilar
V_{cs}	Resistência à punção dentro da região das armaduras e cisalhamento
V_{Exp}	Carga de resistência à punção experimental
V_{flex}	Carga de resistência à flexão calculada
M. R.	Modo de ruptura
$V_{m\acute{a}x}$	Resistência máxima à punção
$v_{m\acute{a}x}$	Tensão máxima resistente na superfície de controle localizada na borda do pilar para ruptura por esmagamento da diagonal comprimida
V_{out}	Resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento
V_R	Carga de resistência à punção calculada
V_s	Parcela de carga resistida pela armadura de cisalhamento na punção dentro da região dentro da região das armaduras de cisalhamento
α	Ângulo entre a direção da barra de armadura de cisalhamento e o plano da laje
γ_c	Fator de segurança para redução da resistência
ρ	Taxa de armadura de flexão
ρ_w	Taxa de armadura de cisalhamento
ϕ_w	Diâmetro da armadura de cisalhamento
ψ	Rotação da laje na região de ligação laje-pilar

1 Introdução

A punção consiste em um modo de ruptura que ocorre em elementos de concreto armado devido a esforços de cisalhamento causados por cargas concentradas transversais ao plano do elemento. Estão sujeitos a este tipo de ruptura elementos estruturais tais como lajes apoiadas sobre pilares, sapatas e blocos de fundação. O mecanismo de ruptura se caracteriza por uma elevada concentração de tensões e deformações em torno da carga concentrada, que ocasionam a formação de uma superfície de ruptura em formato de cone, conforme o ilustrado na Figura 1.1 para uma ligação laje-pilar.

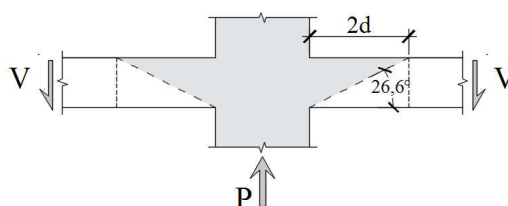


Figura 1.1 – Punção em ligação laje-pilar segundo a NBR 6118 (2014)

O dimensionamento à punção é de grande importância no projeto de estruturas com sistemas de lajes lisas. Geralmente, o procedimento consiste em verificar a resistência à punção das ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento, definida a partir de uma tensão de cisalhamento resistente atuante em uma superfície de controle situada a uma determinada distância das faces do pilar (Figura 1.1).

Caso a carga de ruptura calculada para uma ligação seja inferior à carga solicitante, correspondente à carga concentrada devida à reação de apoio no pilar nesta ligação, a resistência à punção deve ser aumentada. O aumento da resistência da ligação pode ser alcançado alterando-se as dimensões iniciais dos elementos estruturais: aumento da espessura da laje ou aumento do perímetro do pilar. No entanto, este tipo de alteração pode não ser tão eficiente, uma vez que aumenta o peso próprio e os custos da estrutura. Para superar este problema, diversas pesquisas foram realizadas ao longo do século XX visando a utilização de armaduras de cisalhamento na região de ligação laje pilar para aumento da resistência à punção.

Desde a primeira metade do século XX até a atualidade, diversos tipos de armadura de cisalhamento foram desenvolvidos, visando a eficiência no aumento da resistência à punção e facilidade nos processos de fabricação e armação. Uma das consequências da utilização de armaduras de cisalhamento para aumento da resistência à punção é a possibilidade de surgimento de outros modos de ruptura. Atualmente, todas as recomendações normativas para dimensionamento à punção especificam o cálculo da resistência proporcionada pela armadura de cisalhamento.

Apesar da disponibilidade de recomendações para dimensionamento à punção desde décadas atrás até a atualidade, diversos acidentes de colapsos estruturais devidos à punção em ligações laje-pilar têm sido registrados, conforme ilustrado na Figura 1.2.



a) Edifício *Piper Rows Car Park*, Wolverhampton, Inglaterra (WOOD, 1997)



b) Edifício de dezesseis andares, na avenida *2000 Commonwealth*, Boston, EUA (KING e DELATTE, 2004)



c) Edifício *Sampoong Department Store*, Seul, Coréia do Sul (GARDNER *et al.* 2002)

Figura 1.2 -Colapsos de estruturas devidos à punção

1.1 Justificativa

Recomendações normativas são baseadas em modelos de cálculo desenvolvidos a partir de métodos teóricos e experimentais. Quando as falhas de cálculos baseados em normas constituem um dos fatores que ocasionam acidentes, tais falhas revelam incertezas quanto ao estado atual de conhecimento acerca do fenômeno da punção. Estas incertezas são reforçadas mediante fatores como: grandes diferenças encontradas entre modelos de cálculo que embasam diferentes normas; incoerências observadas em ensaios experimentais em laboratório; e discrepância entre resultados obtidos a partir de diferentes modelos de cálculo.

A grande variedade de armaduras de cisalhamento, com diversos tipos de ancoragem e geometrias, associados a diversos modos de fabricação e montagem, levanta muitas questões acerca do estabelecimento de uma equação geral que calcule a parcela de carga resistida por uma determinada quantidade de armadura de cisalhamento. Geralmente, as normas especificam uma quantidade de armadura de cisalhamento que contribui na resistência à punção e uma tensão máxima que se desenvolve nas barras desta armadura.

Estribos são o tipo de armadura de cisalhamento mais comum em estruturas de concreto armado pois são de fácil fabricação. Para lajes, o uso de estribos fechados complica o processo construtivo, podendo até inviabilizar seu uso, principalmente no caso de normas que recomendam arranjos radiais. Isto motivou pesquisas em uma diversidade grande de tipos de estribos, buscando apresentar uma forma de armadura que seja eficiente do ponto de vista estrutural e construtivamente adequada.

Considerando o fato de que estribos constituem o tipo de armadura de cisalhamento que permitem maior variedades de arranjos, geometria, tipos de ancoragem, verifica-se que o funcionamento desta armadura é pouco compreendido. Portanto, é de grande importância o desenvolvimento de pesquisas que contribuam com o entendimento do aumento de resistência proporcionado por estribos e nos parâmetros envolvidos.

1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é contribuir para o conhecimento acerca da punção em lajes armadas ao cisalhamento com diferentes tipos de estribo, a partir da análise de

resultados obtidos em experimentos comparados a cálculos normativos. Para isto, foi utilizado um banco de dados com resultados experimentais de lajes com carregamento simétrico ao pilar, portanto, sem transferência de momento na ligação laje-pilar. O presente trabalho possui os seguintes objetivos específicos: analisar os acréscimos de carga proporcionados por diferentes tipos de estribos; definir critérios para classificação de estribos quanto à sua eficiência, em função de aspectos relacionados à ancoragem em torno da armadura de flexão e da geometria da armadura, visando fornecer base para se evitar previsões de resistência inseguras; e fornecer base para propostas de adequação dos cálculos de resistência à punção prescritos pelas normas NBR 6118 (ABNT, 2014), Eurocode 2 (2010), ACI 318 (2014) e Model Code 2010 (2013), utilizadas como referências no presente trabalho.

Considera-se que os tipos de estribo, associados à taxa de armadura de cisalhamento, constituem os principais parâmetros de análise adotados no presente trabalho. A classificação dos estribos em níveis de eficiência serve para evitar

1.3 Escopo do trabalho

O presente trabalho é composto por cinco capítulos. No capítulo 2 é feita uma revisão dos principais parâmetros que influenciam a resistência à punção e de algumas normas utilizadas para o dimensionamento à punção. É dada uma atenção especial a parâmetros relacionados à armadura de cisalhamento, com ênfase em estribos, tais como: tipos, arranjos e ancoragem. Na revisão de normas, são apresentadas as hipóteses consideradas, as equações para cálculos das resistências aos diferentes modos de ruptura e as especificações de detalhamento de estribos. No capítulo 3 é apresentado o banco de dados utilizados para as análises, bem como da metodologia utilizada nos cálculos de resistência e nas análises. Os resultados e as análises são apresentados e discutidos no capítulo 4. No capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Revisão bibliográfica

Neste capítulo são apresentados os principais tópicos que embasam o conhecimento acerca da punção em ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento com estribos, bem como uma revisão de alguns métodos de cálculo normativos.

2.1 Ruptura de ligações laje-pilar

Em regiões de ligação laje-pilar, predominam os esforços solicitantes de momento fletor negativo e de cisalhamento. Os momentos fletores produzem fissuras radiais e circunferenciais em relação ao pilar (Figura 2.1) e podem conduzir à ruptura por flexão a partir de mecanismos de rotação plástica, em que se observa um aumento significativo dos deslocamentos verticais com diminuição do incremento de carga (Figura 2.2). As armaduras de flexão tracionada escoam nos eixos de rotação plástica e pode-se observar rupturas localizadas na face de concreto comprimida nas proximidades do pilar, devidas às rotações excessivas nesta região.

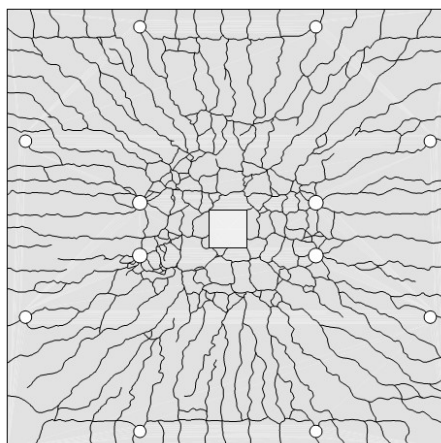


Figura 2.1 – Fissuras devidas ao momento fletor em regiões de ligação laje-pilar (Laje PG 20 de GUIDOTTI, 2010)

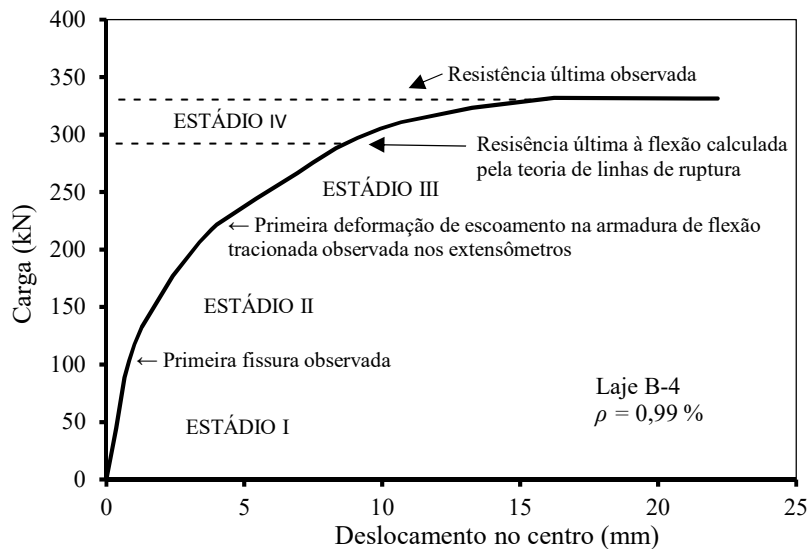


Figura 2.2 -Diagrama carga-deslocamento vertical típico (adaptado de ELSTNER e HOGNESTAD, 1956)

O cisalhamento pode ocasionar a ruptura por punção, que ocorre devido aos esforços concentrados na região de ligação laje-pilar, ocasionando separação entre os elementos laje e pilar ao longo da superfície de um tronco de cone em torno do pilar. Segundo REGAN e BRAESTRUP (1985), a superfície de ruptura da punção se forma no interior da laje a níveis de carga da ordem de 1/2 a 2/3 da carga última. A resistência à punção pode ser aumentada com a introdução de armaduras de cisalhamento para resistir à separação entre o tronco de cone de punção e a laje. Quanto à localização do tronco de cone, a punção pode ocorrer de dois modos: dentro da região das armaduras de cisalhamento, quando a fissura diagonal se estende da superfície tracionada até a interface inferior entre a laje e o pilar; ou fora da região das armaduras de cisalhamento, quando a fissura diagonal se estende da superfície tracionada até a ancoragem inferior da armadura de cisalhamento (Figura 2.3).

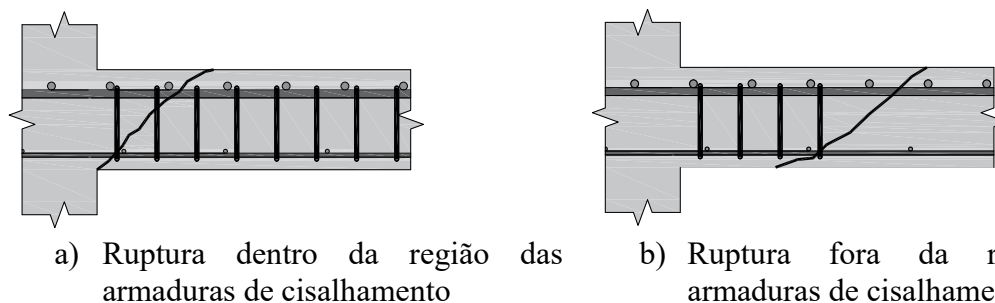


Figura 2.3 – Punção por tração diagonal

A punção pode ocorrer a níveis de carregamento inferiores ao previsto para rupturas dentro ou fora da região das armaduras, portanto, sem que a armadura de cisalhamento alcance o

seu limite de resistência. Este caso está associado a elevadas taxas de armadura de cisalhamento e a ruptura ocorre pelo esmagamento da diagonal de concreto comprimida próximo ao pilar (Figura 2.4). A resistência equivalente à carga de ruptura é denominada resistência máxima à punção ($V_{m\acute{a}x}$) e é utilizada como valor limite para dimensionamento, o qual as cargas solicitantes não podem ultrapassar.

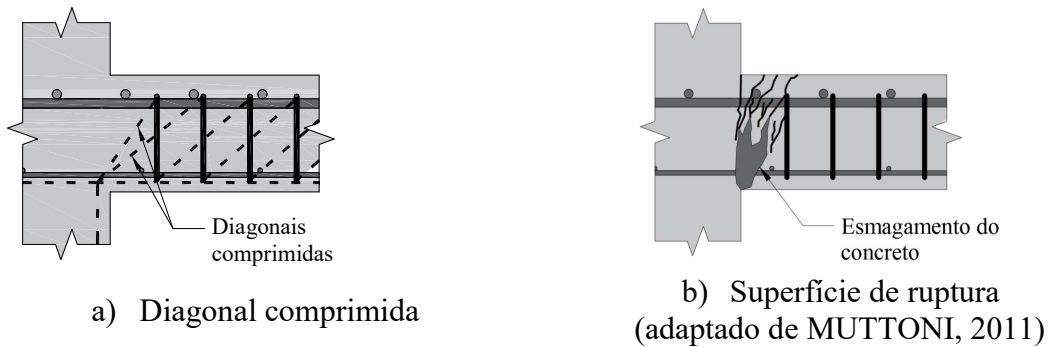
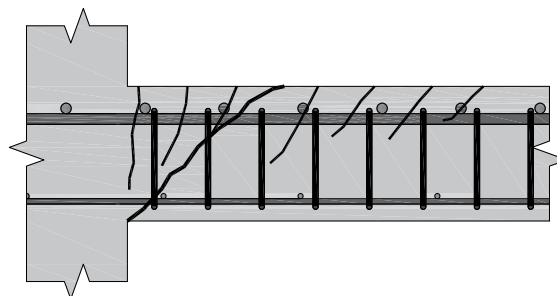


Figura 2.4 – Punção por esmagamento da diagonal de concreto

A ruptura por flexão geralmente ocorre de forma dúctil, com escoamento da armadura de flexão tracionada, devido à pequena profundidade a que se desenvolvem as tensões de compressão paralelas ao plano da laje, em decorrência do momento fletor. A ruptura por punção ocorre de forma brusca, usualmente em estágios de carregamento em que não se observa indicações de ruptura iminente. Já a ruptura por flexo-punção caracteriza-se por ser um mecanismo intermediário entre a punção e a flexão, em que se observa sinais de ruptura por flexão seguidos por uma rápida queda da carga aplicada devida à ruptura do cone de punção (Figura 2.5).



a) Flexão

Figura 2.5 – Ruptura combinada – Flexo-punção

2.2 Resistência à punção: lajes sem armadura de cisalhamento

2.2.1 Superfícies de ruptura

A análise da resistência à punção parte da definição de um modelo mecânico que represente o tronco de cone formado no processo de ruptura com todos os mecanismos de resistência envolvidos. A resistência à punção é expressa na forma de uma tensão v_c atuante em uma superfície definida por um perímetro de controle u_l afastado a uma certa distância das faces do pilar e pela altura útil d da laje. A resistência à punção é expressa, portanto, de acordo com a Equação 2-1. Na Figura 2.6 são mostrados exemplos de perímetros de controle definidos por normas.

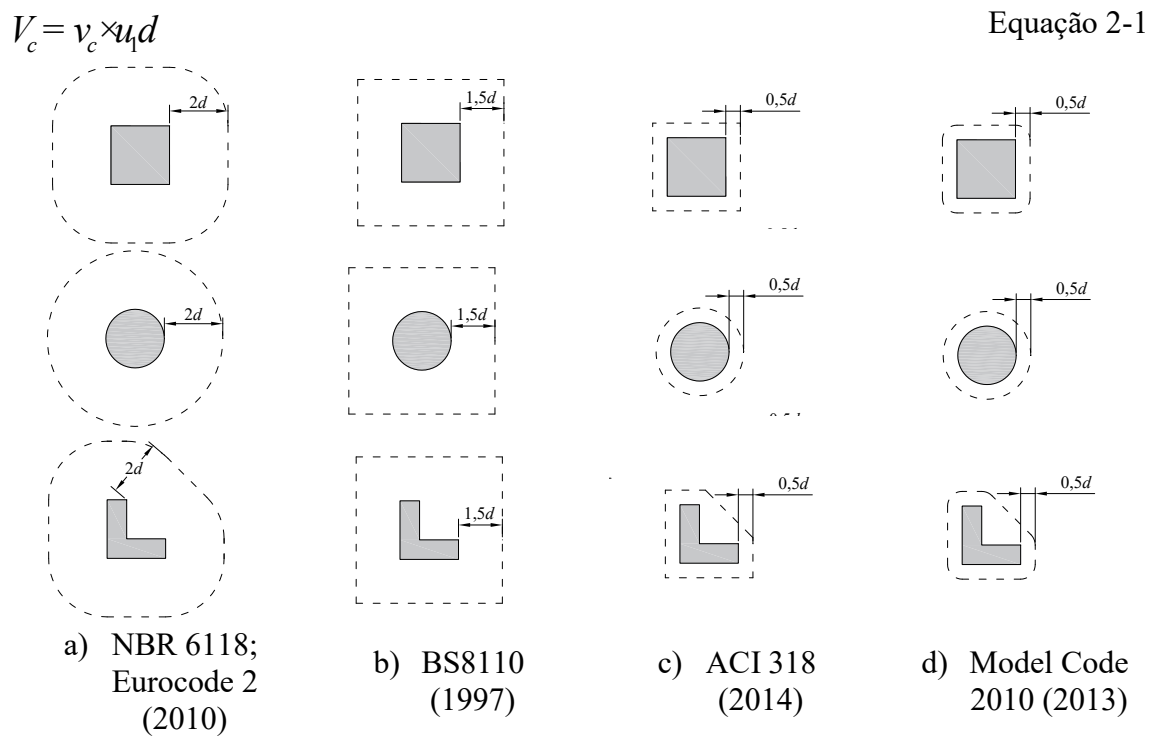


Figura 2.6 – Perímetros de controle definidos por normas

A resistência v_c geralmente é associada à resistência à tração do concreto. REGAN e BRAEDSTRUP (1985), citam três parâmetros relativos à resistência à compressão do concreto: $f_c^{1/3}$, $f_c^{1/2}$ e $f_c^{2/3}$. Na Figura 2.7, a resistência à punção, expressa como a tensão atuante na superfície definida pelo perímetro de controle da Equação 2-2 (v_u), é relacionada à resistência à compressão do concreto. Esta análise foi adaptada de REGAN e

BRAEDSTRUP (1985) a partir de resultados experimentais de ELSTNER e HOGNESTAD (1956) para diferentes taxas de armadura de flexão ρ .

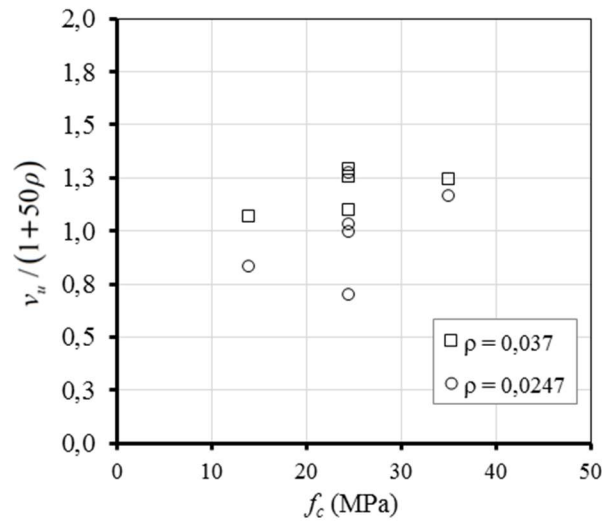


Figura 2.7 – Resistência à punção em função da resistência à compressão do concreto (REGAN e BRAEDSTRUP, 1985 – adaptado)

$$u_1 = \text{Perímetro do pilar} + \pi d$$

Equação 2-2

2.2.2 Influência da armadura de flexão tracionada

A armadura de flexão influencia na resistência à punção, basicamente, de duas formas: por meio de alterações causadas nos mecanismos relacionados à flexão e por meio de aumento da capacidade de transferência de esforços na superfície de ruptura por conta do efeito pino.

REGAN (1981) propõe a hipótese de que o aumento da taxa de armadura de flexão aumenta a resistência à punção devido à maior espessura da camada de concreto comprimida na flexão, visto que a resistência ao cisalhamento está relacionada à área de concreto não fissurado na superfície de controle. Modelos de cálculo baseados na teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2008) consideram que a resistência à punção diminui em função da rotação da laje na ligação laje-pilar no momento da ruptura. Como o aumento da taxa de armadura de flexão diminui a rotação, estes modelos consideram o efeito positivo do aumento da taxa de armadura de flexão.

Definindo ρ como a taxa de armadura de flexão, REGAN e BRAESTRUP (1985) citam os parâmetros $(1+ 50\rho)$ e $\rho^{1/3}$ para correlação com a resistência à punção. Na Figura 2.8 é mostrada a relação entre a taxa de armadura de flexão e a resistência à punção para lajes de ELSTNER e HOGNESTAD (1956).

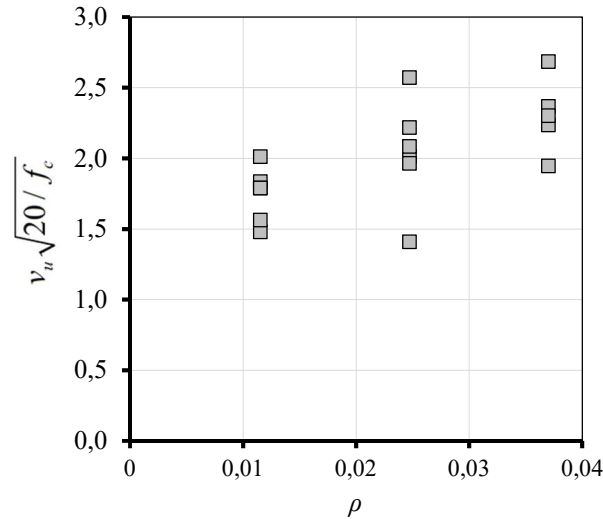
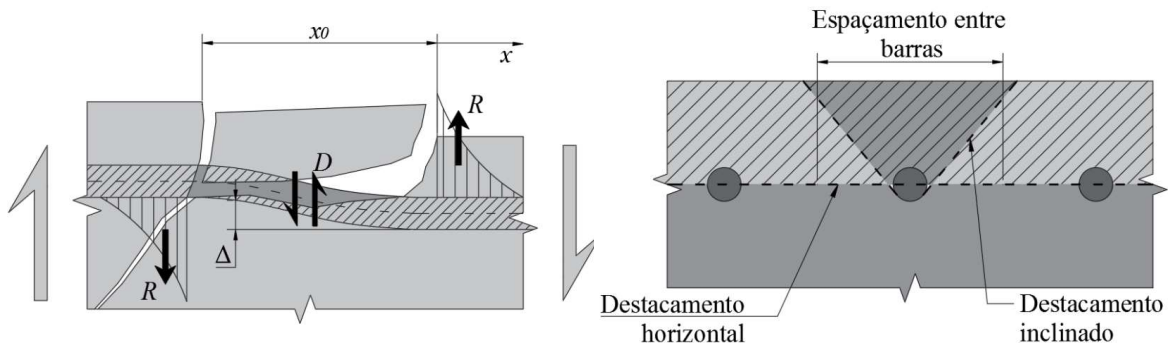


Figura 2.8 – Resistência à punção em função da taxa de armadura de flexão (REGAN e BRAEDSTRUP, 1985 – adaptado)

2.2.2.1 Efeito pino

MOE (1961) descreve o efeito pino como decorrente do deslocamento relativo Δ que ocorre ao nível das armaduras de flexão, provocado pelo esforço de cisalhamento após a abertura da fissura diagonal. A resistência da armadura de flexão ao deslocamento Δ , denominada aqui de resistência de pino (D), gera uma pressão p no concreto que tende a destacar a camada externa de concreto ao longo de um comprimento x (Figura 2.9).



a) Deslocamento relativo entre dois lados da fissura diagonal

b) Modos de destacamento do concreto

Figura 2.9 – Efeito pino da armadura de flexão (adaptado de MOE, 1961)

Considerando que o concreto da camada externa tenha sido destacado a um comprimento x_0 e a armadura de flexão se encontre a um nível de deslocamento relativo Δ , a pressão gerada no concreto remanescente é expressa pela Equação 2-3. A pressão de destacamento se concentra próximo ao limite de concreto intacto e MOE (1961) sugere utiliza que resultante da pressão $p(x)$ seja calculada para a extensão de uma polegada (25,4 mm), conforme a Equação 2-4.

$$p(x) = D \cdot \left(\frac{350\beta_0}{\phi} e^{-25,4\beta_0 x} \right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos(25,4\beta_0 x) + \\ 12,7\beta_0 x_0 \cdot [\cos(25,4\beta_0 x) - \sin(25,4\beta_0 x)] \end{array} \right\} \quad \text{Equação 2-3}$$

$$\text{Onde: } \beta_0^4 = 0,016 \frac{Gd_s}{E_s I}$$

G = “módulo de apoio” em uma massa elástica

ϕ = diâmetro da armadura;

E_s = módulo de elasticidade do aço

I = momento de inércia da seção transversal da armadura

D = resistência de pino da armadura

x = distância ao longo da armadura medida partir do fim do trecho destacado

$$R = \int_{0mm}^{25,4mm} p(x) \phi dx = D \left[1 + e^{-\beta_0} (\sin \beta_0 - \cos \beta_0 + \beta_0 x_0 \sin \beta_0) \right] \quad \text{Equação 2-4}$$

As equações anteriores mostram que a resistência de pino pode ser obtida em função do estado de integridade do concreto na camada externa à armadura de flexão (expresso por x_0) e da força de destacamento do concreto remanescente. Outro modo de expressar a resistência de pino é relacionando-a ao deslocamento Δ , conforme a Equação 2-5 (MOE, 1961).

$$D = \Delta \cdot \frac{2E_s I}{\frac{1 + (1 + \beta_0 x_0)^2}{\beta_0^3} + \frac{x_0^3}{6}} \quad \text{Equação 2-5}$$

REGAN e BRAEDTRUP (1985) avaliam a influência do efeito pino na resistência à punção de lajes ensaiadas por KINNUNEN e NYLANDER (1960). Estes autores compararam as resistências de lajes com armaduras de flexão disposta em anéis concêntricos ao pilar e em direções ortogonais, mantendo-se a mesma taxa. REGAN e BRAEDTRUP (1985) destacam que após a formação de uma fissura de cisalhamento, os anéis posicionados entre a fissura e

o pilar se tornam ineficazes, visto que a ancoragem destas barras depende totalmente de tensões de aderência com o concreto. Isto não ocorre em arranjos ortogonais, pois armaduras deste tipo são ancoradas nas extremidades das lajes, longe da região de ruptura. Na Tabela 2-1 são mostrados os resultados das lajes de KINNUNEN e NYLANDER (1960) *apud* REGAN e BRAEDTRUP (1985).

Tabela 2-1 – Comparação entre diferentes arranjos de de armadura de flexão

Laje	Tipo de armadura	C (mm)	d (mm)	ρ (%)	f_{cc} (MPa)	$\frac{V_R}{\pi(C+d)d}$	Resistência Anelar / Resistência bidirecional
5	Ortogonal	150	117	0,80	26,3	2,6	0,66
6			118	0,79	25,7	2,77	
14	Anel		127	0,74	25,4	1,88	
15			130	0,73	25,9	1,64	
24	Ortogonal	300	128	1,01	25,9	2,49	0,66
25			124	1,04	24,6	2,47	
36	Anel		127	1,20	26,4	1,65	
37			128	1,19	26,4	1,61	

C = diâmetro do pilar;
 d = altura útil da laje;
 ρ = taxa de armadura de flexão;
 f_{cc} = resistência à compressão do cubo de concreto;
 V_R = carga de ruptura da laje.

Considerando como única diferença entre os tipos da armadura de flexão a ausência de efeito pino nas armaduras dispostas em anéis, os autores consideram que 34% da resistência à punção de lajes com armadura de flexão ortogonal foi devida ao efeito pino.

2.3 Resistência à punção: lajes com armadura de cisalhamento

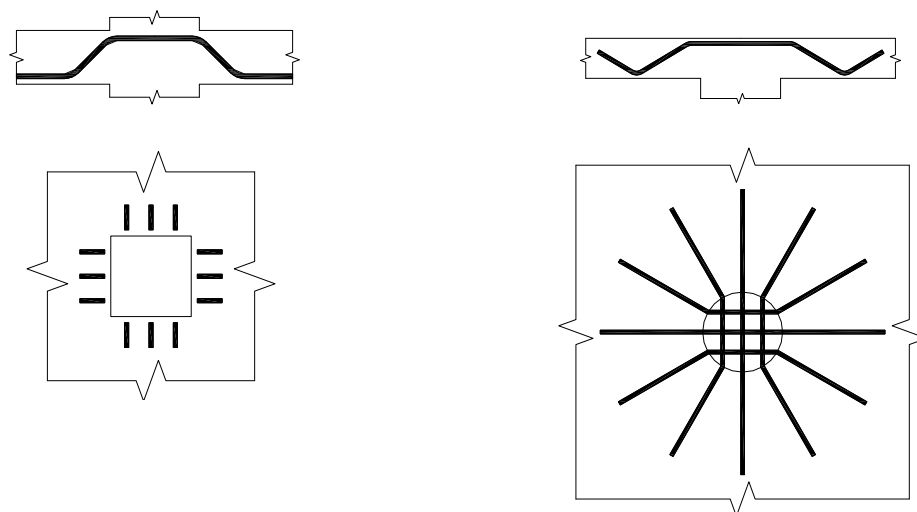
2.3.1 Tipos

2.3.1.1 Barra dobrada

Os primeiros trabalhos acerca de armadura de cisalhamento para combate à punção utilizaram barras dobradas para esta finalidade. Barras dobradas são caracterizadas por

barras longitudinais com trecho diagonal na região de formação da superfície de ruptura por punção, indo de uma camada à outra camada oposta da laje (Figura 2.10). Destaca-se o trabalho de TALBOT (1913) como o primeiro a ser publicado nos Estados Unidos, que utilizou barras dobradas para aumento da resistência à punção em sapatas. ELSTNER e HOGNESTAD (1956) utilizaram barras dobradas como armadura de cisalhamento em lajes lisas.

Esta armadura tende a mostrar bom desempenho na resistência à punção devido à boa ancoragem garantida pelos trechos horizontais e por interceptar a superfície de ruptura a ângulos próximos de 90° . Porém, a montagem desta armadura requer grandes espaços no interior da laje, o que torna difícil a sua montagem quando necessárias grandes taxas ou arranjos com grandes extensões da armadura de cisalhamento.



a) ELSTNER e HOGNESTAD (1956)

b) ANDERSSON (1963)

Figura 2.10 – Barras dobradas para uso como armadura de cisalhamento em lajes lisas

2.3.1.2 Estribos

Estribos constituem um dos tipos de armadura de cisalhamento para combate à punção em lajes lisas mais tradicionais, devido à simplicidade na confecção desta armadura, que geralmente não exige processos industriais especiais, mas apenas serviços de corte e dobra. Nas extremidades das pernas, ganchos ou dobras fornecem resistência de ancoragem por meio de transferência de esforços a barras longitudinais e ao concreto.

YAMADA *et al.* (1992) utilizaram dois tipos de estribos: séries K: estribos isolados com ganchos de 180° envolvendo as barras da armadura de flexão em ambas as camadas tracionada e comprimida; e série T: estribos abertos não envolvendo barras de armadura de flexão em nenhuma das camadas tracionada ou comprimida (Figura 2.11). A armadura da série K se mostrou bastante eficaz. Em alguns casos, as lajes alcançaram resistências maiores do que o dobro da laje de referência sem armadura de cisalhamento. Já a armadura da série T não atendeu às expectativas de resistência, com resistências obtida inferiores às previstas pelos cálculos dos autores.

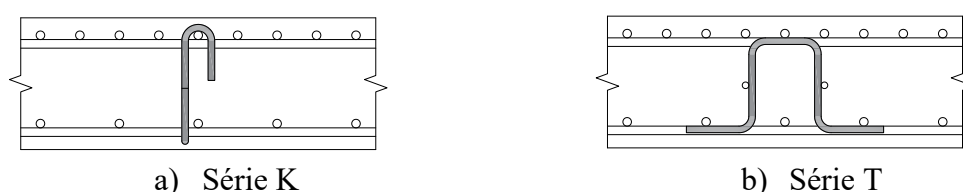


Figura 2.11 – Estribos utilizados por YAMADA *et al.* (1992)

OLIVEIRA *et al.* (2000) ensaiaram lajes armadas com estribos fechados verticais e com estribos abertos inclinados a 57°, ambos os casos com dobras envolvendo as barras da armadura de flexão nas camadas comprimida e tracionada (Figura 2.12). Lajes com estribos verticais mostraram incremento de carga muito menor do que estribos inclinados.



Figura 2.12 – Estribos utilizados por OLIVEIRA *et al.* (2000)

CHANA (1993) utilizou módulos pré-fabricados de estribos abertos com ganchos na camada tracionada envolvendo barras da armadura de flexão e dobras na camada comprimida não envolvendo barras de armadura de flexão. As lajes apresentaram ruptura fora da região das armaduras com cargas pouco acima das previstas pelo autor.

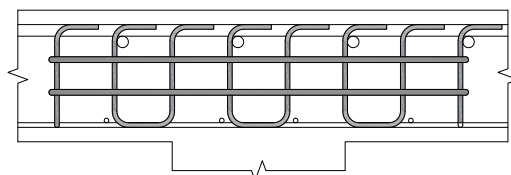


Figura 2.13 – Estribos utilizados por PILAKOUTAS e LI (1997)

PILAKOUTAS e LI (1997) utilizaram estribos consistindo em faixas contínuas com seção transversal de 25,4 mm por 0,8 mm não ancorados efetivamente nas barras de armadura de flexão em nenhuma das camadas tracionada ou comprimida (Figura 2.14). Todas as lajes com apresentaram ruptura dúctil, com escoamento da armadura de flexão e punção após grandes deslocamentos.

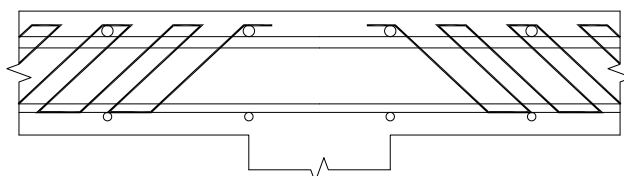
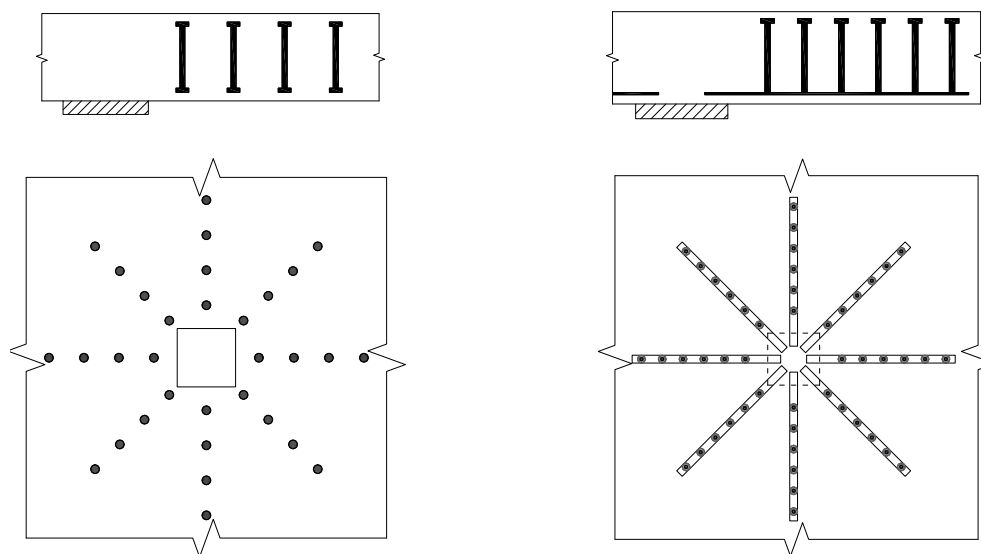


Figura 2.14 – Estribos utilizados por PILAKOUTAS e LI (1997)

2.3.1.3 Studs

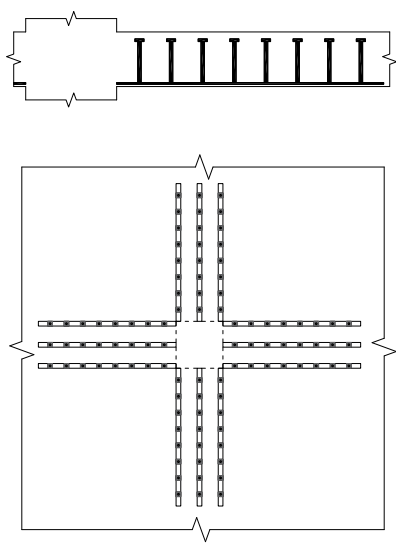
Os primeiros trabalhos com armaduras do tipo *stud* (pino) foram publicados no início da década de 80 (exemplo: SEIBLE *et al.*, 1980). A armadura consiste em barras com ancoragem nas extremidades garantida por cabeças com diâmetro geralmente equivalente a três vezes o diâmetro da barra. Quando adequadamente posicionadas as cabeças em relação à armadura de flexão, para que a ancoragem das cabeças funcione de modo eficaz, *studs* garantem bom desempenho à punção.

São divididos basicamente em dois grupos: “double headed studs”, pinos com cabeças em ambas as extremidades da barra; e “single headed studs”, com cabeça apenas na extremidade do pino que fica na zona tracionada na flexão, enquanto na outra extremidade a ancoragem é garantida por uma barra reta onde são fixados mais de um *stud*. De modo geral, *studs* apresentam a vantagem de possuírem fabricação industrializada, com maior controle de qualidade do que armaduras manufaturadas, como a maioria dos estribos. A Figura 2.15 ilustra alguns exemplos de lajes armadas com *studs*.

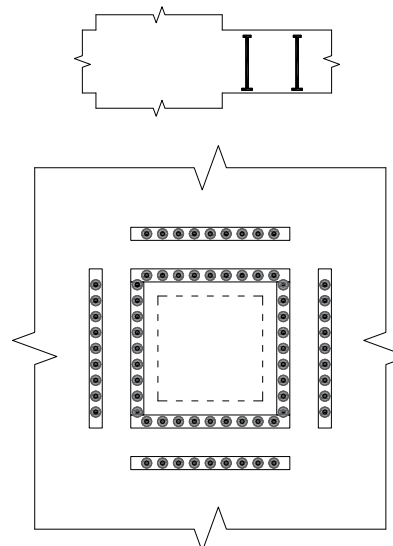


a) *Double headed studs* utilizados por REGAN e SAMADIAN (2001)

b) *Single headed studs* utilizados por REGAN e SAMADIAN (2001)



c) *Single headed studs* utilizados por MOKHTAR *et al.* (1985)



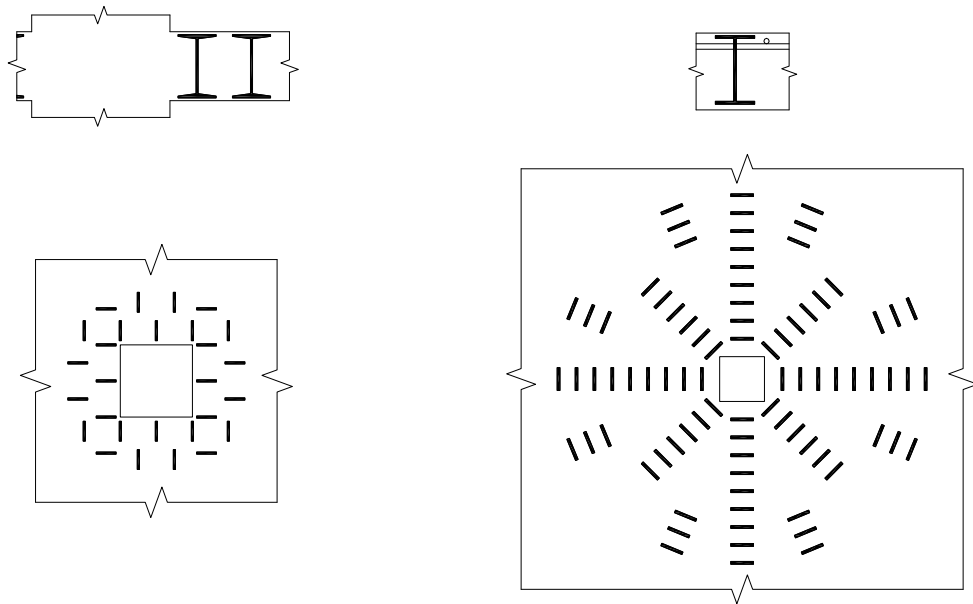
d) *Single headed studs* utilizados por SEIBLE *et al.* (1980)

Figura 2.15 – *Studs* como armadura de cisalhamento em lajes lisas

2.3.1.4 Perfil I

A utilização de fatias de perfis estruturais em I como armadura de cisalhamento visa que esta armadura funcione de forma semelhante a *studs*, com a alma da seção resistindo à tração e as abas da mesa garantindo a ancoragem. Devido às grandes dimensões em planta das mesas, a montagem destas armaduras pode se tornar difícil e forçar arranjos com espaçamentos

demasiadamente grandes, o que reduz a contribuição na resistência à punção. Na Figura 2.16 são ilustrados alguns exemplos de lajes com este tipo de armadura



a) SEIBLE, GHALI e DILGER (1980) b) GOMES e REGAN (1999)
 Figura 2.16 – Perfis metálicos em I utilizados como armadura de cisalhamento.

2.3.2 Arranjos

De acordo com REGAN (2001), as principais características que definem um arranjo são; o espaçamento entre a primeira camada de armadura e a face do pilar, s_0 ; o espaçamento entre camadas sucessivas, s_r , espaçamento circunferencial entre barras transversais de mesma camada, s_c ; e taxa de armadura transversal por camada, ρ_{wi} (Figura 2.17). O autor cita os quatro arranjos ilustrados na Figura 2.18.

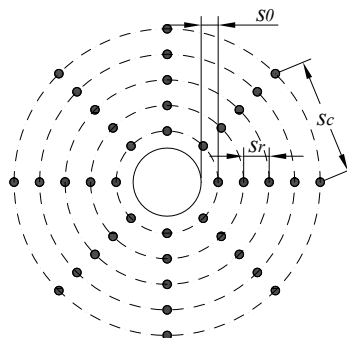


Figura 2.17 – Espaços dimensões relacionadas ao arranjo da armadura de cisalhamento

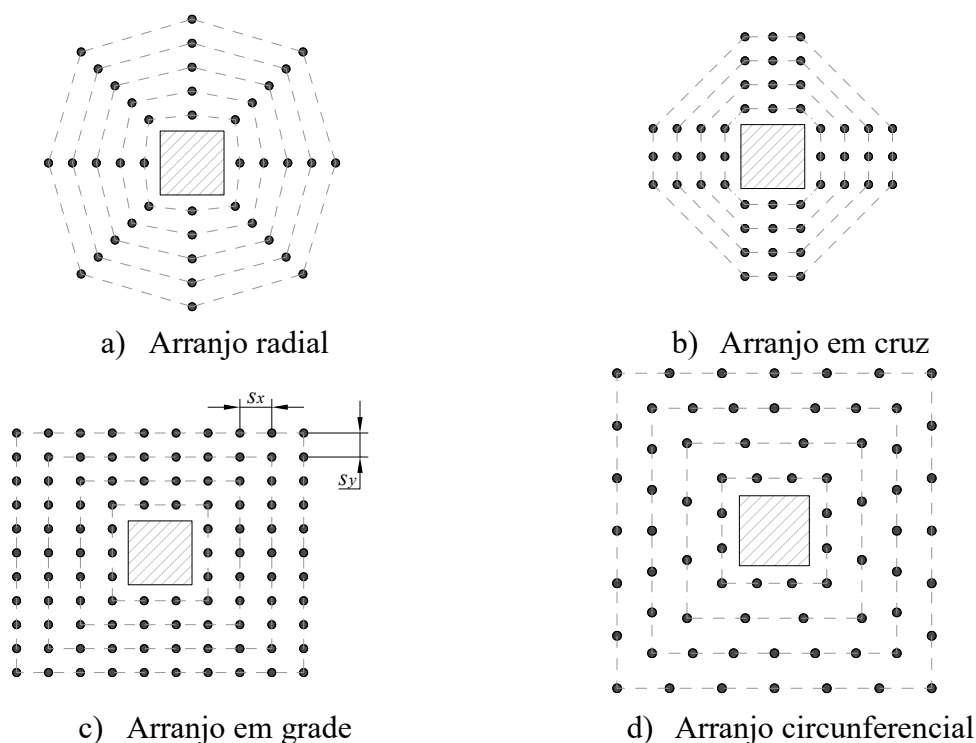


Figura 2.18 - Arranjos possíveis de armaduras de cisalhamento

Nos arranjos radiais a armadura de cisalhamento é disposta ao longo de linhas radiais em direção ao centro do pilar e em camadas com espaçamento radial constante, com o objetivo de acompanhar a distribuição radialmente simétrica das tensões de cisalhamento. A área de aço por camada é, portanto, constante. Nos casos mais usuais, em que as extremidades da armadura de cisalhamento se encontram ao mesmo nível ou externas às camadas de armadura longitudinal, este tipo de arranjo pode gerar interferências entre as montagens das armaduras longitudinal e transversal.

O arranjo em cruz se assemelha ao arranjo radial quanto ao espaçamento constante entre camadas circunferenciais, porém, as linhas de armadura, ao invés de radiais se dispõem em apenas duas direções. Devido à concentração das linhas de armadura nas faixas ortogonais, o espaçamento circunferencial é maior do que em arranjos circunferenciais. Este é o arranjo padrão especificado pelo ACI 318, e é permitido como arranjo alternativo por normas como o o Eurocode 2, NBR 6118 e Model Code 201.

Os arranjos em grade consistem em armaduras distribuídas em camadas quadradas ou retangulares ao longo das quais o espaçamento é constante nas direções ortogonais. Neste arranjo convém substituir os parâmetros s_r e s_c pelos espalhamentos nas direções x e y , conforme ilustrado na Figura 2.18-c. Para este arranjo, não existem especificações claras por parte das normas ACI 318, Eurocode 2, NBR 6118 e Model Code 2010, porém é o arranjo padrão especificado na norma BS 8110 (2007).

O arranjo circunferencial consiste em armaduras distribuídas ao longo de camadas concêntricas sem necessariamente obedecer a critérios de área de aço constante por camada, camadas quadradas ou retangulares, e espaçamento ortogonal constante.

2.3.3 Contribuição na resistência à punção

A contribuição da armadura de cisalhamento é considerada a partir da força resultante em uma quantidade de pernas que interceptam a superfície de ruptura com tensão efetiva $f_{yw,ef}$ não superior à tensão de escoamento e limitada conforme as condições de ancoragem no menor dos embutimentos (Figura 2.19).

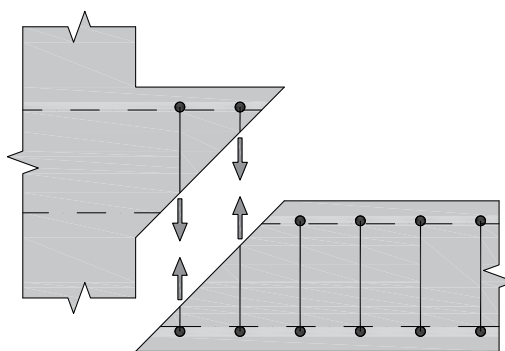


Figura 2.19 – Contribuição da armadura de cisalhamento na resistência à punção

Normas como a NBR 6118, Eurocode 2 e ACI 318 (ver tópico 2.4) consideram em suas equações para cálculo da contribuição da armadura de cisalhamento na punção perímetros de pernas com área de aço constante. Esta hipótese não se aplica em nenhum dos arranjos em grade ou radial, em que quantidade de pernas nos perímetros de armadura é variável.

O Model Code 2010 quantifica as pernas resistentes considerando uma região dentro da extensão da superfície de controle do modelo de cálculo adotado. Os limites desta região são

tais que permitem um embutimento mínimo para que a perna contribua na resistência à punção. Deste modo, a proposta daquela norma permite calcular a contribuição da armadura de cisalhamento para qualquer arranjo.

STALLER e BEUTEL (2001) definem para o seu banco de dados os perímetros de armadura de cisalhamento ilustrados na Figura 2.20 e consideram áreas de aço individuais para cada perímetro. A área de aço total é obtida pelo somatório de áreas de aço por perímetro até a distância adequada ao modelo de cálculo que se queira utilizar.

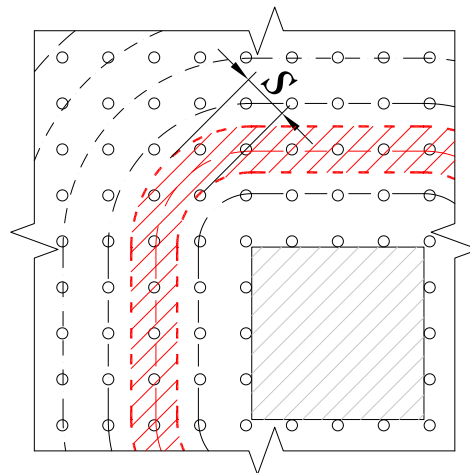


Figura 2.20 – Armadura de cisalhamento resistente considerada por STALLER e BEUTEL (2010)

2.3.4 Ancoragem da armadura de cisalhamento

2.3.4.1 Generalidades

A eficiência da armadura de cisalhamento está relacionada à máxima tensão desenvolvida na barra vertical. Diferentemente de um ensaio de tração em uma barra de aço, as condições em que a armadura se encontra torna difícil que se desenvolva níveis de tensão equivalentes à ruptura, pois a armadura tracionada está sujeita ao limite de resistência da ancoragem no concreto. Basicamente, a ancoragem de armaduras embutidas no concreto é garantida pela aderência entre o concreto e a superfície da barra e por mecanismos de ancoragem mecânica às extremidades da barra.

De acordo com REGAN (2001), no caso particular de punção em lajes lisas, os embutimentos das armaduras de cisalhamento são demasiadamente curtos para que se

desenvolva uma resistência por aderência significativa, portanto, o comportamento da ancoragem é governado pela menor resistência das extremidades superior e inferior das armaduras.

O relatório ACI 421.1R-99 (ACI, 1999) estabelece os princípios fundamentais para dimensionamento de armaduras de cisalhamento. Este documento define que a ancoragem de armaduras com cabeças nas extremidades, tais como *stud* e fatias de perfis I, a ancoragem na extremidade é garantida por extremidades mecânicas (cabeças), enquanto estribos possuem ancoragem garantida por transferência de esforços ao concreto por meio do contato entre o concreto e a superfície da armadura interna à dobra (Figura 2.21).

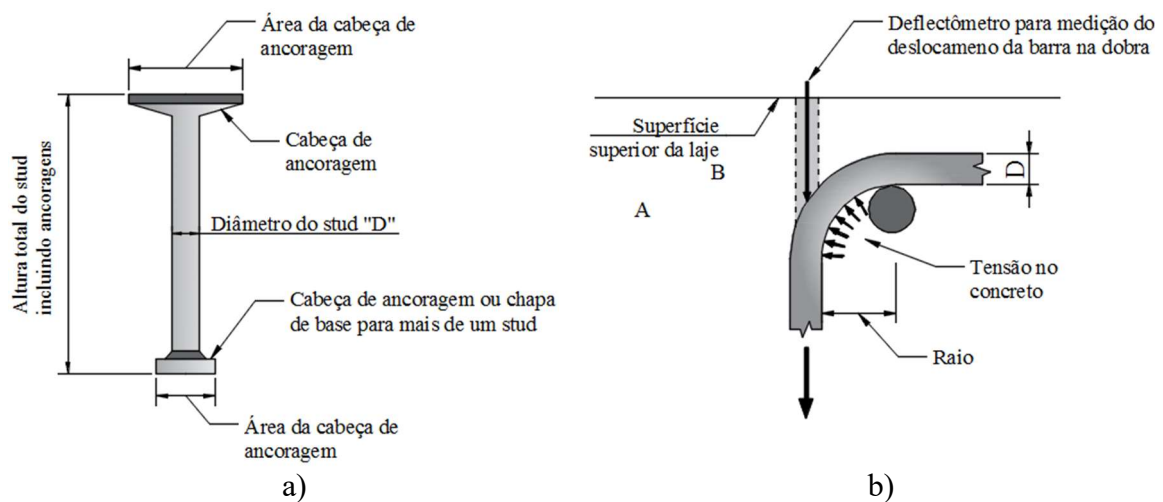


Figura 2.21 – Armaduras de cisalhamento para lajes lisas (ACI 421.1R, 1999)

REGAN (2001) destaca que a tensão admissível desenvolvida na armadura de cisalhamento depende, basicamente de três fatores: 1) resistência à ruptura do concreto em torno da ancoragem; 2) resistência ao escorregamento; e 3) transferência de esforços ao concreto em torno da ancoragem nas zonas comprimida e tracionada na flexão.

2.3.4.2 Resistência à ruptura do concreto em torno da ancoragem

Quando uma barra embutida no concreto à profundidade d_e é submetida a uma força de arrancamento F , a transferência de esforços ao concreto tende a provocar uma ruptura no longo de uma superfície cônica. REGAN (2000)-b ensaiou o arrancamento de *studs* e estribos de blocos de concreto variando a profundidade do embutimento e observou a resistência F_u à ruptura do concreto em torno da ancoragem. Os ensaios com *studs* foram divididos em duas séries variando-se o ângulo entre o eixo da barra e a superfície de

concreto. Os ensaios com estribos foram divididos em quatro séries: dois com dobras de 90° na extremidade e dois com dobras de 180°. Entre ambos os pares de séries de dados houve variação com relação à presença de barras horizontais dentro das dobras. Os detalhes das séries são ilustrados na Figura 2.22 e na Tabela 2-2

Tabela 2-2 – Séries de ensaios de REGAN (2000)-b

Série	Tipo de armadura	Ângulo entre o eixo da barra e a superfície de concreto	Ângulo da dobra	Presença de armadura longitudinal dentro da dobra
Tipo 1	Stud	60°	-	-
Tipo 2			-	-
Tipo 3	Estribo	90°	90°	Não
Tipo 4			180°	Não
Tipo 5			90°	Sim
Tipo 6			180°	sim

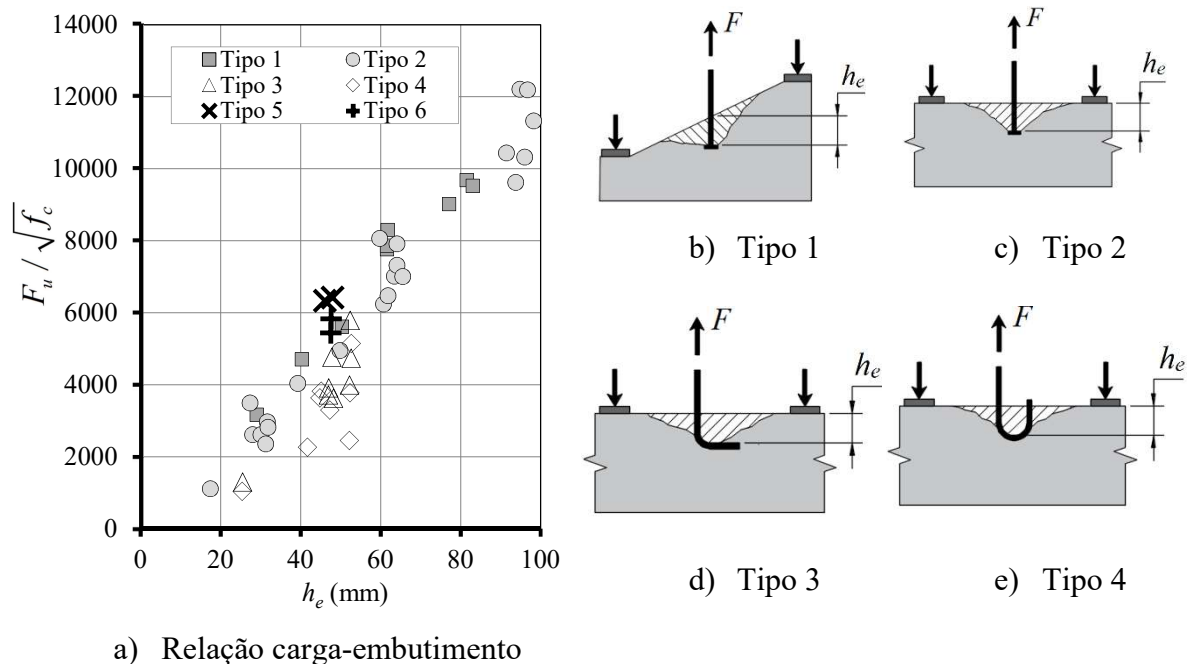


Figura 2.22 – Resistência da ancoragem à ruptura do cone de concreto (REGAN, 2000)-b

Os resultados anteriores mostram que os ensaios com estribos dos tipos 3 e 4 (sem armadura longitudinal dentro da dobra) apresentaram menor resistência à formação do cone de arrancamento em relação *studs*. Porém, esta resistência pode ser aumentada, chegando a equiparar-se à de *studs*, se forem utilizadas barras longitudinais passando por dentro das dobras. Isto ocorre porque as barras longitudinais servem como ancoragem ao estribo, semelhantemente ao que de fato ocorre na prática da utilização de estribos convencionais, que são ancorados externamente à armadura de flexão. Desta forma, a armadura longitudinal

nos ensaios serviu como um dispositivo que garantiu uma resistência adicional à ruptura do cone de concreto.

REGAN (2001) propõe a aplicação da Equação 2-6, baseada nos trabalhos de BODE e HANNENKAMP (1985) e BODE e ROIK (1987), para cálculo da força necessária para o arrancamento de *studs* embutidos em concreto sob fissuras diagonais, com a formação de cone de concreto. Na Equação 2-6, bem como nas demais equações a seguir, considera-se tensão em unidade de N/mm² (ou MPa), comprimento em mm e força em N.

$$N_{Rk} = 8,9h_{ef}^{1,5} \cdot \left(1 + d_h / h_{ef}\right) \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-6}$$

Onde:

d_h é o diâmetro da cabeça do *stud*;

h_{ef} é o embutimento

Para armaduras consistindo em fatias de perfis I:

$$N_{Rk} = 8,9h_{ef}^{1,5} \cdot \left(1 + 0,64 \frac{l + w_{ef}}{h_{ef}}\right) \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-7}$$

Onde:

l é o comprimento da fatia;

w_{ef} é a largura efetiva da mesa.

Considerando a carga distribuída triangular na mesa:

$$N_{Rk} = \left[3h_{ef} + 1,9(l + w_{ef})\right] \sqrt{h_{ef}} \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-8}$$

REGAN (1980) propõe a Equação 2-9 para estribos com dobras de 90° e 180° com dobras não envolvendo barras da armadura de flexão.

$$N_{Rk} = 9h_{ef}^{1,5} \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-9}$$

Se a dobra envolver uma barra de armadura de flexão com diâmetro igual ou superior ao diâmetro do estribo:

$$N_{Rk} = 11,57h_{ef}^{1,5} \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-10}$$

Na Figura 2.23, as resistências ao arrancamento de *studs* e estribos são comparadas em termos da tensão máxima desenvolvida na armadura de cisalhamento em relação ao parâmetro $\sqrt{f_c}$, a partir das equações anteriores para cálculo da resistência ao arrancamento. Observa-se que é previsto um efeito de tamanho da armadura de cisalhamento: para um determinado embutimento, quanto maior o diâmetro da armadura, menor a tensão desenvolvida na armadura.

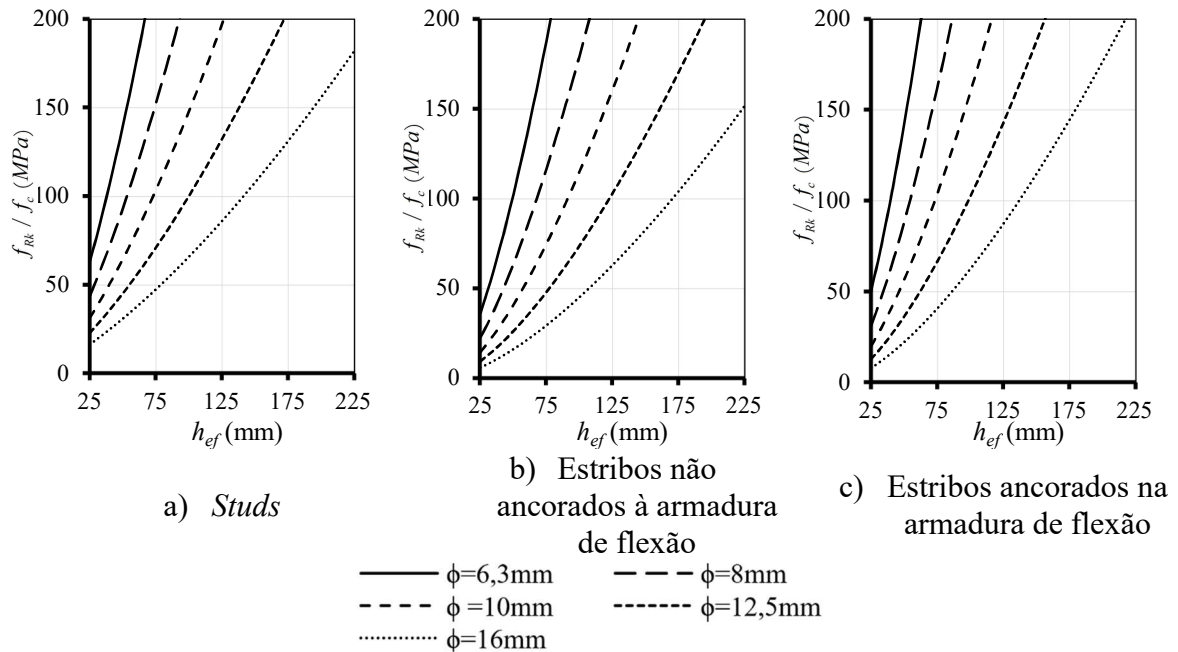


Figura 2.23 – Previsões das equações de REGAN (2001) na resistência da ancoragem à ruptura do cone de concreto

A Figura 2.24 mostra a comparação entre o desempenho de *studs* e estribos sem e com ancoragem em torno da armadura de flexão (Estribo-1 e Estribo-2, respectivamente).

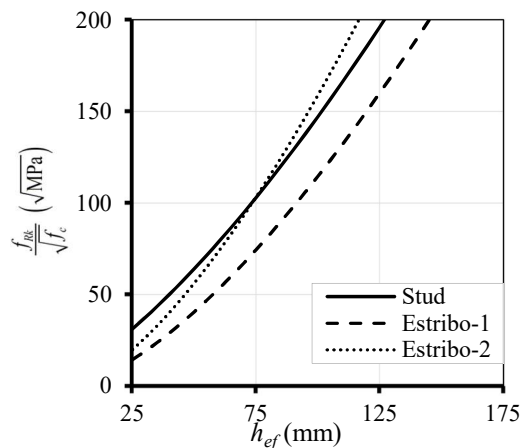


Figura 2.24 – Resistência ao arrancamento de armaduras de cisalhamento

embutidas no concreto: comparação entre tipos de armadura

Considerando o embutimento como um terço da altura interna h_i da armadura de cisalhamento (Figura 2.25), as equações anteriores para a resistência ao arrancamento de armaduras de cisalhamento embutidas no concreto são reescritas para cada caso considerado conforme a seguir.

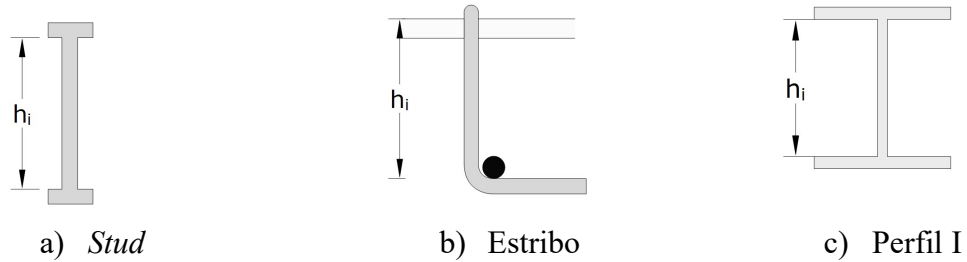


Figura 2.25 – Altura interna da armadura de cisalhamento

Studs:

$$N_{Rk} = 1,7(h_i + 3d_n)\sqrt{h_i}\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-11}$$

Perfis I:

$$N_{Rk} = 1,7\left[h_i + 1,9(l + w_{ef})\right]\sqrt{h_i}\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-12}$$

Estribos com dobras de 90° e 180° não envolvendo barras da armadura de flexão:

$$N_{Rk} = 1,75h_i^{1,5}\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-13}$$

Estribos com dobras de 90° e 180° envolvendo barras da armadura de flexão com diâmetro igual ou superior ao diâmetro do estribo:

$$N_{Rk} = 2,25h_i^{1,5}\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-14}$$

2.3.4.3 Resistência ao escorregamento

Segundo REGAN (2001), o escorregamento não é um problema para *studs*, porém, é o principal critério de ruptura para estribos com ganchos de 90° 180°. O autor propõe a Equação 2-15 para a resistência ao escorregamento.

$$N_{Rk} = \pi\phi(h_{ef} + 6\phi)\times f_b \quad \text{Equação 2-15}$$

Onde:

h_{ef} é o embutimento da medida da superfície do cone de arrancamento à superfície interna da dobra do estribo

f_b é a tensão de aderência na ruptura

ϕ é o diâmetro do estribo

O autor considera que um valor razoável para f_b seja em torno de 1,5 vezes o valor prescrito pela norma britânica da época, BS8110 (1997), ou seja: $f_b = 1,5 \cdot f_{bk, BS8110}$. Aplicando esta recomendação e adotando $h_{ef} = h_i/3$:

$$N_{Rk} = 1,6\phi(h_i + 18\phi) \times f_{bk} \quad \text{Equação 2-16}$$

Para casos especiais de armadura de cisalhamento com embutimentos longos, a ancoragem pode ser garantida por aderência (Equação 2-17), mas deve ser limitada pela condição de integridade do concreto no interior da dobra (Equação 2-18).

$$N_{Rk} = \pi\phi \times l_b \times K \times f_{bk} \quad \text{Equação 2-17}$$

Onde:

l_b = comprimento de ancoragem

$K = 1,0$ para dobra com cobrimento usual e $1,5$ para dobra no interior da laje

f_{bk} = tensão de aderência conforme BS 8110 (1997)

$$N_{Rk} = 3r\phi \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 2-18}$$

Onde r é o raio interno da dobra

2.3.4.4 *Ligação da armadura de cisalhamento às zonas comprimida e tracionada na flexão*

Com o objetivo de simplificar a descrição do complexo fluxo de esforços em regiões de ligação laje-pilar, ANDRÄ (1982) propôs um modelo de treliça para o caso da punção baseado nos modelos de treliça pra vigas de MÖRSCH e LEONHARDT (Figura 2.26).

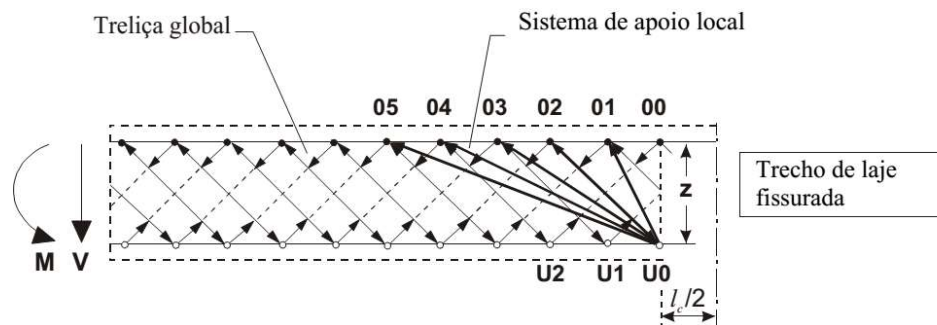


Figura 2.26 – Modelo de treliça proposto por ANDRÄ (1982) *apud* BEUTEL (2002)

A analogia de treliça para lajes com armadura de cisalhamento requer uma adaptação de modelos como o proposto por ANDRÄ (1982) para que a contribuição da armadura de cisalhamento seja apropriadamente considerada. Segundo REGAN (2001), o mecanismo de treliça requer que haja transferência de forças entre diagonais e os banzos comprimido e tracionado do modelo de treliça. Se a armadura de cisalhamento não alcança os banzos, a transferência se dá apenas por cisalhamento (tensões principais) no concreto, tal como em uma laje sem armadura de cisalhamento, tornando, portanto, a armadura de cisalhamento ineficaz. Além disto, há o risco da ocorrência de ruptura prematura por delaminação.

Os requisitos de detalhamento da armadura de cisalhamento são tais que geralmente previnem a ruptura por delaminação: ganchos e dobras de estribos devem envolver as camadas de armadura de flexão e as cabeças de *studs* devem estar situadas fora do plano das armaduras de flexão. Apesar de tais recomendações, trabalho como os de GOMES e ANDRADE (2000), e FERREIRA *et al.* (2016) avaliam o desempenho de armaduras de cisalhamento internas às camadas de armaduras de flexão visando uma melhor compreensão do comportamento destas armaduras, visto que armaduras internas possuem a vantagem de um processo de montagem mais fácil, pois o seu posicionamento não interfere nem é interferido pelo posicionamento da armadura de flexão.

A respeito da eficiência de estribos que envolvem as armaduras de flexão, REGAN (2001) levanta questões sobre a influência da ancoragem em torno das camadas interna e externa da armadura de flexão. A Tabela 2-3 mostra uma comparação feita pelo autor entre o desempenho de estribos ancorados nas camadas interna e externa da armadura de flexão tracionada. Esta comparação foi feita a partir de resultados dos trabalhos de CHANA e DENSAI (1992) e REGAN (1991).

Tabela 2-3 – Comparação entre estribos ancorados nas camadas interna e externa da armadura de flexão (REGAN, 2001)

Autor	Laje	f_c (MPa)	Camada de armadura de flexão tracionada que ancora o estribo	$V_{f,w}$ (kN)
CHANA e DESAI (1992)	2	44,4	interna	1057
	3	41,1	externa	1139
REGAN (1991)	B2	46,5	interna	391
	B3	46,8	externa	420

2.3.5 Punção fora da região das armaduras de cisalhamento

De acordo com REGAN (2001), em lajes com armadura de cisalhamento, a fissura de punção pode ocorrer afastada do pilar conforme ilustrado na Figura 2.27. No cálculo da resistência à punção, deve ser verificada a resistência à punção do terceiro caso ilustrado nesta figura, ou seja, fora da região das armaduras de cisalhamento, onde não há contribuição desta armadura.

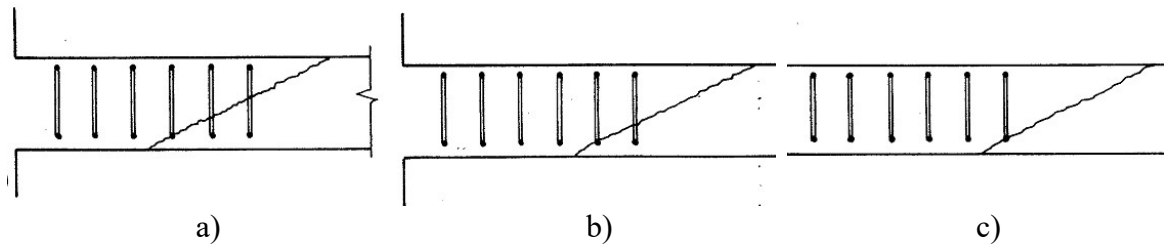


Figura 2.27 – Possíveis localizações da fissura diagonal ao longo da região das armaduras de cisalhamento (REGAN, 2001)

A punção fora da região das armaduras é calculada geralmente considerando-se a mesma tensão resistente de uma laje sem armadura de cisalhamento atuando em uma superfície afastada a uma certa distância da última camada de armaduras. Define-se assim a resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento conforme a Equação 2-19.

$$V_{out} = v_c \times u_{out} d \quad \text{Equação 2-19}$$

Onde:

v_c é a tensão resistente à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento; e

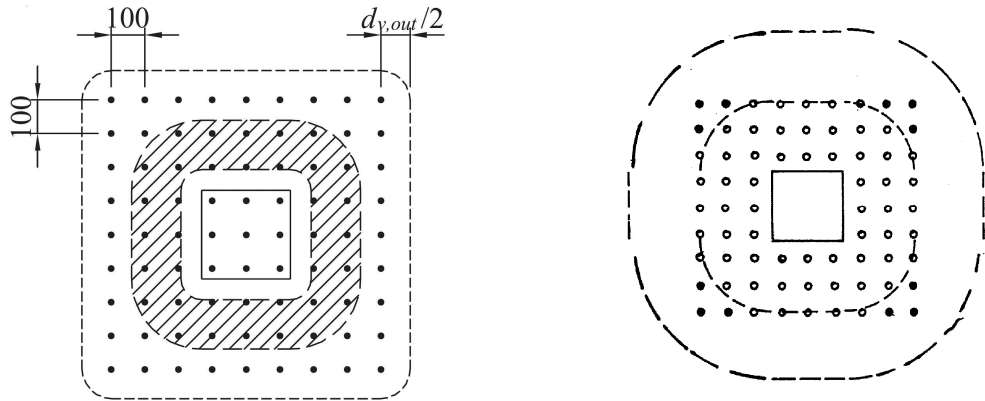
d é a altura útil da laje.

No caso de ruptura de lajes sem armadura de cisalhamento, devido à presença do pilar no final da fissura diagonal, o estado de tensões no concreto forma mecanismos de resistência bastante diferentes daqueles presentes em superfícies de ruptura afastadas do pilar, tais como as de rupturas fora da região das armaduras de cisalhamento em lajes armadas ao cisalhamento. Desta forma, se o espaçamento entre o perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento e a última camada de armadura de cisalhamento for o mesmo entre o perímetro de controle de lajes sem armadura de cisalhamento e o pilar, a tensão resistente à punção em uma superfície fora das armaduras de cisalhamento tende a ser inferior a de uma superfície de ruptura de uma laje sem armadura de cisalhamento. De acordo com REGAN (2001), isto pode ser compensado considerando-se uma altura útil efetiva d_{ef} , medida do centro da armadura tracionada até a ancoragem inferior da armadura de cisalhamento.

O Eurocode 2 considera a altura útil d_{ef} implicitamente reduzindo o afastamento do perímetro de controle da última camada de armadura de flexão de $2,0d$ para $1,5d$. Esta alteração parte da premissa de uma armadura de cisalhamento com o centro da ancoragem inferior à distância de $0,25d$ da superfície inferior da laje. O Model Code 2010 considera d_{ef} diretamente pela distância entre centro da armadura tracionada e a ancoragem inferior da armadura de cisalhamento. Nenhuma das normas NBR 6118 e ACI 318 consideram a redução da resistência à punção fora das armaduras de cisalhamento em relação a lajes sem armadura de cisalhamento.

No caso de arranjos em que a região de armaduras de cisalhamento é delimitada por contorno quadrado, como é o caso dos arranjos em grade e circunferencial, nenhuma das normas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 ou Model Code 2010 estabelece um perímetro de controle para ruptura fora da região das armaduras. MUTTONI (2013), em um exemplo de dimensionamento, adota o perímetro de controle ilustrado na Figura 2.28-a, onde $d_{v,out}$ é a altura útil para resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento. Esta hipótese considera que, em uma potencial ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, todas as pernas contribuem de modo eficaz na resistência. REGAN (2001), porém, considera improvável que as pernas de armadura localizadas nos cantos dos quadrados sejam eficazes na contribuição de resistência, portanto, tais pernas devem ser

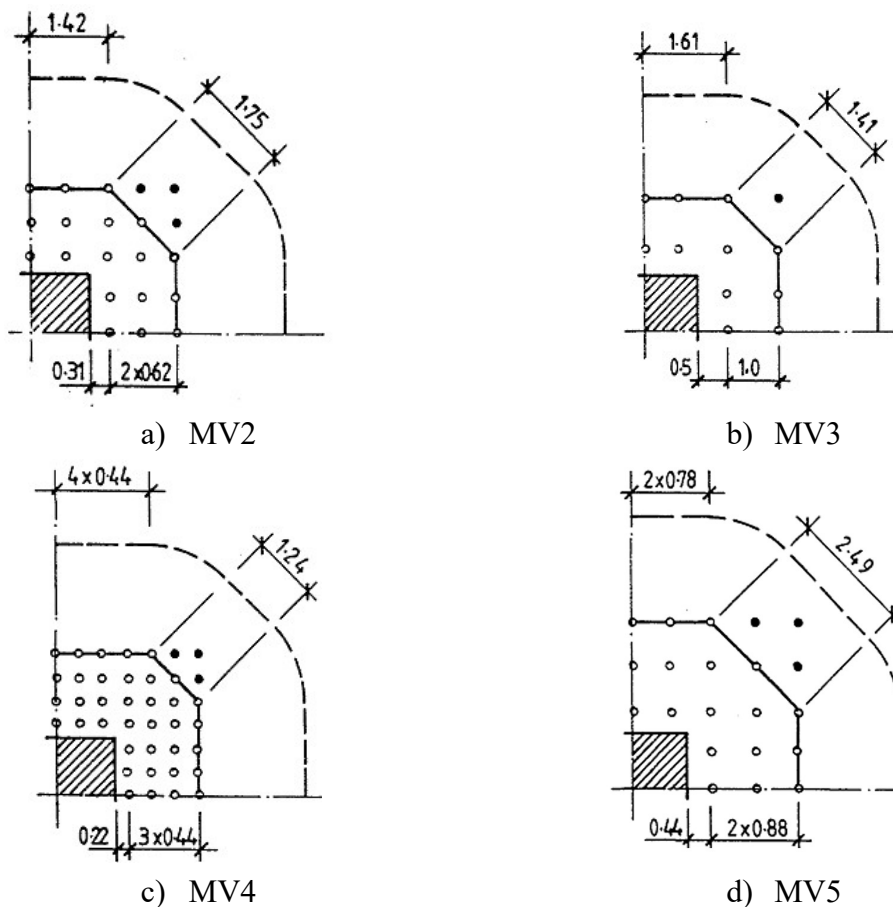
desconsideradas na definição do perímetro de controle (Figura 2.28-b). O autor sugere a definição do perímetro de controle conforme ilustrado na Figura 2.29, para as lajes de VAN DER VOET *et al.* (1982).



a) Perímetro adotado por MUTTONI *et al.* (2013)

b) Perímetro recomendado por REGAN (2001)

Figura 2.28 – Propostas de definição do perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento para arranjos em grade e cicunferencial



a) MV2

b) MV3

c) MV4

d) MV5

Figura 2.29 – Definição de do perímetro de controle fora da região das armaduras para as lajes de VAN DER VOET *et al.* (1982) – REGAN (2001)

A Equação 2-19 considera que a tensão v_c é constante ao longo do perímetro u_{out} . Porém, em casos de grandes espaçamentos circunferenciais, como acontece em arranjos radial e em cruz, esta hipótese é inválida. Portanto, torna-se necessária uma redução do perímetro u_{out} para um perímetro efetivo $u_{out,ef}$. As normas NBR 6118 e Eurocode 2 consideram $u_{out,ef}$ limitado a espaçamentos circunferenciais de $2d$. REGAN (2001) verifica que a limitação $s_{cmáx}/d \leq 2,0$ na definição de $u_{out,ef}$ é segura para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento.

2.4 Resistência à punção: prescrições normativas

2.4.1 Considerações iniciais

Neste capítulo são descritas as prescrições para cálculo da resistência à punção e para detalhamento da armadura de cisalhamento segundo as normas ABNT NBR 6118 (“Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimento”, ABNT, 2014), EN 1992-1-1:2004/AC:2010 (“Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”, Comité Européen de Normalisation, 2010), ACI 318-14 (“Building Code Requirements for Structural Concrete”, American Concrete Institute, 2014) e Model Code 2010 (“fib Model Code for Concrete Structures 2010, Fédération Internationale du Béton, 2013). No presente trabalho, estas normas são denominadas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 2010. As recomendações do Model Code 2010 foram retiradas do “Final Draft” de 2011, porém, de acordo com o artigo publicado por MUTTONI *et al.* (2013), que descreve a norma publicada em 2013, não foram observadas modificações nos cálculos utilizados no presente trabalho.

As prescrições de resistência à punção dizem respeito às situações de estado limite último nos casos de: punção em lajes sem armadura de cisalhamento por tração diagonal; punção em lajes com armadura de cisalhamento por tração diagonal dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento; e punção por esmagamento da diagonal de concreto comprimida. As prescrições para detalhamento dizem respeito às regras para posicionamento das armaduras de cisalhamento no plano da laje e requisito de ancoragem para estribos.

As prescrições descritas a seguir limitam-se a casos de ligações laje-pilar considerando as seguintes restrições: 1) carregamento estático distribuído simetricamente em torno de pilares internos de seções circular ou quadrada; 2) ausência de protensão; 3) concreto feito com agregados convencionais; e 4) armaduras de cisalhamento consistindo em estribos. As equações mostradas nos tópicos seguintes estão adaptadas a estas restrições.

Devido à restrição 1), os fatores α_s e β da Equação 2-20, presente na Tabela 22.6.5.2 do ACI 318 são iguais a 40 e a 1,0, respectivamente; e o fator k_e da Equação 2-21, presente no item 7.3.5.3 do Model Code 2010, é igual a 1,0.

$$v_c = 0,083 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0} \right) \lambda \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2-20}$$

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sw} \sin \alpha \quad \text{Equação 2-21}$$

Devido à restrição 3), o fator λ da Equação 2-20 e equações a seguir, presentes na Tabela 22.6.5.2 do ACI 318, é igual a 1,0.

$$v_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) \lambda \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2-22}$$

$$v_c = 0,33 \lambda \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2-23}$$

Os fatores de segurança das normas são desconsiderados, portanto, desconsideram-se a majoração das ações solicitantes e a minoração das resistências dos materiais especificadas por norma. Para uma melhor compreensão das equações de cada norma, nelas são indicados os coeficientes implícitos, adotados no presente trabalho como iguais a 1,0.

As normas NBR 6118, Eurocode 2 e Model Code 2010 consideram os valores de resistência de projeto minorando a resistência do concreto e do aço conforme a Equação 2-24 e Equação 2-25 $f_{sd} = \frac{f_s}{\gamma_s}$, respectivamente. O ACI estabelece como princípio que as resistências, multiplicadas pelo fator de segurança ϕ , devem ser maiores ou iguais às ações solicitantes, conforme a Equação 2-26.

$$f_{cd} = \frac{f_c}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2-24}$$

$$f_{sd} = \frac{f_s}{\gamma_s} \quad \text{Equação 2-25}$$

$$\phi V_n \geq V_u \quad \text{Equação 2-26}$$

A Tabela 2-4 mostra os coeficientes para minoração das resistências do concreto e da armadura passiva especificados para as normas NBR 6118, Eurocode 2 e Model Code 2010 para os casos de combinações de ações normais. O ACI 318 estabelece o valor de 0,75 para ϕ no dimensionamento à punção.

Tabela 2-4 – Coeficientes de minoração das resistências do concreto e do aço

Norma	γ_c	γ_s
NBR	1,4	1,15
EC2	1,5	
MC10		

Por fim, para uma facilitar a revisão a seguir, é adotada uma simbologia unificada para os parâmetros de cálculo comuns entre normas.

2.4.2 ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)

A NBR 6118 adota um modelo de cálculo com superfície de ruptura definida por uma fissura diagonal com inclinação de 26,6° em relação ao plano da laje e prescreve a resistência à punção através do cálculo das tensões atantes nas superfícies críticas C , C' e C'' (Figura 2.30), com perímetros u_0 , u_1 e u_{out} , respectivamente, e altura d . A superfície C serve para verificação da compressão diagonal no concreto; a superfície C' serve para a verificação da resistência à punção associada à tração diagonal em lajes sem armaduras cisalhamento e com armadura de cisalhamento dentro da região destas armaduras; e a superfície C'' serve para verificação da resistência à punção por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento, quando estas forem necessárias.

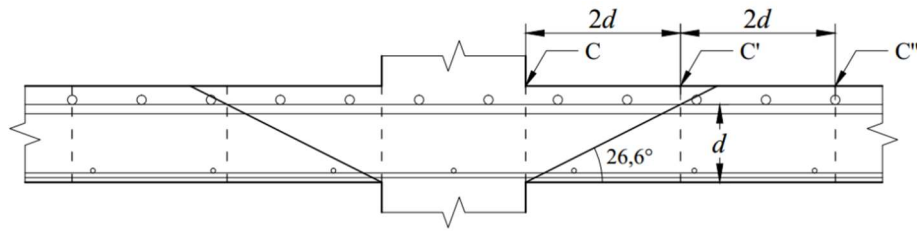


Figura 2.30 – Modelo de cálculo para a resistência à punção segundo a NBR 6118

A superfície crítica C' é definida pelo perímetro de controle u_l , ilustrado na Figura 2.31 e calculado pela Equação 2-27. Em lajes sem armadura de cisalhamento, esta tensão resistente é dada pela Equação 2-28. A resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento considera a influência negativa do efeito de escala através do parâmetro $(1 + \sqrt{20/d})$ e a influência positiva da armadura de flexão nas proximidades do pilar devida ao efeito de pino, através do parâmetro $\rho^{1/3}$.



Figura 2.31 – Perímetro de controle u_l para a NBR 6118

$$u_l = \begin{cases} 4C + 4\pi d \rightarrow \text{pilar quadrado} \\ \pi C + 4\pi d \rightarrow \text{pilar circular} \end{cases} \quad \text{Equação 2-27}$$

$$v_{cd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{20/d}\right) (100\rho f_{ck})^{1/3}, \text{ com } d \text{ em centímetros} \quad \text{Equação 2-28}$$

Onde d é a altura útil da laje, definida a partir das alturas úteis nas direções ortogonais x e y pela Equação 2-29; e ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente, definida a partir das taxas de armadura de flexão aderente nas direções ortogonais x e y (Equação 2-30), calculadas para larguras iguais à dimensão do pilar acrescida de $3d$ em ambos os lados (Figura 2.32 e Equação 2-31).

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2-29}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad \text{Equação 2-30}$$

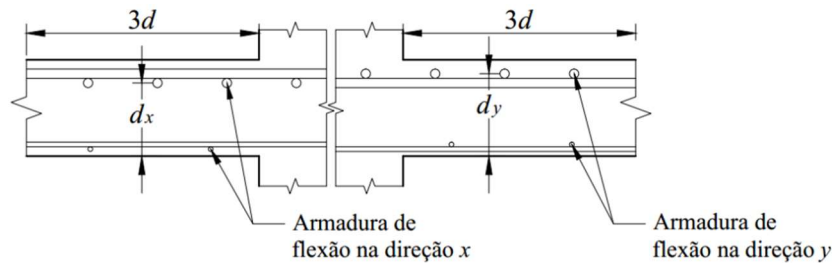


Figura 2.32 – Larguras para cálculo das taxas de armadura de flexão nas direções x e y

$$\rho_{x,y} = \frac{A_{sl}}{(C_{x,y} + 6d_{x,y})d_{x,y}} \quad \text{Equação 2-31}$$

A partir de v_{cd} , calcula-se a carga resistente V_{cd} (Equação 2-32)

$$V_{cd} = v_{cd} u_1 d \quad \text{Equação 2-32}$$

Em lajes com armadura de cisalhamento, a parcela de carga resistida por esta armadura é dada pela Equação 2-33, onde A_{sw} é a área de aço em contornos paralelos ao perímetro u_1 ; s_r é o espaçamento entre contornos; $f_{yw,ef}$ é a tensão efetiva no aço, limitada conforme a Tabela 2-5; e α é o ângulo de inclinação da armadura de cisalhamento em relação ao plano da laje.

$$V_{sd} = \left(\frac{1,5d}{s_r} \right) A_{sw} \frac{f_{yw,ef}}{\gamma_s} \text{sen } \alpha \quad \text{Equação 2-33}$$

Tabela 2-5 – Tensão efetiva na armadura de cisalhamento

Altura da laje, h	$f_{yw,ef}$ (MPa)
≤ 150 mm	288
> 150 mm; < 350 mm	$1,06h + 129$; h em mm
≥ 350 mm	500

A equação da NBR 6118 para cálculo de V_{sd} é definida para casos em que A_{sw} é constante, ou seja, casos de armadura de cisalhamento distribuída em arranjos radial e em cruz. Para arranjos em que não é possível obter valores constantes de A_{sw} , a parcela V_{sd} deve ser calculada considerando-se uma área total de aço A_{swt} contida dentro de uma região em que se desenvolva a tensão efetiva $f_{yw,ef}$, conforme a Equação 2-34.

$$V_{sd} = A_{swt} \frac{f_{yw,ef}}{\gamma_s} \text{sen } \alpha \quad \text{Equação 2-34}$$

FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009), interpretam a parcela de resistência da armadura para o Eurocode 2, cuja expressão é a mesma da Equação 2-33 para a NBR 6118, a partir do aumento do ângulo de inclinação da superfície de ruptura de $26,6^\circ$ para $33,7^\circ$ quando se utiliza armaduras de cisalhamento. Neste caso, consideraria a parcela de resistência da armadura de cisalhamento como devida às pernas contidas dentro da região definida pelo contorno afastado à distância de $d \cdot \cot 33,7^\circ = 1,5 d$, como ilustrado na Figura 2.33 para a laje K3 de YAMADA *et al.* (1992). Esta é uma interpretação que torna possível o cálculo de V_s para A_{sw} não constante.

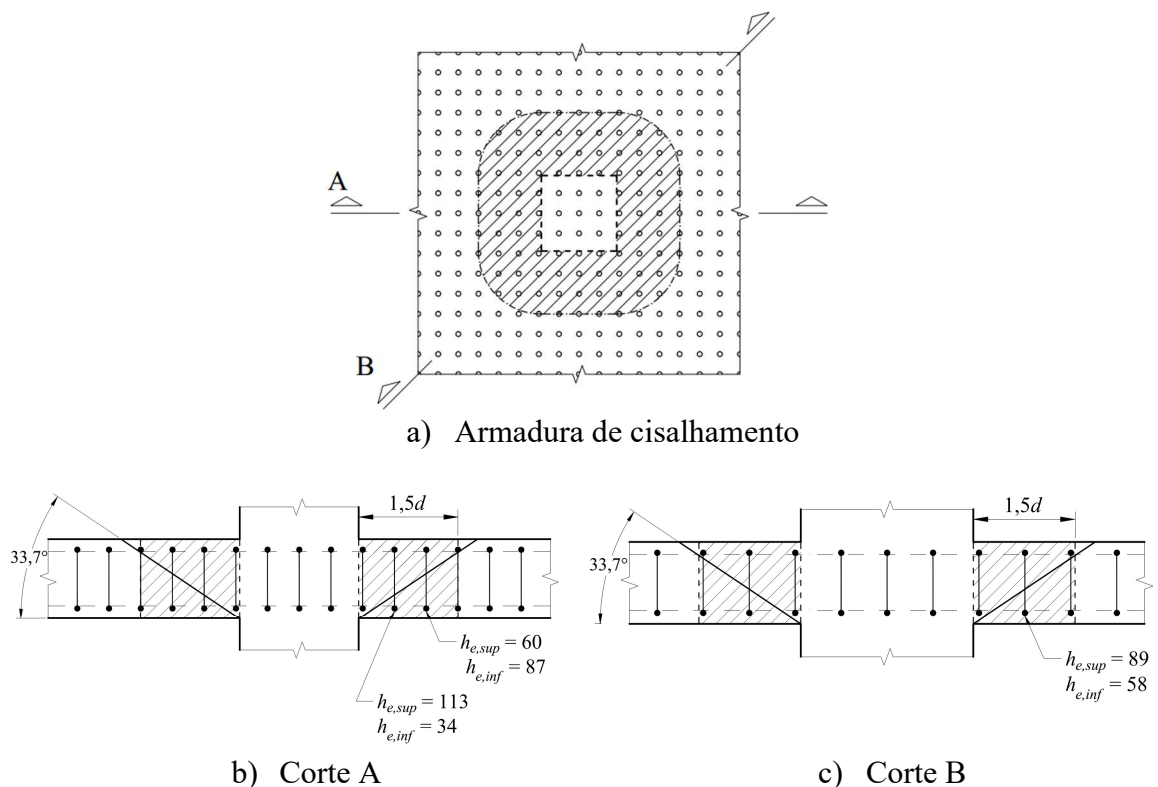


Figura 2.33 – Armadura de cisalhamento colaborante considerada para o Eurocode segundo FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009)

No presente trabalho, porém, para arranjos em que não é possível obter-se valores constantes de A_{sw} , a parcela V_{sd} é considerada mantendo-se o ângulo de $26,6^\circ$ da superfície de ruptura e adotando para definição de A_{swr} uma região onde a contribuição da armadura de cisalhamento é efetiva, delimitada conforme a região sombreada da Figura 2.34. A Figura 2.35 ilustra esta hipótese aplicada à mesma laje da Figura 2.33.

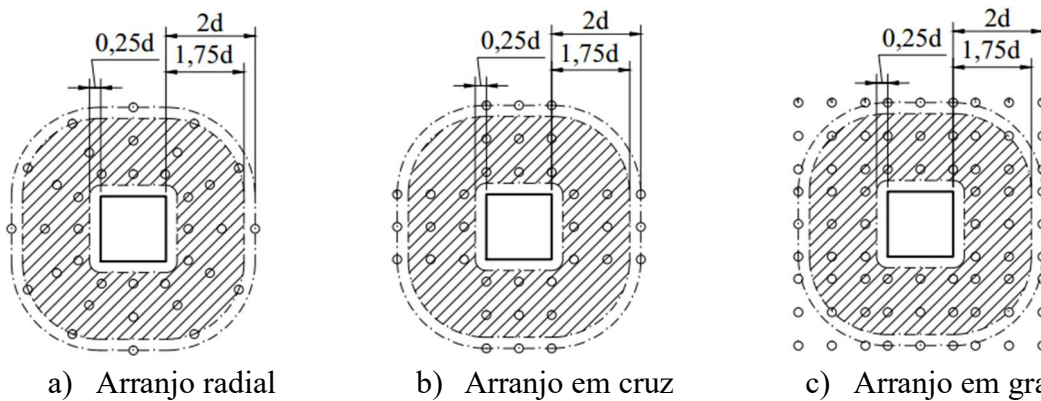


Figura 2.34 - Armadura de cisalhamento colaborante considerada para a NBR 6118 no presente trabalho

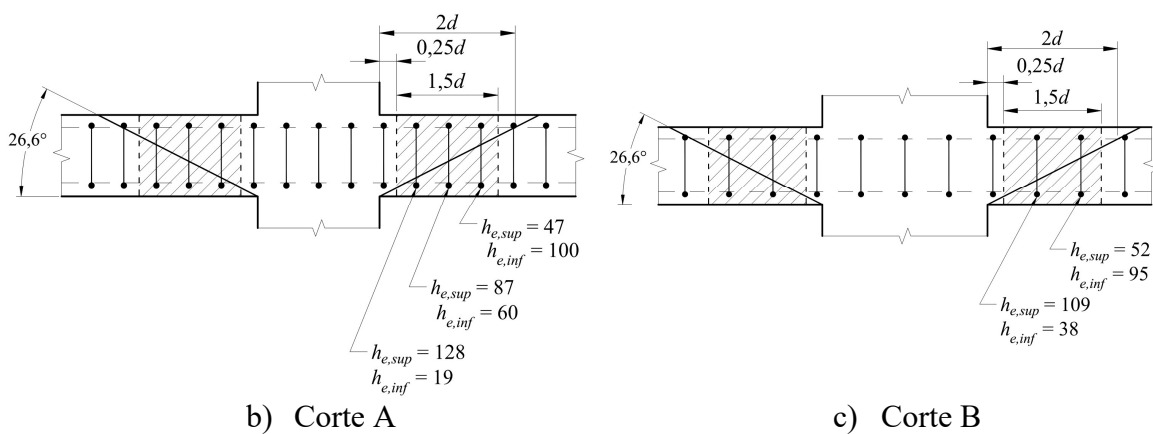
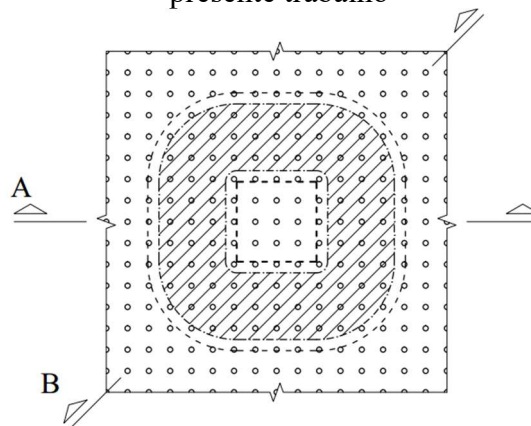


Figura 2.35 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento de YAMADA *et al.* (1992)

Calculado o valor de V_{sd} , a resistência à punção na superfície C' é calculada somando-se as parcelas devidas ao concreto e à armadura de cisalhamento, conforme a Equação 2-35.

$$V_{csd} = 0,77V_{cd} + V_{sd} \quad \text{Equação 2-35}$$

A resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento é definida como equivalente à tensão v_{cd} atuando na superfície crítica C'' , definida pelo perímetro de controle $u_{out,ef}$ (Equação 2-36). A superfície C'' situa-se à distância de $2d$ da última camada de armadura de cisalhamento e perímetro de controle $u_{out,ef}$ é determinado admitindo-se distâncias máximas de $2d$ para espaçamentos circunferenciais (Figura 2.36). A NBR 6118 não ilustra a superfície crítica para os casos de armadura de cisalhamento arranjadas em grade.

$$V_{outd} = v_{cd}u_{out,ef}d \quad \text{Equação 2-36}$$

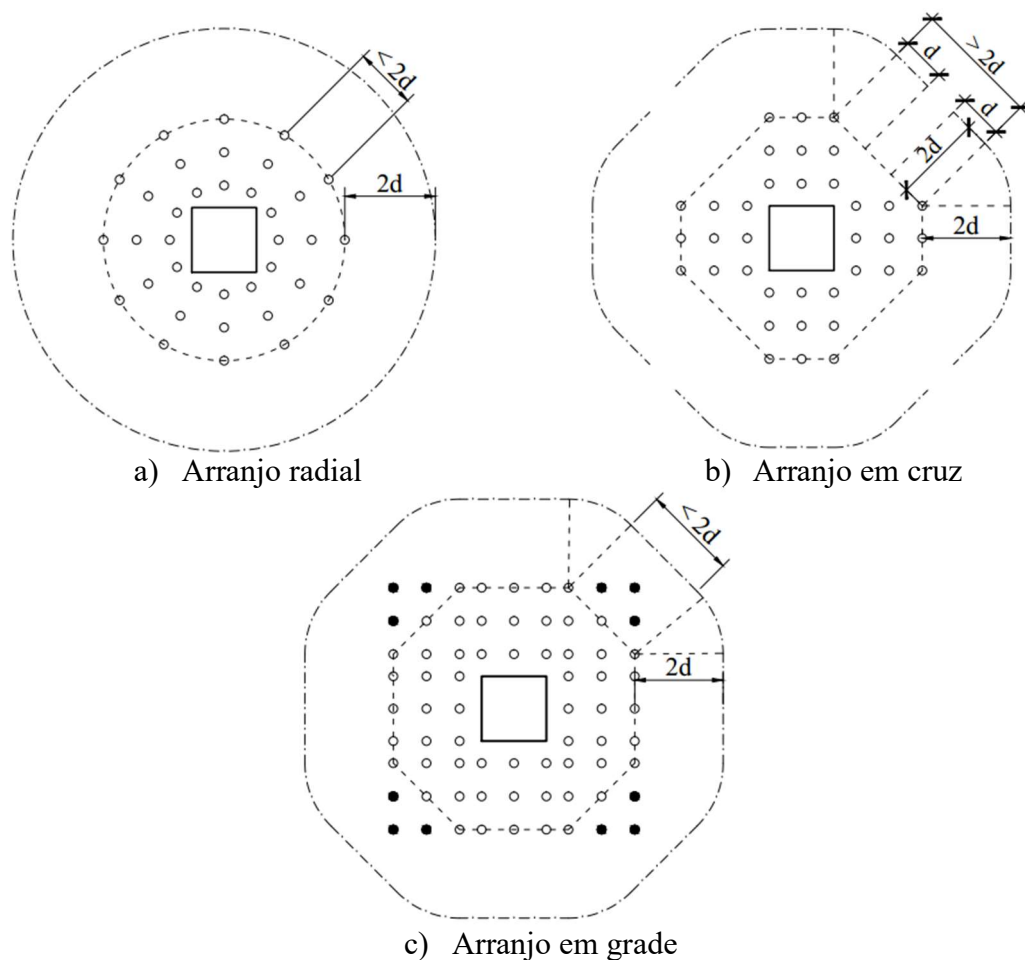


Figura 2.36 - Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118

A resistência máxima à punção, correspondente ao esmagamento da diagonal comprimida, é definida pela tensão $v_{máxd}$ atuante na superfície C , definida pelo perímetro u_0 . A tensão $v_{máxd}$ é dada pela Equação 2-37, onde α_v é dado pela Equação 2-38. A carga resistente resultante é definida pela Equação 2-39, com u_0 correspondendo ao perímetro do pilar.

$$v_{máxd} = 0,324\alpha_v \frac{f_c}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2-37}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad \text{Equação 2-38}$$

$$V_{máxd} = v_{máxd} u_0 d \quad \text{Equação 2-39}$$

A NBR 6118 especifica o posicionamento da armadura de cisalhamento conforme a Figura 2.37. Os requisitos de ancoragem de estribos são sumarizados na Figura 2.38.

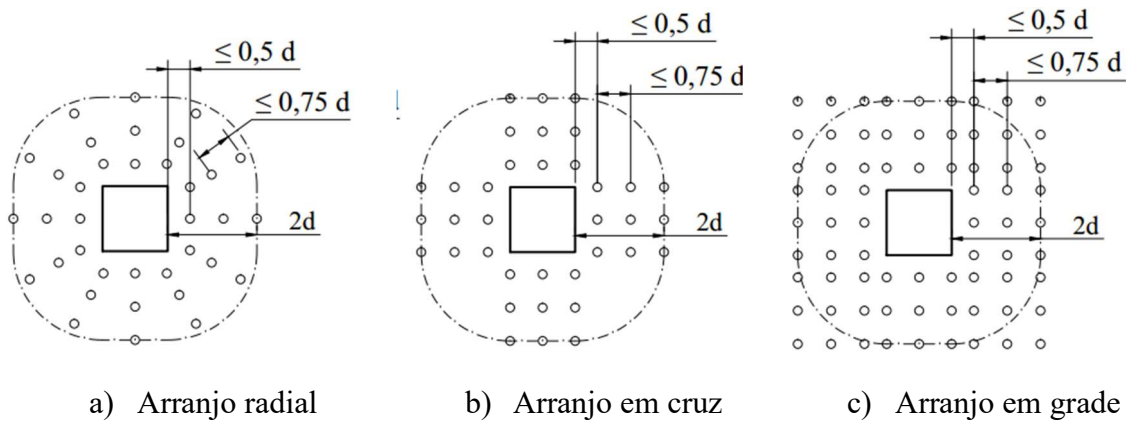


Figura 2.37 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118

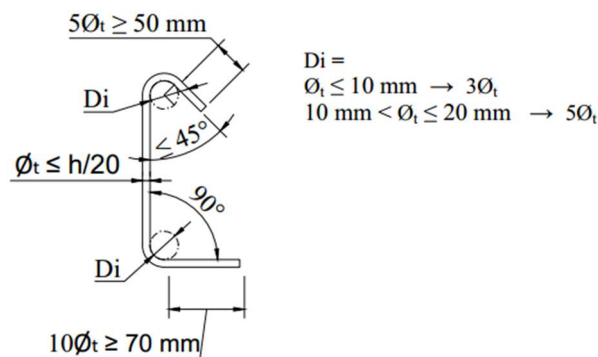


Figura 2.38 – Especificações para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo a NBR 6118

2.4.3 Eurocode 2 (CEN, 2010)

O Eurocode 2 adota um modelo de cálculo semelhante ao da NBR 6118 (Figura 2.30). A resistência à punção por tração diagonal em lajes sem armaduras de cisalhamento é determinada pela tensão resistente v_{cd} (Equação 2-41) atuando no perímetro u_1 (Equação 2-40), semelhante ao especificado pela NBR 6118. Na Equação 2-41, o parâmetro k , relacionado ao efeito de escala, é dado pela Equação 2-42 e limitado a 2,0, ou seja, a lajes com altura útil maior ou igual a 200 mm; e a taxa de armadura de flexão ρ é definida da mesma forma que na NBR 6118, porém, limitada a 0,02. A carga de resistência à punção por tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento é, portanto, definida pela Equação 2-43.

$$u_1 = \begin{cases} 4C + 4\pi d \rightarrow \text{pilar quadrado} \\ \pi C + 4\pi d \rightarrow \text{pilar circular} \end{cases} \quad \text{Equação 2-40}$$

$$v_{cd} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100\rho f_{ck})^{1/3} \geq 0,035k^{1,5} \cdot f_{ck}^{0,5} \quad \text{Equação 2-41}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ com } d \text{ em mm} \quad \text{Equação 2-42}$$

$$V_{cd} = v_{cd} u_1 d \quad \text{Equação 2-43}$$

Em lajes com armadura de cisalhamento, o acréscimo de carga devido a esta armadura é expresso pela Equação 2-44, semelhantemente à NBR 6118. A tensão na armadura de cisalhamento deve ser limitada de acordo com a Equação 2-45. Da mesma forma que a NBR 6118, o Eurocode 2 especifica o cálculo da parcela resistida pela armadura de cisalhamento considerando arranjo radial ou em cruz. Considerando arranjos em que a área de armadura por camada não seja constante, adota-se a Equação 2-46 para cálculo daquela parcela, com A_{swt} determinado da mesma forma que na NBR 6118 (Figura 2.34).

$$V_{sd} = \left(\frac{1,5d}{s} \right) A_{sw} \frac{f_{yw,ef}}{\gamma_s} \text{sen } \alpha \quad \text{Equação 2-44}$$

$$f_{yw,ef} = 288 + 0,288d \leq f_{yw} \text{ [MPa]}, \text{ com } d \text{ em milímetros} \quad \text{Equação 2-45}$$

$$V_{sd} = A_{swt} \frac{f_{yw,ef}}{\gamma_s} \text{sen } \alpha \quad \text{Equação 2-46}$$

A área mínima de cada uma das pernas da armadura de cisalhamento é definida pela Equação 2-47, onde s_r e s_t são os espaçamentos radial e tangencial entre as pernas da armadura de

cisalhamento, respectivamente. A resistência à punção por tração diagonal é calculada somando-se as parcelas devidas ao concreto e à armadura de cisalhamento, conforme a Equação 2-48.

$$A_{sw,i} \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yw}} \frac{S_r \cdot S_t}{1,5 \cdot \text{sen} \alpha + \cos \alpha} \quad \text{Equação 2-47}$$

$$V_{csd} = 0,75V_{cd} + V_{sd} \quad \text{Equação 2-48}$$

A resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento é definida pela Equação 2-49, onde $u_{out,ef}$ é o perímetro afastado à distância de 1,5d da última camada de armadura de cisalhamento, admitindo-se espaçamentos circunferenciais máximos de 2d (Figura 2.39).

$$V_{outd} = v_{cd} u_{out,ef} d \quad \text{Equação 2-49}$$

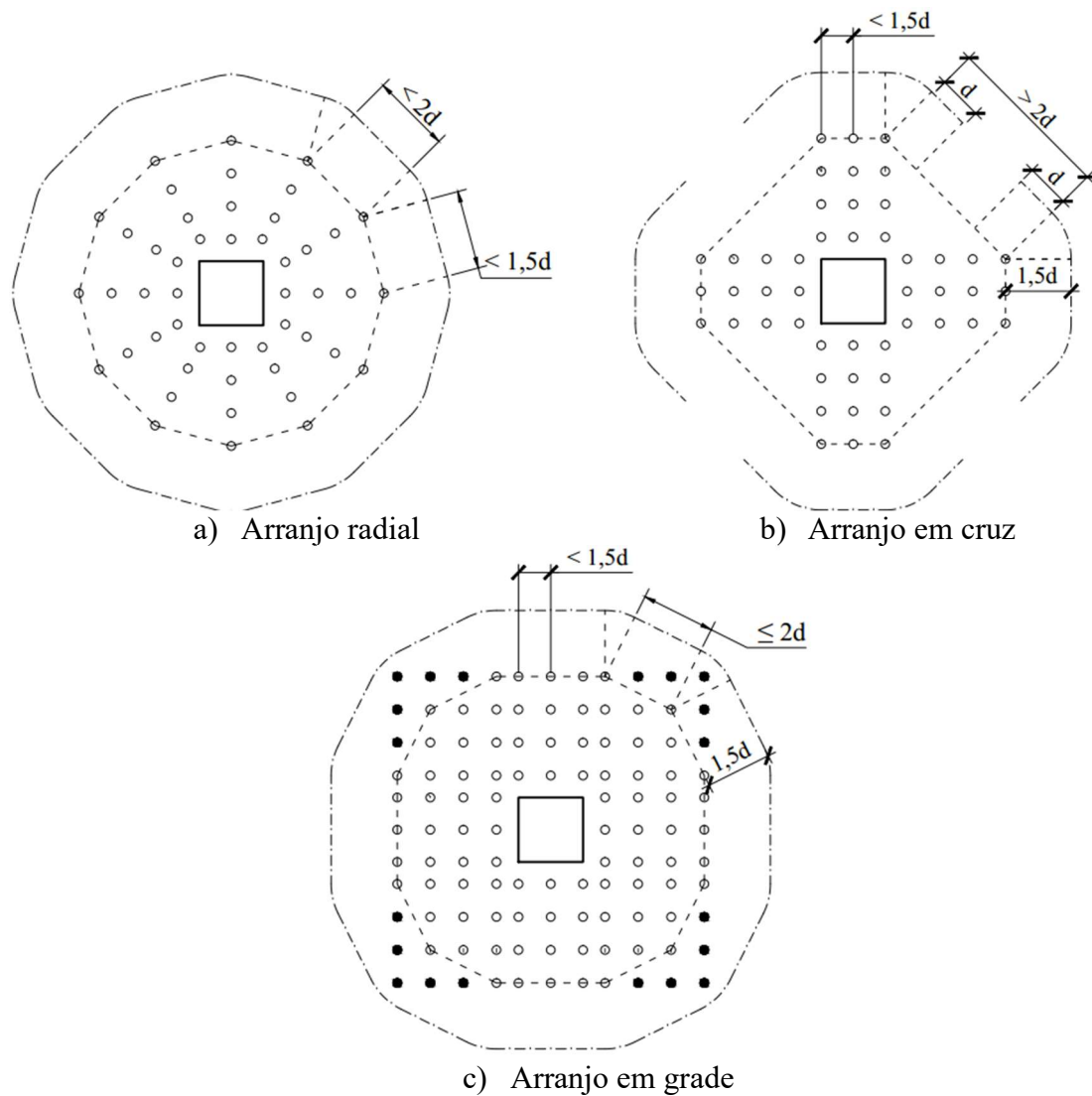


Figura 2.39 – Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2

A resistência à punção por esmagamento da diagonal comprimida é definida pela tensão v_{maxd} , dada pela Equação 2-50, onde v é dado pela Equação 2-51. A carga resistente resultante é definida pela Equação 2-52, com u_0 equivalente ao perímetro do pilar.

$$v_{maxd} = 0,4v \frac{f_c}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2-50}$$

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{Equação 2-51}$$

$$V_{maxd} = v_{maxd} u_0 d \quad \text{Equação 2-52}$$

O posicionamento e os requisitos de ancoragem para a armadura de cisalhamento são definidos de acordo com Figura 2.40 e Figura 2.41, respectivamente.

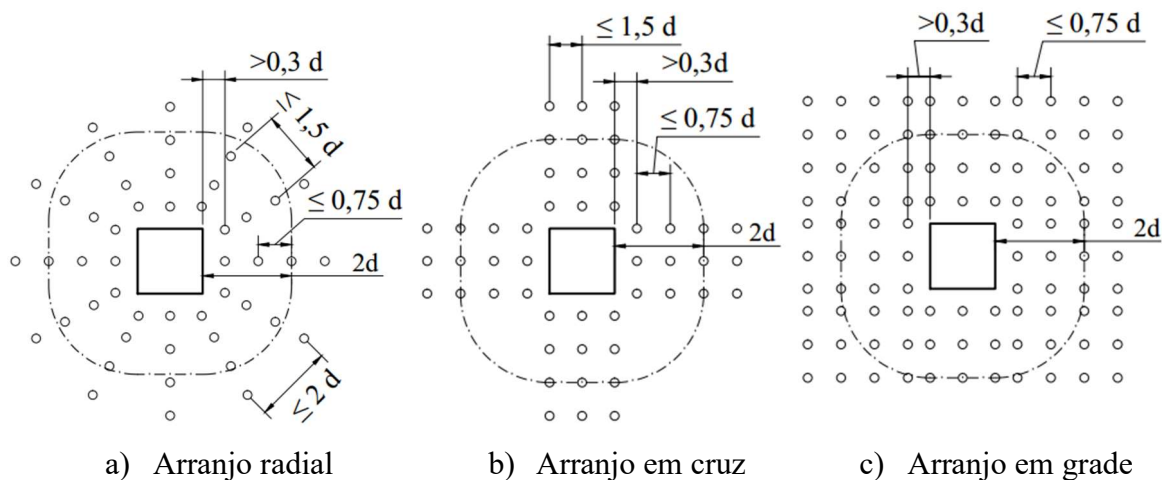


Figura 2.40 – Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2

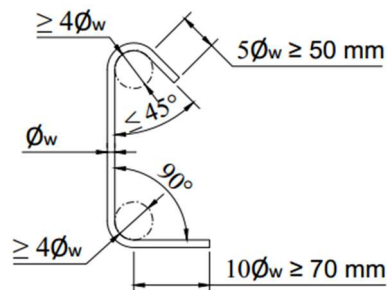


Figura 2.41 – Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o Eurocode 2

2.4.4 ACI 318 (ACI, 2014)

O modelo de cálculo adotado pelo ACI 318 considera uma superfície de ruptura inclinada a 45° em relação ao plano da laje em que a tensão resistente é calculada para a superfície b_0 , localizada à distância de $0,5d$ a partir da face do pilar (Figura 2.42), com perímetro u_1 e altura d . A superfície b_{out} O perímetro u_1 é ilustrado na Figura 2.33 e calculado pela Equação 2-53.

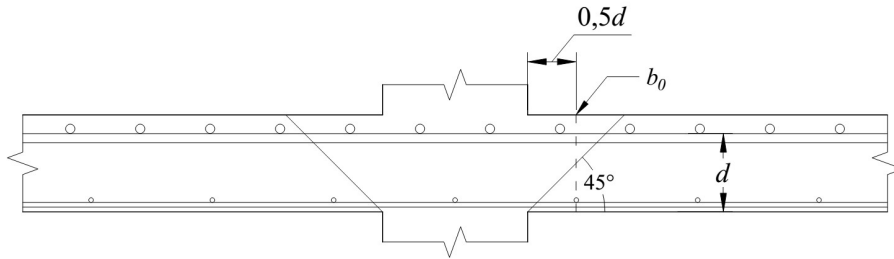


Figura 2.42 – modelo de cálculo para a resistência à punção segundo o ACI 318

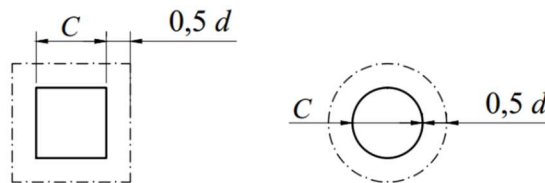


Figura 2.43 – perímetro u_1 para o ACI 318

$$u_1 = \begin{cases} 4C + 4d \rightarrow \text{pilar quadrado} \\ \pi C + \pi d \rightarrow \text{pilar circular} \end{cases} \quad \text{Equação 2-53}$$

A tensão resistente à punção por tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento é dada pela Equação 2-54, onde o parâmetro $\sqrt{f_c}$ deve ser limitado de acordo com a Equação 2-55. A carga resistente a este modo de ruptura é portanto, a indicada na Equação 2-56.

$$v_c = 0,33\sqrt{f_c} \leq 0,083 \left(2 + \frac{40d}{u_1} \right) \sqrt{f_c} \quad \text{Equação 2-54}$$

$$\sqrt{f_c} \leq 8,3 \text{ MPa} \quad \text{Equação 2-55}$$

$$V_c = v_c u_1 d \quad \text{Equação 2-56}$$

O acréscimo de resistência garantido pela armadura de cisalhamento é dado pela Equação 2-57, onde A_{sw} é a área de aço contida em uma camada de armadura, s é o espaçamento ente camadas e $f_{yw,ef}$ é a tensão nas armaduras, limitada de acordo com a Equação 2-58. O ACI 318 estabelece que a armadura de cisalhamento deve ser disposta em arranjos em cruz de acordo com a Figura 2.44, portanto, com A_{sw} constante. Análogo ao que está sendo considerado para as normas NBR 6118 e Eurocode 2, para os casos de arranjo em que A_{sw} não é constante, adota-se no presente trabalho a Equação 2-59 para cálculo da parcela de resistência devida à armadura de cisalhamento, onde A_{swt} é a área de aço total contida na região sombreada da Figura 2.44.

$$V_s = \left(\frac{d}{s} \right) A_{sw} f_{yw,ef} \quad \text{Equação 2-57}$$

$$f_{yw,ef} \leq \begin{cases} 420 \text{ MPa} \rightarrow \text{barra dobrada} \\ 550 \text{ MPa} \rightarrow \text{tela soldada} \end{cases} \quad \text{Equação 2-58}$$

$$V_s = A_{swt} f_{yw,ef} \quad \text{Equação 2-59}$$

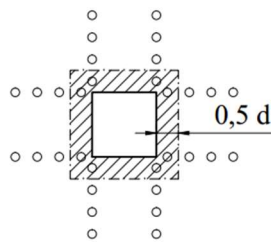


Figura 2.44 – Especificações gerais para a armadura de cisalhamento segundo o ACI 318

A resistência à punção por tração diagonal de lajes com armadura de cisalhamento é dada pela soma da resistência de uma laje sem armadura de cisalhamento com a parcela resistida pela armadura, conforme a Equação 2-60, tendo V_c o valor máximo especificado pela Equação 2-61.

$$V_{cs} = V_c + V_s \quad \text{Equação 2-60}$$

$$V_c \leq 0,17\sqrt{f'_c} b_0 d \quad \text{Equação 2-61}$$

A resistência à punção por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento é dada pela Equação 2-62, onde u_{out} é o perímetro do contorno afastado à distância de $0,5d$ da última camada de armadura de cisalhamento, ilustrado na Figura 2.45.

$$V_{out} = v_{out} d \leq 0,17\sqrt{f'_c} v_{out} d \quad \text{Equação 2-62}$$

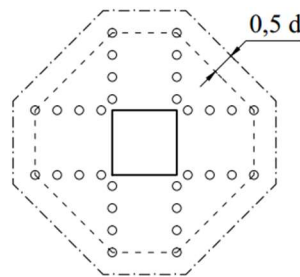


Figura 2.45 – Perímetro u_{out} para ACI 318

A resistência máxima à punção é dada pela Equação 2-63.

$$V_{máx} = 0,5\sqrt{f'_c} u_0 d \quad \text{Equação 2-63}$$

O posicionamento da armadura de cisalhamento é ilustrado na Figura 2.46. Os requisitos de ancoragem são ilustrados na Figura 2.47.

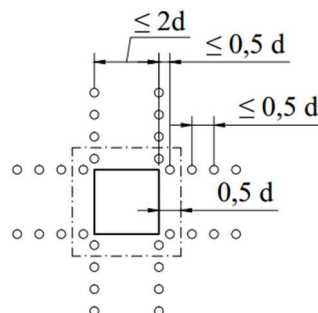


Figura 2.46 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318

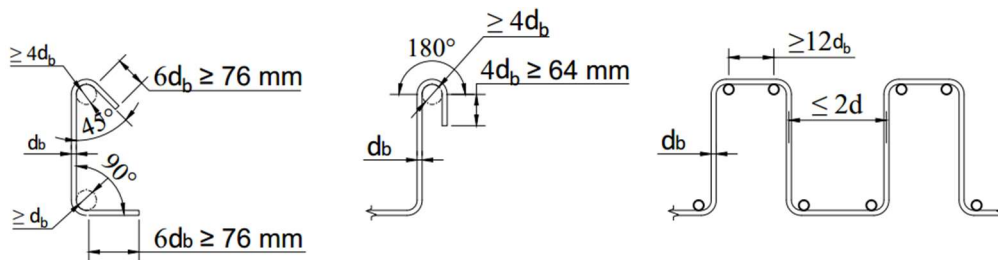


Figura 2.47 – Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318

2.4.5 Model Code 2010 (*fib*, 2013)

O cálculo segundo Model Code 2010 é baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento, desenvolvida a partir dos trabalhos de MUTTONI e SCHWARTZ (1991) e MUTTONI (2003) e aplicada a modelos mecânicos nos trabalhos de MUTTONI (2008), FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009). Um dos princípios fundamentais da teoria é o de que a resistência à punção, associada à abertura w de uma fissura crítica, está relacionada à rotação ψ da laje, conforme ilustra a Figura 2.48, em que d é a altura útil da laje.

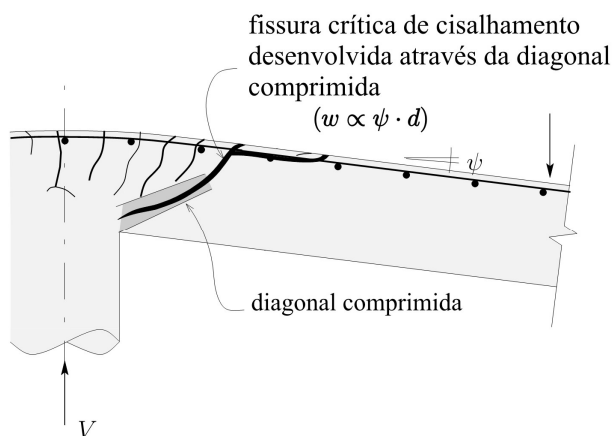


Figura 2.48 – Correlação entre a abertura da fissura crítica de cisalhamento e a rotação ψ (MUTTONI, 2008)

Segundo MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ (2012), considerando que os modelos de cálculo possuem bases teóricas, alguns parâmetros físicos de cálculo podem ser melhor estimados se dedicado mais tempo ao processo de análise da estrutura, o que conduz a estimativas de resistência mais precisas. Considerando a formulação geral para a relação carga-rotação proposta pelo Model Code 2010, definida pela Equação 2-64, são permitidos quatro níveis de aproximação para cálculo dos parâmetros relacionados a esta equação (Figura 2.49).

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$$

Equação 2-64

Onde:

r_s é a distância do eixo do pilar ao perímetro de momentos radiais nulos;

f_y é a tensão de escoamento da armadura de flexão;

E_s é o módulo de elasticidade da armadura de flexão;

m_{sd} é o momento solicitante em uma faixa de laje de largura b_s , definida a seguir;

m_{Rd} é o momento resistente de uma faixa de laje com largura igual a b_s .

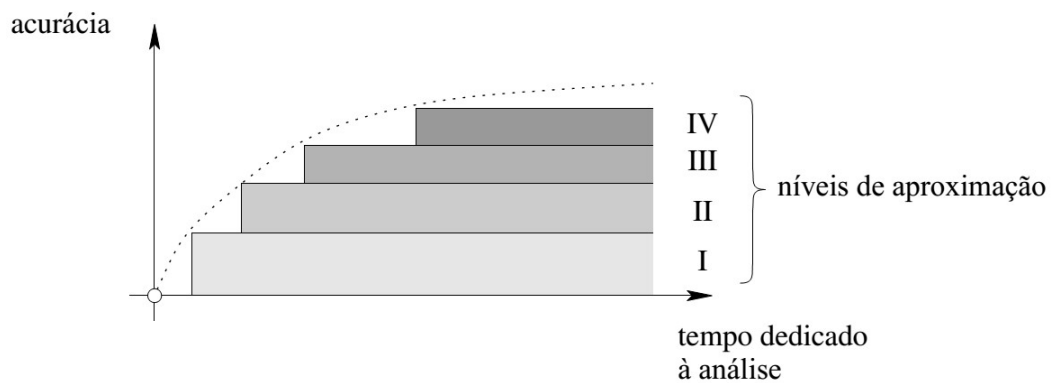


Figura 2.49 – Níveis de aproximação para cálculo: acurácia em função do tempo dedicado à análise (MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ, 2012)

O nível I de aproximação é indicado para casos de lajes dimensionadas com base em análise linear-elástica sem significativa redistribuição de esforços internos. Nestes casos, a Equação 2-64 é simplificada considerando o momento solicitante m_{sd} igual ao momento resistente m_{Rd} e a relação carga é definida pela Equação 2-65.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yw}}{\gamma_s \cdot E_s}$$

Equação 2-65

O nível II de aproximação é indicado para casos em que haja significativa redistribuição de esforços internos. Utiliza-se para este nível de aproximação a Equação 2-64, considerando o momento solicitante m_{sd} dado pela Equação 2-66 em uma faixa de laje com largura b_s (Equação 2-67).

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{e_u}{2b_s} \right)$$

Equação 2-66

Onde e_u é a excentricidade da resultante dos esforços de cisalhamento em relação ao eixo do pilar.

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{sx} \cdot r_{s,y}} \quad \text{Equação 2-67}$$

Onde r_{sx} e r_{sy} são as distâncias entre o eixo do pilar e o perímetro de momentos nulos nas direções ortogonais x e y , respectivamente.

O nível III de aproximação é utilizado se os parâmetros r_s e m_{sd} forem calculados por meio de análise linear-elástica. Neste caso, o coeficiente 1,5 da Equação 2-64 pode ser reduzido para 1,2 (Equação 2-68).

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2-68}$$

O nível IV de aproximação é adotado quando a rotação ψ é calculada por meio de análise não linear considerando o desenvolvimento de fissuras no concreto, efeitos de “tension stiffening”, escoamento da armadura e quaisquer outros efeitos não lineares relevantes.

Em lajes sem armadura de cisalhamento, a resistência é calculada considerando a fissura crítica inclinada a 45° e a partir das tensões de cisalhamento em uma superfície afastada à distância de $0,5d$ da face do pilar, definida pelo contorno u_1 , ilustrado na Figura 2.50 e calculado pela Equação 2-69. Para casos de pilares com dimensões muito maiores que a altura útil d , o perímetro u_1 deve ser limitado de acordo com a Figura 2.51.

$$u_1 = \begin{cases} 4C + \pi d \rightarrow \text{pilar quadrado} \\ \pi C + 4\pi d \rightarrow \text{pilar circular} \end{cases} \quad \text{Equação 2-69}$$

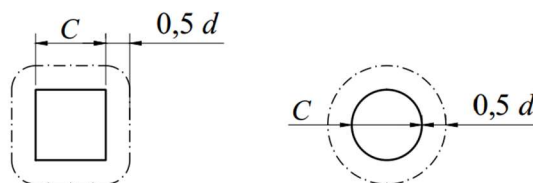


Figura 2.50 – Perímetro u_1 par o Model Code 2010

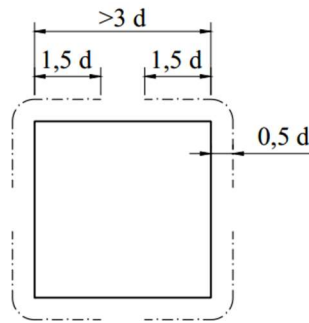


Figura 2.51 – Redução do perímetro de controle básico para grandes áreas carregadas, conforme o Model Code 2010

A resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento é calculada pela Equação 2-70, onde o parâmetro k_{ψ} está relacionado à capacidade de transferência de esforços através da fissura crítica por meio tração direta no concreto e por engrenamento dos agregados, ambos mecanismos adotados como função da rotação ψ da laje. O parâmetro k_{ψ} é calculado pela Equação 2-71. Nesta equação, k_{dg} é um parâmetro que considera a influência da dimensão máxima do agregado na transferência de esforços por engrenamento em relação a uma dimensão máxima de referência de 16 mm. O valor de k_{dg} é definido de acordo com as condições da Tabela 2-6, onde d_g é a dimensão máxima do agregado.

$$V_{Rc} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} u_1 d \quad \text{Equação 2-70}$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9k_{dg}\psi d} \leq 0.6 \quad \text{Equação 2-71}$$

Tabela 2-6 – Definição do parâmetro k_{dg} segundo o Model Code 10

Condição	Valor a ser adotado
$d_g \leq 16 \text{ mm}$	$\frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75$
$d_g > 16 \text{ mm}$	1,0
f_{ck} muito alto	0,0

Em lajes com armadura de cisalhamento, a parcela resistida por esta armadura é dada pela Equação 2-72, onde $\sum A_{sw}$ corresponde ao somatório da armadura contida na região definida pelos contornos paralelos ao perímetro u_l e afastados a $0,35d$ e a $1,0d$ (Figura 2.52) e σ_{sw} é a tensão na armadura de cisalhamento contida nesta região (Equação 2-73).

$$V_s = \sum A_{sw} \sigma_{swd} \sin \alpha \quad \text{Equação 2-72}$$

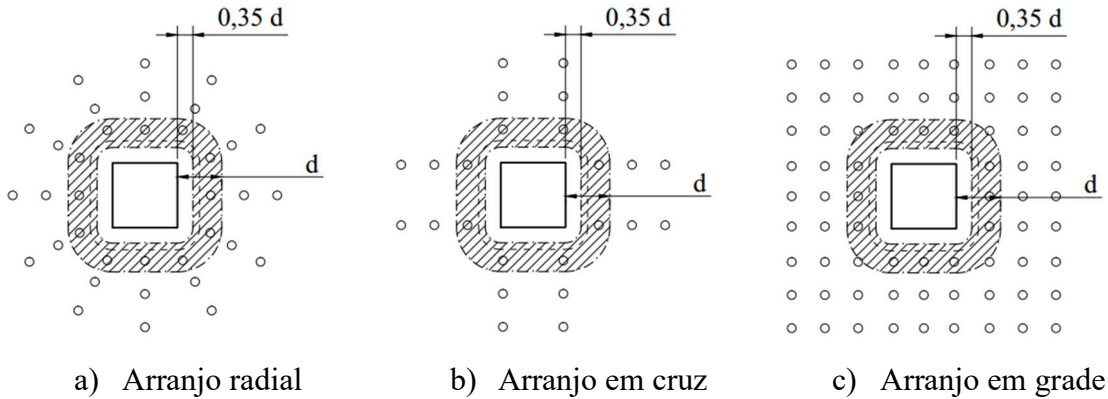


Figura 2.52 - Armadura de cisalhamento colaborante segundo o Model Code 2010

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \psi}{6} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \left(\sin \alpha + \frac{f_b / \gamma_c}{f_{yw} / \gamma_s} \frac{d}{\phi_w} \right) \leq \frac{f_{yw}}{\gamma_s} \quad \text{Equação 2-73}$$

Onde E_s é o módulo de elasticidade da armadura de cisalhamento, ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento e f_b é a resistência da aderência entre o concreto e a superfície da armadura de cisalhamento.

A resistência da aderência f_b pode ser calculada de acordo com a Equação 2-74, com os valores dos fatores η_1 , η_2 , η_3 e η_4 especificados na Tabela 2-7. Para valores de f_{yk} intermediários aos da Tabela 2-7, o valor de η_4 deve ser obtido por interpolação.

$$f_{bd} = f_{b0d} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \frac{(f_{ck} / 25)^{0.5}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2-74}$$

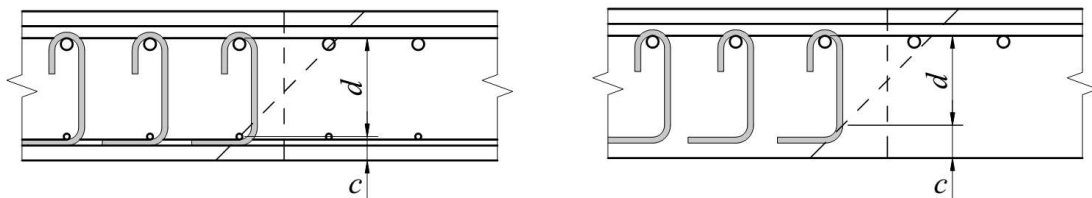
Tabela 2-7 – Fatores para cálculo da resistência da aderência

Fator	Condições	Valor a ser adotado
η_1	Barras nervuradas	1,75
	Barras nervuradas com revestimento epóxi	1,4
	Barras lisas	0,9
η_2	Boas condições de ancoragem	1,0
	Todos os outros casos com barras nervuradas	0,7
	Barra lisa	0,5
η_3	$\phi \leq 25$ mm	1,0
	$\phi > 25$ mm	$(25/\phi)^{0,3}$
η_4	$f_{yk} = 400$ MPa	1,2
	$f_{yk} = 500$ MPa	1,0
	$f_{yk} = 600$ MPa	0,85
	$f_{yk} = 700$ MPa	0,75
	$f_{yk} = 800$ MPa	0,68

Em lajes com armadura de cisalhamento, é exigida a quantidade mínima da Equação 2-75.

$$\sum A_{sw} \geq 0.5 \frac{V_{Ed}}{f_{yw} / \gamma_s} \quad \text{Equação 2-75}$$

A resistência à punção fora da região das armaduras é calculada de forma semelhante à resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento, porém, considerando o perímetro $u_{out,ef}$, afastado à distância de $0,5d$ da última camada de armadura de cisalhamento e a altura útil efetiva d , que depende do tipo de armadura de cisalhamento utilizada (Figura 2.53). No perímetro $u_{out,ef}$ é admitido um espaçamento circunferencial máximo de $3d$, conforme ilustra a Figura 2.54.



a) Estribo ancorado na armadura de flexão comprimida

b) Estribo não ancorado na armadura de flexão comprimida

Figura 2.53 – Altura útil efetiva para resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento

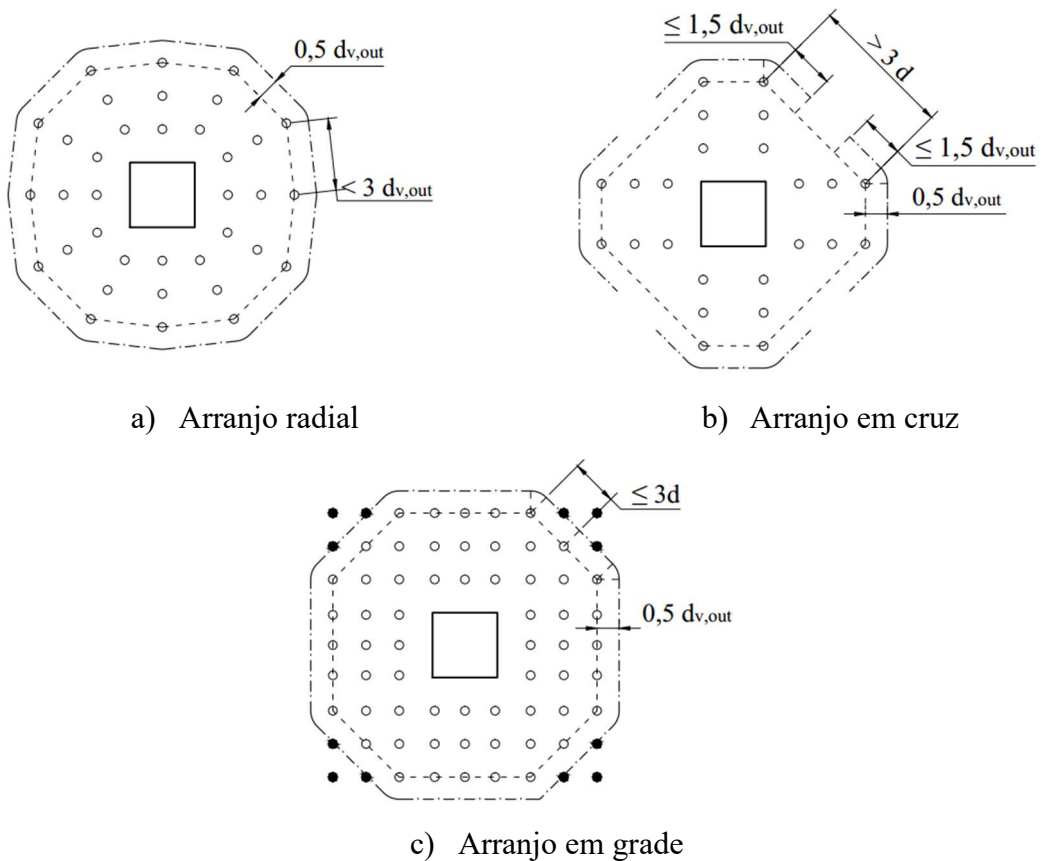


Figura 2.54 - Seção resistente fora da região da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010

A resistência máxima à punção é dada pela Equação 2-76, em que o parâmetro k_{sys} considera a capacidade da armadura de cisalhamento em controlar a abertura da fissura crítica de cisalhamento e é definido de acordo com a Tabela 2-8.

$$V_{maxd} = k_{sys} k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} u_0 d \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} u_0 d \quad \text{Equação 2-76}$$

Tabela 2-8 – Definição do parâmetro k_{sys}

Condição	k_{sys}
Ausência de dados	2,0
Estribos adequadamente ancorados	2,4
Pinos com diâmetro da cabeça igual ou maior do que três vezes o diâmetro da barra	2,8

O posicionamento da armadura de cisalhamento é feito conforme o especificado na Figura 2.55. Estribos devem ser ancorados conforme especificado na Figura 2.56, onde o

comprimento de ancoragem nas extremidades das pernas, l_b , é calculado pela Equação 2-77. A diâmetro da armadura de cisalhamento deve obedecer aos limites da Tabela 2-10.

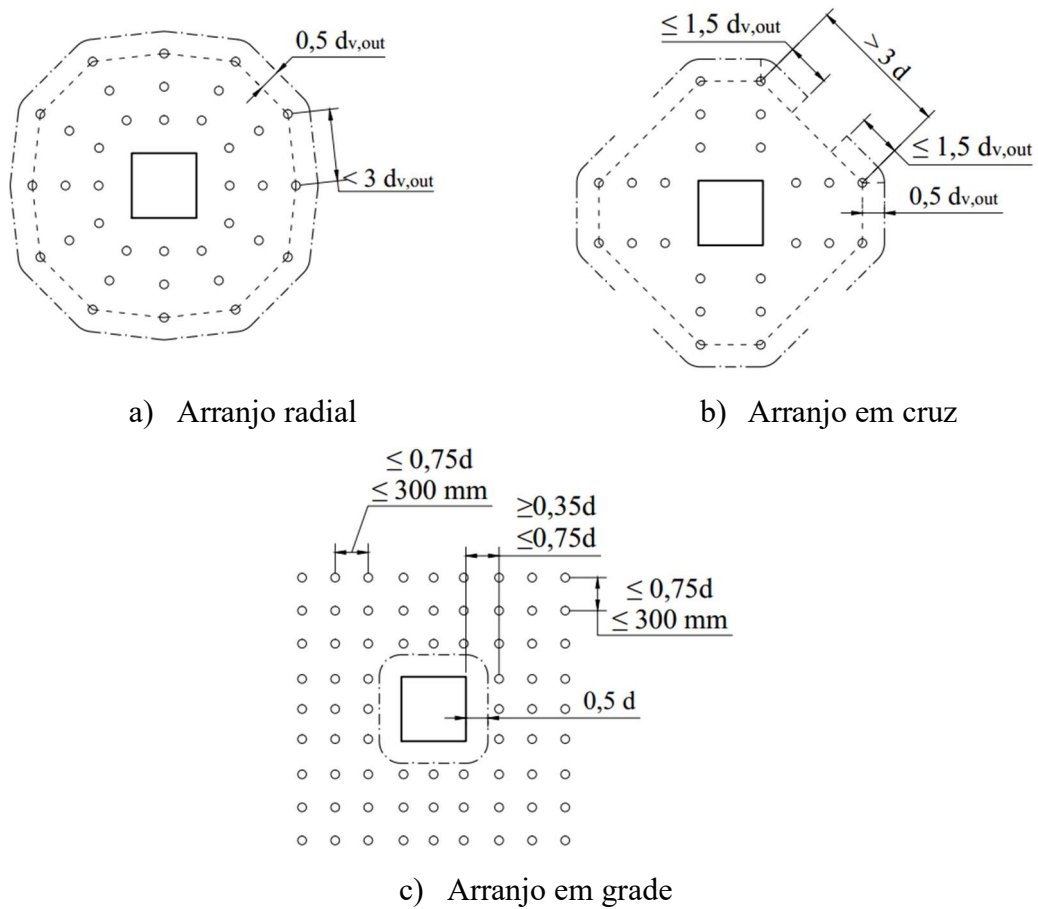


Figura 2.55 - Especificações para posicionamento em planta da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010

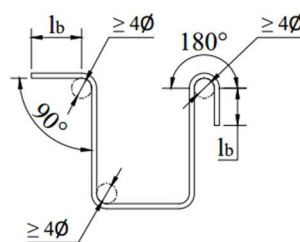


Figura 2.56 - Especificação para ancoragem da armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010

$$l_b = \alpha_1 \beta_b \cdot \left(\frac{25}{f_{ck}} \right)^{0,5} \cdot \phi \geq \beta_{b,\min}$$

Equação 2-77

Onde:

α_1 é a relação $A_{s,cal} / A_{s,ef}$;

$A_{s,cal}$ é a área de armadura necessária calculada em projeto;

$A_{s,ef}$ é a área de armadura utilizada;

η_3 representa a influência do diâmetro da barra: $\eta_3 = 1,0$ para $\varnothing \leq 25$ mm e $\eta_3 = (25/\varnothing)^{0,3}$ para $\varnothing > 25$;

β_b é um fator relacionado ao comprimento de ancoragem, dado na Tabela 2-9.

Tabela 2-9 – Fator de comprimento de ancoragem β_b

Zona de ancoragem	Posição de concretagem			
	“Boa”		“Pobre”	
	$c_{min}/\varnothing \geq 2,5$	$c_{min}/\varnothing \geq 2,5$	$c_{min}/\varnothing \geq 2,5$	$c_{min}/\varnothing \geq 2,5$
RS	66	95	95	131
RB	41	74	74	95

Tabela 2-10 – Diâmetro máximo da armadura de cisalhamento em função da altura útil

d (mm)	$\phi_{w,max}$ (mm)
< 160	-
160-180	14
181-220	16
221-260	18
261-340	20
341-600	25
> 600	30

3 Banco de dados

3.1 Definição do banco de dados

O banco de dados analisado é composto por lajes com carregamento simétrico em ligações laje-pilar interno, tal como ilustrado na Figura 3.1. Segundo STALLER e BEUTEL (2001), a maioria dos modelos estruturais para ensaio é concebida visando simular situações reais considerando a linha de contra flecha situada à distância de 22% do vão ente pilares. Esta analogia pode ser observada a partir do cálculo dos momentos elásticos em torno do pilar devidos a cargas uniformemente distribuídas nas lajes (Figura 3.2).

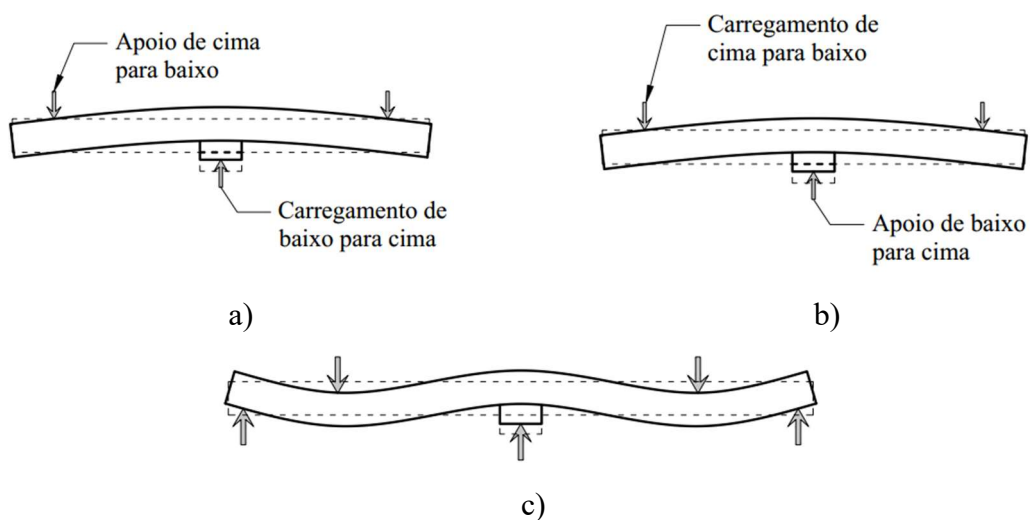


Figura 3.1 – Modelos de lajes lisas presentes no banco de dados

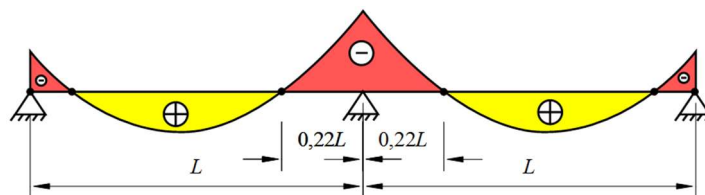


Figura 3.2 – Distribuição de momentos radiais elásticos em torno do pilar

O banco de dados é composto por lajes dos trabalhos listados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 Lista de trabalhos contidos no banco de dados

Referência	Quant de lajes	Vão de cisalhamento	h (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)
YAMADA <i>et al.</i> (1992)	13	750	200	21,6- 27,8	1,06-1,34
CHANA e DESAI (1992) ¹	9	1200	228 - 250	38,3- 45,4	0,79-0,87
CHANA e DESAI (1993)	5	1200	250	26,8- 38,4	0,86
REGAN (1980)	4	1293	160	33,4- 44	1,3
REGAN e SAMADIAN (2001)	2	1373	200	49,8- 55,1	1,1
OLIVEIRA <i>et al.</i> (2000)	11	810	130	60- 66,4	1,3-1,47
NARASIMHAN (1971) ^{2;3}	3	-	180	34,2- 44,4	1,11
BROMS (1990)	5	1000	180	21- 34	0,33-0,96
NYLANDER e SUNDQUIST (1972) ^{2;3}	8	-	120 - 240	25,5- 32,2	0,53-0,8
NILSSON (1983)	2	-	150	38,1- 41,5	0,62
KINNUNEN <i>et al.</i> (1980) ⁴	3	2340	730	34,1- 39,2	0,52-0,57
TOLF (1988) ^{2;3}	16	-	125 - 250	28,6- 39,5	0,33-0,82
ANDERSSON (1963)	4	855	150	29,3- 34,2	0,97-1,33
CHANA (1993)	3	1200	228	41,2- 44,1	0,86
PILAKOUTAS e LI (1997)	7	850	175	32,3- 43,4	0,58

Lgenda:

1 - Taxas de armadura de flexão comprimida não informadas pelos autores;

2 - As taxas nas direções x e y não foram informadas. No presente trabalho, estas taxas foram adotadas; como iguais à taxa geométrica de armadura de flexão equivalente a $(\rho_x + \rho_y)^{0,5}$;

3 - Não foram localizadas informações acerca do vão de cisalhamento;

4 - Lajes unidirecionais.

Define-se o perímetro de carga como o perímetro ao longo do qual se distribuem os pontos de carregamento ou aplicação de carga em torno do pilar. Os perímetros de carga do presente banco de dados são classificados de acordo com a Figura 3.3. Nesta figura, r_q é definido como raio de carga, que consiste na distância entre o centro do pilar e o perímetro de carga. A composição do banco de dados quanto ao raio de carga é mostrada na Figura 3.4. Para 29 das lajes, não foram localizadas informações referentes a raio de carga.

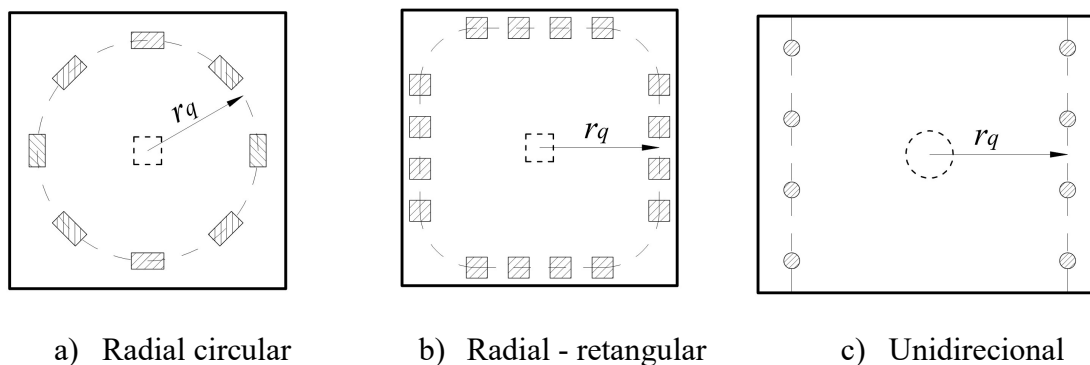


Figura 3.3 – Perímetros de carga

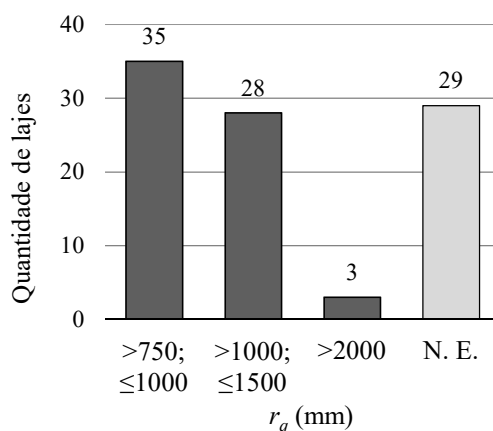


Figura 3.4 – Composição do banco de dados por r_q

3.1.1 Armaduras de cisalhamento

Os estribos das lajes analisadas são classificados de duas maneiras: quanto ao tipo de ancoragem e quanto à geometria. Quanto à ancoragem, são considerados os critérios de conexão entre os estribos e a armadura longitudinal da laje. Para isto, são definidos os seguintes tipos de ancoragem: A1, correspondente a estribos com ganchos ou dobras envolvendo as camadas de armadura de flexão em ambas as zonas comprimida e tracionada das lajes; A2, correspondente a estribos com ganchos ou dobras envolvendo as camadas de armadura de flexão apenas na zona tracionada da laje; e A3, correspondente a estribos sem ancoragem em nenhuma das camadas de armadura de flexão tracionada ou comprimida. Na Figura 3.5 são ilustrados estes tipos de ancoragem. Nesta figura, a ancoragem A1 exibida corresponde às lajes da série K de YAMADA *et al.* (1992); a ancoragem A2, às lajes 2 e 3 de CHANA (1993); e a ancoragem A3, às lajes da série T de YAMADA *et al.* (1992).

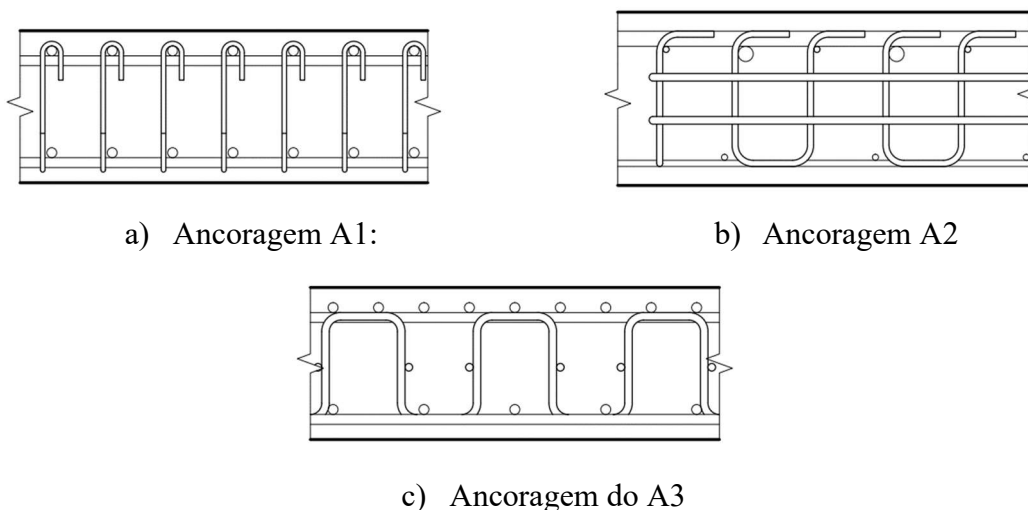


Figura 3.5 – Classificação dos estribos quanto à ancoragem

O estribo com ancoragem A3 ilustrado na Figura 3.5 aparenta estar ancorado na armadura de flexão comprimida, porém, como apenas parte do gancho horizontal do estribo envolve esta armadura, considera-se que o estribo não está ancorado nela. A geometria dos estribos da série K de YAMADA *et al.* (1992) é ilustrada em detalhes na Figura 3.6.

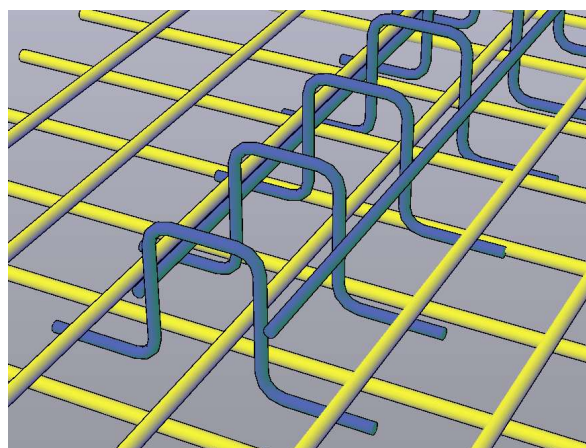
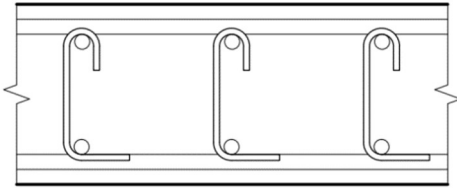


Figura 3.6 – Estribos da série K de YAMADA *et al.* (1992)

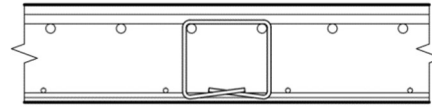
Quanto à geometria, os estribos são diferenciados de acordo com o descrito na Tabela 3-2. Na Figura 3.7 são ilustrados os tipos de geometria considerados. A geometria G1 exibida corresponde às lajes de CHANA e DESAI (1992); a geometria G2, às lajes 3V, 4V e 5V de OLIVEIRA *et al.* (2000); G3, às lajes 2 e 3 de CHANA (1993); G4, às lajes 2 e 3 de BROMS (1990); G5, às lajes 6I, 7I, 8I e 9I de OLIVEIRA *et al.* (2000); e G6, às lajes PSSB e PSSC de PILAKOUTAS e LI (1997).

Tabela 3-2 - Classificação por geometria dos estribos utilizados no banco de dados

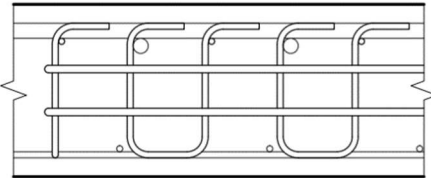
Geometria	Descrição
G1	Estribos com pernas individuais
G2	Estribo fechado
G3	Estribo aberto
G4	Estribo contínuo
G5	Estribo aberto inclinado
G6	Estribo contínuo inclinado



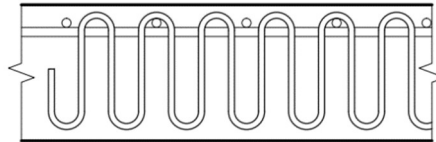
a) Geometria G1: lajes de CHANA e DESAI (1992)



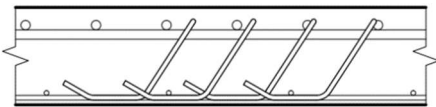
b) Geometria G2: lajes 3V, 4V e 5V de OLIVEIRA *et al.* (2000)



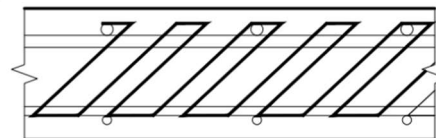
c) Geometria G3: lajes 2 e 3 de CHANA (1993)



d) Geometria G4: G4, lajes 2 e 3 de BROMS (1990)



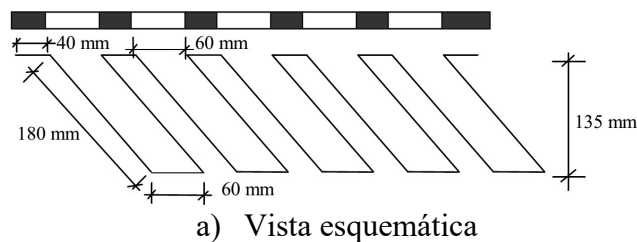
e) Geometria G5: lajes 6I, 7I, 8I e 9I de OLIVEIRA *et al.* (2000)



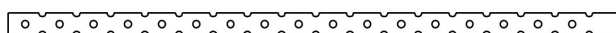
f) Geometria G6: lajes PSSB e PSSC de PILAKOUTAS e LI (1997)

Figura 3.7 – Classificação dos estribos por geometria

A armadura das lajes PSSB e PSSC de PILAKOUTAS e LI (1997) consistiram em tiras de aço com 25,4 mm de largura por 0,8 mm de espessura, conforme ilustrado na Figura 3.8



a) Vista esquemática



b) Detalhe: furos na tira de aço



c) Exemplo: armadura da laje PSSB

Figura 3.8 – Armadura das lajes PSSB e PSSC de PILAKOUTAS e LI (1997), representando a Geometria G6 – imagens de PILAKOUTAS e LI (2003)

A Figura 3.9 mostra a composição do banco de dados quanto às classificações dos estribos. No item b) desta figura são contabilizadas quatro lajes a menos em relação ao item a). Isto decorre da indisponibilidade de informações relacionadas à geometria dos estribos utilizados nas lajes B3, B4, C3 e C4 de NYLANDER e SUNDQUIST (1972).

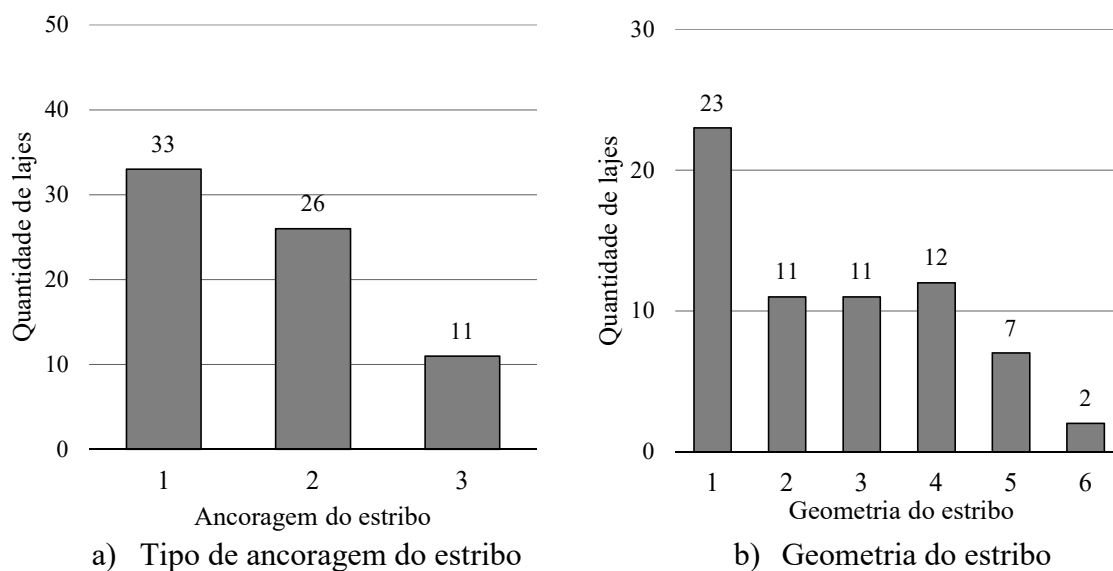


Figura 3.9 – Composição do banco de dados por tipo de estribo

3.1.2 Modos de ruptura

São considerados os modos de ruptura descritos na Tabela 3-3. Os modos de ruptura P_c , P_i , P_i-P_o e P_o estão ilustrados na Figura 3.10 (OLIVEIRA, 1998). A composição do banco de dados quanto aos modos de ruptura observados em ensaio é mostrada na Figura 3.11.

Tabela 3-3 – Classificação dos modos de ruptura observados experimentalmente

Indicação	Descrição
P_c	Punção em lajes sem armadura de cisalhamento
P_i	Punção dentro da região das armaduras de cisalhamento
P_o	Punção fora da região das armaduras de cisalhamento
P_i-P_o	Combinação de punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento
F	Flexão
F- P_c	Combinação: Flexão + punção em lajes sem armadura de cisalhamento
F- P_i	Combinação: Flexão + punção dentro da região das armaduras de cisalhamento
F- P_o	Combinação: Flexão + punção fora da região das armaduras de cisalhamento

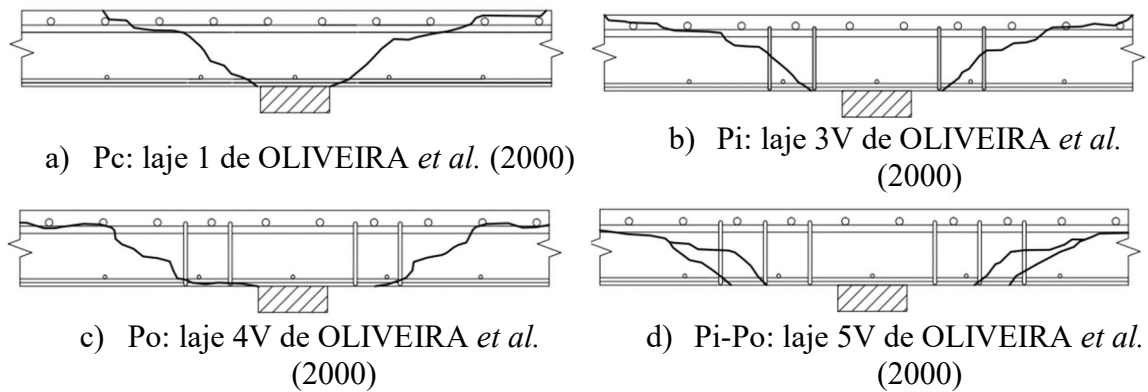


Figura 3.10: Rupturas por punção observadas nas lajes do banco de dados

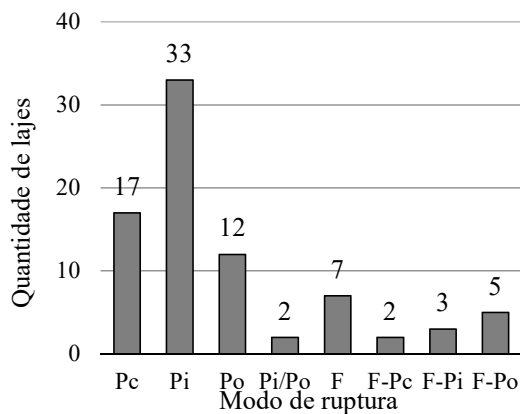


Figura 3.11 – Composição do banco de dados por modo de ruptura

3.1.3 Parâmetros relacionados à resistência à punção

São descritas a seguir os principais parâmetros relacionados à resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com armadura de cisalhamento. Estes parâmetros são divididos de acordo com a sua relevância em casos de lajes sem e com armadura de cisalhamento.

As resistências à compressão do concreto informadas pelos autores correspondem a valores obtidos em ensaios em corpos de prova cilíndricos e cúbicos. Para atender às equações das normas consideradas no presente trabalho, as resistências obtidas em ensaios de corpos de prova cúbicos foram corrigidas segundo a recomendação do Model Code 2010, em que a média das relações $f_{c,cubo} / f_{c,cilindro}$ é de 1,22. Desta forma, os valores de resistência à

compressão do concreto obtidos em ensaios de corpo de prova cilíndricos foram corrigidos multiplicando-os pelo fator 0,82.

As composições do banco de dados quanto aos principais parâmetros relacionados à resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento são mostradas na Figura 3.12. Na Figura 3.13 são das as composições quanto aos parâmetros relacionados ao acréscimo de resistência à punção proporcionado pelo estribo. Nesta figura, as designações MC10-1, MC10-2 e MC10-3 referem-se aos níveis de aproximação I, II e III do Model Code 2010. A taxa de armadura de flexão foi definida do modo como recomenda as normas NBR 6118 e Eurocode 2. A taxa de armadura de cisalhamento é definida pela Equação 3-10, explicada no tópico a seguir. As s

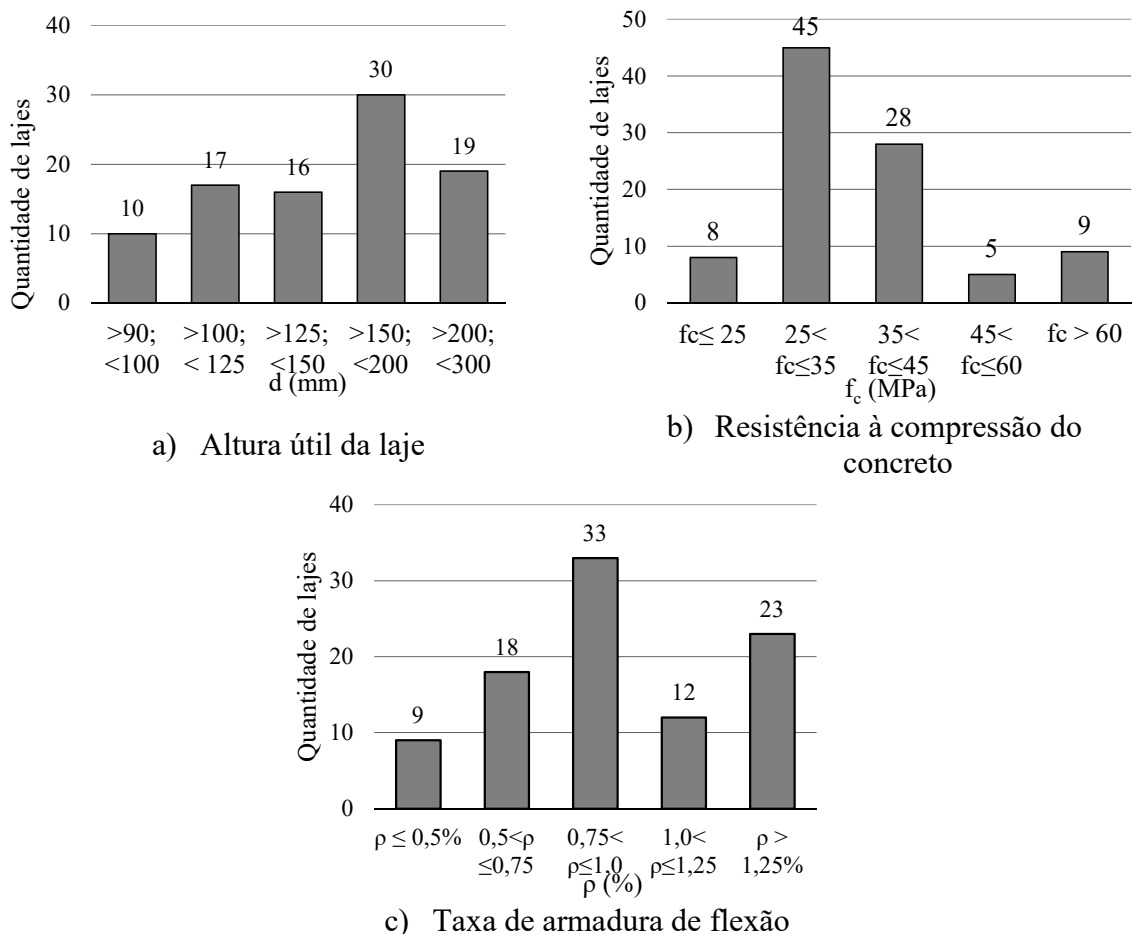
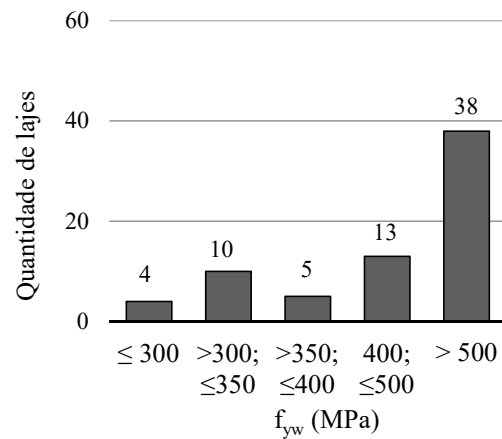
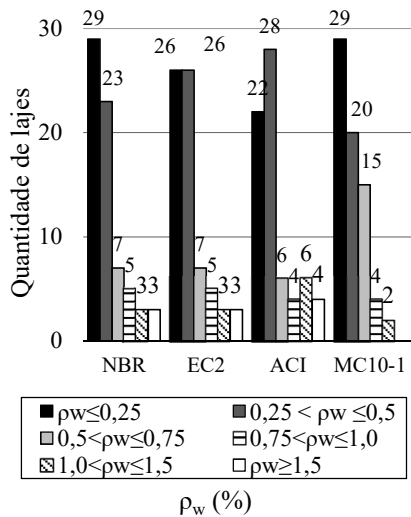
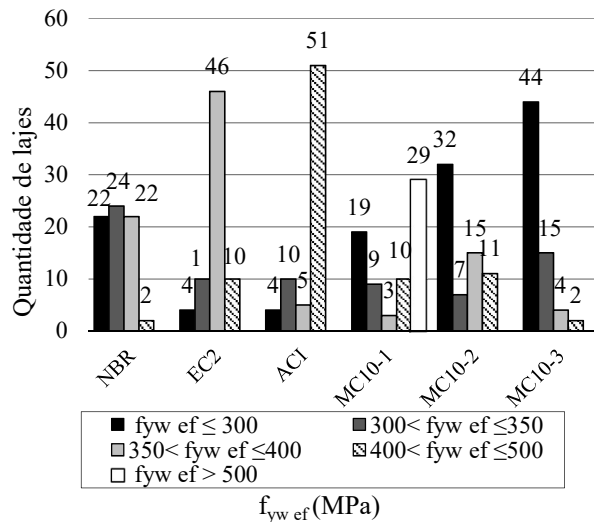


Figura 3.12 – Composição do banco de dados aos parâmetros que influenciam na resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento



a) Taxa de armadura de cisalhamento

b) Tensão de escoamento nominal da armadura de cisalhamento



c) Tensão máxima efetiva na armadura de cisalhamento

Figura 3.13 – Composição do banco de dados que influenciam no acréscimo de carga devido à armadura de cisalhamento

3.2 Resistência à punção

3.2.1 Cálculo segundo recomendações normativas utilizadas

A Figura 3.14 ilustra as zonas de armadura de cisalhamento consideradas nos cálculos de resistência à punção segundo as normas, bem como as superfícies de ruptura dentro e fora desta zona.

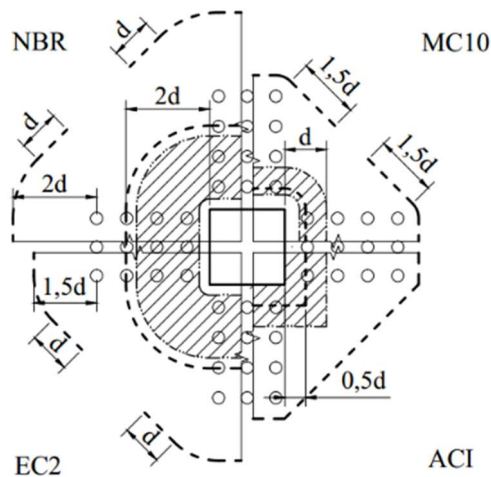


Figura 3.14 – Superfícies de ruptura e zonas de armadura de cisalhamento consideradas em cálculo

A resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento é dada pela Equação 3-1, onde u_1 e v_c são mostrados na Tabela 3-4 e na Tabela 3-5, respectivamente. Para o Model Code 2010, o valor de k_ψ é dado pela Equação 3-2, de acordo com MUTTONI (2008) ou pela Equação 3-3, de acordo com o Model Code 2010.

$$V_c = v_c \times u_1 d \quad \text{Equação 3-1}$$

Tabela 3-4 – Perímetros de controle onde atua a tensão v_c

Norma	u_1	
	Pilar circular	Pilar quadrado
NBR	$\pi C + 4\pi d$	$4C + 4\pi d$
EC2	$\pi C + \pi d$	$4C + 4d$
ACI	$\pi C + \pi d$	$4C + \pi d$
MC10	$\pi C + \pi d$	$4C + \pi d$

Tabela 3-5 – Definição da tensão resistente do concreto para lajes sem armadura de cisalhamento

Norma	v_c (MPa)
NBR	$0,18(1 + \sqrt{200/d})(100\rho_1 f_{ck})^{1/3}$
EC2	$0,18k(100\rho_1 f_{ck})^{1/3} \geq 0,0035k^{1,5}$, com $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$
ACI	$0,22\sqrt{f_c} \leq 0,083 \cdot \left(2 + \frac{40 \cdot d}{u_1}\right) \cdot \sqrt{f_c}$
MC10	$k_\psi \sqrt{f_c}$

$$k_{\psi} = \frac{3/4}{1 + 0,47 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \quad \text{Equação 3-2}$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \quad \text{Equação 3-3}$$

Em ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento, a parcela de esforço cortante resistida por esta armadura (V_s) é definida como o somatório das forças resultantes em uma quantidade $n_{\phi w}$ de pernas de estribo com tensão efetiva f_{twef} e seção transversal $A_{sw,i}$, conforme a Equação 3-4. A quantidade de pernas $n_{\phi w}$ é definida de acordo com a zona de armadura de cisalhamento considerada por cada norma (Figura 3.14). As tensões efetivas máximas admitidas por cada norma são mostradas na Tabela 3-6. A tensão máxima efetiva nas armaduras de cisalhamento em função da tensão de escoamento do aço é mostrada para cada norma na Figura 3.15.

$$V_s = n_{\phi w} \cdot A_{sw,i} \cdot f_{yw\ ef} \quad \text{Equação 3-4}$$

Tabela 3-6 – Definição da máxima tensão atuante na armadura de cisalhamento

Norma	$f_{yw\ ef}$ (MPa)
NBR	$\begin{cases} h \leq 150\text{mm} \rightarrow 288 \\ 150\text{mm} < h < 350\text{mm} \rightarrow 1,06h + 129 \\ h \geq 350\text{mm} \rightarrow 500 \end{cases}$
EC2	$288 + 0,288d \leq f_{yw}$
ACI	414
MC10	$\sigma_{sw} \leq f_{yw}$

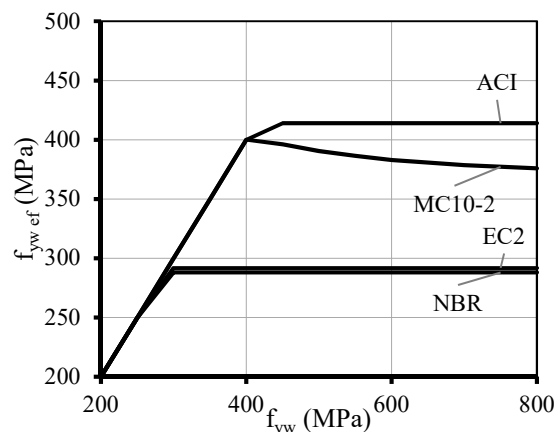


Figura 3.15 – Tensão máxima efetiva na armadura de cisalhamento

Em lajes com armadura de cisalhamento, a resistência à punção dentro da região das armaduras é definida pela Equação 3-5, em que $V_{c,0}$ é a resistência de uma laje sem armadura de cisalhamento e V_{sy} é a parcela resistida pela armadura de cisalhamento, considerando-se a tensão atuante como a de escoamento f_{yw} , ao invés da tensão efetiva f_{ywef} . Os fatores k_c e k_s reduzem as parcelas nominais $V_{c,0}$ e V_{sy} .

$$V_{cs} = k_c V_{c,0} + k_s V_{sy} \quad \text{Equação 3-5}$$

Para as normas NBR 6118, Eurocode 2 e ACI 318, o fator k_c é constante (Tabela 3-7), porém, para o Model Code 2010, este valor diminui conforme o aumento da relação V_s/V_c . Esta diminuição está implícita na equação para o cálculo de v_c na Tabela 3-5, visto que a resistência diminui com o aumento da rotação, que, por sua vez, aumenta com a adição de armadura de cisalhamento devido ao acréscimo da resistência à punção proporcionado. Isto é ilustrado na Figura 3.16 em que o fator k_c é tido como $V_c/V_{c,0}$, sendo $V_{c,0}$ a resistência à punção sem armaduras de cisalhamento.

Tabela 3-7 – Fator de redução de V_c

Norma	k_c
NBR	0,77
EC2	0,75
ACI	0,5

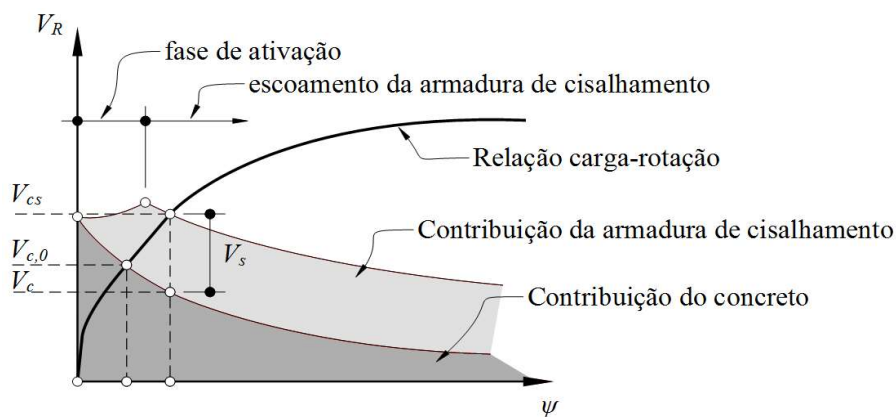
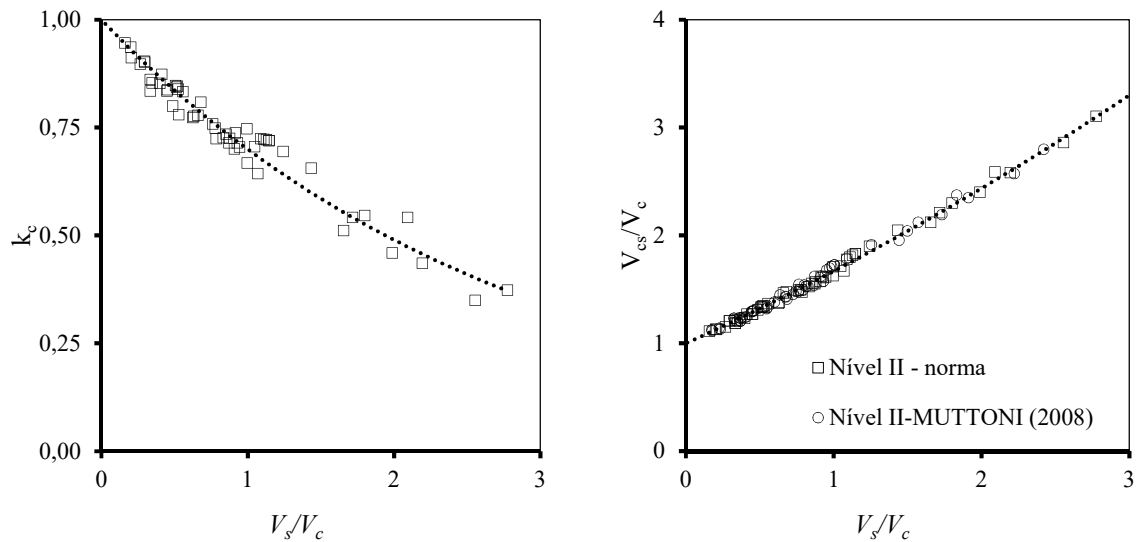


Figura 3.16 – Variação das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento com a aplicação de carga (adaptado de MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ, 2010)

A equação para o cálculo de k_c para o Model Code 2010 pode ser obtida plotando-se, em função de V_s/V_c , as razões $V_c/V_{c,0}$ ou $V_{cs}/V_{c,0}$ calculadas – Figura 3.17-a e Figura 3.17-b, respectivamente. No primeiro caso, obtém-se a Equação 3-6, com R^2 igual a 0,95, enquanto no segundo caso obtém-se a Equação 3-7 com R^2 igual a 0,995. Devido à melhor correlação, a Equação 3-7 foi adotada. Na Figura 3.17-b, os ícones quadrados representam o cálculo segundo o critério de ruptura proposto em norma e os ícones circulares representam o cálculo segundo o critério de ruptura de MUTTONI (2008) (ver anexo E).

Na Figura 3.18 são mostradas as relações entre $V_{cs}/V_{c,0}$ e $V_s/V_{c,0}$ calculadas de acordo com cada norma.



a) Variação da razão $V_c/V_{c,0}$ (k_c)

b) Variação da relação V_{cs}/V_c

Figura 3.17 – Avaliação da variação da contribuição do concreto em função de V_s/V_c

$$\frac{V_{cs}}{V_{c,0}} = e^{-0,357(V_s/V_{c,0})} \quad \text{Equação 3-6}$$

$$\frac{V_{cs}}{V_{c,0}} = 0,0487 \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right)^2 + 0,6207 \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) \quad \text{Equação 3-7}$$

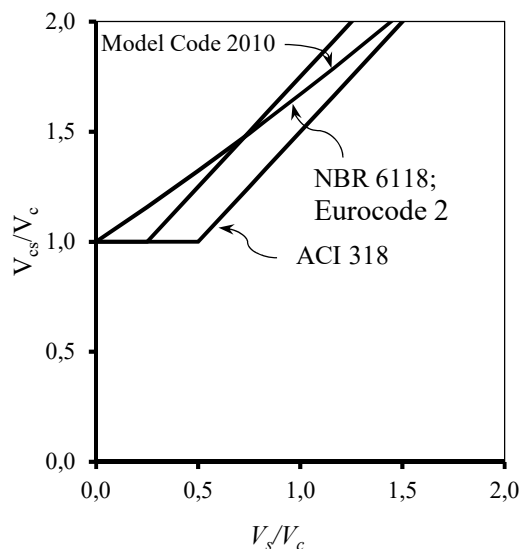


Figura 3.18 – Avaliação da soma das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento segundo as normas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 2010

A resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento é calculada pela Equação 3-8, com u_{out} ilustrado na Figura 3.14. A resistência máxima à punção é calculada pela Equação 3-9, com u_0 sendo o perímetro do pilar e $v_{máx}$ dado na Tabela 3-8.

$$V_{out} = v_c \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 3-8}$$

$$V_{máx} = v_{máx} \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 3-9}$$

Tabela 3-8 – Definição da máxima tensão resistente do concreto para esmagamento da biela comprimida

Norma	$v_{máx}$ (MPa)
NBR	$0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_c$
EC2	$0,24 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_c$
ACI	$0,5 \sqrt{f_c}$
MC10	$k_{sys} \cdot k_{\psi} \cdot \sqrt{f_c}$, com $k_{sys} \cdot k_{\psi} \leq 1,0$

No presente trabalho, é definida a taxa de armadura de cisalhamento, ρ_w (Equação 3-10), correspondente à razão entre a área total da armadura de cisalhamento considerada para o

cálculo da resistência à punção e a superfície de concreto considerada para resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento, definida pelo perímetro de controle u_1 , e com profundidade equivalente à altura útil d . Para cada norma, A_{swt} é definida a partir do número de pernas de estribo contidas as áreas sombreadas da Figura 3.14.

$$\rho_w = \frac{A_{swt}}{u_1 \cdot d} \quad \text{Equação 3-10}$$

O ACI 318 e o Model Code 2010 estabelecem quantidades mínimas de armadura de cisalhamento. No presente trabalho, estas quantidades são expressas por meio da taxa de armadura de cisalhamento mínima $\rho_w \text{ min}$ (Tabela 3-9). O Eurocode 2 não estabelece uma quantidade mínima de armadura de cisalhamento, mas estabelece uma área mínima para a perna do estribo ($A_{sw, \text{min}}$). Na Tabela 3-9, uma expressão equivalente de $\rho_w \text{ min}$ para o Eurocode 2 é definida conhecendo-se uma quantidade total de pernas consideradas para o cálculo de V_s .

Tabela 3-9 – Taxas de armadura de cisalhamento mínima exigidas por cada norma

Norma	$\rho_w \text{ min}$
NBR	NÃO ESPECIFICADO
EC2	$n_{\phi_w} \cdot \frac{0,08}{u_1 d} \cdot \left(\frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \right) \cdot \frac{s_r \cdot s_t}{(1,5 \cdot \text{sen} \alpha + \cos \alpha)}$
ACI	$0,17 \cdot \left(\frac{s}{u_1 \cdot d} \right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \left(\frac{b_0}{f_{ywef}} \right)$
MC10	$0,5 \cdot \frac{V_E}{k_e \cdot f_{ywef} \cdot u_1 \cdot d}$

s_r e s_t são os espaçamentos radial e circunferencial, respectivamente, entre as pernas

Na Figura 3.19, as taxas de armadura de cisalhamento exigidas pelas normas são comparadas às taxas para a laje K3 de YAMADA *et al.* (1992).

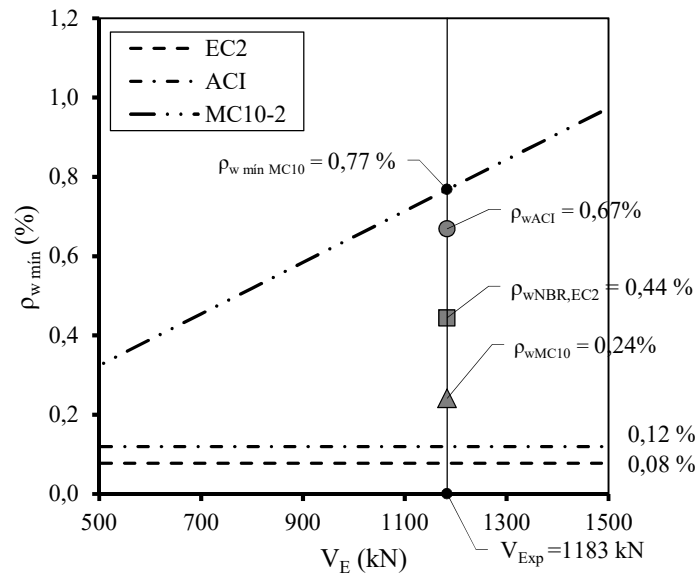


Figura 3.19 – Taxas de armadura de cisalhamento mínima exigidas por cada norma para a laje K3 de YAMADA *et al.* (1992)

3.2.2 Tensão resistente do concreto no perímetro de controle

A Figura 3.20 mostra a composição do banco de dados a partir das resistências calculadas para lajes sem armadura de cisalhamento, expressa pela tensão resistente na superfície de controle definida pelo perímetro u_l de cada norma. A variação entre previsões se dá, principalmente em função dos diferentes modelos de cálculo adotados. A menor quantidade de lajes para os níveis II e III de aproximação do Model Code 2010 é devida à indisponibilidade de dados suficientes para realização dos cálculos.

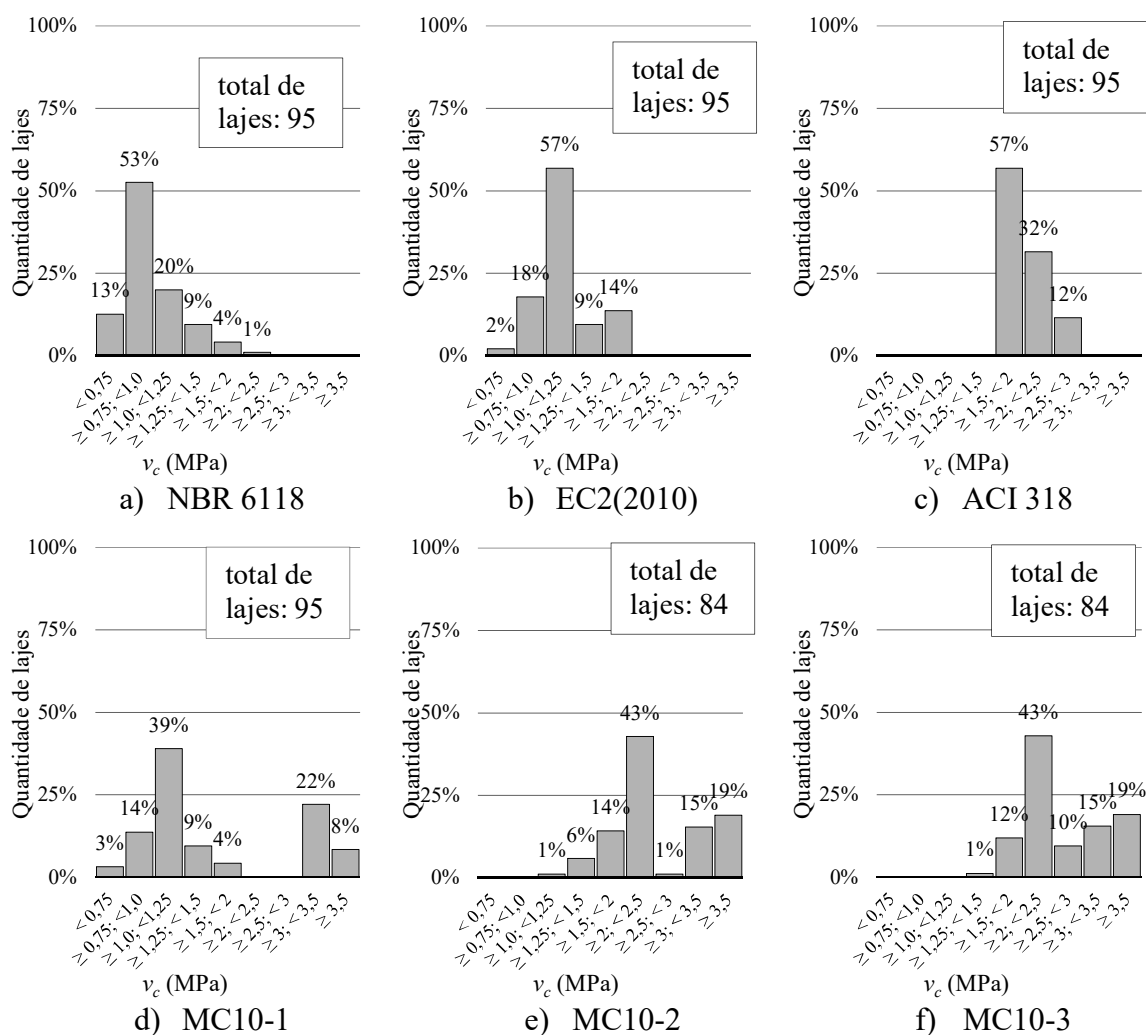


Figura 3.20 – Tensão resistente v_c para lajes sem armadura de cisalhamento

3.2.3 Contribuição da armadura de cisalhamento

A parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento é expressa na Figura 3.21 pela relação V_s/V_c . A variação das previsões normativas está relacionada, principalmente, às diferentes considerações adotadas para a tensão máxima desenvolvida na armadura de cisalhamento e para a área de aço que contribui na resistência, aqui definida a partir das quantidades de pernas de estribos contidas nas regiões sombreadas da Figura 3.14. Novamente, menor quantidade de lajes é devida à indisponibilidade de dados suficientes para realização dos cálculos.

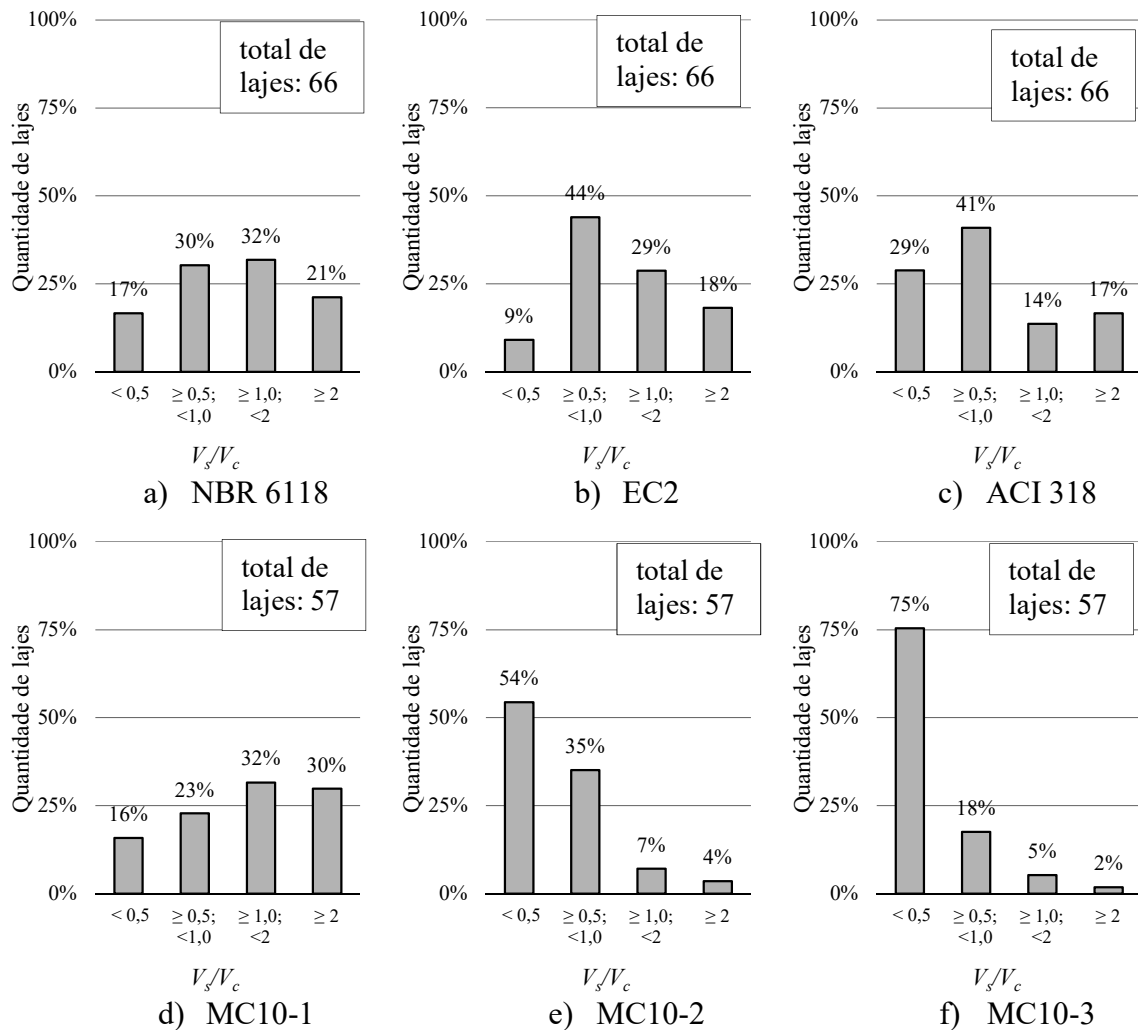


Figura 3.21 – Contribuição da armadura de cisalhamento calculada

3.2.4 Perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento

Para todas as normas, no caso de lajes com armaduras de cisalhamento, calculada a resistência sem armadura de cisalhamento, a resistência à punção fora da região das armaduras pode ser verificada pela relação entre os perímetros de controle para ruptura fora e dentro da região das armaduras (Figura 3.22).

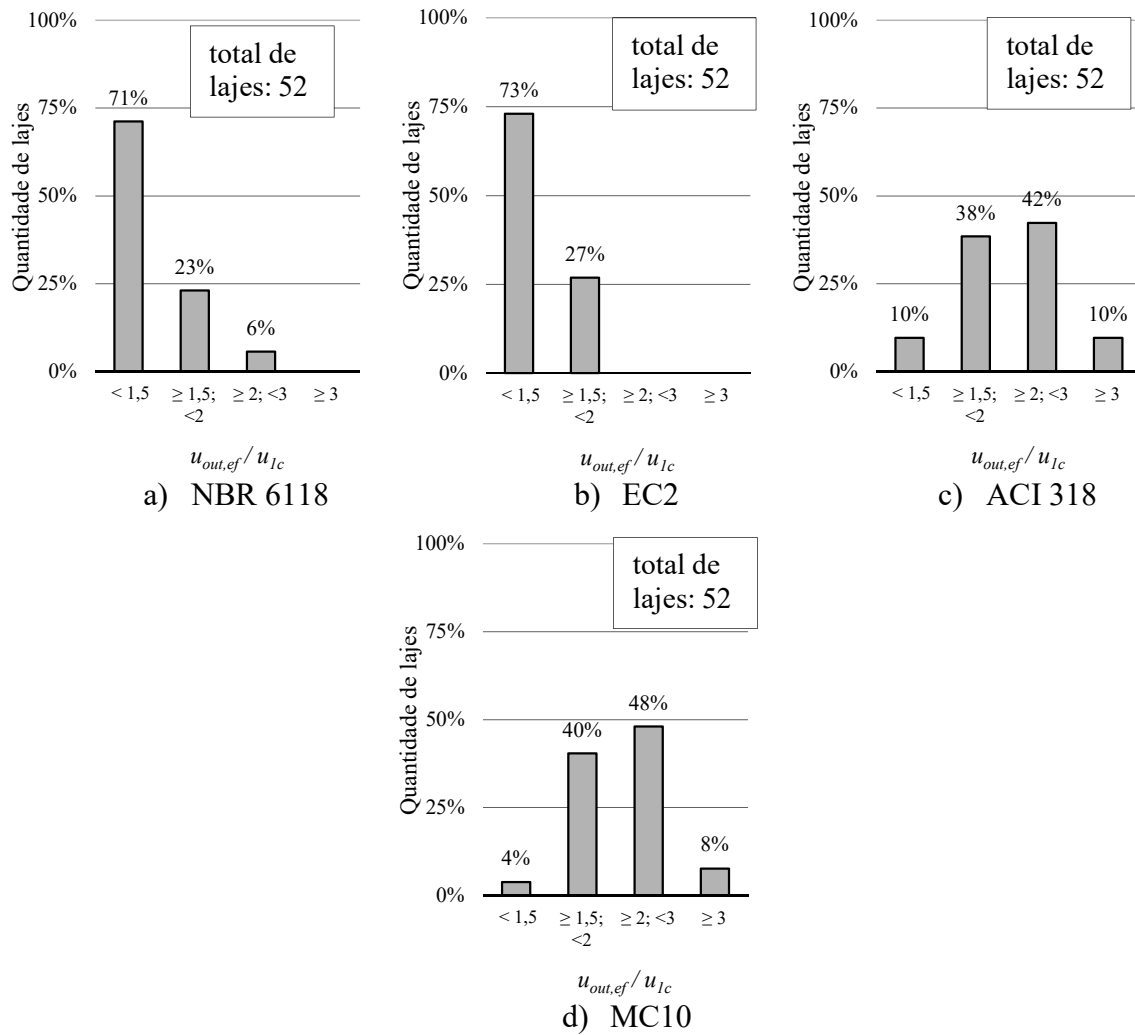


Figura 3.22 – Relação $u_{out,ef}/u_1$

3.2.5 Tensão resistente máxima para esmagamento da diagonal de concreto comprimida

Para todas as normas, a resistência máxima à punção é expressa por uma tensão máxima resistente atuante na borda do pilar. As resistências máximas à punção são expressas em relação à resistência calculada para lajes sem armadura de cisalhamento na Figura 3.23

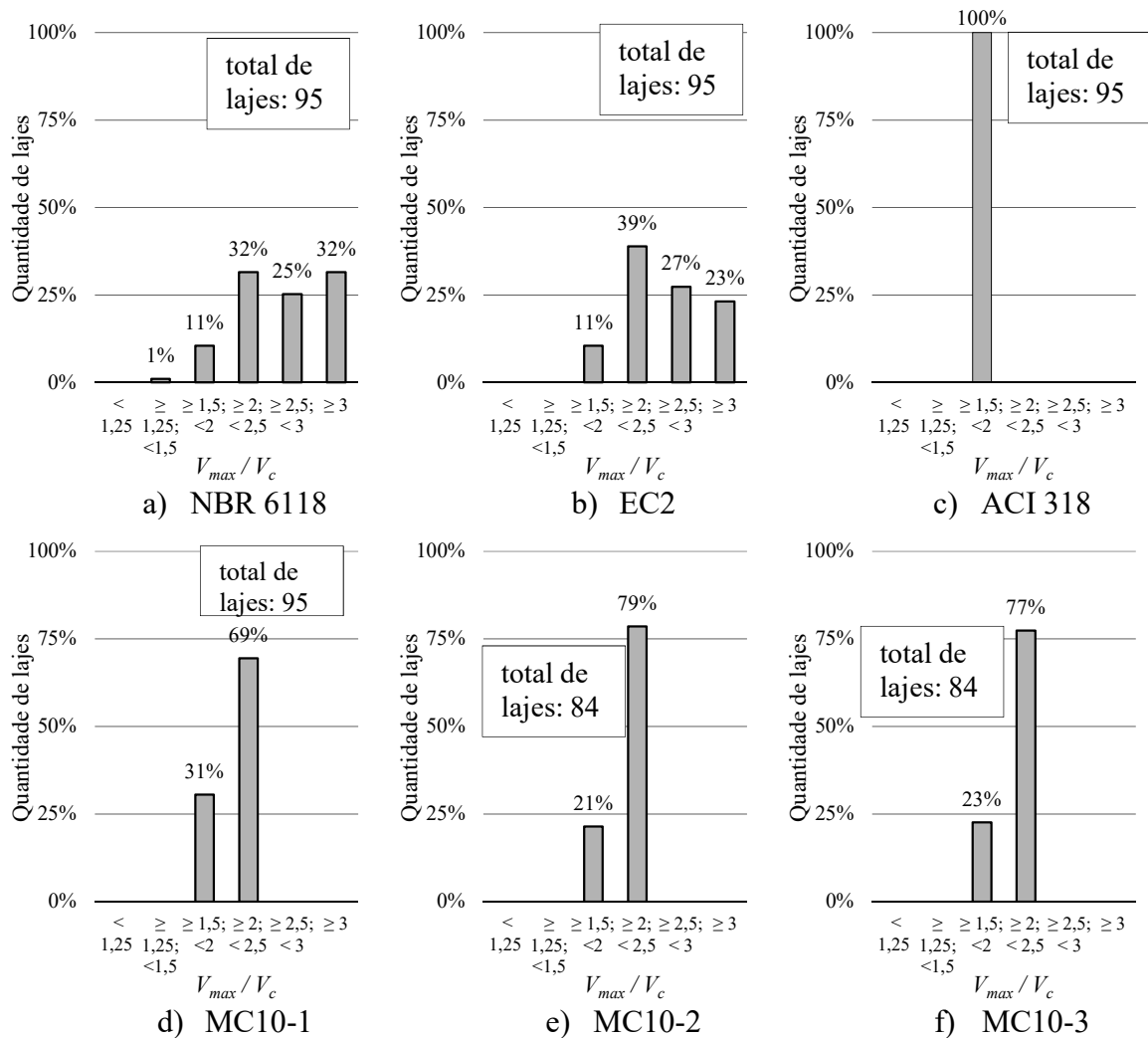


Figura 3.23 – Resistência máxima à punção

3.3 Resistência à flexão

Para se ter conhecimento da relação entre as rupturas observadas e o estado de plastificação da região de ligação laje-pilar, a resistência à flexão foi calculada, admitindo-a como a carga V_{Flex} obtida por meio de linhas de ruptura. A Figura 3.24 mostra a composição do banco de dados quanto à relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura à flexão prevista.

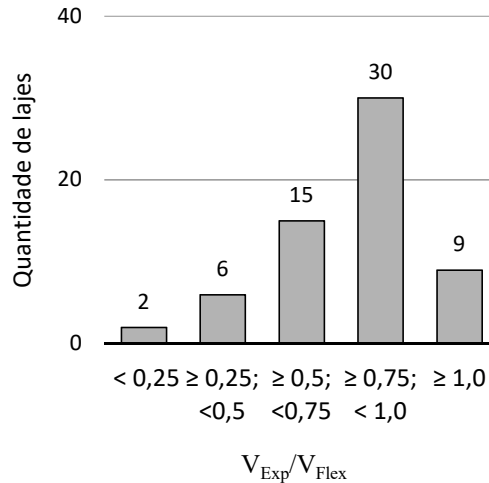


Figura 3.24 – Composição do banco de dados pela relação V_{Exp}/V_{Flex}

3.3.1 Cálculo de V_{flex}

O método de cálculo de V_{flex} por linhas de ruptura considera que a ruptura à flexão é caracterizada pela formação de um mecanismo de linhas de ruptura ao longo das quais a armadura de flexão se encontra plastificada, portanto, corresponde ao nível de carregamento em que a laje sofre grandes deslocamentos verticais sem consideráveis incrementos de carga (estágio IV de carregamento definido por ELSTNER e HOGNESTAD, 1956). A acurácia do cálculo da resistência está diretamente relacionada ao modelo de linhas de ruptura adotado.

No presente trabalho, são utilizados os modelos de linhas de ruptura ilustrados na Figura 3.25. A seguir, é descrito o processo para cálculo de V_{flex} .

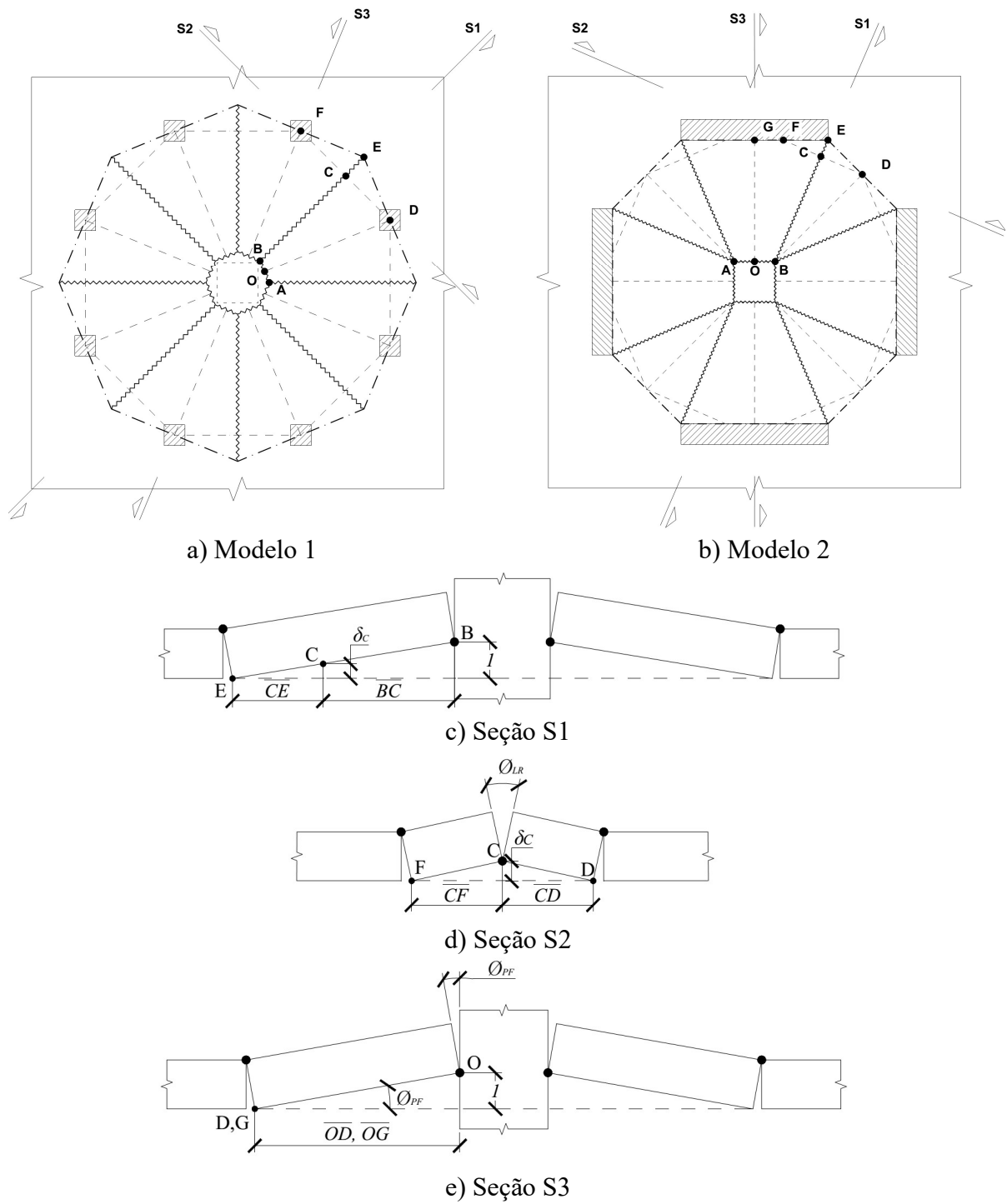


Figura 3.25 - Modelos de linhas de ruptura adotados para cálculo da carga de ruptura por flexão das lajes

Deslocamento vertical no ponto C:

$$\delta_c = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC} + \overline{CE}}$$

Equação 3-11

Rotação na linha de ruptura:

$$\phi_{LR} = \delta_C \left(\frac{1}{\overline{CD}} + \frac{1}{\overline{CF}} \right) \quad \text{Equação 3-12}$$

Rotação na borda do pilar fictício:

$$\phi_{PF} = \begin{cases} \frac{1}{\overline{OD}} & (\text{Modelo I}) \\ \frac{1}{\overline{OG}} & (\text{Modelo II}) \end{cases} \quad \text{Equação 3-13}$$

Comprimento da linha de ruptura:

$$l_{LR} = \overline{BC} + \overline{CE} \quad \text{Equação 3-14}$$

Comprimento da borda do pilar fictício:

$$l_{PF} = \overline{AB} \quad \text{Equação 3-15}$$

Trabalho virtual interno nas linhas de ruptura:

$$U_{i,LR} = m_R \cdot \sum (\phi_{LR} \cdot l_{LR}) \quad \text{Equação 3-16}$$

Onde m_R é o momento resistente por unidade de comprimento uma seção genérica da laje com taxa de armadura de flexão ρ .

Trabalho virtual interno nas bordas do pilar fictício:

$$U_{i,PF} = m_R \cdot \sum (\phi_{PF} l_{PF}) \quad \text{Equação 3-17}$$

Trabalho virtual interno total:

$$U_i = U_{LR} + U_{PF} \quad \text{Equação 3-18}$$

Do equilíbrio de energia:

$$V_{flex} = U_i \quad \text{Equação 3-19}$$

3.3.2 Cálculo de m_R

Tomando o momento resistente M_R , calculado com base no equilíbrio de forças longitudinais e de momento em uma seção transversal da laje definida por uma base b_w e pela altura útil

d , m_R representa o momento resistente por unidade de comprimento (Equação 3-20). No equilíbrio de forças, é considerado o estado limite último na flexão, admitindo-se que seções planas permanecem planas após a curvatura. Desprezando a resistência à tração do concreto, o equilíbrio na seção pode ser expresso de acordo com a Figura 3.26. Nesta figura, são ilustradas as deformações na seção e tensões nos materiais, bem como as forças resultantes.

$$m_R = \frac{M_R}{b_w}$$

Equação 3-20

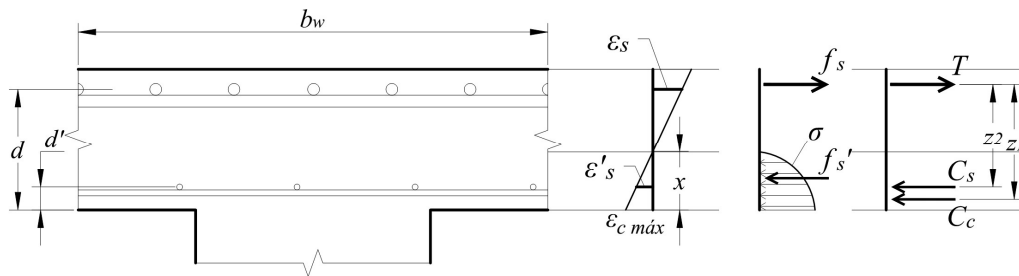


Figura 3.26 – Tensões e deformações na seção resistente ao momento fletor

Utilizou-se os princípios da NBR 6118 para dimensionamento à flexão. Os modos de ruptura são expressos através do diagrama de domínios de deformação ilustrado na Figura 3.27-a, onde domínio 2 corresponde a seções subarmadas; o domínio 3, a seções normalmente armadas; e o domínio 4, corresponde a seções superarmadas. O limite entre os domínios 3 e 4 corresponde à ruptura balanceada.

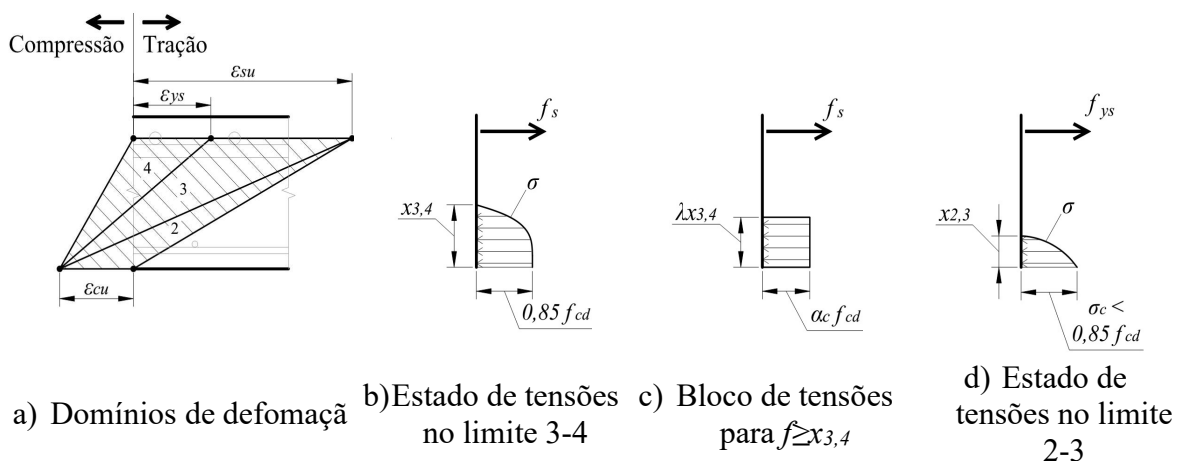


Figura 3.27 – Domínios de deformação no estado limite último de flexão

Para casos em que a tensão no concreto alcança a resistência à compressão (seções normalmente e superarmadas), o diagrama tensão-deformação pode ser simplificado,

substituindo-se o diagrama parábola-retângulo por um bloco de tensão constante de $\alpha_c f_{cd}$ e profundidade λx (Figura 3.27-b,c). Os parâmetros α_c e λ são definidos na Equação 3-21 e Equação 3-22, respectivamente

$$\alpha_c = \begin{cases} 0,85 & \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50) / 200] & \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 3-21}$$

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400 & \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Equação 3-22}$$

O banco de dados é composto por laje com seções subarmadas e normalmente armadas (Figura 3.28). Devido à complexidade do cálculo da magnitude e da profundidade da força resultante de compressão no concreto, muitas vezes é conveniente adotar o mesmo modelo de cálculo simplificado dos domínios 3 e 4. A Figura 3.29 mostra as relações entre momentos resistentes calculados segundo dois modelos de cálculo: o primeiro, simplificado, em que se considera ruptura balanceada para todos os casos e desconsidera-se a contribuição das armaduras de flexão na zona comprimida; e o segundo, um modelo de cálculo geral, considerando todas as hipóteses da Figura 3.26. O valor médio foi de 0,99, com coeficiente de variação de 8,2 %.

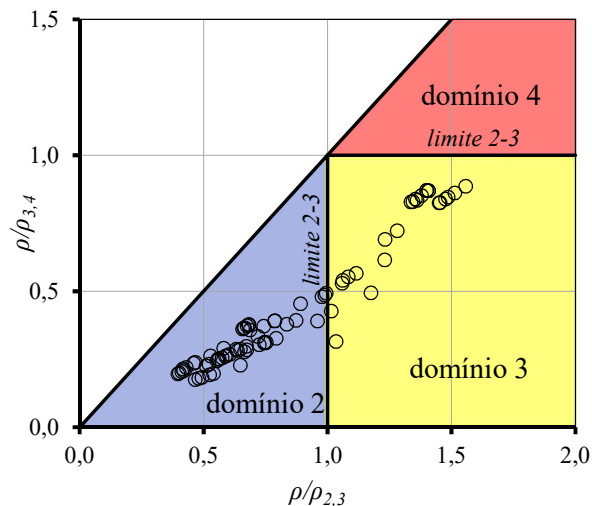


Figura 3.28 – Domínios de deformação das lajes do banco de dados

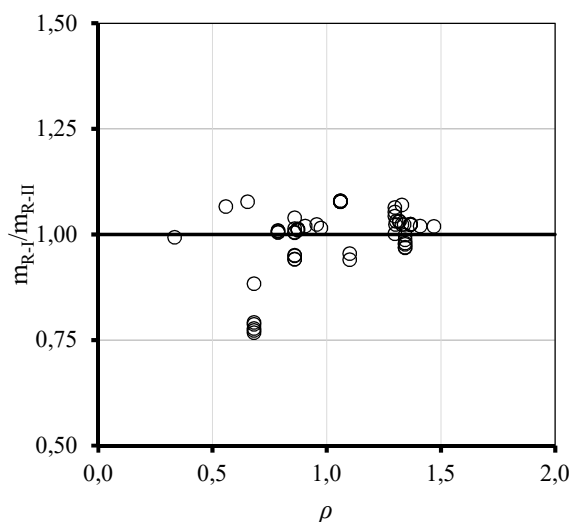


Figura 3.29 – Relação entre os momentos resistente calculados segundo os modelos de cálculo I e II

Para o cálculo de V_{flex} , é adotado o menor entre valores de m_R calculados pelos modelos de cálculo I e II. O cálculo pelo modelo simplificado é dado pela Equação 3-23 e o procedimento para cálculo geral é descrito no Anexo F. Os resultados de m_R e V_{flex} são mostrados no Anexo G.

$$m_R = \rho \cdot d \cdot f_y \cdot \left[d - \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho d f_y}{f_c} \right] \quad \text{Equação 3-23}$$

4 Resultados

4.1 Comparação entre valores de resistência previstos por norma e resultados experimentais

Neste capítulo são avaliadas as previsões de resistência segundo as normas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 2010. Para esta norma, o cálculo foi realizado considerando-se o nível 2 de aproximação. Em algumas análises o cálculo segundo esta norma foi adaptado adotando-se o critério de ruptura proposto por MUTTONI (2008), ao invés do critério normativo.

Na Tabela 4-1 são apresentados os parâmetros estatísticos utilizados para avaliação das previsões de resistência das normas consideradas. Casos ideais são caracterizados por valores de ζ iguais a 1 e valores de D.P. iguais a 0. Este método de análise foi baseado no trabalho de BEUTEU e MENÉTREY (2001). Os valores de cálculo são mostrados de forma detalhada no anexo A.

Tabela 4-1 – Definição dos parâmetros estatísticos utilizados

Parâmetro	Descrição
n_P / n_t	Razão entre o número de lajes com previsão de ruptura pelo modo considerado pelo número total de lajes consideradas
$\zeta_i = \frac{V_{exp}}{V_{calc}}$	Razão entre a carga de ruptura experimental pela carga de ruptura calculada
$\zeta_m = \frac{\sum \zeta_i}{n}$	Média das razões ζ_i
$D.P. = \sqrt{\frac{\sum (\zeta_i - \zeta_m)^2}{n-1}}$	Desvio padrão
$C.V. = \frac{D.P.}{\zeta_m}$	Coefficiente de variação
$\zeta_{5\%} = \zeta_m - 1,645 \cdot D.P.$	Quantil de 5% da razão ζ_m

4.2 Punção dentro da região das armaduras de cisalhamento

Na Figura 4.1 as previsões normativas para resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento ($V_{cs\ NORMA}$) são comparadas a resultados experimentais com este tipo de ruptura (V_{Exp}). Observa-se que as melhores equivalências entre resultados calculados e experimentais são para estribos com ancoragem do tipo A1, com ganchos ou dobras envolvendo armaduras de flexão localizadas em ambas as camadas tracionada e comprimida da laje.

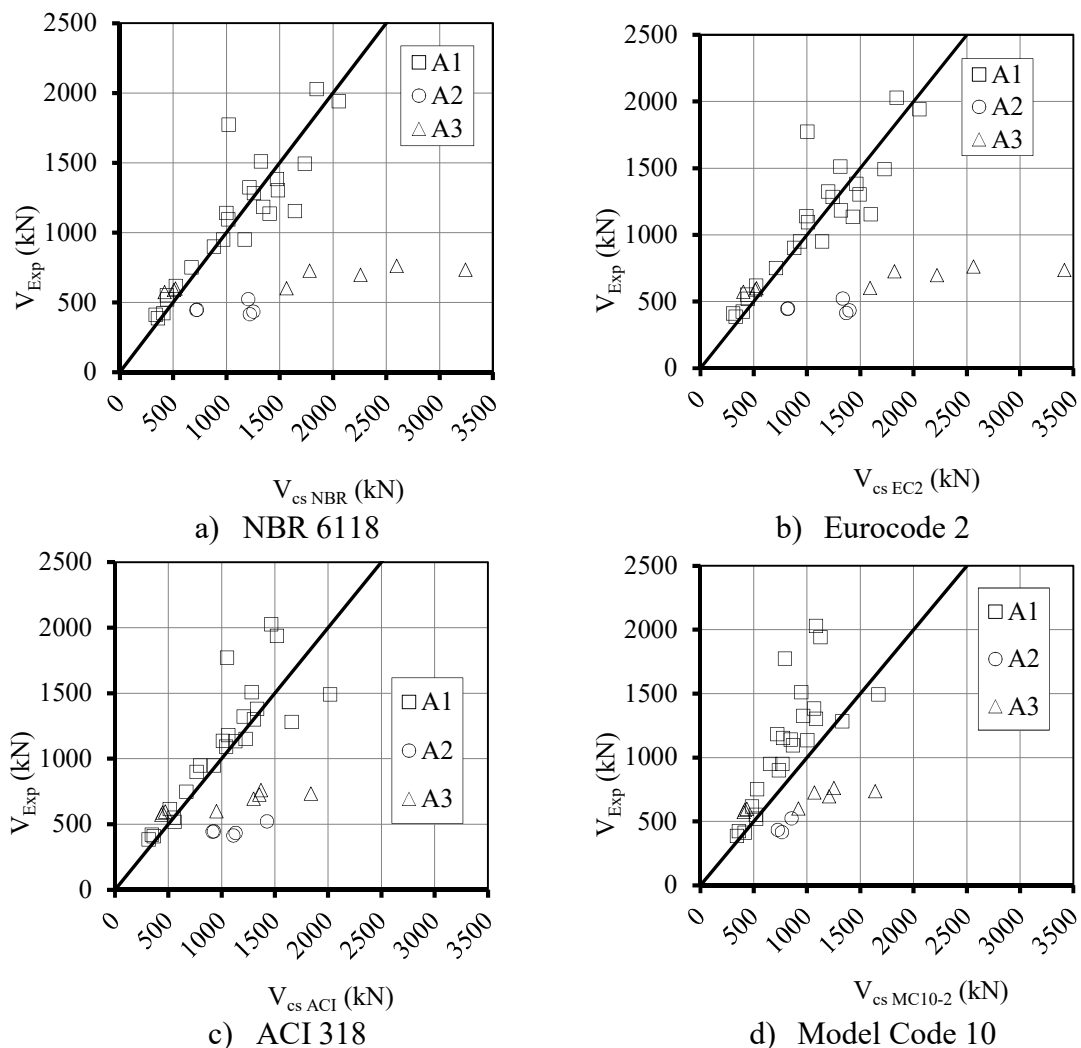


Figura 4.1 – Ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais e previsões normativas

O cálculo da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento segundo as normas tende a se tornar inseguro conforme a razão entre a parcela de carga resistida por

esta armadura (V_s) e a resistência de uma laje sem armadura de cisalhamento (V_c) aumenta. Esta tendência foi observada para todas as normas consideradas e é mostrada na Figura 4.2, que compara as resistências calculadas a resultados experimentais de lajes com ruptura por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. A linha de referência horizontal tracejada indica a média dos valores de V_{Exp}/V_c e a linha horizontal traço-pontilhada indica o valor do quantil de 5% acima do qual os resultados são considerados seguros, sendo ambos os valores referentes ao total de lajes consideradas. Os valores detalhados dos parâmetros estatísticos calculados são mostrados na Tabela 4-2.

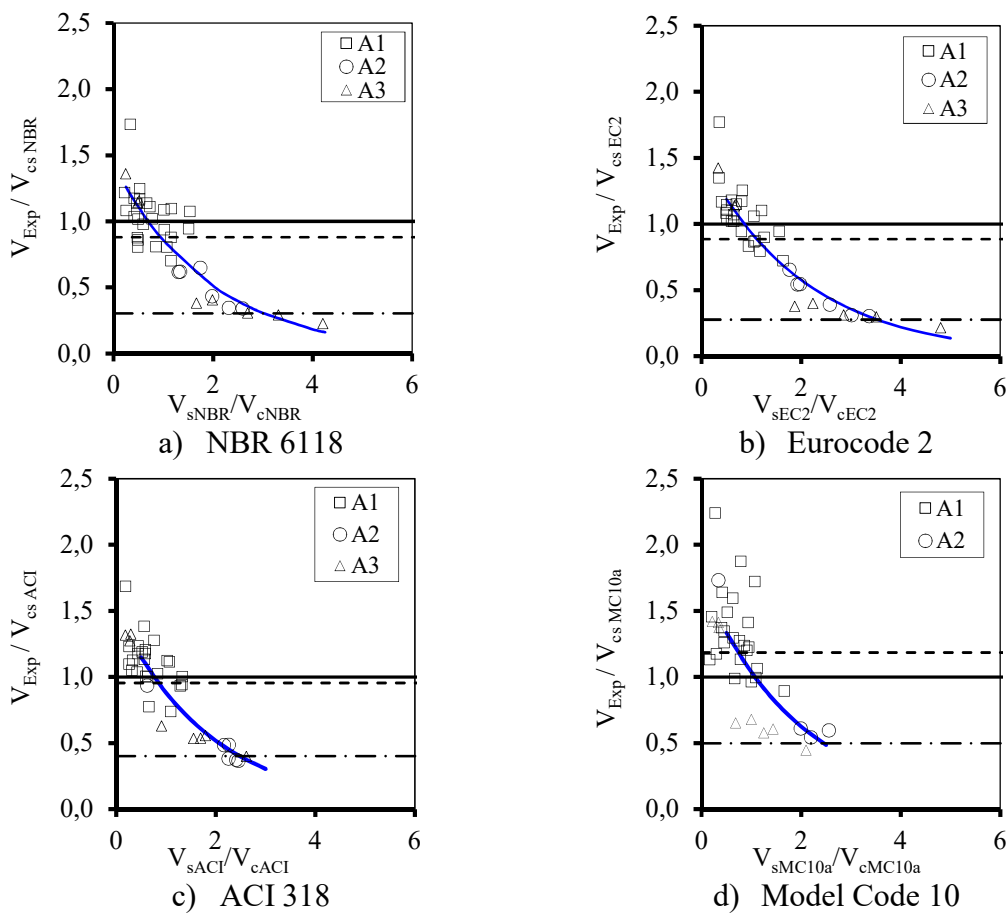


Figura 4.2 – Aumento da insegurança do cálculo da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento

Tabela 4-2 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento

Norma	n_{Po} / n_t	ξ_m	D. P.	C. V.	$\xi_{5\%}$
Todos os tipos de estribo					
NBR 6118	38 / 66	0,88	0,35	0,40	0,30
Eurocode 2	38 / 66	0,89	0,37	0,42	0,28
ACI 318	38 / 66	0,95	0,34	0,35	0,40
Model Code 2010	36 / 55	1,19	0,42	0,35	0,50
	36 / 55	1,07	0,36	0,34	0,47
Estribos com ancoragem do tipo 1					
NBR 6118	24 / 66	1,05	0,20	0,19	0,71
Eurocode 2	24 / 66	1,07	0,21	0,20	0,71
ACI 318	24 / 66	1,11	0,19	0,17	0,79
Model Code 2010	24 / 55	1,33	0,31	0,24	0,82
	24 / 55	1,20	0,28	0,23	0,74
Estribos com ancoragem do tipo 2					
NBR 6118	6 / 66	0,50	0,14	0,29	0,26
Eurocode 2	6 / 66	0,46	0,14	0,32	0,22
ACI 318	6 / 66	0,51	0,22	0,43	0,15
Model Code 2010	4 / 55	0,87	0,58	0,66	-
	4 / 55	0,79	0,46	0,58	0,03
Estribos com ancoragem do tipo 3					
NBR 6118	8 / 66	0,66	0,47	0,71	-
Eurocode 2	8 / 66	0,66	0,49	0,73	-
ACI 318	8 / 66	0,82	0,41	0,49	0,16
Model Code 2010	8 / 55	0,90	0,42	0,47	0,20
	8 / 55	0,79	0,34	0,43	0,23

n_{Po} = número de lajes com previsão de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

n_t = número total de ensaios de ensaios considerados

Na Tabela 4-2, observa-se que os maiores valores da média ξ_m das razões entre o resultado experimental e o resultado calculado são obtidos para os casos de ancoragem A1. O esperado era que lajes com ancoragem A2 apresentassem valores maiores de ξ_m em relação a lajes com ancoragem A3, porém, foi observado predominantemente o contrário. Isto ocorreu devido ao fato de a amostra de lajes com estribos A3 apresentar dados com baixos valores de razões V_s/V_c para os quais as razões V_{Exp}/V_{cs} foram acima de 1,0, que exercem uma tendência a favor da segurança sobre a média. O mesmo não ocorreu para a amostra de lajes com estribos A2, que se distribuem em menores faixas de V_s/V_c .

Observa-se que é necessário definir para cada norma um limite máximo para o valor de V_s/V_c , denominado no presente trabalho como $V_s/V_c \text{ máx}$, de modo que a resistência seja calculada

de forma segura. Estes limites são determinados a partir das curvas de tendência para as variações de V_{Exp}/V_c em função de V_s/V_c mostradas nos gráficos da Figura 4.2.

Para a NBR 6118, a distribuição de dados pode ser correlacionada pela Equação 4-1 com R^2 igual a 0,76. Para o Eurocode 2, obteve-se a Equação 4-2, com R^2 igual a 0,91. Para o ACI 318, obteve-se a Equação 4-3, com R^2 igual a 0,85. Para o Model Code 2010, obteve-se a Equação 4-4, com R^2 igual a 0,59. A partir de tais equações, determina-se os limites para V_s/V_c mostrados na Tabela 4-3.

$$\frac{V_{Exp}}{V_{cs}} = 1,4333 \cdot e^{-0,514(V_s/V_{c,0})} \quad \text{Equação 4-1}$$

$$\frac{V_{Exp}}{V_{cs}} = 1,5092 \cdot e^{-0,481(V_s/V_{c,0})} \quad \text{Equação 4-2}$$

$$\frac{V_{Exp}}{V_{cs}} = 1,499 \cdot e^{-0,531(V_s/V_{c,0})} \quad \text{Equação 4-3}$$

$$\frac{V_{Exp}}{V_{cs}} = 1,7172 \cdot e^{-0,505(V_s/V_c)} \quad \text{Equação 4-4}$$

Tabela 4-3 – Valores de V_s/V_c máx obtidos

Norma	V_s/V_c máx
NBR 6118	0,70
Eurocode 2	0,86
ACI 318	0,76
Model Code 2010	1,07

As distribuições das razões V_{Exp} / V_{cs} são mostradas para cada norma na Figura 4.3. Lajes com estribos A1 tendem a concentrar os resultados nos maiores valores de V_{Exp}/V_c , enquanto as lajes com estribos A3 mostram uma tendência contrária e lajes com estribos A2 tendem a concentrar resultados em valores intermediários de V_{Exp}/V_c . Ou seja, resultados favoráveis à segurança foram obtidos predominantemente para lajes com estribo A1, resultados

desfavoráveis, em sua maioria, para lajes com ancoragem A3 e resultados intermediários foram obtidos para lajes com ancoragem A2.

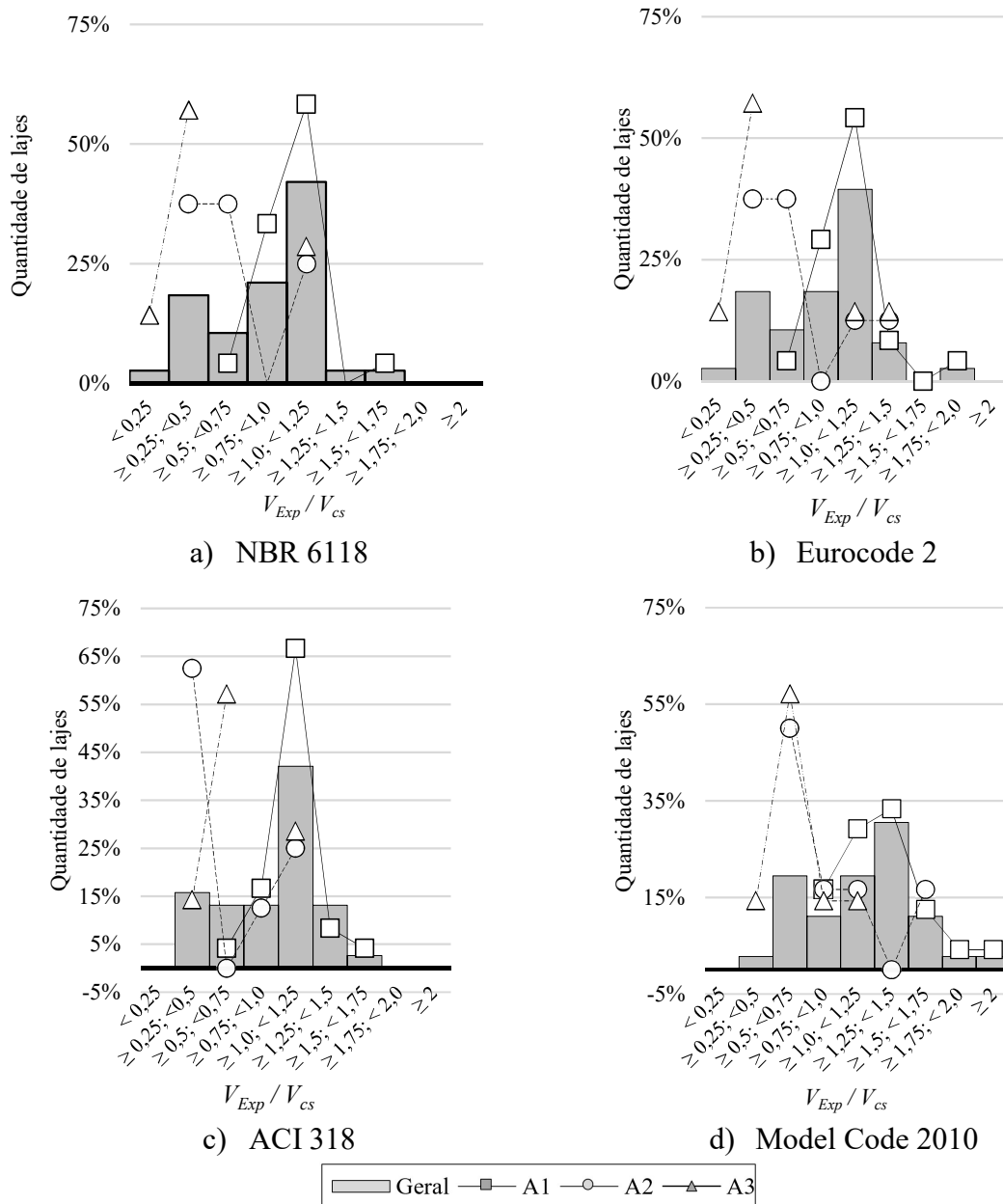


Figura 4.3 – Composição dos resultados quanto à relação V_{Exp}/V_{cs}

4.2.1 Eficiência da armadura de cisalhamento

A eficiência dos estribos pode ser avaliada a partir do incremento de carga em relação a uma laje sem armadura de cisalhamento, através da relação entre a resistência alcançada em ensaio (expressa por V_{Exp}/V_c) e a parcela de resistência calculada para a armadura de

cisalhamento (expressa por V_s/V_c). Considerando a resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento tal como descrito no capítulo 3 (tópico 3.2.1), ilustrado na Figura 4.4 para cada norma considerada, o resultado experimental de uma laje expresso na forma desta figura pode ser avaliado em comparação à previsão normativa. A eficiência da armadura está relacionada à posição do ponto correspondente ao par de resultados V_{Exp}/V_c e V_s/V_c no gráfico da Figura 4.4. A linha inclinada a 45° com origem no ponto 0,0; 0,0 representa a condição $V_{cs} = V_s$, ou seja, a parcela de carga resistida pelas quantidades de armadura de cisalhamento consideradas por cada norma sob as respectivas tensões efetivas especificadas. As linhas sobrepostas a esta representam as parcelas resistidas pelo concreto consideradas por cada norma.

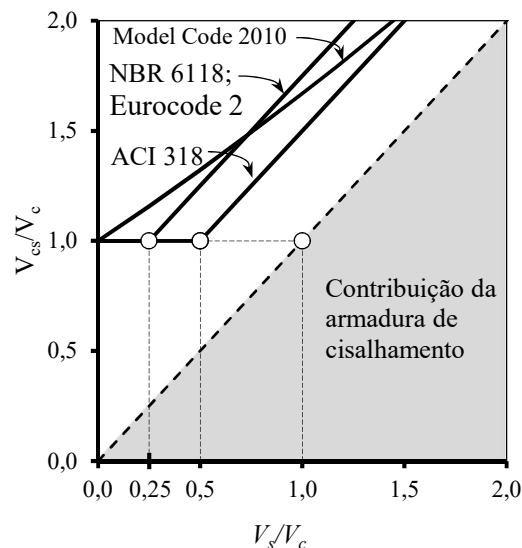
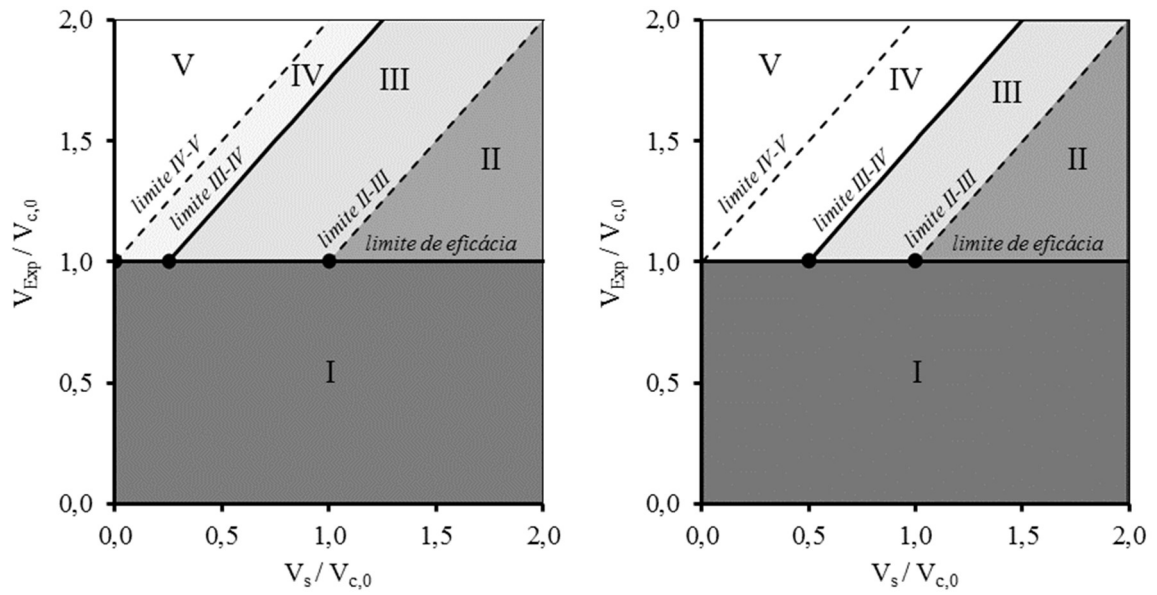


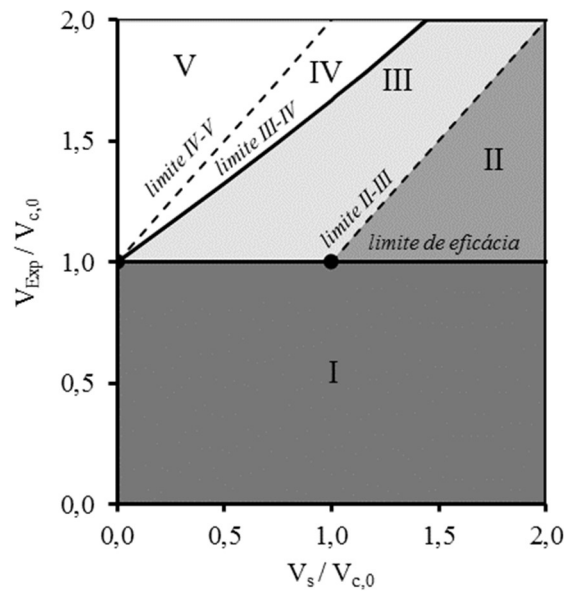
Figura 4.4 – Parcelas resistidas pelo concreto e pela armadura de cisalhamento consideradas para cada norma

Dividindo o gráfico da Figura 4.4 nas regiões mostradas na Figura 4.5, representando a eficiência da armadura de cisalhamento, esta pode ser analisada para diferentes tipos de armaduras de cisalhamento. As características de cada região são descritas a seguir.



a) NBR 6118; Eurocode 2

b) ACI 318



c) Model Code 10

Figura 4.5 - Regiões para avaliação das parcelas de resistência do concreto e da armadura de cisalhamento

Na região I não há ganho de resistência com a adição de armadura de cisalhamento, mostrando-se esta inútil na resistência à punção. Esta região se separa das demais através da linha horizontal equivalente a V_{cs}/V_c igual a 1,0. Nas regiões II, III e IV, situadas acima do limite que define a região I, observa-se ganho de resistência com a adição da armadura de cisalhamento, o que mostra que a armadura é funcional no combate à punção.

Na região II, o aumento da resistência é obtido com elevadas taxas de armadura de cisalhamento ($V_s > V_c$), porém, o valor experimental obtido é muito menor do que o calculado, sendo inferior, inclusive, à parcela V_s calculada. O cálculo é, portanto, superestimado. Esta região situa-se abaixo do limite II-III, equivalente à parcela de carga resistida pela armadura de cisalhamento. Na região III, o resultado experimental é inferior ao calculado, porém, é superior à parcela V_s calculada. Portanto, considerando a hipótese de que a tensão na armadura resistente alcança o valor calculado ($f_{yw, ef}$), a insegurança do cálculo é justificada por uma redução do fator de redução da contribuição do concreto k_c em relação ao valor dado por norma. A região III situa-se acima do limite II-III e abaixo do limite III-IV, equivalente à resistência à punção dentro da região das armaduras calculado por norma.

Na região IV, o cálculo é subestimado ($V_{Exp} > V_{cs}$). Considerando a hipótese de que a tensão na armadura resistente alcança o valor calculado ($f_{yw, ef}$), a resistência experimental é justificada por um aumento do fator de redução da contribuição do concreto k_c em relação ao valor dado por norma. Esta região situa-se acima do limite III-IV e abaixo do limite IV-V, equivalente à soma da parcela resistida pelo aço e à resistência de uma laje sem armadura de cisalhamento sem consideração de redução da contribuição do concreto ($k_c = 1,0$).

Acima do limite IV-V, está a região V, em que o cálculo é subestimado. A resistência experimental é superior à soma da parcela V_s calculada e da resistência de uma laje sem armadura de cisalhamento sem consideração de redução da contribuição do concreto ($k_c = 1,0$). Há dúvida quanto ao motivo de resultados nesta região: se devido a um aumento da resistência da armadura de cisalhamento; se devido a um aumento da tensão resistente do concreto; ou se devido à validade de ambas as hipóteses anteriores.

A partir da descrição anterior sobre as regiões do gráfico $V_{Exp}/V_c - V_s/V_c$, define-se os níveis de eficiência da armadura de cisalhamento de uma laje conforme a respectiva região onde o ponto correspondente à relação $V_{Exp}/V_c - V_s/V_c$ obtida se localize no gráfico.

Na Figura 4.6, a eficiência das armaduras de cisalhamento do banco de dados é avaliada. Nesta figura, a linha vertical tracejada define as máximas relações V_s/V_c da Tabela 4-3, a partir das quais as previsões normativas se tornam inseguras, e a linha tracejada e pontilhada horizontal define a média das máximas relações V_{cs}/V_c admitidas pelas normas, determinadas

a partir dos valores de resistência máxima à punção para esmagamento da diagonal comprimida próximo à face do pilar. Os ícones sem preenchimento correspondem a punção devida apenas à tração diagonal na região das armaduras de cisalhamento e os ícones com preenchimento em cinza, à combinação deste a outro modo de ruptura: punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento – tonalidade mais clara; e punção dentro da região das armaduras de cisalhamento combinada à flexão – tonalidade mais escura.

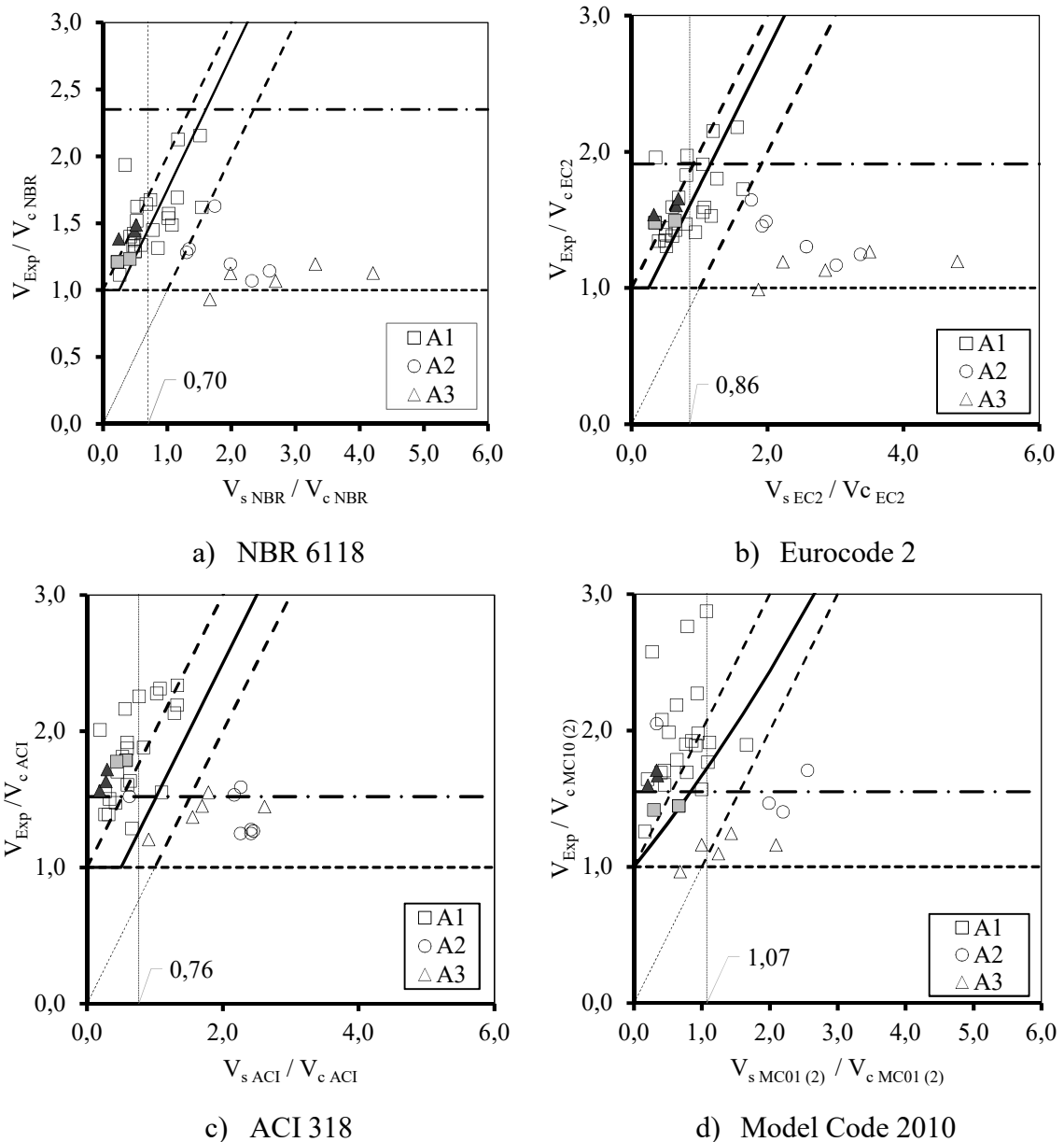


Figura 4.6 – Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras

Observa-se que os pontos referentes a estribos com ancoragem A1 tendem a se localizar nas regiões de maiores níveis de eficiência, enquanto os estribos com ancoragem A3 se localizam nas regiões de menores níveis. Estas tendências são expressas nos gráficos da

Figura 4.7, que mostra, na forma de porcentagem, as quantidades de estribos em cada nível de eficiência. Nesta figura, as barras representam as quantidades totais e os ícones representam estas quantidades separadas pelo tipo de ancoragem do estribo.

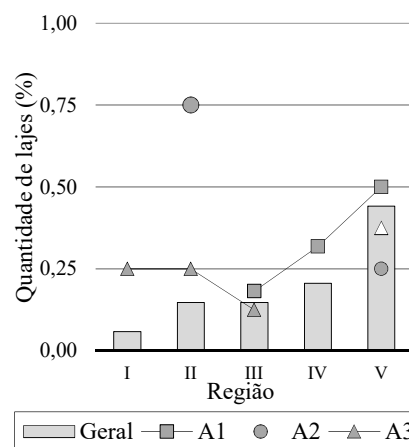
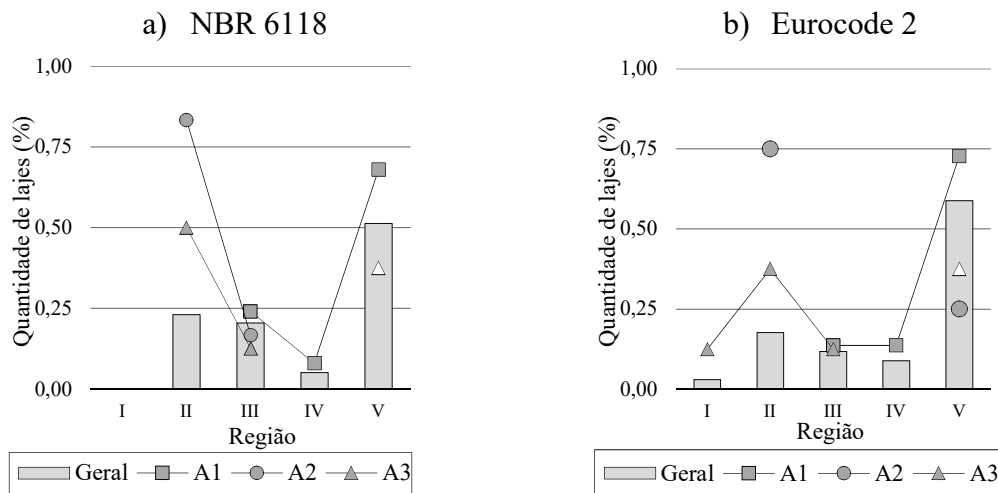
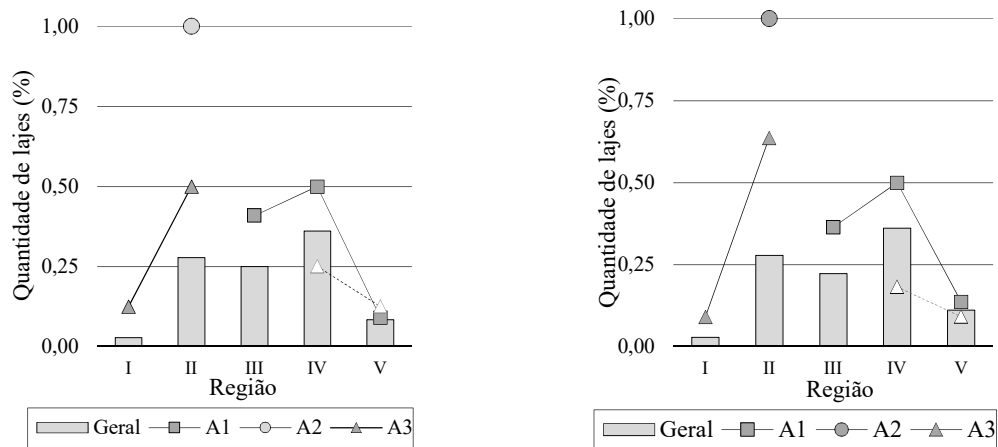
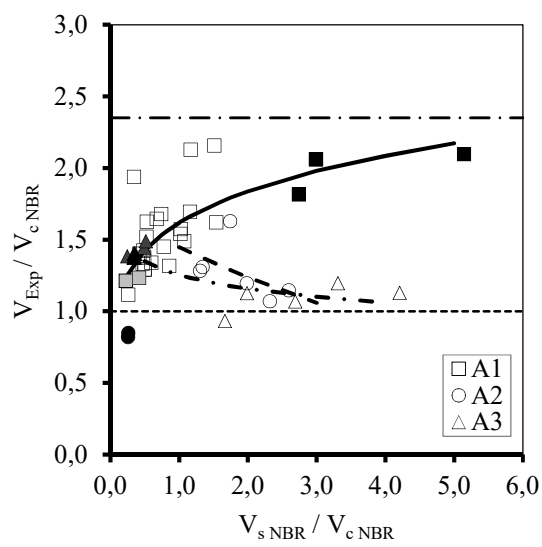


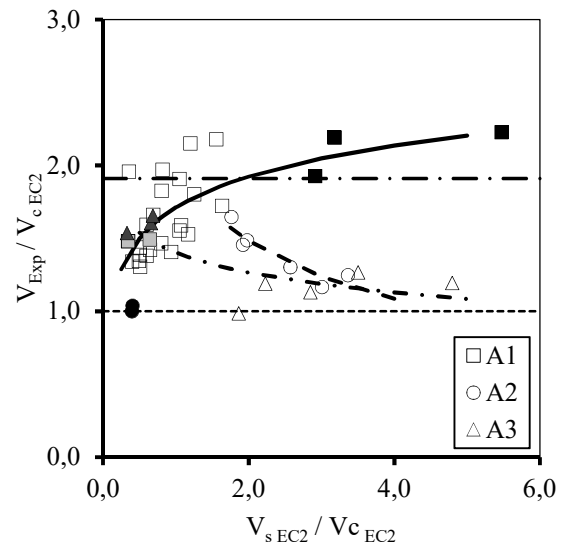
Figura 4.7 – Composição dos resultados quanto à eficiência das armaduras de cisalhamento com base nas regiões da Figura 4.5

Adicionando aos gráficos da Figura 4.6 os resultados de lajes com ruptura por flexão, obtêm-se as linhas de tendências mostradas na Figura 4.8, em que as lajes com ruptura por flexão correspondem aos ícones com preenchimento em preto. Para todas as normas, observa-se as mesmas tendências de variação da razão V_{Exp}/V_c em função de V_s/V_c (Figura 4.9): para lajes com estribo A1, um aumento de resistência até um valor máximo de V_{Exp}/V_c , com modo de ruptura diferente do esperado; e, para lajes com estribos A2 e A3, uma queda de resistência a partir de um valor máximo de V_s/V_c até o valor mínimo de $V_{Exp}/V_{c,0}$ igual a 1,0, ou seja, sem que haja aumento da resistência em relação a lajes sem armadura de cisalhamento. Os cálculos segundo normas preveem um aumento da resistência com o aumento da parcela resistida pelo aço.

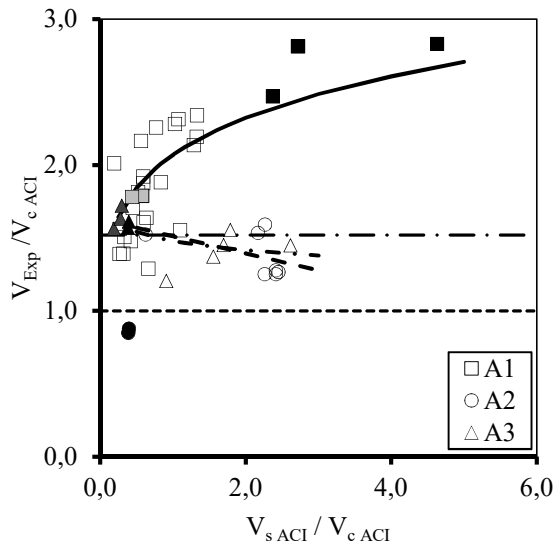
Os resultados experimentais mostram que, em geral, a resistência de lajes com estribos do tipo A1 aumenta e tende a se estabilizar em um valor máximo de V_{Exp}/V_c . Isto é evidente para as normas NBR 6118, Eurocode 2 e ACI 318. A existência de um valor máximo V_{Exp}/V_c significa que a partir de um certo valor de V_s/V_c , a punção ocorre prematuramente por um modo de ruptura diferente. As normas NBR 6118 e Eurocode 2 indicam que este limite de resistência se deve ao esmagamento da diagonal comprimida, porém, os resultados mostram que as rupturas ocorreram por flexão. Observa-se que a estabilização da resistência tende a ocorrer dentro do nível II de eficiência, ou seja, cálculo superestimado com acréscimo de resistência muito inferior ao calculado.



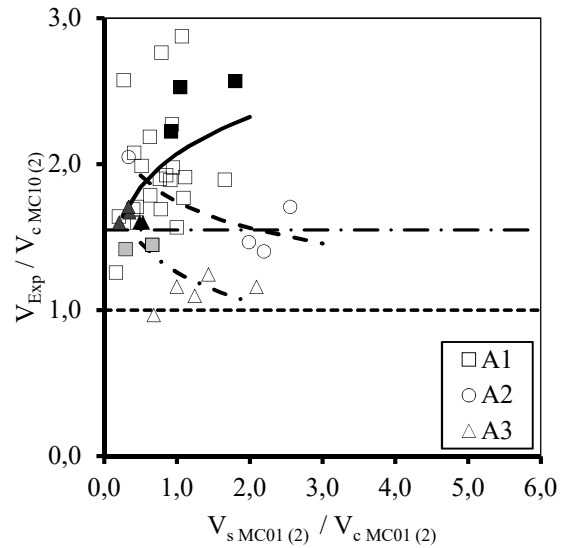
a) NBR 6118



b) Eurocode 2



c) ACI 318



d) Model Code 2010

Figura 4.8 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c

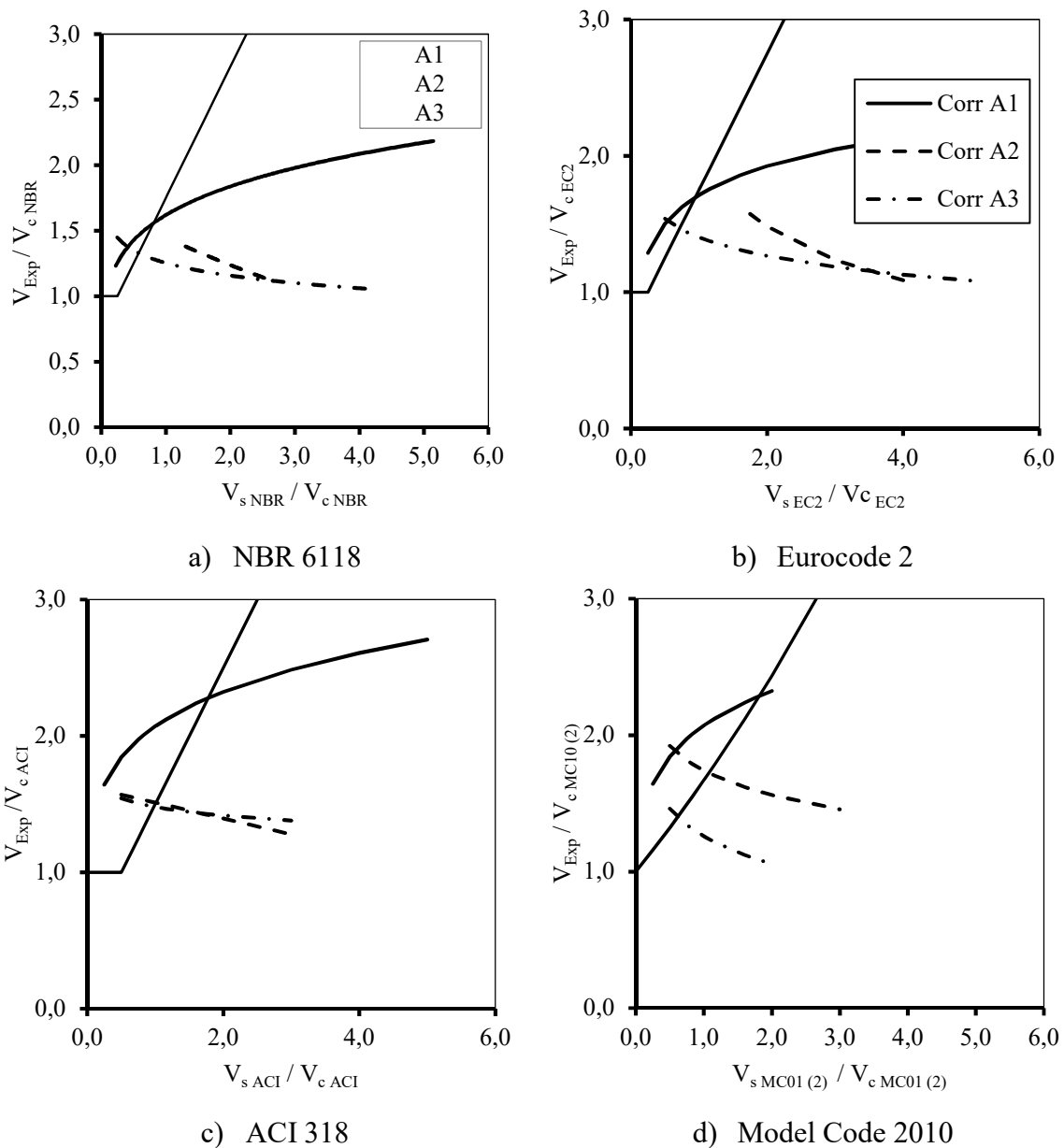


Figura 4.9 – Tendências observadas nas variações da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c

Para a NBR 6118, as distribuições de dados correspondentes aos estribos com ancoragem A1, A2 e A3 pode ser correlacionada pelas expressões da Equação 4-5, onde os valores de R^2 são mostrados. Para as normas Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 2010, as expressões obtidas são mostradas na Equação 4-6, Equação 4-7 e Equação 4-8, respectivamente.

$$\frac{V_{Exp,A1}}{V_{c,0}} = 1,6184 \cdot \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right)^{0,1829} ; R^2 = 0,54$$

Equação 4-5

$$\frac{V_{Exp,A2}}{V_{c,0}} = 1,6911 \cdot e^{-0,156(V_s/V_{c,0})} ; R^2 = 0,31$$

$$\frac{V_{Exp,A3}}{V_{c,0}} = 0,139 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,253 R^2 = 0,63$$

$$\frac{V_{Exp,A1}}{V_{c,0}} = 0,306 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,712 ; R^2 = 0,4835$$

Equação 4-6

$$\frac{V_{Exp,A2}}{V_{c,0}} = 2,0215 \cdot \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right)^{-0,448} ; R^2 = 0,8673$$

$$\frac{V_{Exp,A3}}{V_{c,0}} = -0,197 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,4018 ; R^2 = 0,6629$$

$$\frac{V_{Exp,A1}}{V_{c,0}} = 0,441 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 2,0756 ; R^2 = 0,6105$$

Equação 4-7

$$\frac{V_{Exp,A2}}{V_{c,0}} = -0,1167 \cdot \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,6279 ; R^2 = 0,2399$$

$$\frac{V_{Exp,A3}}{V_{c,0}} = -0,091 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,4793 ; R^2 = 0,3411$$

$$\frac{V_{Exp,A1}}{V_{c,0}} = 2,0701 \cdot \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right)^{0,1667} ; R^2 = 0,23$$

Equação 4-8

$$\frac{V_{Exp,A2}}{V_{c,0}} = -0,26 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,7418 ; R^2 = 0,78$$

$$\frac{V_{Exp,A3}}{V_{c,0}} = -0,29 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,2591 ; R^2 = 0,59$$

$$\frac{V_{Exp,A1}}{V_{c,0}} = 1,8393 \cdot \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right)^{0,1547} ; R^2 = 0,17$$

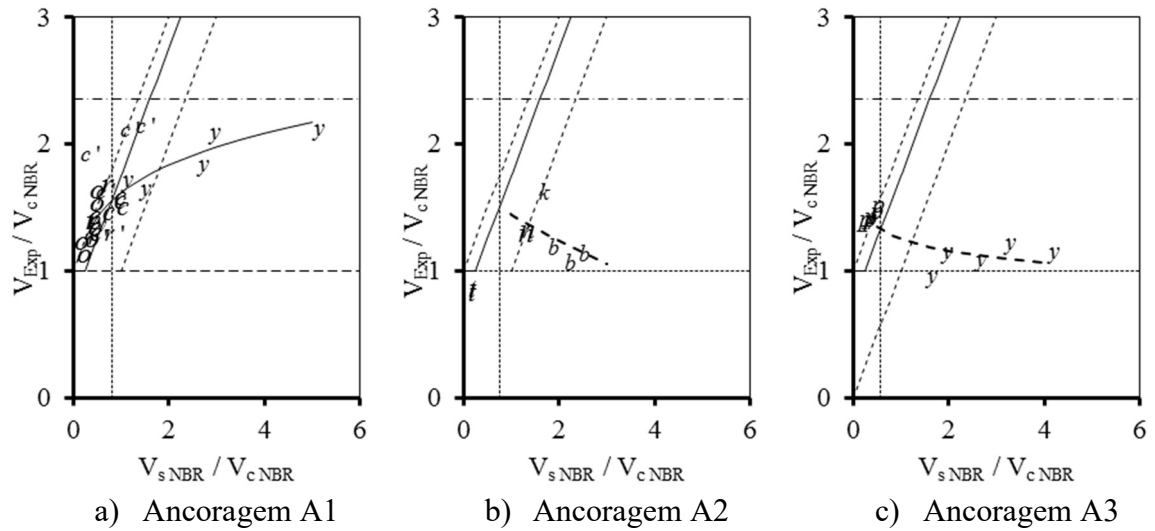
$$\frac{V_{Exp,A2}}{V_{c,0}} = -0,254 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,5041 ; R^2 = 0,71$$

$$\frac{V_{Exp,A3}}{V_{c,0}} = -0,274 \cdot \ln \left(\frac{V_s}{V_{c,0}} \right) + 1,0896 ; R^2 = 0,51$$

Da Figura 4.10 à Figura 4.13, os dados dos gráficos da Figura 4.8 são mostrados separadamente para cada tipo de ancoragem e divididos por autor. A lista dos autores é mostrada na Tabela 4-4. Nos gráficos destas figuras, as linhas verticais tracejadas indicam as máximas relações V_s/V_c para cada norma, definidas a partir das equações anteriores. Estes valores são mostrados na Tabela 4-5.

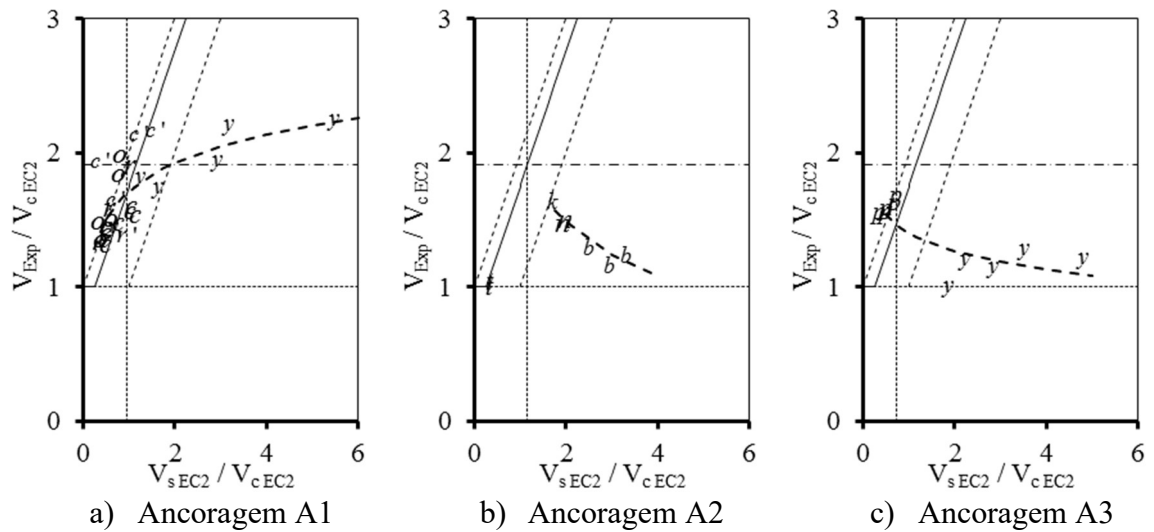
Tabela 4-4 – Legenda de autores

Símbolo	Autor
y	$y = \text{YAMADA } et al. (1992)$
c	$c = \text{CHANA e DESAI (1992)}$
c'	$c' = \text{CHANA e DESAI (1993)}$
r	$r = \text{REGAN (1980)}$
r'	$r' = \text{REGAN e SAMADIAN (2001)}$
o	$o = \text{OLIVEIRA } et al. (2000)$
b	$b = \text{BROMS (1990)}$
n	$n = \text{NILSSON (1983)}$
k	$k = \text{KINNUNEN } et al. (1980)$
p	$p = \text{PILAKOUTAS e LI (1997)}$



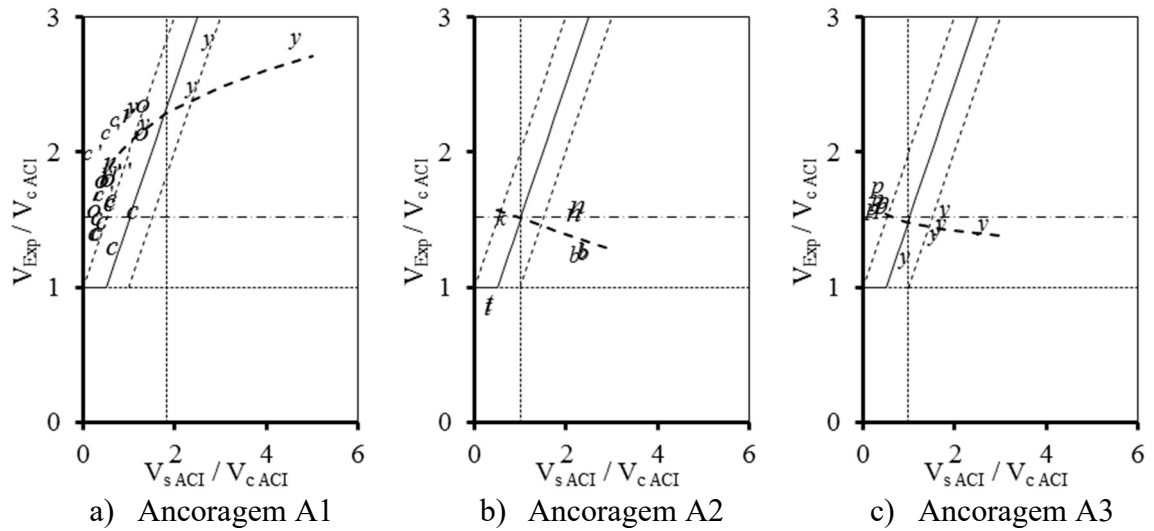
y = YAMADA *et al.* (1992) r' = REGAN e SAMADIAN (2001) k = KINNUNEN *et al.* (1980)
 c = CHANA e DESAI (1992) o = OLIVEIRA *et al.* (2000) p = PILAKOUTAS e LI (1997)
 c' = CHANA e DESAI (1993) b = BROMS (1990)
 r = REGAN (1980) n = NILSSON (1983)

Figura 4.10 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c – NBR 6118



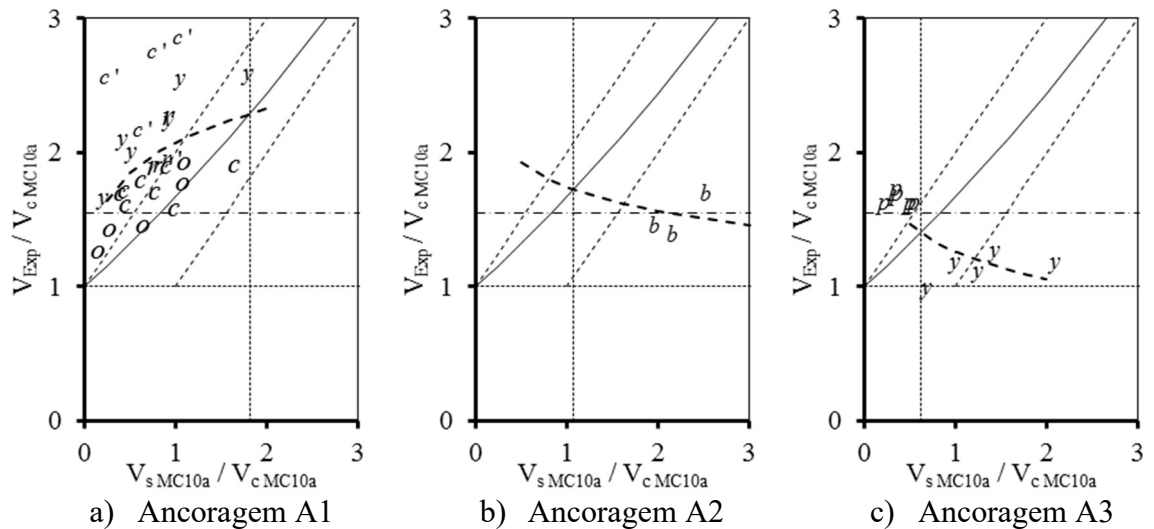
y = YAMADA *et al.* (1992) r' = REGAN e SAMADIAN (2001) k = KINNUNEN *et al.* (1980)
 c = CHANA e DESAI (1992) o = OLIVEIRA *et al.* (2000) p = PILAKOUTAS e LI (1997)
 c' = CHANA e DESAI (1993) b = BROMS (1990)
 r = REGAN (1980) n = NILSSON (1983)

Figura 4.11 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c – Eurocode 2



y = YAMADA *et al.* (1992) r' = REGAN e SAMADIAN (2001) k = KINNUNEN *et al.* (1980)
 c = CHANA e DESAI (1992) o = OLIVEIRA *et al.* (2000) p = PILAKOUTAS e LI (1997)
 c' = CHANA e DESAI (1993) b = BROMS (1990)
 r = REGAN (1980) n = NILSSON (1983)

Figura 4.12 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c – ACI 318



y = YAMADA *et al.* (1992) r' = REGAN e SAMADIAN (2001) k = KINNUNEN *et al.* (1980)
 c = CHANA e DESAI (1992) o = OLIVEIRA *et al.* (2000) p = PILAKOUTAS e LI (1997)
 c' = CHANA e DESAI (1993) b = BROMS (1990)
 r = REGAN (1980) n = NILSSON (1983)

Figura 4.13 – Variação da relação V_{Exp} / V_{cs} em função da relação V_s / V_c – model Code 2010

Tabela 4-5 – Valores máximos de V_s/V_c obtidos por tipo de ancoragem

Norma	Tipo de Ancoragem	V_{Exp}/V_c	V_s / V_c máx
NBR 6118	A1	1,56	0,81
	A2	1,50	0,75
	A3	1,33	0,58
Eurocode 2	A1	1,69	0,94
	A2	1,9	1,15
	A3	1,47	0,72
ACI 318	A1	2,32	1,82
	A2	1,51	1,01
	A3	1,48	0,98
Model Code 2010	A1	2,29	1,81
	A2	1,72	1,07
	A3	1,4	0,62

Em lajes com estribos A2 e A3 tendem a apresentar um decréscimo no aumento da resistência experimental conforme o aumento da relação V_s/V_c , com resultados estabilizando em um valor mínimo de V_{Exp}/V_c igual a 1,0, ou seja, indicando que para tais tipos de armadura de cisalhamento, o aumento da taxa de armadura de cisalhamento pode conduzir a situações de total ineficiência da armadura de cisalhamento

Na Figura 4.14, os resultados de lajes com ruptura por punção dentro da região das armaduras são analisados em função da geometria do estribo. Os resultados são mostrados em vista dos níveis de eficiência da armadura de cisalhamento propostos anteriormente. Observa-se que os resultados mais seguros são para as geometrias G1, G2 e G5 (estribos com pernas individuais, estribo fechado e estribo aberto inclinado, respectivamente). A geometria do estribo pode limitar o modo como a ancoragem é feita em torno das barras da armadura de flexão. Isto justifica o fato de nas lajes com estribos de geometrias G3 e G4 do banco de dados do presente trabalho (estribo aberto vertical e estribo contínuo vertical, respectivamente) não ser possível a ancoragem em torno de ambas as barras de armadura de flexão comprimida e tracionada. Sendo assim, tais geometrias correspondem predominantemente às ancoragens A2 e A3. Isto indica que em análises referentes à geometria do estribo deve-se levar em consideração a ancoragem em relação à armadura de flexão, devido à influência deste parâmetro observada nas análises anteriores.

Da Figura 4.15 à Figura 4.18, os resultados da Figura 4.14 são mostrados separadamente para cada tipo de ancoragem. A geometria G1 é a que apresenta a maior quantidade de resultados, porém, os resultados mostram-se dispersos. Apesar da pequena quantidade de resultados, as lajes com geometria G5 apresentam boa correlação com resultados idealizados: limite IV-V, para as normas NBR 6118, Eurocode 2 e ACI 318; e limite III-IV, para o Model Code 2010. Apenas duas lajes com geometria G2 romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. Sendo assim, não é possível analisar a correlação com resultados ideais de resistência. A geometria G4 mostrou-se mais eficaz do que a geometria A3, mostrando-se esta última a pior de todas.

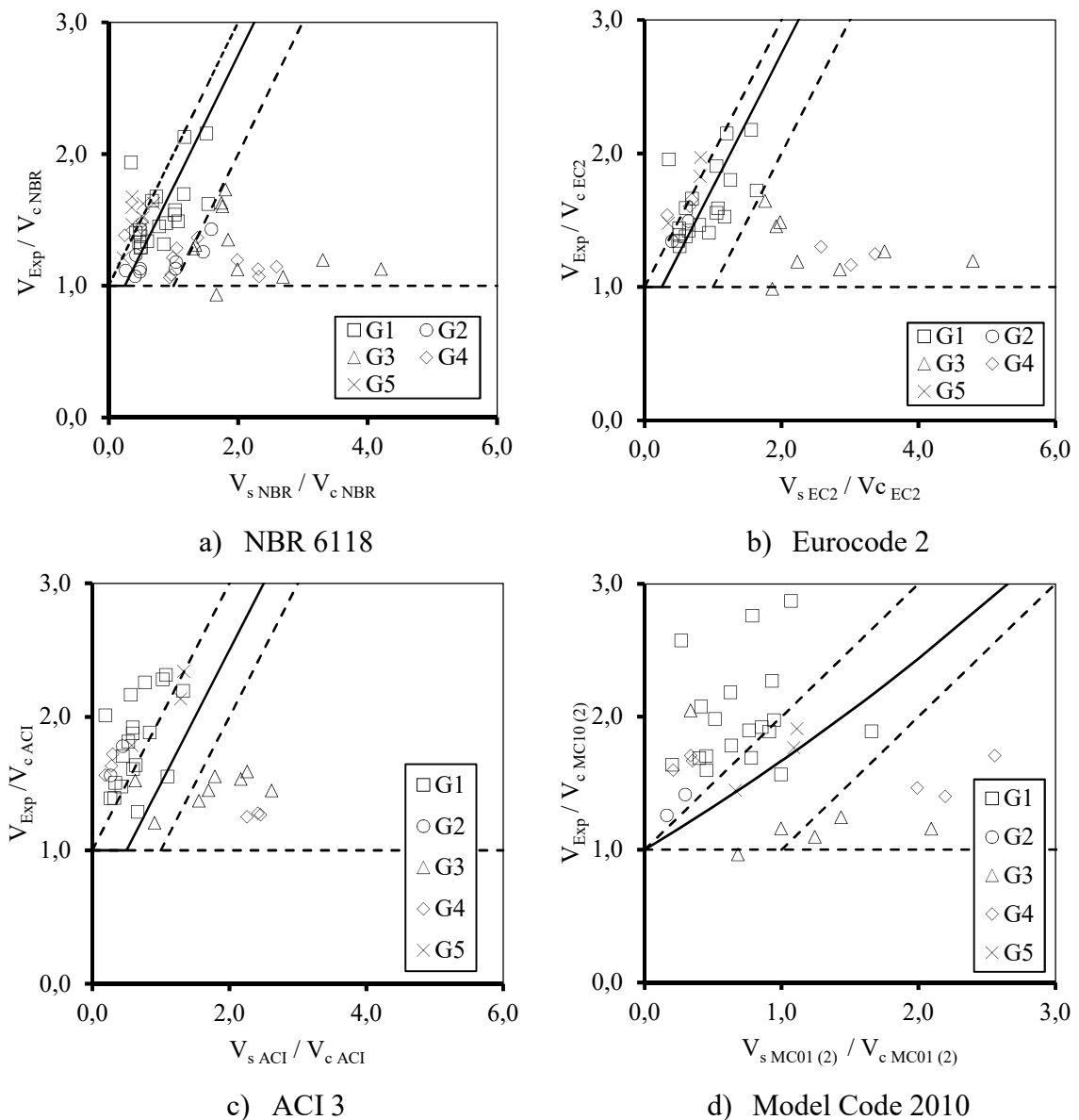


Figura 4.14 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras – influência da geometria do estribo

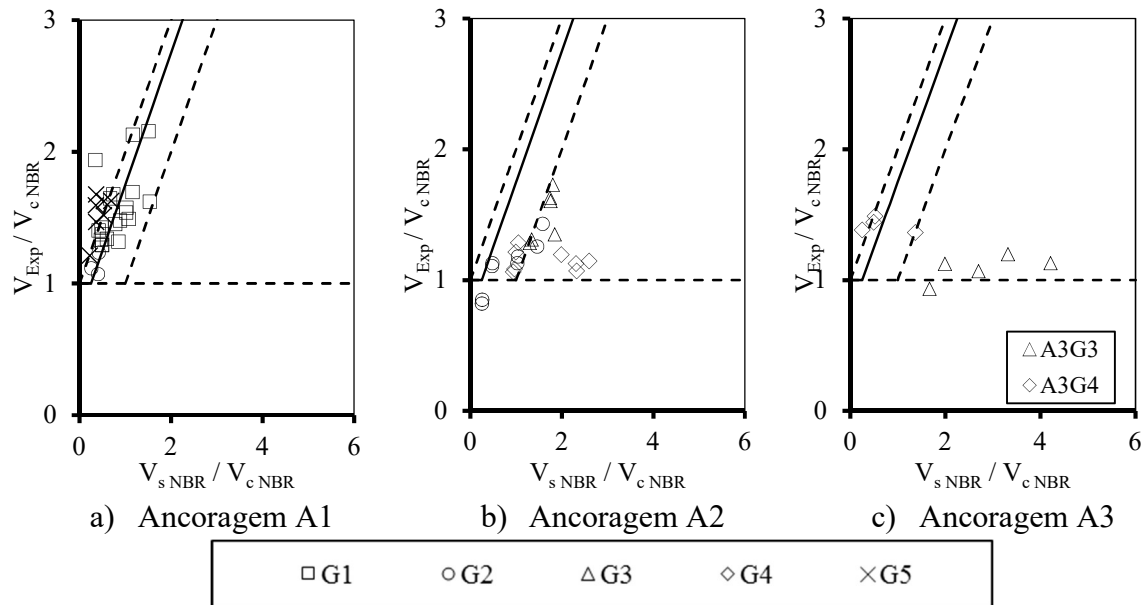


Figura 4.15 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para a NBR 6118 – influência da geometria e da ancoragem do estribo

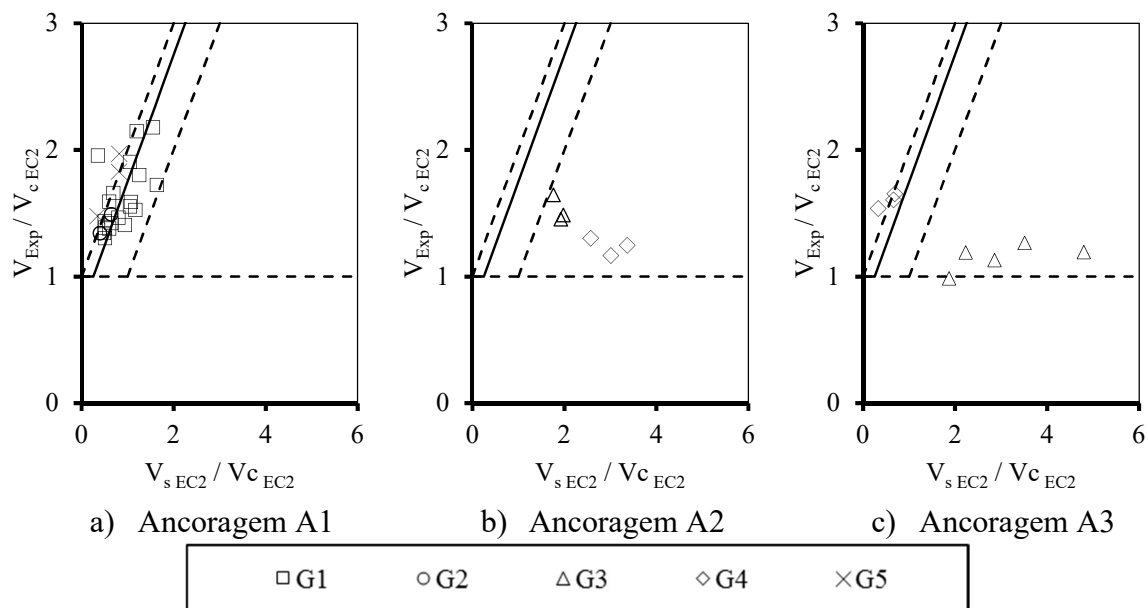


Figura 4.16 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para o Eurocode 2 – influência da geometria e da ancoragem do estribo

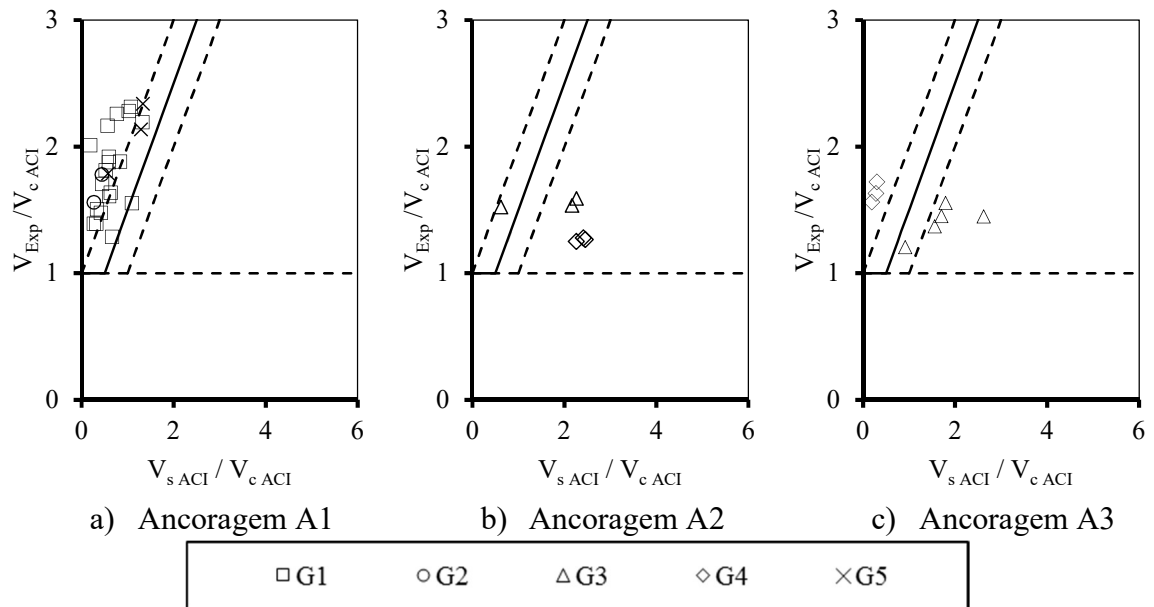


Figura 4.17 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para a ACI 318 – influência da geometria e da ancoragem do estribo

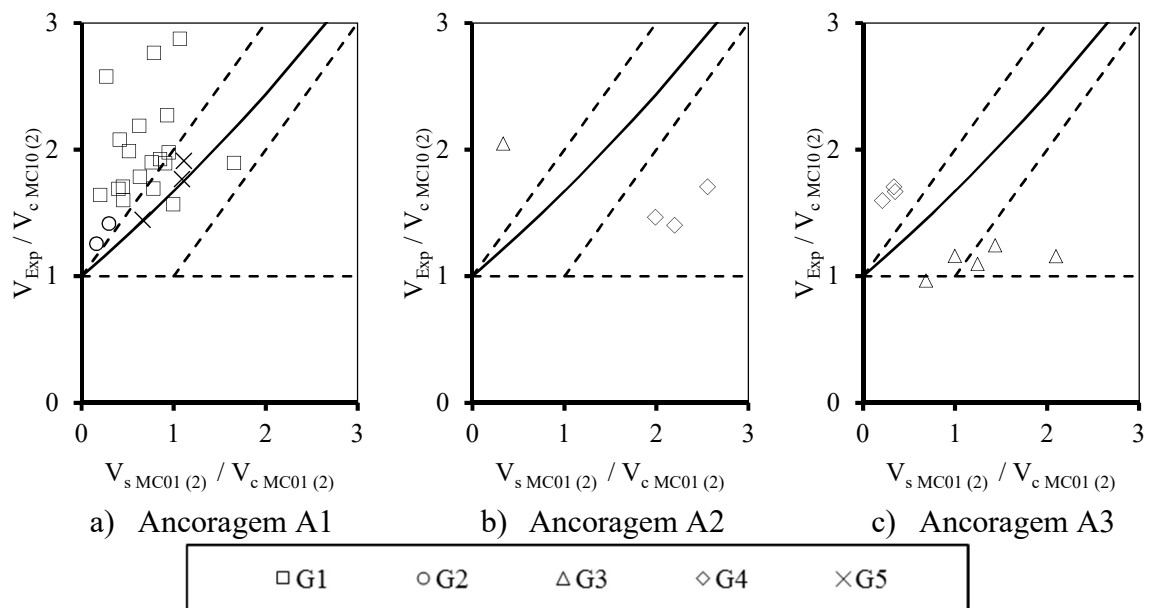


Figura 4.18 - Avaliação da eficiência da armadura de cisalhamento na contribuição de resistência à punção dentro da região das armaduras para o Model Code 2010– influência da geometria e da ancoragem do estribo

4.2.2 Previsão do modo de ruptura

Na Tabela 4-6 são mostrados os valores de parâmetros estatísticos calculados para as lajes com armadura de cisalhamento com previsão de ruptura por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. São exibidos valores calculados de forma genérica, para todas as lajes consideradas, bem como para cada tipo de estribo separadamente. Para todas as normas, considerando-se todas as lajes para cada norma, as médias das relações V_{Exp}/V_{Calc} (ζ_m) foram acima de 1,0, porém, a maioria dos valores de quintis $\xi_{5\%}$ calculados foram abaixo de 1,0, sendo a exceção para o ACI 318. A seguir, são feitas observações detalhadas a respeito de cada norma considerada.

Tabela 4-6 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento aparição

Norma	n_{Pi} / n_t	ζ_m	D. P.	C. V.	$\xi_{5\%}$
Todos os tipos de estribo					
NBR 6118	30 / 66	1,09	0,24	0,22	0,69
Eurocode 2	16 / 66	1,18	0,23	0,20	0,80
ACI 318	5 / 66	1,24	0,09	0,07	1,09
Model Code 2010	16 / 55	1,30	0,29	0,22	0,83
Estribos com ancoragem do tipo 1					
NBR 6118	19 / 33	1,15	0,22	0,19	0,79
Eurocode 2	9 / 33	1,27	0,24	0,19	0,88
ACI 318	0 / 33	-	-	-	-
Model Code 2010	8 / 32	1,32	0,21	0,16	0,97
Estribos com ancoragem do tipo 2					
NBR 6118	6 / 12	0,78	0,12	0,15	0,59
Eurocode 2	4 / 12	0,95	0,08	0,08	0,83
ACI 318	0 / 12	-	-	-	-
Model Code 2010	4 / 8	1,37	0,40	0,29	0,71
Estribos com ancoragem do tipo 3					
NBR 6118	5 / 9	1,23	0,09	0,07	1,09
Eurocode 2	3 / 9	1,24	0,16	0,13	0,97
ACI 318	5 / 9	1,24	0,09	0,07	1,09
Model Code 2010	4 / 5	1,22	0,38	0,31	0,60

n_{Pi} = número de lajes com previsão de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento

n_t = número total de ensaios de ensaios considerados

De acordo com os cálculos realizados segundo a NBR 6118, foi previsto que 46% das lajes romperiam dentro da região das armaduras, enquanto o resultado experimental foi de: 50% com este modo de ruptura, 3% com ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento e 5% com ruptura combinada por flexão e punção dentro da

região das armaduras de cisalhamento. Das lajes consideradas, 36% dos valores de ζ foram acima de 1. Na Figura 4.19 são comparadas as resistências calculadas segundo a NBR 6118 para punção dentro da região das armaduras aos valores experimentais obtidos. Esta comparação é feita a partir da relação V_{Exp}/V_{cNBR} em função da taxa de armadura de cisalhamento, expressa pela relação V_{sNBR}/V_{cNBR} . São exibidos resultados separados conforme o tipo de ancoragem dos estribos e divididos em séries de dados conforme o tipo de ruptura observado experimentalmente.

Na legenda de ícones da Figura 4.19, “v” representa o resultado de uma das lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980), admitida no presente trabalho como tendo apresentado ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, considerando a observação a seguir. De acordo com KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) apud REGAN (2000), não foi observada claramente uma superfície de ruptura específica, porém, em um corte longitudinal, a superfície de ruptura foi em uma região entre o perímetro de estribos externos e a carga, enquanto em um corte longitudinal, ela interceptou apenas a segunda camada de estribos, perto do ponto de aplicação da carga.

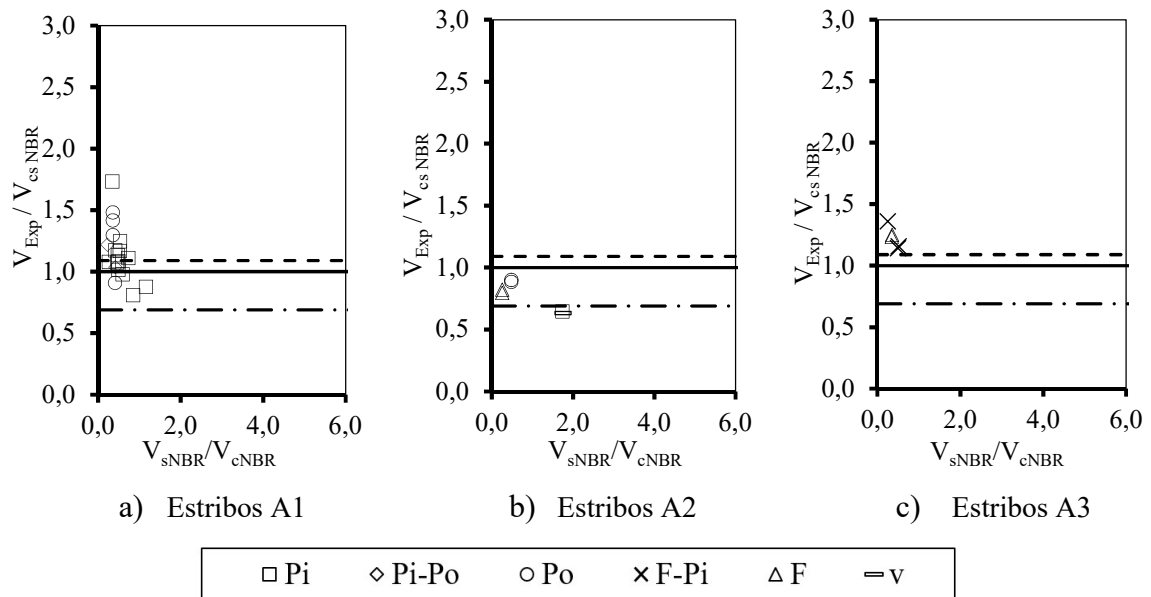


Figura 4.19 – Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento

Para o Eurocode 2, foi previsto 24% das lajes com ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento. Experimentalmente, esta proporção foi de 50 % para este modo de ruptura, 3% com ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras de

cisalhamento e 5% com ruptura combinada por flexão e punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. Obteve-se 41% dos valores de ζ acima de 1,0. Na Figura 4.20, as resistências calculadas segundo o Eurocode 2 para punção dentro da região das armaduras de cisalhamento são comparadas aos valores experimentais.

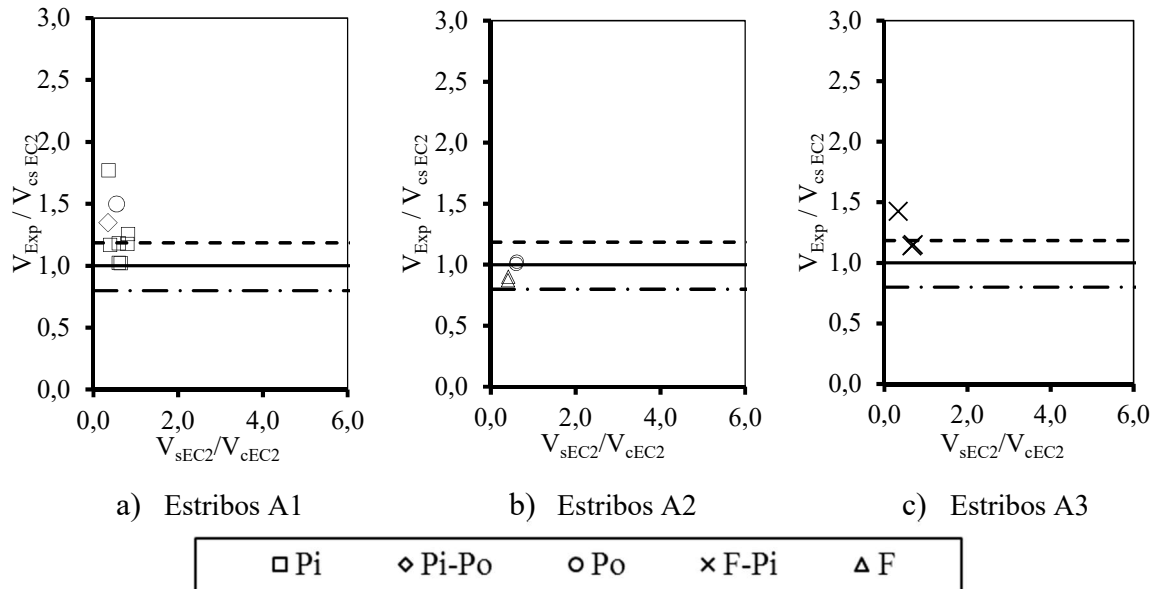


Figura 4.20 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da Eurocode 2 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento

Os cálculos segundo o ACI 318 indicaram que 14% das lajes consideradas romperiam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. Segundo esta norma, apenas lajes com estribos A3 romperiam desta forma. Experimentalmente, a proporção foi de 50%. Três por cento dos resultados foram por ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento e 5% com ruptura combinada por flexão e punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. 34% das relações ζ foi acima de 1,0. A comparação entre os valores calculados e experimentais é mostrada na Figura 4.21.

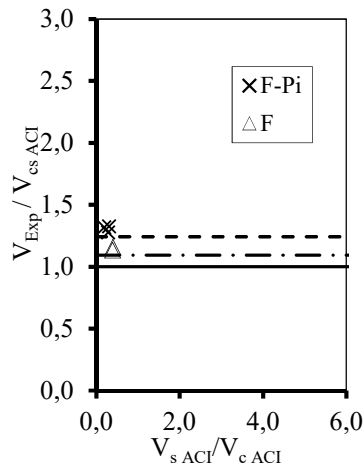


Figura 4.21 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento

Para o Model Code 2010, as proporções de lajes com ruptura dentro da região das armaduras foram de 29 %, enquanto o resultado experimental foi de 60 % para este modo de ruptura, 4% para ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento e 6% para ruptura combinada por flexão e punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. As proporções de valores de ξ acima de 1,0 foram de 73 %. As comparações entre os valores calculados e experimentais são mostradas na Figura 4.22.

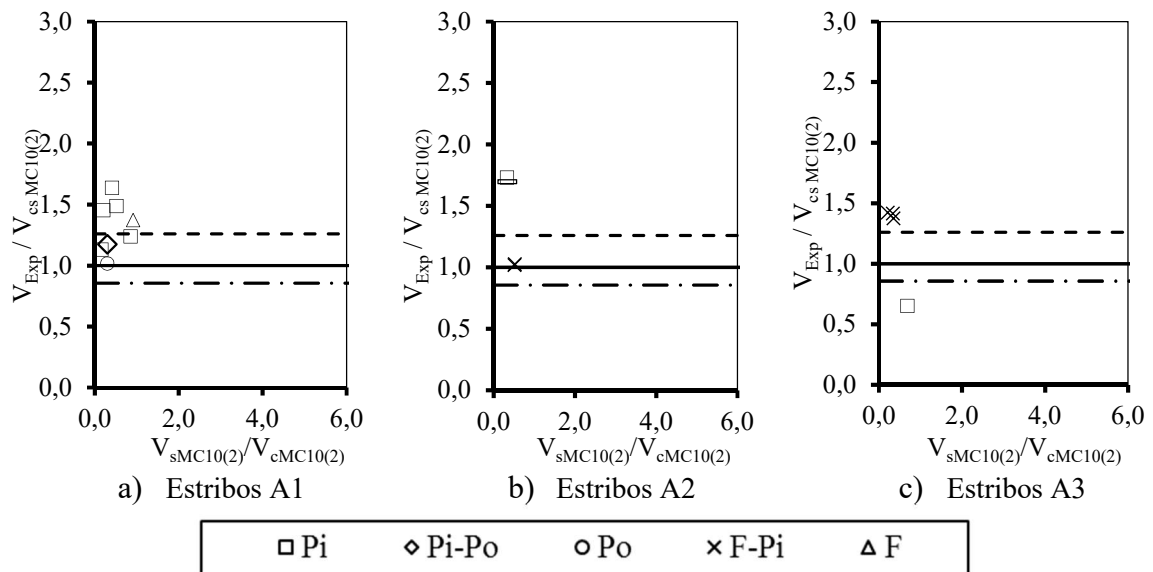


Figura 4.22 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do MC10 (2013) – nível 2 de aproximação – para ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento

4.3 Punção fora da região das armaduras de cisalhamento

Na Figura 4.23 as resistências experimentais de lajes com ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento são comparadas às resistências calculadas segundo as normas.

De modo geral, os cálculos mostram-se coerentes com os ensaios quanto à correlação dos dados (apesar da dispersão dos resultados experimentais em torno da linha diagonal, estes variam a taxas constantes). A influência da ancoragem da armadura de cisalhamento é melhor avaliada na Figura 4.24. Para as normas ACI 318 e Model Code 2010, observa-se uma incoerência quando se compara os resultados mostrados nas figuras a seguir: para ambas as normas, a Figura 4.23 indica predominância de resultados subestimados pelas normas, enquanto na Figura 4.24 os resultados são superestimados. Esta incoerência se explica pelo fato de que as resistências calculadas pelas normas ACI 318 e Model Code 2010 mostradas na Figura 4.23 consideram reduções na tensão resistente do concreto na superfície de controle para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento: o ACI 318, limitando a tensão resistente ao valor máximo de $0,17\sqrt{f_c}$, e o MC10, limitando a capacidade resistente em função rotação em torno da ligação laje-pilar na ruptura, que é sempre maior do que a rotação em lajes sem armadura de cisalhamento.

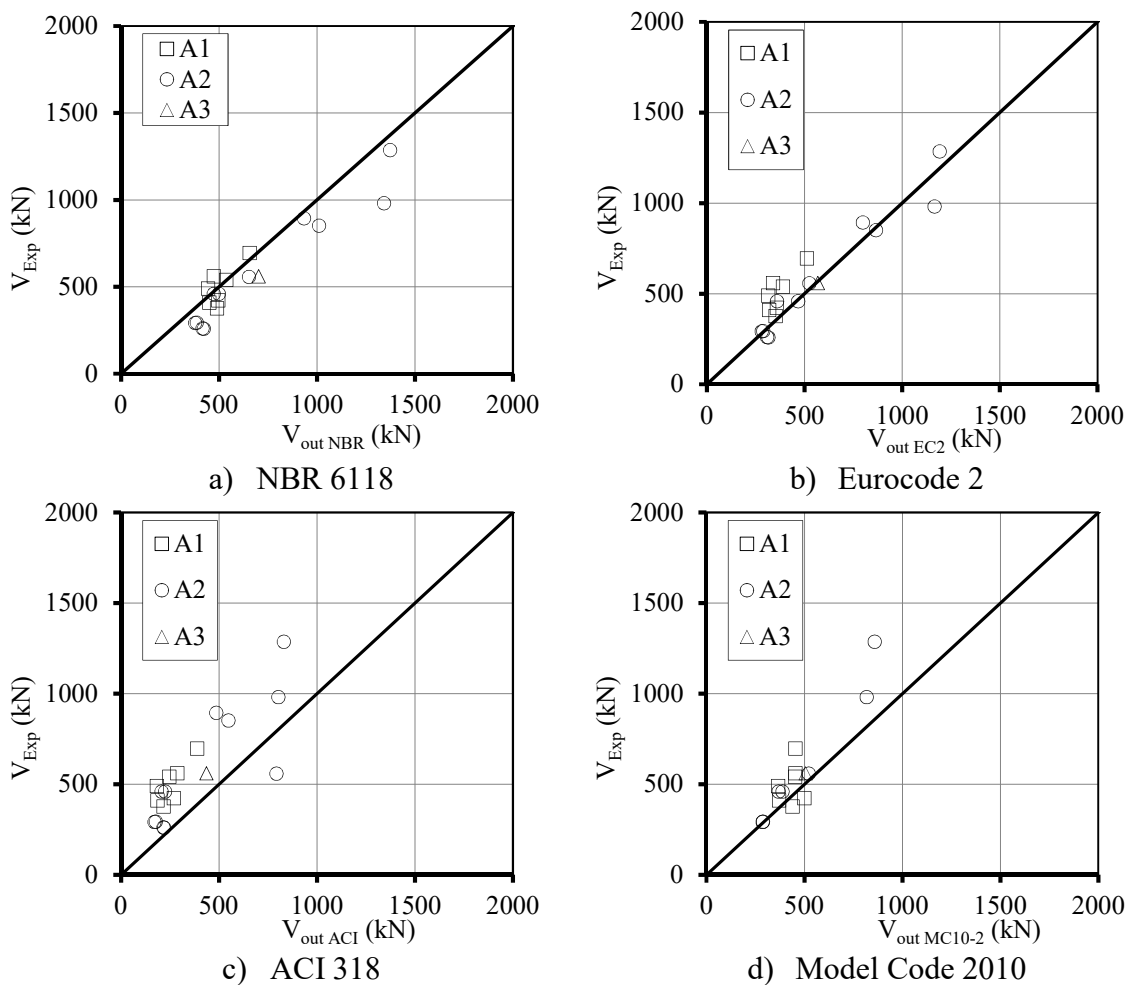


Figura 4.23 - Ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais previsões normativas

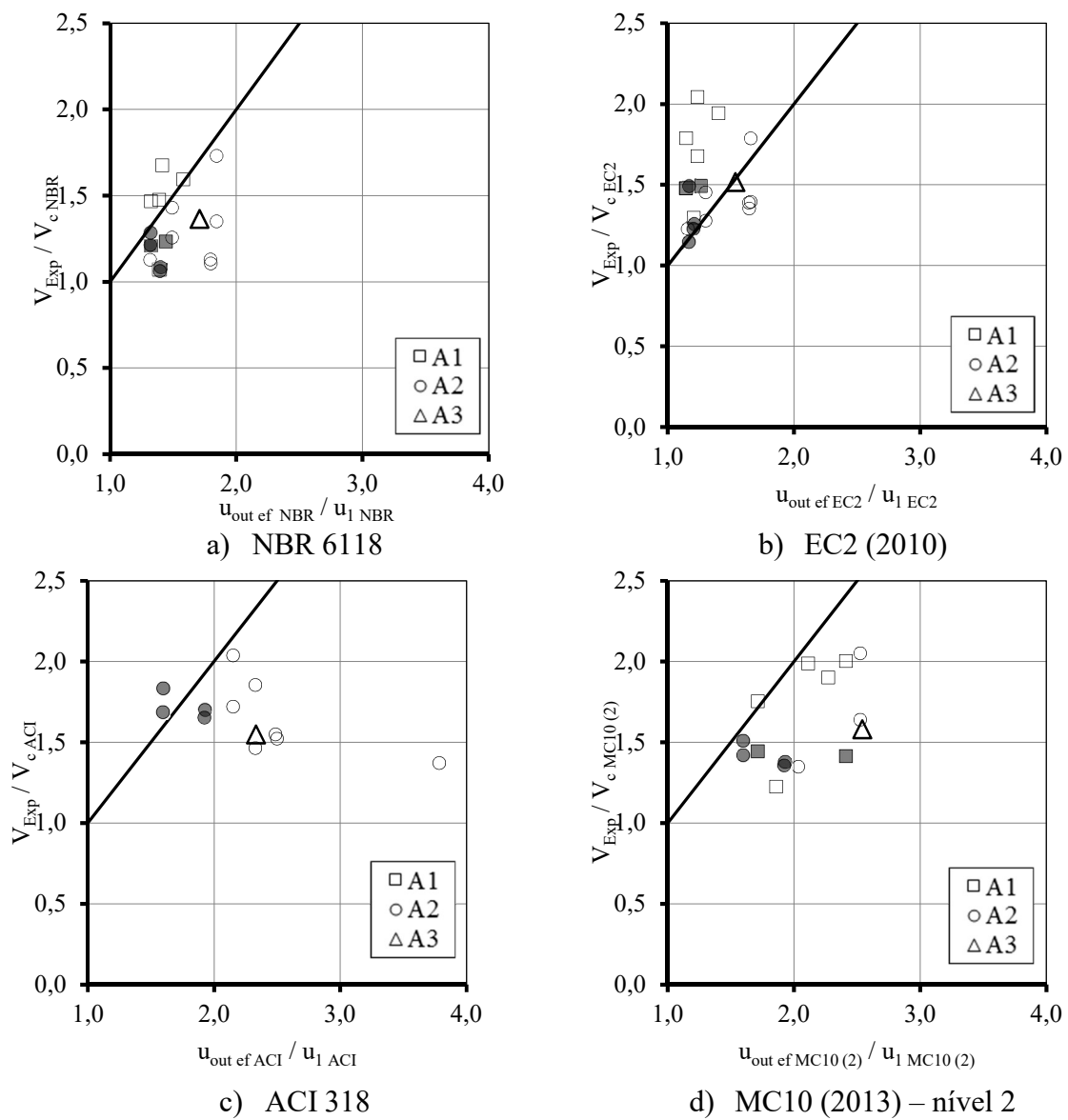


Figura 4.24 - Ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento - comparação entre resultados experimentais e previsões normativas

Na Tabela 4-7 são mostrados os parâmetros estatísticos para as lajes com armadura de cisalhamento com previsão de ruptura por punção fora da região das armaduras de cisalhamento. De forma genérica, para todas as normas, os valores calculados de ξ_m foram acima de 1,0. Os valores do quintis $\xi_{5\%}$ calculados foram abaixo de 1,0 para as normas NBR 6118, Eurocode 2 e ACI 318; e acima de 1,0 para o Model Code 2010.

Tabela 4-7 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento

Norma	n_{Po} / n_t	ξ_m	D. P.	C. V.	$\xi_{5\%}$
Todos os tipos de estribo					
NBR 6118	19 / 66	1,04	0,20	0,20	0,70
Eurocode 2	32 / 66	1,25	0,25	0,20	0,85
ACI 318	45 / 66	1,77	0,51	0,29	0,93
Model Code 2010	31 / 55	1,47	0,40	0,27	0,81
Estribos com ancoragem do tipo 1					
NBR 6118	9 / 33	1,20	0,18	0,15	0,90
Eurocode 2	18 / 32	1,37	0,23	0,17	0,99
ACI 318	27 / 33	2,00	0,43	0,21	1,30
Model Code 2010	20 / 32	1,62	0,43	0,27	0,91
Estribos com ancoragem do tipo 2					
NBR 6118	10 / 12	0,90	0,07	0,08	0,77
Eurocode 2	12 / 12	1,05	0,15	0,14	0,81
ACI 318	17 / 12	1,44	0,44	0,31	0,71
Model Code 2010	8 / 8	1,21	0,15	0,12	0,97
Estribos com ancoragem do tipo 3					
NBR 6118	0 / 5	0	-	-	-
Eurocode 2	2 / 3	2	0,02	0,01	1,34
ACI 318	1 / 5	1	-	-	-
Model Code 2010	3 / 4	3	0,08	0,07	1,07

n_{Po} = número de lajes com previsão de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

n_t = número total de ensaios de ensaios considerados

Segundo a NBR 6118, 29 % das lajes romperiam fora da região das armaduras, sendo esta previsão apenas para lajes com estribos A1 e A2. Os resultados experimentais indicaram uma proporção de 18% das lajes rompendo deste modo, 3% por ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras e 8% por ruptura combinada por flexão e punção fora da região das armaduras. 30% dos valores de ξ_m foram acima de 1,0. A Figura 4.25 mostra a comparação entre as resistências previstas pela NBR 6118 e os resultados experimentais em função da razão entre o perímetro de controle efetivo para punção fora da região das armaduras de cisalhamento e o perímetro de controle para punção dentro da região

das armaduras de cisalhamento. Na legenda de ícones da Figura 4.25, assim como nas figuras seguintes, “ii” representa lajes cuja informação acerca do modo de ruptura não foi localizada.

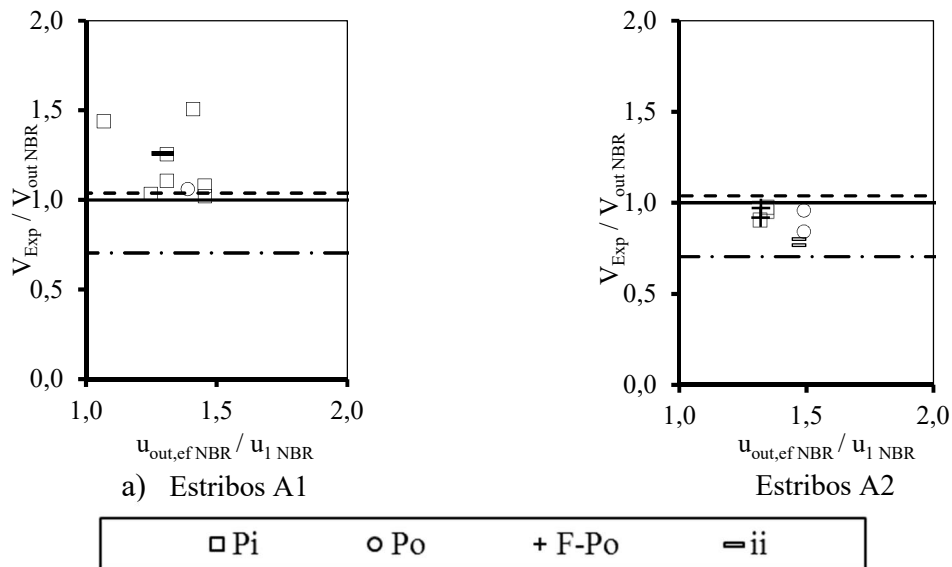


Figura 4.25 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

Segundo o Eurocode 2, 49 % das lajes romperiam fora da região das armaduras. As proporções de resultados experimentais com punção fora da região das armaduras foram as mesmas da NBR 6118. 56% dos valores de ξ_m foram acima de 1,0. A Figura 4.26 mostra a comparação entre as resistências previstas pelo Eurocode 2 e os resultados experimentais.

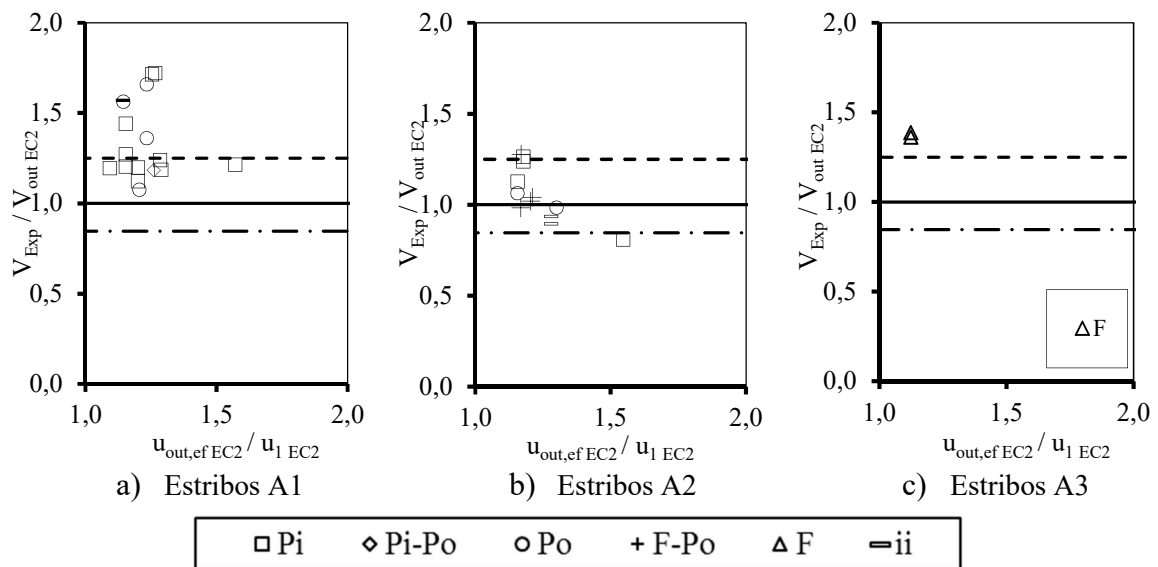


Figura 4.26 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Eurocode 2 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

Os cálculos segundo o ACI 318 indicaram que 68% das lajes rompendo por punção fora da região das armaduras de cisalhamento, enquanto, experimentalmente, esta proporção foi de 18%. Foram observadas proporções de 3% e 5% dos resultados experimentais para, respectivamente, os modos de ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento e por flexão e punção fora da região das armaduras de cisalhamento. 68% das relações ζ foi acima de 1,0. A comparação entre os valores calculados e experimentais é mostrada na Figura 4.27.

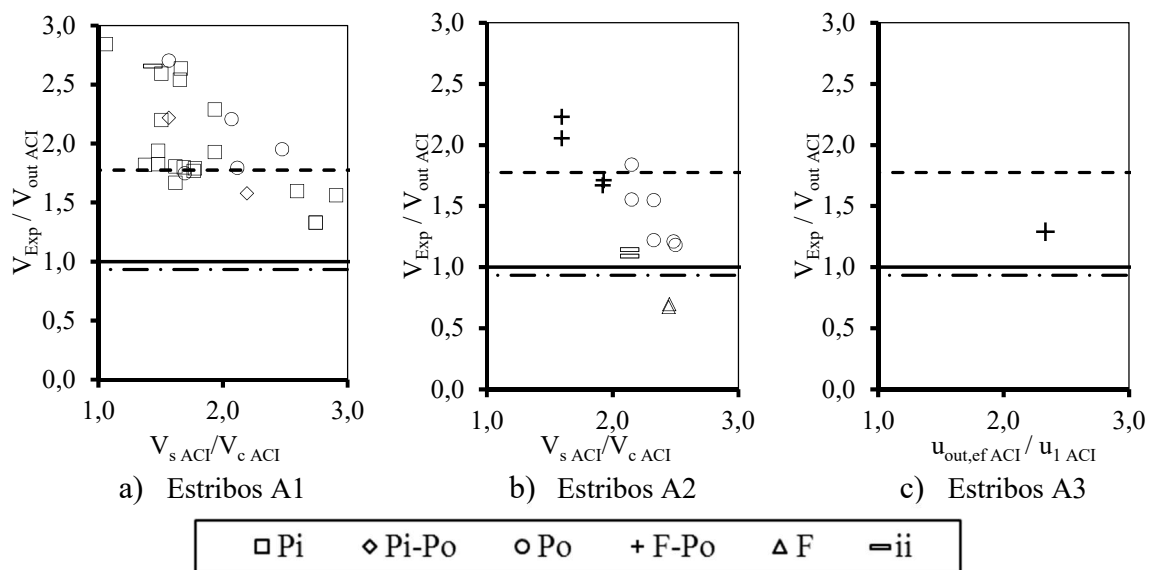


Figura 4.27 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

Para o Model Code 2010, a proporção de lajes com este modo de ruptura por punção fora da região das armaduras foi de 56%, enquanto experimentalmente esta proporção foi de 22% para punção fora da região das armaduras, 4% para ruptura combinada por punção dentro e fora da região das armaduras e 9 % para ruptura combinada por flexão e ruptura fora da região das armaduras. Para as lajes consideradas, 69% dos valores de ζ foi acima de 1,0. As comparações entre os valores calculados e experimentais são mostradas na Figura 4.28.

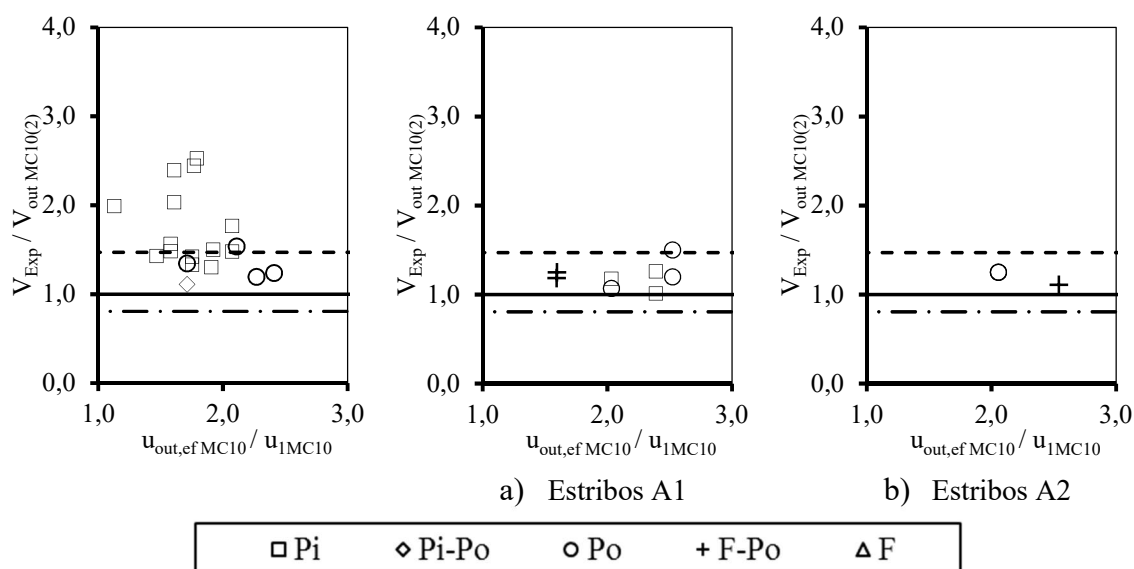


Figura 4.28 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Model Code 2010 – nível 2 de aproximação – para ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento

4.4 Resistência máxima à punção

Em nenhuma das lajes do banco de dados analisado foi verificada punção por esmagamento da diagonal comprimida. Portanto, não foi possível no presente trabalho realizar análises que contribuam significativamente em uma melhor compreensão deste modo de ruptura.

Na Tabela 4-8 são mostrados os parâmetros estatísticos para as lajes com armadura de cisalhamento com previsão de ruptura por punção com esmagamento diagonal comprimida. Em diversos casos, os valores das cargas de ruptura experimentais foram próximos e até superiores aos valores previstos, porém, antes que ocorresse o esmagamento da biela, houve rupturas por punção dentro e/ou fora da região das armaduras de cisalhamento e por flexão, conforme é observado da nas Figura 4.29 à Figura 4.32.

Tabela 4-8 – Parâmetros estatísticos para análise da resistência à por esmagamento da biela de concreto comprimida

Norma	n_{Pm} / n_t	ξ_m	D. P.	C. V.	$\xi_{5\%}$
Todos os tipos de estribo					
NBR 6118	7 / 66	0,62	0,20	0,33	0,29
Eurocode 2	14 / 66	0,92	0,24	0,26	0,53
ACI 318	15 / 66	1,19	0,37	0,31	0,58
Model Code 2010	8 / 55	1,03	0,35	0,33	0,46
Estribos com ancoragem do tipo 1					
NBR 6118	2 / 33	0,91	0,09	0,10	0,76
Eurocode 2	6 / 32	1,11	0,17	0,16	0,83
ACI 318	6 / 14	1,59	0,26	0,16	1,17
Model Code 2010	4 / 32	1,31	0,27	0,21	0,86
Estribos com ancoragem do tipo 2					
NBR 6118	0 / 22	-	0,00	0,00	-
Eurocode 2	3 / 22	0,93	2,78	2,63	0,18
ACI 318	4 / 16	0,94	3,74	3,52	0,08
Model Code 2010	0 / 12	-	0,00	0,00	-
Estribos com ancoragem do tipo 3					
NBR 6118	5 / 11	0,51	0,05	0,10	0,43
Eurocode 2	5 / 11	0,68	0,07	0,10	0,57
ACI 318	5 / 10	0,93	0,09	0,09	0,79
Model Code 2010	4 / 11	0,76	0,04	0,05	0,69

n_{Pm} = número de lajes com previsão de ruptura por esmagamento da biela

n_t = número total de ensaios de ensaios considerados

Para as normas NBR 6118, os resultados com previsão de ruptura na resistência máxima à punção são mostrados na Figura 4.29. Apenas as lajes da série T com armadura de cisalhamento (ancoragem A3) e as lajes K5 e K6 (ancoragem A1) de YAMADA *et al.* (1992) foram consideradas para estas normas. Das lajes com estribos do tipo A1, as lajes K5 e K6, com taxas de armadura de cisalhamento de 1,23 % e 1,09 %, respectivamente, romperam por flexão. Todas as lajes com estribos do tipo A3 romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. Observa-se que lajes com estribos A1 obtiveram resultados de ξ acima da média, enquanto as com estribos A3, estes resultados foram abaixo da média.

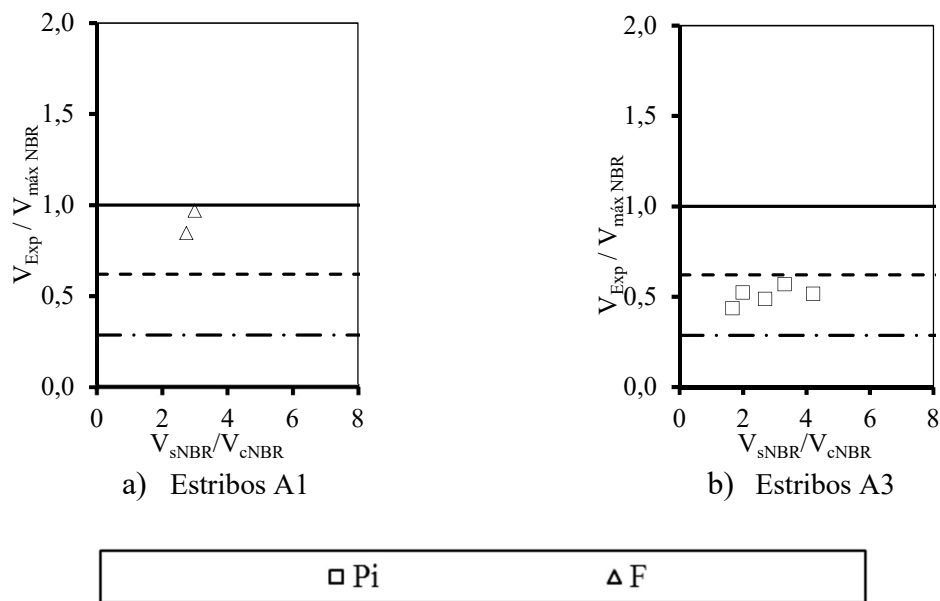


Figura 4.29 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões da NBR 6118 para ruptura por esmagamento da biela

Para o Eurocode 2, os resultados obtidos são mostrados na Figura 4.30. Das lajes com estribos A1, os modos de ruptura experimentais foram os seguintes: punção dentro da região das armaduras de cisalhamento (lajes K3 e K4 de YAMADA *et al*, 1992 e laje S2 de REGAN e SAMADIAN, 2001) e flexão (lajes K5, K6 e K7 de YAMADA *et al*, 1992). Das lajes com estribos A2, os modos de ruptura experimentais foram: punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento (respectivamente, laje S2 de KINNUNEN *et al.*, 1980, e laje S2.1s de TOLF, 1988), bem como punção em um modo não classificado no presente trabalho, com a superfície de ruptura cruzando a laje em posições diferentes para seções de corte ortogonais. Todas as lajes com ancoragem A3 romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento e corresponderam às lajes da série T de YAMADA *et al* (1992).

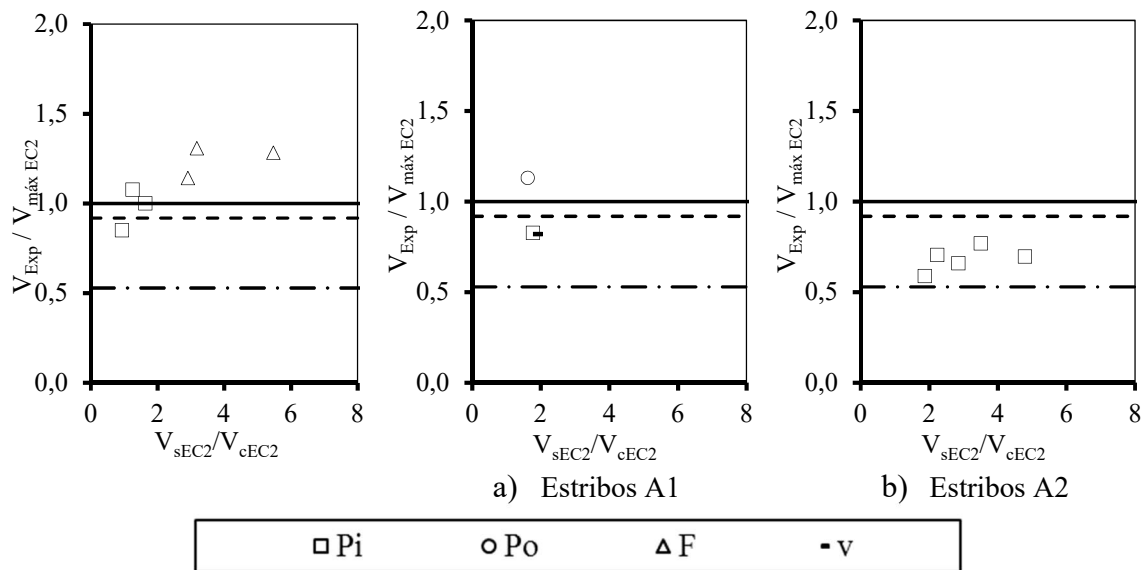


Figura 4.30 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Eurocode 2 para ruptura por esmagamento da biela

Para o ACI 318, os resultados obtidos são mostrados na Figura 4.31. Das lajes com estribos A1, os modos de ruptura experimentais foram punção dentro da região das armaduras de cisalhamento e flexão (lajes K2, K3 e K4 de YAMADA *et al*, 1992, no primeiro caso, e lajes K5, K6 e K4 S7 dos mesmos autores, no segundo caso). Das lajes com estribos A2, os modos de ruptura experimentais foram: punção dentro da região das armaduras de cisalhamento (lajes 2 de BROMS, 1990, e S2 de KINNUNEN *et al.*, 1980), punção fora da região das armaduras de cisalhamento (laje 3 de BROMS, 1990) Todas as lajes com ancoragem A3 romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento e corresponderam às lajes da série T de YAMADA *et al* (1992).

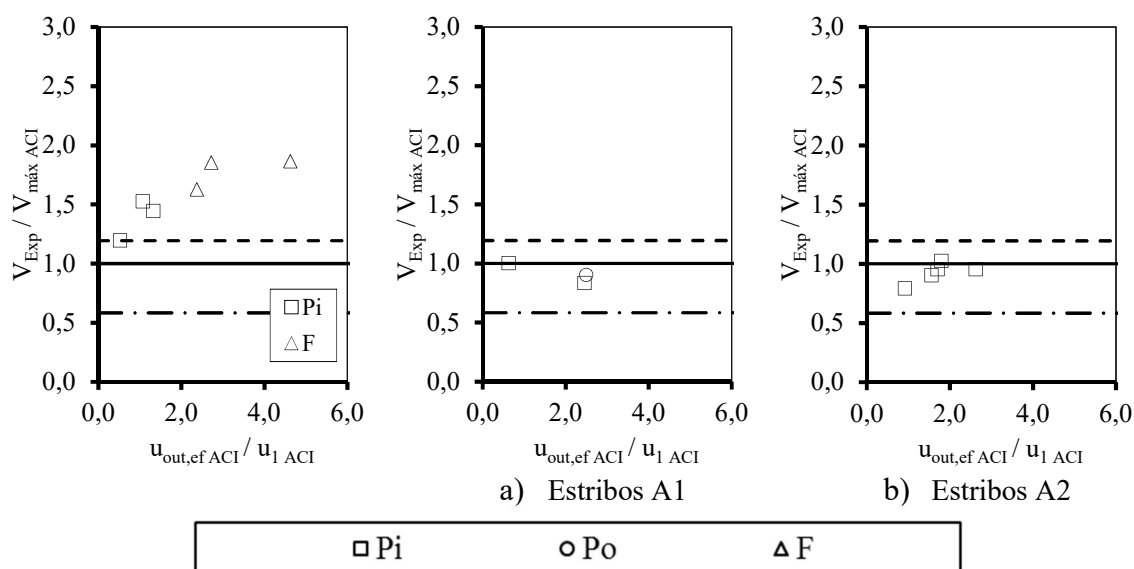


Figura 4.31 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do ACI 318 para ruptura por esmagamento da biela

Para o Model Code 2010, Das lajes com estribos A1, considerando apenas as lajes com previsão de ruptura por esmagamento da biela, os modos de ruptura experimentais foram os seguintes: 46% por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento (lajes 2 e 3 de REGAN, 1980; S1 e S2 de REGAN e SAMADIAN, 2001; e 10I e 11I de OLIVEIRA et al., 2000); 8% com combinação por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento (laje 5V de OLIVEIRA *et al.*, 2000); 23% por punção fora da região das armaduras de cisalhamento (lajes: 4 de REGAN, 1980; 8I e 9I de OLIVEIRA *et al.*, 2000); e 23 % por flexão (lajes K5, K6 e K7 de YAMADA *et al.*, 1992).

Das lajes com estribos A2, os modos de ruptura experimentais das lajes com previsão de ruptura por esmagamento da biela foram: 50% por punção dentro das armaduras de cisalhamento (lajes 2, 4 e 5 de BROMS, 1990; e S2 e S3 de KINNUNEN *et al.*, 1980); 38% com combinação por punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento (laje 3 e BROMS, 1990; e 2 e 3 de CHANA, 1993). Das lajes com estribos A3, os modos de ruptura experimentais das lajes com previsão de ruptura por esmagamento da biela foram: 83% por punção dentro das armaduras de cisalhamento (todas as lajes da série T de YAMADA *et al.*, 1992) e 13% com combinação por flexão e punção fora da região das armaduras de cisalhamento (laje PSSD de PILAKOUTAS e LI, 1997).

A Figura 4.32 mostra a avaliação das previsões segundo o nível 2 de aproximação do Model Code 2010. De acordo com esta norma, apenas uma laje de cada um dos tipos de estribo A1, A2 e A3 foi admitida com ruptura por esmagamento da biela: laje K7 de YAMADA *et al.* (1992) (estribo A1; ruptura por flexão), laje T6 de YAMADA *et al.* (1992) (estribo A2; ruptura por punção fora da região das armaduras de cisalhamento) e laje 3 de BROMS (1990) (estribo A3; ruptura por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento).

Os resultados para o Model Code 2010 são mostrados na Figura 4.32. Segundo esta norma, apenas lajes com estribos A1 e A3, estima-se que apenas lajes com estribos A1 e A3 apresentem ruptura na resistência máxima à punção. As lajes apresentaram ruptura experimental por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento (lajes 10I e 11I de OLIVEIRA *et al.*, 2000) e por flexão (lajes K5 e K7 de YAMADA *et al.*, 1992). Todas as lajes com estribos A3 romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento (lajes T3, T4, T5 e T6 de YAMADA *et al.*, 1992).

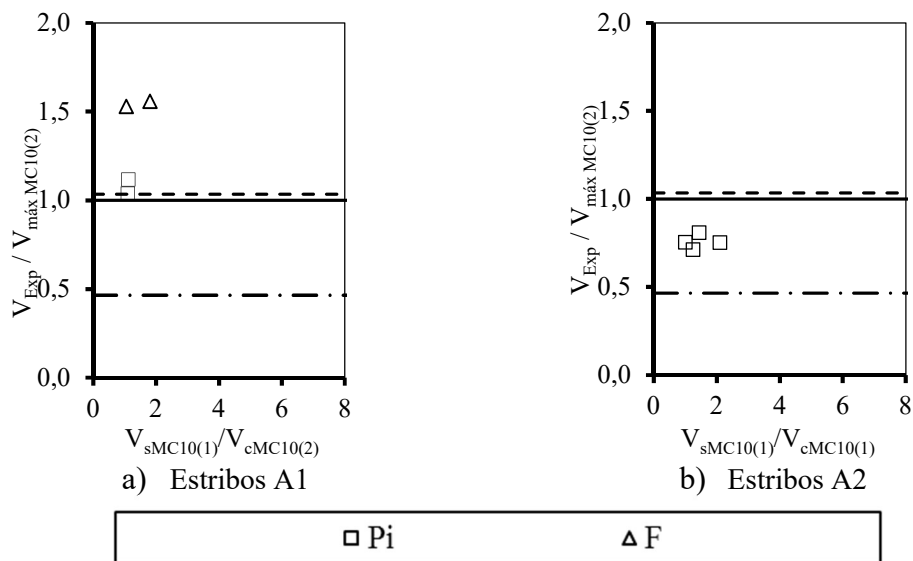


Figura 4.32 - Comparação entre resultados experimentais e as previsões do Model Code 2010 para ruptura por esmagamento da biela

5 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho avaliou a capacidade de aumento da resistência à punção proporcionado por diferentes tipos de estribos, em que a principal diferença entre estes consistiu no modo de ancoragem de ganchos ou dobras em relação às camadas de armadura de flexão comprimida e tracionada na flexão. As análises foram feitas baseadas em experimentos e em especificações normativas para dimensionamento à punção.

Talvez devido ao fato de exigirem processos simples de fabricação, ao contrário de *studs*, estribos são comumente utilizado no Brasil para aumento da resistência à punção, no caso de sistemas estruturais em lajes lisas. Quando a facilidade de montagem, associada a um detalhamento com rigorosa exigência de posicionamento das barras, constitui um critério construtivo, a utilização de estribos como armadura de cisalhamento para combate à punção apresenta vantagens em relação a *studs* com arranjo radial. A possibilidade de controle dos espaçamentos ortogonais a partir do espaçamento da armadura de flexão, casos de estribos A1 e A2, torna o arranjo de estribos, ao invés um empecilho, um fator associado às exigências de espaçamento das armaduras de flexão. O mesmo não acontece com *studs* com arranjo radial, devido às interferências que comumente ocorrem entre as exigências de espaçamento destas armaduras. Convém salientar que o presente trabalho não se propõe a qualificar um melhor ou um pior arranjo de armadura de cisalhamento. Os comentários acerca do arranjo desta armadura devem servir para levantar questões sobre como se quantificar a contribuição da armadura de cisalhamento para diferentes arranjos.

As equações normativas para cálculo da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento não preveem variações nos cálculos de resistência em função de critérios de detalhamento de estribos. A análise dos resultados mostrados no capítulo 4 não possui o objetivo de classificar a acurácia das normas na previsão da resistência à punção de lajes armadas ao cisalhamento com estribos. O fato de que a grande maioria dos arranjos mostrados no anexo C não obedecerem a nenhuma das especificações normativas para posicionamento das armaduras de cisalhamento faz com que o cálculo da contribuição desta armadura dependa dos critérios estabelecidos pelo autor no capítulo 2 para a definição da área de armadura de cisalhamento resistente. Apesar do Model Code 2010 especificar os limites interno e externo dentro dos quais a armadura resistente se distribui, o que ameniza

a influência da observação anterior, existe o fato de que os casos analisados não se limitam às especificações da norma.

Os resultados mostraram claramente que estribos ancorados por ganchos ou dobras envolvendo ambas as barras de armadura de flexão comprimida e tracionada proporcionam os maiores acréscimos de resistência. Porém, para algumas tentativas de redução do tempo de montagem, pode ser algo inviável. Este é o caso de estribos contínuos (geometria G4, descrita no capítulo 0) e estribos com arranjos pré-fabricados, tais como os das lajes 2 e 3 de CHANA (1993), que foram concebidos visando facilitar o posicionamento de acordo com o detalhamento. Nestes casos, a limitação no posicionamento das pernas dos estribos pode permitir que a ancoragem se dê em torno apenas de uma das camadas de armadura de flexão. Para solucionar este problema, estribos individuais garantem arranjos mais versáteis.

Estribos cuja montagem e posicionamento não interferem em nenhuma das camadas de armadura de flexão devem situar-se internamente a estas camadas. Este é o caso de estribos com ancoragem A3 no presente trabalho, especialmente no caso específico dos estribos das lajes da série “T” de YAMADA *et al.* (1992). Outros trabalhos, como o de GOMES e ANDRADE (2000) e o de FERREIRA *et al.* (2016) visam contribuir com conhecimento acerca dos mecanismos de resistência de tais armaduras.

Mesmos apresentados os resultados mais satisfatórios, em muitos casos, inclusive com resistência subestimada, estribos A1 apresentam a tendência de limitar a resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento a um valor máximo. Nos casos de estribos com ancoragem A2 e A3, os resultados indicaram a possibilidade de lajes com tais armaduras de cisalhamento apresentarem a mesma tendência de lajes com estribos A1 até um valor máximo da relação entre a parcela de resistência da armadura de cisalhamento e a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento (V_s/V_c). O estabelecimento de valores máximos de V_s/V_c no presente trabalho tem o objetivo de mostrar qualitativamente a necessidade de limitar tal relação a fim de evitar cálculos inseguros. A fixação de valores para V_s/V_c deve ser feita a partir de bancos de dados mais amplos com largas faixas de V_s/V_c para os diferentes tipos de ancoragem considerados.

A grande divergência observada entre resultados experimentais e resultados calculados pode ser devida à grande possibilidade de detalhamento de armaduras com estribos. No presente

trabalho adotou-se uma classificação simplificada ao ponto de vista do autor quanto ao critério de ancoragem e de geometria, e adequada à quantidade de resultados experimentais analisados. Porém, classificações mais refinadas são possíveis, por exemplo, ângulo da dobra, relação entre os diâmetros das armaduras de cisalhamento e de flexão, raios de dobra etc. Esta hipótese é conveniente, visto que a definição de estribo como armadura consistindo em barra ancorada nas extremidades por meio de ganchos ou dobras, esclarece pouco sobre as possibilidades de mecanismos de resistência envolvidos.

A definição da parcela de resistência da armadura de cisalhamento como a fixação de uma tensão efetiva máxima que uma determinada quantidade de pernas de estribo alcança na ruptura parece insuficiente para o cálculo. A presença de resultados no limite entre as regiões II e III no capítulo 4, segundo os modelos de cálculo das normas, indicam que a resistência de tais lajes foi garantida apenas pela armadura de cisalhamento. Porém, esta hipótese é improvável a menos que haja conhecimento acerca do estado de deformação do concreto na ruptura, de modo que se observe evidências da impossibilidade de transferências de esforços no concreto. A presença de resultados na região III evidencia uma redução na capacidade resistente das armaduras de cisalhamento. Portanto, torna-se razoável questionar se, como assumido na teoria da fissura crítica de cisalhamento, da mesma forma que a contribuição do concreto diminui de acordo com o nível de carga em que ocorre a ruptura (caracterizado pela rotação na ruptura), haveria uma redução da contribuição da armadura de cisalhamento. Ou seja, questionar se não apenas a resistência devida ao concreto é função do estado de deformação na ruptura, mas se também a contribuição da armadura de cisalhamento o é.

A presença de resultados na região V indica rupturas a cargas superiores à simples soma entre as contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento especificadas. Uma hipótese que justificaria este comportamento seria a de que armaduras de cisalhamento em pequenas taxas e muito bem ancoradas, de modo que os efeitos das tensões e deformações de tração no concreto sejam insignificantes na diminuição da sua contribuição para a resistência, possibilitam aplicações de carga superiores à soma das parcelas de resistência do aço e do concreto estabelecidas em normas.

Para todas as normas, as previsões de resistência se tornam inseguras na medida em que se aumenta a relação V_s/V_c . O estabelecimento de valores máximos de V_s/V_c no presente trabalho tem o objetivo de mostrar qualitativamente a necessidade de limitar tal relação a

fim de evitar cálculos inseguros. A fixação de valores para V_s/V_c deve ser feita a partir de bancos de dados mais amplos com largas faixas de V_s/V_c para os diferentes tipos de ancoragem considerados. Uma formulação ideal para o cálculo da resistência à punção dentro da região das armaduras de cisalhamento deve proporcionar um resultado constante igual a 1,00 da relação V_{Exp}/V_c em função de V_s / V_c . Em termos práticos, nesta análise, uma formulação adequada deve fornecer resultados de V_{Exp} / V_c que possuam tendência a dispersarem-se em torno de 1,00, com os limites mínimo e máximo estabelecidos e tais que possuam a menor variação possível em relação a 1,00.

Observou-se bastantes casos de rupturas que ocorreram em modos diferentes daqueles previstos pelas normas. Diferentemente de casos em que a ruptura ocorre no modo esperado, porém a cargas inferiores às cargas previstas, a ruptura por modos inesperados não constitui um problema que se resolve com a simples utilização de coeficientes de segurança na etapa de dimensionamento, pois a segurança em relação a um modo não garante o mesmo em outro modo de ruptura, ou seja, na prática de projeto, as rupturas em modos diferentes do previsto mostradas no capítulo 4 indicam a possibilidade de ocorrência de uma ruptura inesperada sob cargas inferiores às calculadas, o que constitui um grave erro associado a colapsos de estruturas. Para maior segurança quanto à previsão de modos de ruptura, são necessários modelos de cálculo que apresentem níveis de segurança semelhantes para todos os modos de ruptura considerados. Para todas as normas, as melhores correspondências entre os modos de ruptura previsto e experimental ocorreram nos casos de estribos com ancoragem A3.

Para dar continuidade ao presente trabalho, bem como para uma melhor compreensão de aspectos não esclarecidos, o autor sugere as seguintes sugestões de trabalhos futuros:

- Realização de ensaios em que sejam possíveis medições de deformações na armadura de cisalhamento em diferentes pernas no arranjo, visando a análise da variação da carga nas armaduras para diferentes arranjos e tipos de estribos;
- Realização de análises que comparem o desempenho de estribos ao de *studs* como armadura de cisalhamento para lajes lisas;
- Desenvolvimento e calibração de modelos computacionais que mostrem os diversos aspectos relacionados ao comportamento de armaduras de cisalhamento na punção, dos quais a observação em experimentos é inviável;

- Realização de ensaio que evidenciem a influência de diversos fatores associados ao dimensionamento de estribos, tais como espaçamento, arranjo, diâmetros e especificações de detalhamento;
- Análises de bancos de dados experimentais com diferentes tipos de estribos e largas faixas de razões V_s/V_c ;
- Propostas de modelos de cálculo que evidenciem a influência da razão V_s/V_c pra diferentes tipos de armadura de estribo
- Análises refinadas relacionadas a todos os possíveis modos de ruptura de ligações laje-pilar.

6 Referências

ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.

ACI Committee 408, Bond and Development of Straight Reinforcing Bars in Tension, American Concrete Institute, 2003. O banco de dados pode ser acessado pelo link <https://www.concrete.org/store/productdetail.aspx?ItemID=408DB>.

ACI Committee 421, Shear Reinforcement for Slabs (ACI 421.1R-99), American Concrete Institute, 1999.

ANDERSSON, J.L., Punching of concrete slabs with shear reinforcement, Transactions of the Royal Institute of Technology, Estocolmo, 1963.

ANDRÄ, H.P., Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken. Dissertation Technische Hochschule Stuttgart, Institut für Baustatik, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.

BEUTEU, R. R. K., Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen. Tese de doutorado. Alemanha, 2002.

BEUTEU, R. R. K.; MENÉTREY, P. Comparisons between codes, models and tests for flat slabs with shear reinforcement. Bulletin 12: Punching of structural concrete slabs. pp 146 – 162. Relatório técnico. fib – Fédération internationale du béton, Stuttgart, Alemanha, 2001.

BODE H.; ROIK, K., Headed studs embedded in concrete and loaded in tension, Publication SP103, American Concrete Institute, Detroit, pp 61-89, 1987.

BODE, H.; HANNENKAMP, W., Zur Tragfähigkeit von Kopfbolzen bei Zugbeanspruchung, Bauingenieur, 60, pp 361-367, 1985.

BROMS, C. E., Shear reinforcement for deflection ductility of flat plates, ACI Structural Journal, V87, No.6, Nov-Dec, 1990, pp.696-705.

BS8110:1997, Structural use of concrete, Part 1, Code of practice for design and construction, British Standards Institution, Londres.

CAIRNS, J., Bond and anchorage of embedded steel reinforcement in fib Model Code 2010, Structural Concrete (2015), No. 1, Berlim, 2015.

CAIRNS, J., Model for strength of lapped joints and anchorages, meeting of TG 4.5, Stuttgart, 2006.

CHANA, P.S., A prefabricated shear reinforcement system for flat slabs, Proc. Instn. Civ. Engrs., Structures and Buildings, No.99, Aug 1, 1993, pp.345-358.

CHANA, P.S.; DESAI, S.B., Design of shear reinforcement against punching, The Structural Engineer, Vol.70, No.9, 5 May, 1992, pp.159-164.

CHANA, P.S.; DESAI, S.B., Design for provision of resistance against punching shear, Concrete 2000, E&FN Spon, Setembro, 1993 Vol.1, pp.815-825.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION, Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, EN 1992-1-1, Bruxelas, Bélgica, 2004, 225 pp.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E., Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 53, No. 1, julho de. 1956, pp. 29-58.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib): fib Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne, Suíça, outubro de 2013.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib): Model Code 2010, final draft, Model Code prepared by Special Activity Group 5, não publicado; destina-se apenas para efeitos de votação pela Assembleia Geral, setembro de 2011.

FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A., Applications of the critical shear crack theory to punching of R/C slabs with transverse reinforcement. ACI Structural Journal, vol. 106, No. 4, 2009, pp. 485–494.

FERNÁNDEZ RUIZ, Performance and design of punching-shear reinforcing systems. 3rd fib International Congress, vol. N° 437, p. 14. Washington D.C., 2010

FERREIRA, M. P. F.; BARROS, R. N. M.; PEREIRA FILHO, M. J. M.; QUARESMA, F. S., One-way shear resistance of RC members with unbraced stirrup. Artigo a ser publicado no Latin American Journal of Solids and Structures em 2016.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib): fib TG4.5 bond test database – pode ser acessado pelo link: http://fibtg45.dii.unile.it/files%20scaricabili/Database_splicetest%20Stuttgart%20sept%202005.xls.

GADNER, N. J.; JUNGSUCK, HUH; LAN CHUNG. Lessons from the Sampoong department store collapse. Cement & Concrete Composites, V. 24, pp 523-529, 2002.

GOMES, R.; ANDRADE, M., Does a punching shear reinforcement need to embrace a flexural reinforcement of a RC flat slab?. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings. Royal institute of Technology Department of Structural Engineering. Estocolmo, 2000.

GOMES, R.; REGAN, P. E., Punching strength of slabs reinforced for shear with offcuts of rolled steel I-sections beams. Magazine of Concrete Research, V. 51, No. 2, pp 121 – 129, 1999.

GUANDALINI, S. Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé. Tese de doutorado apresentada ao Programme Doctoral en Structures, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2005.

GUANDALINI, S.; MUTTONI, A., Essais de poinçonnement symétrique des dalles en béton armé sans armature à l'effort tranchant. Relatório de ensaios. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Institut de Structures, Laboratoire de Construction en Béton (IS-BETON), Rapport 00.03-R1, Lausanne, Suíça, 2004.

GUIDOTTI, R., Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées. Tese de doutorado apresentada ao Programme Doctoral en Structures, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2010.

KING, S.; DELATTE, N. J., Collapse of 2000 Commonwealth Avenue: Punching Shear Case Study. Journal of Performance of Constructed Facilities. American Society of Civil Engineerings, fevereiro de 2004.

KINNUNEN, S., NYLANDER, H. AND TOLF, P., Plattjocklekens inverkan på begongplattors hálifasthet vid genomstansning: forsook med rektangulära plattor, Meddelande Nr.137, Institutionen for Byggnadsstatik, KTH, Estocolmo, 1980.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H., Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. Relatório técnico 158, Transactions of the Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suécia, 1960.

LIPS, S., Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement. Tese de doutorado apresentada ao Programme Doctoral en Structures, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2010.

MOE, J., Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Bulletin D47. Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, Skokie, Illinois, EUA, 1961.

MOKHTAR, ABDEL-SALAM; GHALI, A.; DILGER, W., Stud Shear Reinforcement for Flat Concrete Plates, ACI Structural Journal, Vol.82, No.4, setembro a outubro de 1985, pp.676-683.

MOODY, K. G.; VIEST, M.; ELSTNER, R. C.; ROGNESAD, E., Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Part 1 -Tests of Simple Beams, Journal Proceedings, American Concrete Institute, Vol.51, No.12, janeiro de 1954, pp.317-332.

MUTTONI, A. Punching shear - Draft model proposal, SIA 162, Swiss Society of Engineers and Architects, Zurique, Suíça, 1985.

MUTTONI, A., "Resistência ao cisalhamento e à punção de lajes sem armadura de cisalhamento", Beton-und Stahlbetonbau, V. 98, No. 2, Berlim, Alemanha, 2003, pp. 74-84 (em alemão).

MUTTONI, A., A physical model for design and retrofitting of reinforced concrete slabs against punching, Seminário Internacional sobre Ligações Estruturais, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2011.

MUTTONI, A., Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. ACI Structural Journal, vol. 105, No. 4, 2008, pp. 440–450.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M., Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement. ACI Structural Journal, vol. 106, No. 4, 2009, pp. 485–494.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M., MC10: The critical shear crack theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions. Bulletin 57: Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements. Relatório técnico, pp. 31 – 76. fib - Fédération internationale du béton, Salò, Itália, 2010.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M., Shear strength in one- and two-way slabs according to the Critical Shear Crack Theory. Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst, Londres, Inglaterra, 2008.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M., The levels-of-approximation approach in MC 2010: application to punching shear provisions. Structural Concrete, Vol. 13, No. 1, Berlin, Alemanha, 2012.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; BENTZ, E.; FOSTER, S.; SIGRIST, V., Background to fib Model Code 2010 shear provisions – part II: punching shear. Structural Concrete, Vol. 14, No. 3, Berlin, Alemanha, 2013.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J., Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement, IABE Colloquium Stuttgart, Vol. 62, IABSE, Zurique, Suíça, 1991.

NARASIMHAN, N., Shear reinforcement in reinforced concrete column heads, Tese de PhD, Imperial College London, Fev 1971.

NILSSON, A., Spänningstillstånd i plattdel utanfor Byggnadsstatik, KTH, Estocolmo, 1983.

NYLANDER, H. AND SUNDQUIST, H., Genomstansning av perlarunderstödd plattbro au betong med ospänd armering, Meddelande Nr.104, Institutionen for Byggnadsstatik, KTH, Estocolmo, 1972.

OLIVEIRA, D.R.C., MELO, G.S. AND REGAN, P.E., Punching strengths of flat slabs with vertical or inclined stirrups, ACI Structural Journal, Vol.97, No.S52, maio a junho de 2000, pp.485-491.

PILAKOUTAS, K. AND LI, X., Shear band: novel punching shear reinforcement for flat slabs, Innovation in Composite Materials and Structures, Civil-Comp Ltd, Edimburgo, 1997, pp.35-45.

PILAKOUTAS, K. AND LI, X., Alternative shear reinforcement for reinforced concrete flat slabs, Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers, Vol. 129, No. 9, setembro de 2003, pp 1164 – 1172.

REGAN, P. E., A review of results of punching tests of slabs with shear reinforcement, Londres, 2000 (a).

REGAN, P. E., Behaviour of reinforced oncrete slabs, Ciria Report 89, Londres, Inglaterra, 1981.

REGAN, P. E., Shear reinforcement against punching in flat slabs development of design recommendations. 2001

REGAN, P. E., Shear reinforcement of flat slabs. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings. Royal institute of Technology Department of Structural Engineering. Estocolmo, 2000 (b).

REGAN, P. E.; BRAESTRUP, M. W., Punching Shear in Reinforced Concrete: A State of Art Report. Bulletin D'information N° 168, Comite Euro-International du Beton, Lausanne, Suíça, 1985.

REGAN, P.E., Single-legged stirrups as shear reinforcement in reinforced concrete flat slabs, School of the Environment, Polytechnic of Central London, setembro, 1980.

REGAN, P.E., 2015. Correspondência direta com o autor.

REGAN, P.E.; SAMADIAN, F., Shear reinforcement against punching in reinforced concrete flat slabs. The Structural Engineer, Vol 79, No. 10, 2001.

SEIBLE, F.; GHALI, A.; DILGER, W. H., Preassembled Shear Reinforcing Units for Flat Plates, ACI Structural Journal, Vol.77, No.5, janeiro a fevereiro de 1980, pp.28-35.

STALLER, M.; BEUTEU, R., Punching of Structural Concrete Slabs, Relatório técnico, CEB/fibTask Group "Utilisation of concrete tension in design", fib - Fédération Internationale du Béton, 2001, pp 111-121.

TALBOT, A. N. (1913). Reinforced concrete wall footings and column footings. Engineering experiment station, university of Illinois, Urbana, Bulletin no 67.

TOLF, P., Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning, forsook med cirkulära plattor, meddelande Nr.146, Institutionen fbr Byggnadsstatik, KTH, Estocolmo, 1988.

VAN DER VOET, A. F.; DILGER, W. H.; GHALI, A, Concrete flat plates with wellanchored shear reinforcement elements, Canadian Journal of Civil Engineering, V9 No 1, pp 107-114, 1982.

VAZ RODRIGUES, R., Shear strength of reinforced concrete bridge deck slabs. Tese de doutorado apresentada ao Programme Doctoral en Structures, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 2007.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P., The modified compression field theory for reinforced concrete elements subject to shear, ACI Structural Journal, Vol.83, No.22, março a abril de 1980, pp.219-231.

WOOD, J. G. M., Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997. Structural Studies & Design Ltd, Chiddingfold, Reino Unido, 2001

YAMADA, T., NANNI, A. AND ENDO, K., Punching shear resistance of flat slabs: influence of reinforcement type and ratio, ACI Structural Journal, Vol.88, No.4, setembro a outubro 1992, pp.555-564.

7 Anexos

A Banco de dados

Tabela 7-1 – Legendas para a simbologia do modo de ruptura

Símbolo	Descrição
Pc	Punção em lajes sem armadura de cisalhamento
Pi	Punção dentro da região das armaduras ed cisalhamento
Po	Punção fora da região das armaduras ed cisalhamento
Pi/o	Combinação: punção dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento
Pm	Punção na resistência máxima à punção
F	Flexão
F-Pc	Combinação: flexão + punção em laje sem armadura de cisalhamento
F-Pi	Combinação: flexão + punção dentro da região das armaduras de cisalhamento
F-Po	Combinação: flexão + punção fora da região das armaduras de cisalhamento

Tabela 7-2 – Legenda para a simbologia dos dados das lajes

Símbolo	Significado
i	Não informado pelo autor
ii	Informação não localizada
iii	Adotado como igual à taxa geométrica de armadura de flexão equivalente a $(\rho_x + \rho_y)0,5$
iv	Informações disponíveis insuficientes para o cálculo
v	De acordo com KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) apud REGAN (2000), não foi observada claramente uma superfície de ruptura específica. Em um corte longitudinal, a superfície de ruptura foi em uma região entre o perímetro de estribos externos e a carga, enquanto em um corte longitudinal, ela interceptou apenas a segunda camada de estribos, perto da carga
vi	A distribuição da armadura de cisalhamento torna improvável uma superfície de ruptura fora da região armada ao cisalhamento
vii	O tipo de carregamento tende a produzir uma ruptura por cisalhamento unidirecional fora da região armada ao cisalhamento

A.1 Informações gerais

Tabela 7-3 – Informações gerais sobre as lajes analisadas

Autor	Laje	h (mm)	C (mm)	d (mm)	ρ (%)	f_y (MPa)	f_c (MPa)	Tipo de estribo		Δ_w (mm)	α (°)	f_{ysw} (MPa)	$n\phi_w$			V_{flex} (kN)		V_{exp} (kN)	M. R.
								Anc.	Geom.				EC2	ACI	MC10	I	II		
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	200	300S	167	1,34	811	21,6	-	-	-	-	-	-	-	-	2469,4	2476,2	441	Pc
	T2	200	300S	167	1,34	811	23,4	3	3	10	90	361	40	16	16	2582,4	2569,8	600	Pi
	T3	200	300S	167	1,34	811	23,7	3	3	10	90	361	48	30	22	2600,9	2584,8	727	Pi
	T4	200	300S	167	1,34	811	24,4	3	3	13	90	331	40	18	18	2643,9	2619,4	697	Pi
	T5	200	300S	167	1,34	811	22,7	3	3	13	90	331	48	20	20	2538,8	2534,1	762	Pi
	T6	200	300S	167	1,34	811	24,3	3	3	16	90	367	40	18	18	2637,8	2614,5	735	Pi
	K1	200	300S	167	1,06	568	26	-	-	-	-	-	-	-	-	1510,6	1556,3	658	Pc
	K2	200	300S	167	1,06	568	27,2	1	1	6	90	347	44	28	12	1516,7	1563,7	950	Pi
	K3	200	300S	167	1,06	568	25,9	1	1	6	90	347	84	56	24	1510,1	1555,6	1183	Pi
	K4	200	300S	167	1,06	568	27,4	1	1	10	90	317	44	28	12	1517,8	1564,9	1153	Pi
	K5	200	300S	167	1,06	568	26	1	1	10	90	317	84	56	24	1510,6	1556,3	1440	F
K6	200	300S	167	1,06	568	26,4	1	1	13	90	330	44	28	12	1512,6	1558,8	1274	F	
K7	200	300S	167	1,06	568	27,8	1	1	13	90	330	84	56	24	1519,8	1567,3	1498	F	
Chana e Desai (1992)	1	240	300S	200	0,79	520	32,24	-	-	-	-	-	-	-	-	1217,1	1219,6	805	Pc
	2	240	300S	200	0,79	520	35,52	1	1	8	90	520	20	12	12	1226,9	1229,1	1094	Pi
	3	240	300S	200	0,79	520	32,88	1	1	8	90	520	20	12	12	1219,1	1221,6	1139	Pi
	4	240	300S	200	0,79	520	36,32	1	1	8	90	520	44	24	24	1229,1	1231,2	1302	Pi
	5	250	400S	210	0,87	520	30,64	1	1	10	90	520	24	12	12	1284,0	1296,2	1382	Pi
	6	250	400S	210	0,87	520	34,72	1	1	10	90	520	16	20	20	1348,7	1351,7	1283	Pi
	7	250	400S	210	0,87	520	32,32	1	1	10	90	520	32	32	32	1293,9	1305,3	1492	Pi
	8	250	400S	210	0,87	520	31,76	1	1	8	90	520	24	12	12	1290,7	1302,3	1324	Pi
	9	228	300S	188	0,87	520	34	1	1	8	90	520	44	20	20	1346,3	1349,3	1135	Pi
Chana e Desai (1993)	FPS1	250	400S	210	0,86	520	21,44	-	-	-	-	-	-	-	-	1201,6	1226,5	1225	Pc
	FPS2	250	400S	210	0,86	520	27,44	1	1	10	90	460	20	12	12	1273,9	1286,7	1510	Pi
	FPS3	250	400S	210	0,86	520	27,2	1	1	8	90	460	16	8	8	1271,2	1284,5	1773	Pi
	FPS4	250	400S	210	0,86	520	30,72	1	1	10	90	460	36	16	16	1361,1	1350,9	2028	Pi
	FPS5	250	400S	210	0,86	520	25,84	1	1	10	90	460	44	20	20	1255,1	1271,4	1940	Pi
Regan (1980)	1	160	240S	128	1,30	518	35,2	-	-	-	-	-	-	-	-	781,8	784,4	564	Pc
	2	160	240S	128	1,30	518	26,72	1	1	6	90	740	22	16	12	741,0	745,1	617	Pi
	3	160	240S	128	1,30	518	28	1	1	8	90	510	22	16	12	745,3	749,4	750	Pi
	4	160	240S	128	1,30	518	32,8	1	1	8	90	510	28	12	12	766,7	770,2	696	Po
Regan e Samadian (2001)	S1	200	200S	160	1,10	540	39,84	1	1	6	90	635	36	24	24	1056,8	1072,3	900	Pi
	S2	200	200S	160	1,10	540	44,08	1	1	8	90	350	36	24	24	1196,5	1189,4	950	Pi
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	130	120S	93	1,47	695	60,9	-	-	-	-	-	-	-	-	482,3	485,1	270	Pc
	2	130	120S	97	1,41	695	62,9	-	-	-	-	-	-	-	-	484,8	487,3	335	Pc
	6I	130	120S	100	1,37	757	62,4	1	5	5	57	900	16	16	16	518,7	522,3	410	Pi/o
	7I	130	120S	100	1,37	757	60	1	5	6,3	57	643	16	16	16	516,0	519,7	490	Po
	8I	130	120S	100	1,37	757	62,6	1	5	6,3	57	643	16	16	16	518,9	522,5	540	Po
	9I	130	120S	100	1,37	757	60	1	5	6,3	57	643	16	16	16	516,0	519,7	560	Po
	10I	130	120S	105	1,30	757	61	1	5	6,3	57	643	24	24	16	517,1	520,8	520	Pi
	11I	130	120S	102	1,34	757	62,1	1	5	6,3	57	643	24	24	16	518,3	521,9	551	Pi
	3V	130	120S	105	1,30	1000	63	1	2	5	90	900	16	8	8	685,4	687,6	386	Pi
	4V	130	120S	103	1,32	1000	66,4	1	2	6,3	90	643	16	8	8	688,2	690,5	377	Po
	5V	130	120S	103	1,32	1000	61,5	1	2	6,3	90	643	16	8	8	684,1	686,1	423	Pi/o
Narasimhan (1971)	L2	178	305S	143	1,11	398	27,36	1	5	ii	45	309	24	24	24	iv	iv	870	ii
	L7	178	305S	143	1,11	398	35,52	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	690	ii
	L9	178	305S	143	1,11	398	33,12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	590	ii

Tabela 7-4 - Informações gerais sobre as lajes analisadas (continuação)

Autor	Laje	h (mm)	C (mm)	d (mm)	ρ (%)	f_y (MPa)	f_c (MPa)	Tipo de estribo		ϕ_w (mm)	α (°)	f_{ysw} (MPa)	$n\phi_w$			V_{flex} (kN)		V_{exp} (kN)	M. R.	
								Anc.	Geom.				EC2	ACI	MC10	I	II			
Broms (1990)	1	180	250S	150	0,96	681	24	-	-	-	-	-	-	-	-	962,2	966,4	475	Pc	
	2	180	250S	150	0,65	681	27,2	2	4	8	90	471	54	48	30	649,0	659,6	523	Pi	
	3	180	250S	150	0,91	681	26,4	2	4	8	90	471	71	48	30	935,6	938,9	558	Po	
	4	180	250S	150	0,56	656	16,8	2	4	6	90	442	104	66	52	562,1	564,0	415	Pi	
	5	180	250S	150,5	0,33	670	19,2	2	4	6	90	442	104	66	52	377,2	377,8	434	Pi	
Nylander e Sundquist (1972)	B1	120	120C	96	0,80	720	25,12	-	-	-	-	-	-	-	-	ii	ii	181	ii	
	B2	120	120C	101	0,53	720	25,04	-	-	-	-	-	-	-	-	ii	ii	180	ii	
	B3	120	120C	96	0,80	720	21,6	2	ii	6	90	495	ii	ii	ii	ii	ii	236	ii	
	B4	120	120C	100	0,53	720	25,76	2	ii	6	90	501	ii	ii	ii	ii	ii	ii	188	ii
	C1	240	240C	201	0,79	720	23,52	-	-	-	-	-	-	-	-	ii	ii	648	ii	
	C2	240	240C	201	0,56	720	23,2	-	-	-	-	-	-	-	-	ii	ii	547	ii	
	C3	240	240C	201	0,79	720	20,4	2	ii	12	90	466	ii	ii	ii	ii	ii	ii	833	ii
	C4	240	240C	201	0,56	720	22,16	2	ii	12	90	461	ii	ii	ii	ii	ii	ii	770	ii
Nilsson (1983)	1	150	250C	129	0,46	740	30,48	2	3	6	90	400	56	56	48	iv	iv	445	Pi	
	2	150	250C	129	0,46	682	33,2	2	3	6	90	400	56	56	48	iv	iv	448	Pi	
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	730	800C	619	0,57	500	30,56	-	-	-	-	-	-	-	-	iv	9445,4	4915	Pc	
	S2	730	800C	678	0,52	500	27,68	2	3	12	90	428	184	72	52	iv	10335,2	8320	Pi	
	S3	730	800C	671	0,53	500	27,28	2	3	12	90	425	184	72	52	iv	10341,9	8069	v	
Tolf (1988)	S1.1	125	240C	100	1,14	706	28,56	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	216	Pc	
	S1.2	125	240C	99	1,16	701	22,88	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	194	Pc	
	S1.1s	215	240C	97	1,20	706	24,72	2	2	5	90	610	16	16	16	iv	iv	261	Po	
	S1.2s	215	240C	99	1,16	711	23,92	2	2	5	90	630	16	16	16	iv	iv	259	Po	
	S2.1	250	240C	200	0,66	657	24,24	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	603	Pc	
	S2.2	250	240C	199	0,67	670	30,88	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	600	Pc	
	S2.1s	250	240C	195	0,69	669	24,88	2	2	10	90	700	32	16	16	iv	iv	894	Po	
	S2.2s	250	240C	195	0,69	673	31,6	2	2	10	90	640	32	16	16	iv	iv	851	Po	
	S1.3	125	240C	98	0,49	720	26,56	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	145	F-Pc	
	S1.4	125	240C	99	0,48	712	25,12	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	148	F-Pc	
	S1.3s	125	240C	100	0,47	709	23,2	2	2	5	90	620	8	8	8	iv	iv	144	F	
	S1.4s	125	240C	99	0,48	710	23,12	2	2	5	90	620	8	8	8	iv	iv	147	F	
	S2.3	250	240C	200	0,28	668	25,36	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	489	Pc	
	S2.4	250	240C	197	0,28	664	24,16	-	-	-	-	-	-	-	0	iv	iv	444	Pc	
	S2.3s	250	240C	198	0,28	671	24,72	2	2	10	90	670	16	8	8	iv	iv	562	ii	
S2.4s	250	240C	198	0,28	669	25,28	2	2	10	90	670	16	8	8	iv	iv	542	ii		
Andersson (1963)	66	150	150C	119	0,97	453	26,8	2	4	6	90	300	32	13	13	350,8	354,1	292	F-Po	
	67	150	150C	121	0,97	449	27,36	2	4	6	90	300	32	13	13	349,9	353,1	294	F-Po	
	82	150	300C	120	1,33	457	27,12	2	4	6	90	300	46	20	20	560,1	562,3	459	F-Po	
	83	150	300C	119	1,33	457	23,44	2	4	6	90	300	46	20	20	546,7	549,3	459	F-Po	
Chana (1993)	1	228	300S	183	0,86	520	34,48	-	3	-	-	-	-	-	1111,1	1113,6	851	Pc		
	2	228	300S	183	0,86	520	32,96	2	3	8	90	520	72	20	20	1103,4	1106,7	981	Po	
	3	228	300S	183	0,86	520	35,28	2	3	8	90	520	72	20	20	1174,3	1165,9	1286	Po	
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	175	200S	139	0,68	500	25,84	-	-	-	-	-	-	-	-	534,9	526,8	454	Pc	
	PSSB	175	200S	139	0,68	500	31,2	3	6	5,086474963	43	1100	32	16	16	579,6	565,6	560	F	
	PSSC	175	200S	139	0,68	500	32,96	3	6	5,086474963	43	1100	32	16	16	559,3	548,6	560	F	
	PSSD	175	200S	139	0,68	500	33,76	3	4	5,086474963	90	1100	88	56	44	564,0	552,7	560	F-Po	
	PSSE	175	200S	139	0,68	500	34,72	3	4	5,086474963	90	1100	16	8	8	569,5	557,4	573	F-Pi	
	PSSF	175	200S	139	0,68	500	34,72	3	4	5,086474963	90	1100	32	12	12	569,5	557,4	598	F-Pi	
	PSSG	175	200S	139	0,68	500	30,4	3	4	5,086474963	90	1100	32	12	12	573,3	560,1	590	F-Pi	

A.2 Perímetros de controle

Tabela 7-5 – Perímetros de controle

Autor	Laje	NBR			EC2			ACI		MC10		
		u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	3299	-	-	3299	-	-	1868	-	1725	-	-
	T2	3299	vi	vi	3299	vi	vi	1868	vi	1725	vi	vi
	T3	3299	vi	vi	3299	vi	vi	1868	vi	1725	vi	vi
	T4	3299	vi	vi	3299	vi	vi	1868	vi	1725	vi	vi
	T5	3299	vi	vi	3299	vi	vi	1868	vi	1725	vi	vi
	T6	3299	vi	vi	3299	vi	vi	1868	vi	1725	vi	vi
	K1	3261	-	-	3261	-	-	1856	-	1715	-	-
	K2	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
	K3	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
	K4	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
	K5	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
	K6	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
	K7	3261	vi	vi	3261	vi	vi	1856	vi	1715	vi	vi
Chana e Desai (1992)	1	3713	-	-	3713	-	-	2000	-	1828	-	-
	2	3713	5088	5088	3713	4460	4460	2000	3238	1828	3203	3203
	3	3713	5088	5088	3713	4460	4460	2000	3238	1828	3203	3203
	4	3713	5401	5401	3713	4773	4773	2000	3550	1828	3516	3516
	5	4239	5552	5552	4239	4893	4893	2440	3609	2260	3573	3573
	6	4239	5295	5295	4239	4635	4635	2440	3351	2260	3315	3315
	7	4239	4530	4530	4239	3870	3870	2440	2587	2260	2551	2551
	8	4239	5552	5552	4239	4893	4893	2440	3609	2260	3573	3573
	9	3562	5185	5185	3562	4594	4594	1952	3445	1791	3413	3413
Chana e Desai (1993)	FPS1	4239	-	-	4239	-	-	2440	-	2260	-	-
	FPS2	4239	5616	5552	4239	4957	4892	2440	3673	2260	3637	3637
	FPS3	4239	5616	5552	4239	4957	4892	2440	3673	2260	3637	3637
	FPS4	4239	5978	5978	4239	5318	5318	2440	4035	2260	3998	3998
	FPS5	4239	6029	6029	4239	5370	5370	2440	4056	2260	4050	4050
Regan (1980)	1	2568	-	-	2568	-	-	1472	-	1362	-	-
	2	2568	4033	4033	2568	4038	4038	1472	2848	1362	2826	2826
	3	2568	4033	4033	2568	4038	4038	1472	2848	1362	2826	2826
	4	2568	4297	3570	2568	3895	3167	1472	3113	1362	3090	2875
Regran e Samadian (2001)	S1	2811	5666	5666	2811	5091	5091	1440	3951	1303	3941	3941
	S2	2811	5666	5666	2811	5091	5091	1440	3951	1303	3941	3941
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	1649	-	-	1649	-	-	852	-	772	-	-
	2	1699	-	-	1699	-	-	868	-	785	-	-
	6I	1737	2303	2303	1737	1988	1988	880	1378	794	1360	1360
	7I	1737	2303	2303	1737	1988	1988	880	1378	794	1360	1360
	8I	1737	2745	2745	1737	2431	2431	880	1820	794	1802	1802
	9I	1737	3196	2456	1737	2881	2142	880	2178	794	2253	1914
	10I	1799	3306	3306	1799	2976	2976	900	2336	810	2317	2317
	11I	1762	3526	3526	1762	3206	3206	888	2583	800	2565	2565
	3V	1799	2489	2489	1799	2159	2159	900	1517	810	1499	1499
	4V	1774	2464	2464	1774	2140	2140	892	1511	804	1493	1493
	5V	1774	2907	2561	1774	2583	2237	892	1954	804	1936	1936
Narasimhan (1971)	L2	3017	3899	3899	3017	3450	3450	1792	2576	1669	2551	2551
	L7	3017	-	-	3017	-	-	1792	-	1669	-	-
	L9	3017	-	-	3017	-	-	1792	-	1669	-	-

Tabela 7-6 – Perímetros de controle (continuação)

Autor	Laje	NBR			EC2			ACI		MC10		
		u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u ₁ (mm)	u _{out} (mm)	u _{out,ef} (mm)
Broms (1990)	1	2885	-	-	2885	-	-	1600	-	1471	-	-
	2	2885	7443	3805	2885	6972	3334	1600	6055	1471	6029	2991
	3	2885	7443	3805	2885	6972	3334	1600	6055	1471	6029	2991
	4	2885	4930	4930	2885	4459	4459	1600	3535	1471	3516	3516
	5	2885	4930	4930	2885	4459	4459	1600	3535	1471	3516	3516
Nylander e Sundquist (1972)	B1	1583	-	-	1583	-	-	679	-	679	-	-
	B2	1646	-	-	1646	-	-	694	-	694	-	-
	B3	1583	ii	ii	1583	ii	ii	679	ii	679	ii	ii
	B4	1634	ii	ii	1634	ii	ii	691	ii	691	ii	ii
	C1	3280	-	-	3280	-	-	1385	-	1385	-	-
	C2	3280	-	-	3280	-	-	1385	-	1385	-	-
	C3	3280	ii	ii	3280	ii	ii	1385	ii	1385	ii	ii
C4	3280	ii	ii	3280	ii	ii	1385	ii	1385	ii	ii	
Nilsson (1983)	1	2406	3237	3237	2406	2832	2832	1191	2044	1191	2021	2021
	2	2406	3237	3237	2406	2832	2832	1191	2044	1191	2021	2021
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	10292	-	-	10292	-	-	4458	-	4458	-	-
	S2	11033	vii	vii	11033	vii	vii	4643	vii	4643	vii	vii
	S3	10945	vii	vii	10945	vii	vii	4621	vii	4621	vii	vii
Tolf (1988)	S1.1	2011	-	-	2011	-	-	1068	-	1068	-	-
	S1.2	1998	-	-	1998	-	-	1065	-	1065	-	-
	S1.1s	1973	3546	3546	1973	3241	3241	1059	2632	1059	2632	2632
	S1.2s	1998	3595	3595	1998	3284	3284	1065	2662	1065	2662	2662
	S2.1	3267	-	-	3267	-	-	1382	-	1382	-	-
	S2.2	3255	-	-	3255	-	-	1379	-	1379	-	-
	S2.1s	3204	4778	4778	3204	4165	4165	1367	2940	1367	2940	2940
	S2.2s	3204	4778	4778	3204	4165	4165	1367	2940	1367	2940	2940
	S1.3	1985	-	-	1985	-	-	1062	-	1062	-	-
	S1.4	1998	-	-	1998	-	-	1065	-	1065	-	-
	S1.3s	2011	3539	2888	2011	3225	2573	1068	2614	1068	2597	2347
	S1.4s	1998	3527	2867	1998	3216	2556	1065	2611	1065	2594	2330
	S2.3	3267	-	-	3267	-	-	1382	-	1382	-	-
	S2.4	3230	-	-	3230	-	-	1373	-	1373	-	-
	S2.3s	3242	4771	4771	3242	4149	4149	1376	2939	1376	2905	2905
S2.4s	3242	4771	4771	3242	4149	4149	1376	2939	1376	2905	2905	
Andersson (1963)	66	1967	2752	2752	1967	2378	2378	845	1631	845	1631	1631
	67	1992	2777	2777	1992	2397	2397	851	1637	851	1637	1637
	82	2450	3236	3236	2450	2859	2859	1319	2105	1319	2105	2105
	83	2438	3223	3223	2438	2849	2849	1316	2102	1316	2102	2102
Chana (1993)	1	3500	-	-	3500	-	-	1932	-	1775	-	-
	2	3500	6458	6458	3500	5798	5798	1932	4495	1775	4479	4479
	3	3500	6458	6458	3500	5798	5798	1932	4495	1775	4479	4479
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	2547	-	-	2547	-	-	1356	-	1237	-	-
	PSSB	2547	6021	3299	2547	5584	2862	1356	4734	1237	4711	2545
	PSSC	2547	6021	3299	2547	5584	2862	1356	4734	1237	4711	2545
	PSSD	2547	4452	4352	2547	4015	3910	1356	3163	1237	3142	3142
	PSSE	2547	6107	3259	2547	5670	2827	1356	4820	1237	4797	2505
	PSSF	2547	4736	4736	2547	4299	4299	1356	3992	1237	3968	3968
	PSSG	2547	vi	vi	2547	vi	vi	1356	vi	1237	vi	vi

A.3 Análise de normas

A.3.1 ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)

Tabela 7-7 – Resistências previstas pela NBR 6118 (ABNT, 2014)

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, NBR} (kN)	M. R. NBR	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp} V _{c, Exp}	V _{exp} / V _{R, NBR}		
												Valor	Média	C. V.
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	626,5	-	-	-	1281,3	626,5	Pc	441	Pc	-	0,70	0,73	28,1%
	T2	643,5	1071,3	1566,8	vi	1377,1	1377,1	Pm	600	Pi	1,36	0,44		
	T3	646,2	1285,5	1783,1	vi	1393,0	1393,0	Pm	727	Pi	1,65	0,52		
	T4	652,5	1757,4	2259,8	vi	1429,7	1429,7	Pm	697	Pi	1,58	0,49		
	T5	637,0	2108,9	2599,3	vi	1340,1	1340,1	Pm	762	Pi	1,73	0,57		
	T6	651,6	2742,5	3244,2	vi	1424,4	1424,4	Pm	735	Pi	1,67	0,52		
	K1	699,2	-	-	-	1485,4	699,2	Pc	658	Pc	-	0,94		
	K2	709,8	424,2	970,7	vi	1545,7	970,7	Pi	950	Pi	1,44	0,98		
	K3	698,3	809,9	1347,6	vi	1480,4	1347,6	Pi	1183	Pi	1,80	0,88		
	K4	711,5	1095,5	1643,3	vi	1555,6	1555,6	FI	1153	Pi	1,75	0,74		
	K5	699,2	2091,4	2629,7	vi	1485,4	1485,4	Pm	1440	F	2,19	0,97		
	K6	702,7	1927,3	2468,4	vi	1505,6	1505,6	Pm	1274	F	1,94	0,85		
	K7	714,9	3679,3	4229,8	vi	1575,5	1575,5	F	1498	F	2,28	0,95		
Chana e Desai (1992)	1	795,4	-	-	-	2183,7	795,4	Pc	805	Pc	-	1,01	1,11	11,7%
	2	821,5	385,4	1018,0	1125,7	2369,6	1018,0	Pi	1094	Pi	1,36	1,07		
	3	800,6	385,4	1001,9	1097,1	2220,5	1001,9	Pi	1139	Pi	1,41	1,14		
	4	827,6	848,0	1485,2	1203,7	2413,9	1203,7	Po	1302	Pi	1,62	1,08		
	5	952,6	742,7	1476,2	1247,8	2926,8	1247,8	Po	1382	Pi	1,72	1,11		
	6	993,1	495,1	1259,8	1240,5	3254,8	1240,5	Po	1283	Pi	1,59	1,03		
	7	969,7	990,2	1736,9	1036,2	3063,6	1036,2	Po	1492	Pi	1,85	1,44		
	8	964,1	475,3	1217,6	1262,8	3018,3	1217,6	Pi	1324	Pi	1,64	1,09		
	9	762,9	819,8	1407,2	1110,2	2147,2	1110,2	Po	1135	Pi	1,41	1,02		
Chana e Desai (1993)	FPS1	845,7	-	-	-	2133,9	845,7	Pc	1225	Pc	-	1,45	1,49	11,5%
	FPS2	918,2	618,9	1325,9	1202,7	2659,3	1202,7	Po	1510	Pi	1,23	1,26		
	FPS3	915,5	316,9	1021,8	1199,2	2638,9	1021,8	Pi	1773	Pi	1,45	1,74		
	FPS4	953,4	1114,0	1848,1	1344,5	2933,4	1344,5	Po	2028	Pi	1,66	1,51		
	FPS5	900,0	1361,6	2054,6	1280,1	2522,3	1280,1	F	1940	Pi	1,58	1,52		
Regan (1980)	1	482,8	-	-	-	1204,1	482,8	Pc	564	Pc	-	1,17	1,13	4,7%
	2	440,4	185,7	524,8	691,4	950,1	524,8	Pi	617	Pi	1,09	1,18		
	3	447,3	330,2	674,6	702,3	989,9	674,6	Pi	750	Pi	1,33	1,11		
	4	471,5	420,3	783,4	655,3	1134,5	655,3	Po	696	Po	1,23	1,06		
Regan e Samadian (2001)	S1	698,2	347,1	884,7	1407,5	1388,9	884,7	Pi	900	Pi	-	1,02	0,91	16,1%
	S2	722,1	617,1	1173,1	1455,8	1505,8	1173,1	Pi	950	Pi	-	0,81		
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	310,0	-	-	-	666,3	310,0	Pc	270	Pc	-	0,87	1,16	17,0%
	2	328,9	-	-	-	710,1	328,9	Pc	335	Pc	-	1,02		
	6I	338,6	75,9	336,6	448,9	728,2	338,6	Pi	410	Pi/o	1,36	1,21		
	7I	334,2	120,5	377,8	443,1	709,2	377,8	Pi	490	Po	1,62	1,30		
	8I	338,9	120,5	381,5	535,7	729,8	381,5	Pi	540	Po	1,79	1,42		
	9I	334,2	120,5	377,8	472,7	709,2	377,8	Pi	560	Po	1,85	1,48		
	10I	342,4	180,7	444,3	629,1	753,1	444,3	Pi	520	Pi	1,72	1,17		
	11I	339,3	180,7	442,0	679,0	740,4	442,0	Pi	551	Pi	1,82	1,25		
	3V	346,1	90,5	357,0	478,7	769,5	357,0	Pi	386	Pi	1,28	1,08		
	4V	351,8	143,6	414,6	488,5	781,1	414,6	Pi	377	Po	1,25	0,91		
	5V	343,0	143,6	407,7	495,0	742,8	407,7	Pi	423	Pi/o	1,40	1,04		
Narasimhan (1971)	L2	534,7	371,7	783,4	691,0	1377,3	691,0	Po	870	ii	1,36	1,26	1,16	9,8%
	L7	583,3	-	-	-	1722,5	583,3	Pc	690	ii	-	1,18		
	L9	569,9	-	-	-	1624,1	569,9	Pc	590	ii	-	1,04		

Tabela 7-8 – Resistências previstas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) – continuação

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, NBR} (kN)	M. R. NBR	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp/ V_{c, Exp}}	V _{exp} / V _{R,NBR}		
												Valor	Média	C. V.
Broms (1990)	1	479,5	-	-	-	1054,4	479,5	Pc	475	Pc	-	0,99	0,81	19,3 %
	2	437,5	868,0	1204,9	577,0	1178,1	577,0	Po	523	Pi	1,10	0,91		
	3	495,0	1141,3	1522,5	652,8	1147,6	652,8	Po	558	Po	1,17	0,85		
	4	362,5	940,4	1219,5	619,4	761,6	619,4	F	415	Pi	0,87	0,67		
	5	405,4	940,4	1252,5	692,8	861,5	692,8	F	434	Pi	0,91	0,63		
Nylander e Sundquist (1972)	B1	183,8	-	-	-	265,0	183,8	Pc	181	ii	-	0,98	1,01	3,3%
	B2	172,5	-	-	-	278,0	172,5	Pc	180	ii	-	1,04		
	B3	174,8	iv	iv	iv	231,4	iv	iv	236	ii	1,30	iv		
	B4	171,6	iv	iv	iv	282,2	iv	iv	188	ii	1,04	iv		
	C1	634,8	-	-	-	1046,2	634,8	Pc	648	ii	-	1,02		
	C2	563,4	-	-	-	1033,5	563,4	Pc	547	ii	-	0,97		
	C3	605,4	iv	iv	iv	920,0	iv	iv	833	ii	1,29	iv		
Nilsson (1983)	1	339,7	456,0	717,6	456,9	878,6	456,9	Po	445	Pi	-	0,97	0,96	1,5%
	2	349,5	456,0	725,1	470,2	945,1	470,2	Po	448	Pi	-	0,95		
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	4714,1	-	-	-	13520,9	4714,1	Pc	4915	Pc	-	1,04	0,77	29,9 %
	S2	5110,5	8906,6	12841,7	vii	13590,0	12841,7	Pi	8320	Pi	1,69	0,65		
	S3	5034,1	8844,2	12720,5	vii	13279,2	12720,5	Pi	8069	v	1,64	0,63		
Tolf (1988)	S1.1	250,7	-	-	-	618,0	250,7	Pc	216	Pc	-	0,86	0,87	7,7%
	S1.2	230,7	-	-	-	502,7	230,7	Pc	194	Pc	-	0,84		
	S1.1s	231,3	112,1	290,2	415,8	527,8	290,2	Pi	261	Po	1,27	0,90		
	S1.2s	234,1	112,1	292,4	421,3	523,1	292,4	Pi	259	Po	1,26	0,89		
	S2.1	639,0	-	-	-	1069,5	639,0	Pc	603	Pc	-	0,94		
	S2.2	687,5	-	-	-	1315,8	687,5	Pc	600	Pc	-	0,87		
	S2.1s	625,5	990,2	1471,8	932,6	1067,2	932,6	Po	894	Po	1,49	0,96		
	S2.2s	677,3	990,2	1511,8	1010,0	1315,0	1010,0	Po	851	Po	1,41	0,84		
	S1.3	180,8	-	-	-	568,3	180,8	Pc	145	F-Pc	-	0,80		
	S1.4	178,2	-	-	-	546,5	178,2	Pc	148	F-Pc	-	0,83		
	S1.3s	175,9	45,2	180,7	252,6	514,2	180,7	Pi	144	F	0,98	0,80		
	S1.4s	173,3	45,2	178,7	248,7	507,4	178,7	Pi	147	F	1,00	0,82		
	S2.3	487,7	-	-	-	1113,4	487,7	Pc	489	Pc	-	1,00		
	S2.4	473,6	-	-	-	1050,3	473,6	Pc	444	Pc	-	0,94		
	S2.3s	476,3	495,1	861,9	700,8	1077,5	700,8	Po	562	ii	1,20	0,80		
S2.4s	479,9	495,1	864,6	706,1	1099,1	706,1	Po	542	ii	1,16	0,77			
Andersson (1963)	66	269,4	260,6	468,0	377,0	434,7	377,0	F	292	F-Po	-	0,77	0,86	12,3 %
	67	276,9	260,6	473,8	386,1	450,1	386,1	F	294	F-Po	-	0,76		
	82	377,9	374,6	665,6	499,1	886,0	499,1	Po	459	F-Po	-	0,92		
	83	357,1	374,6	649,6	472,2	771,9	472,2	Po	459	F-Po	-	0,97		
Chana (1993)	1	737,9	-	-	-	2114,9	737,9	Pc	851	Pc	-	1,15	0,94	22,4 %
	2	726,9	1341,5	1901,3	1341,5	2035,9	1341,5	F	981	Po	1,15	0,73		
	3	743,6	1341,5	1914,1	1372,2	2155,9	1372,2	F	1286	Po	1,51	0,94		
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	375,5	-	-	-	834,8	375,5	Pc	454	Pc	-	1,21	1,17	15,1 %
	PSSB	399,8	139,5	447,3	518,0	983,8	447,3	Pi	560	F	1,23	1,25		
	PSSC	407,2	139,5	453,0	527,5	1030,9	453,0	Pi	560	F	1,23	1,24		
	PSSD	410,5	562,4	878,5	700,7	1052,1	700,7	F	560	F-Po	1,23	0,80		
	PSSSE	414,3	102,3	421,3	530,2	1077,2	421,3	Pi	573	F-Pi	1,26	1,36		
	PSSSF	414,3	204,5	523,5	770,5	1077,2	523,5	Pi	598	F-Pi	1,32	1,14		
	PSSSG	396,4	204,5	509,7	-	962,1	509,7	Pi	590	F-Pi	1,30	1,16		

A.3.2 Eurocode 2 (CEN, 2010)

Tabela 7-9 – Resistências previstas pelo Eurocode 2

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, EC2}	M. R. EC2	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp} / V _{c, Exp}	V _{exp} / V _{R, EC2}		
												Valor	Média	C. V.
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	591,7	-	-	-	949,1	591,7	Pc	441	Pc	-	0,75	0,92	26,4%
	T2	607,7	1134,1	1589,9	vi	1020,1	1020,1	Pm	600	Pi	1,36	0,59		
	T3	610,3	1360,9	1818,7	vi	1031,8	1031,8	Pm	727	Pi	1,65	0,70		
	T4	616,3	1757,4	2219,6	vi	1059,0	1059,0	Pm	697	Pi	1,58	0,66		
	T5	601,6	2108,9	2560,1	vi	992,6	992,6	Pm	762	Pi	1,73	0,77		
	T6	615,4	2951,6	3413,2	vi	1055,1	1055,1	Pm	735	Pi	1,67	0,70		
	K1	657,2	-	-	-	1100,3	657,2	Pc	658	Pc	-	1,00		
	K2	667,2	431,7	932,1	vi	1144,9	932,1	Pi	950	Pi	1,44	1,02		
	K3	656,4	824,1	1316,4	vi	1096,6	1096,6	Pm	1183	Pi	1,80	1,08		
	K4	668,8	1095,5	1597,1	vi	1152,3	1152,3	Pm	1153	Pi	1,75	1,00		
	K5	657,2	2091,4	2584,3	vi	1100,3	1100,3	Pm	1440	F	2,19	1,31		
	K6	660,6	1927,3	2422,7	vi	1115,2	1115,2	Pm	1274	F	1,94	1,14		
	K7	672,0	3679,3	4183,4	vi	1167,0	1167,0	Pm	1498	F	2,28	1,28		
Chana e Desai (1992)	1	786,6	-	-	-	1617,5	786,6	Pc	805	Pc	-	1,02	1,24	15,3%
	2	812,4	399,6	1008,9	975,8	1755,3	975,8	Po	1094	Pi	1,36	1,12		
	3	791,8	399,6	993,4	951,0	1644,8	951,0	Po	1139	Pi	1,41	1,20		
	4	818,5	879,0	1492,9	1052,0	1788,1	1052,0	Po	1302	Pi	1,62	1,24		
	5	942,1	755,4	1462,0	1087,4	2168,0	1087,4	Po	1382	Pi	1,72	1,27		
	6	982,2	503,6	1240,3	1074,0	2411,0	1074,0	Po	1283	Pi	1,59	1,19		
	7	959,0	1007,2	1726,5	875,6	2269,3	875,6	Po	1492	Pi	1,85	1,70		
	8	953,5	483,5	1198,6	1100,5	2235,8	1100,5	Po	1324	Pi	1,64	1,20		
	9	742,8	870,2	1427,3	957,9	1590,5	957,9	Po	1135	Pi	1,41	1,18		
Chana e Desai (1993)	FPS1	836,4	-	-	-	1580,6	836,4	Pc	1225	Pc	-	1,46	1,62	9,6%
	FPS2	908,1	629,5	1310,6	1048,1	1969,9	1048,1	Po	1510	Pi	1,23	1,44		
	FPS3	905,5	322,3	1001,4	1045,0	1954,8	1001,4	Pi	1773	Pi	1,45	1,77		
	FPS4	942,9	1133,1	1840,3	1183,0	2172,9	1183,0	Po	2028	Pi	1,66	1,71		
	FPS5	890,1	1384,9	2052,5	1127,5	1868,4	1127,5	Po	1940	Pi	1,58	1,72		
Regan (1980)	1	424,4	-	-	-	891,9	424,4	Pc	564	Pc	-	1,33	1,27	6,9%
	2	387,2	232,4	522,8	608,7	703,8	522,8	Pi	617	Pi	1,09	1,18		
	3	393,2	413,1	708,1	618,2	733,3	618,2	Po	750	Pi	1,33	1,21		
	4	414,5	525,8	836,7	511,2	840,4	511,2	Po	696	Po	1,23	1,36		
Regran e Samadian (2001)	S1	652,0	391,1	880,1	1181,1	1028,8	880,1	Pi	900	Pi	-	1,02	0,94	12,9%
	S2	674,4	633,3	1139,1	1221,6	1115,4	1115,4	Pm	950	Pi	-	0,85		
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	248,6	-	-	-	493,5	248,6	Pc	270	Pc	-	1,09	1,30	15,2%
	2	267,0	-	-	-	526,0	267,0	Pc	335	Pc	-	1,25		
	6I	277,4	96,0	304,0	317,6	539,4	304,0	Pi	410	Pi/o	1,36	1,35		
	7I	273,8	152,4	357,7	313,5	525,3	313,5	Po	490	Po	1,62	1,56		
	8I	277,7	152,4	360,7	388,7	540,6	360,7	Pi	540	Po	1,79	1,50		
	9I	273,8	152,4	357,7	337,7	525,3	337,7	Po	560	Po	1,85	1,66		
	10I	284,5	229,6	443,0	470,6	557,8	443,0	Pi	520	Pi	1,72	1,17		
	11I	279,6	229,0	438,7	508,7	548,4	438,7	Pi	551	Pi	1,82	1,26		
	3V	287,6	115,0	330,7	345,1	570,0	330,7	Pi	386	Pi	1,28	1,17		
	4V	290,8	182,2	400,3	350,7	578,6	350,7	Po	377	Po	1,25	1,07		
5V	283,4	182,2	394,8	357,4	550,2	357,4	Po	423	Pi/o	1,40	1,18			
Narasimhan (1971)	L2	484,6	371,7	735,1	554,1	1020,2	554,1	Po	870	ii	1,36	1,57	1,34	16,1%
	L7	528,6	-	-	-	1275,9	528,6	Pc	690	ii	-	1,31		
	L9	516,4	-	-	-	1203,0	516,4	Pc	590	ii	-	1,14		

Tabela 7-10 – Resistências previstas pelo Eurocode 2 (continuação)

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, EC2}	M. R. EC2	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp/V_{c, Exp}}	V _{exp} / V _{R, EC2}		
												Valor	Média	C. V.
Broms (1990)	1	440,2	-	-	-	781,1	440,2	Pc	475	Pc	-	-	0,94	19,7%
	2	401,6	1033,8	1335,1	464,1	872,7	464,1	Po	523	Pi	1,10	1,13		
	3	454,4	1359,3	1700,1	525,1	850,0	525,1	Po	558	Po	1,17	1,06		
	4	332,7	1120,0	1369,5	514,3	564,2	514,3	Po	415	Pi	0,87	0,81		
	5	372,2	1120,0	1399,1	575,2	638,1	575,2	F	434	Pi	0,91	0,75		
Nylander e Sundquist (1972)	B1	148,8	-	-	-	196,3	148,8	Pc	181	ii	-	1,22	1,13	12,4%
	B2	141,7	-	-	-	205,9	141,7	Pc	180	ii	-	1,27		
	B3	141,5	iv	iv	iv	171,4	iv	iv	236	ii	1,30	iv		
	B4	140,6	iv	iv	iv	209,1	iv	iv	188	ii	1,04	iv		
	C1	627,8	-	-	-	775,0	627,8	Pc	648	ii	-	1,03		
	C2	557,2	-	-	-	765,5	557,2	Pc	547	ii	-	0,98		
	C3	598,7	iv	iv	iv	681,4	iv	iv	833	ii	1,29	iv		
Nilsson (1983)	1	299,3	592,1	816,5	352,2	650,8	352,2	Po	445	Pi	-	1,26	1,25	1,5%
	2	307,9	592,1	823,0	362,4	700,1	362,4	Po	448	Pi	-	1,24		
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	4662,2	-	-	-	10015,5	4662,2	Pc	4915	Pc	-	1,05	0,90	14,8%
	S2	5054,3	8906,6	12697,4	-	10066,7	10066,7	Pm	8320	Pi	1,69	0,83		
	S3	4978,8	8844,2	12578,3	-	9836,4	9836,4	Pm	8069	v	1,64	0,82		
Tolf (1988)	S1.1	205,4	-	-	-	457,8	205,4	Pc	216	Pc	-	1,05	0,98	7,2%
	S1.2	188,4	-	-	-	372,4	188,4	Pc	194	Pc	-	1,03		
	S1.1s	187,8	114,1	255,0	308,6	391,0	255,0	Pi	261	Po	1,27	1,02		
	S1.2s	191,3	114,4	257,8	314,4	387,5	257,8	Pi	259	Po	1,26	1,00		
	S2.1	632,0	-	-	-	792,2	632,0	Pc	603	Pc	-	0,95		
	S2.2	679,1	-	-	-	974,6	679,1	Pc	600	Pc	-	0,88		
	S2.1s	614,7	994,7	1455,7	799,0	790,6	790,6	Pm	894	Po	1,49	1,13		
	S2.2s	665,7	994,7	1494,0	865,3	974,1	865,3	Po	851	Po	1,41	0,98		
	S1.3	147,3	-	-	-	421,0	147,3	Pc	145	F-Pc	-	0,98		
	S1.4	145,6	-	-	-	404,8	145,6	Pc	148	F-Pc	-	1,02		
	S1.3s	144,1	57,2	165,3	184,4	380,9	165,3	Pi	144	F	0,98	0,87		
	S1.4s	141,6	57,2	163,4	181,1	375,9	163,4	Pi	147	F	1,00	0,90		
	S2.3	482,4	-	-	-	824,7	482,4	Pc	489	Pc	-	1,01		
	S2.4	466,6	-	-	-	778,0	466,6	Pc	444	Pc	-	0,95		
	S2.3s	469,9	498,6	851,0	601,2	798,1	601,2	Po	562	ii	1,20	0,93		
S2.4s	473,4	498,6	853,6	605,8	814,2	605,8	Po	542	ii	1,16	0,89			
Andersson (1963)	66	232,1	271,4	445,5	280,7	322,0	280,7	Po	292	F-Po	-	1,04	1,08	12,4%
	67	239,6	271,4	451,2	288,4	333,4	288,4	Po	294	F-Po	-	1,02		
	82	400,7	390,2	690,7	467,5	656,3	467,5	Po	459	F-Po	-	0,98		
	83	307,6	390,2	620,9	359,5	571,8	359,5	Po	459	F-Po	-	1,28		
Chana (1993)	1	713,6	-	-	-	1566,6	713,6	Pc	851	Pc	-	1,19	1,04	17,2%
	2	703,0	1418,0	1945,2	1164,7	1508,1	1164,7	F	981	Po	1,15	0,84		
	3	719,1	1418,0	1957,3	1191,4	1597,0	1191,4	F	1286	Po	1,51	1,08		
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	337,7	-	-	-	618,3	337,7	Pc	454	Pc	-	1,34	1,26	13,0%
	PSSB	359,6	167,3	437,0	404,1	728,7	404,1	Po	560	F	1,23	1,39		
	PSSC	366,2	167,3	442,0	411,6	763,7	411,6	Po	560	F	1,23	1,36		
	PSSD	369,2	674,6	951,4	566,8	779,3	566,8	F	560	F-Po	1,23	0,99		
	PSSE	372,6	122,6	402,1	413,6	797,9	402,1	Pi	573	F-Pi	1,26	1,42		
	PSSF	372,6	245,3	524,8	629,0	797,9	524,8	Pi	598	F-Pi	1,32	1,14		
	PSSG	356,5	245,3	512,7	-	712,7	512,7	Pi	590	F-Pi	1,30	1,15		

A.3.3 ACI 318 (2014)

Tabela 7-11 – Resistências previstas pelo ACI 318

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, ACI}	M. R. ACI	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp} / V _{c, Exp}	V _{exp} / V _{R, ACI}		
												Valor	Média	C. V.
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	478,4	-	-	-	724,9	478,4	Pc	441,0	Pc	-	0,92	1,26	29,6%
	T2	498,0	453,6	951,6	vi	754,5	754,5	Pm	600,0	Pi	1,36	0,80		
	T3	501,2	850,6	1351,8	vi	759,3	759,3	Pm	727,0	Pi	1,65	0,96		
	T4	508,5	790,8	1299,3	vi	770,5	770,5	Pm	697,0	Pi	1,58	0,90		
	T5	490,5	878,7	1369,2	vi	743,1	743,1	Pm	762,0	Pi	1,73	1,03		
	T6	507,5	1328,2	1835,7	vi	768,9	768,9	Pm	735,0	Pi	1,67	0,96		
	K1	512,2	-	-	-	776,0	512,2	Pc	658,0	Pc	-	1,28		
	K2	523,9	274,7	798,6	vi	793,7	793,7	Pm	950,0	Pi	1,44	1,20		
	K3	511,2	549,4	1060,6	vi	774,5	774,5	Pm	1183,0	Pi	1,80	1,53		
	K4	525,8	697,1	1222,9	vi	796,6	796,6	Pm	1153,0	Pi	1,75	1,45		
	K5	512,2	1394,2	1906,4	vi	776,0	776,0	Pm	1440,0	F	2,19	1,86		
	K6	516,1	1226,4	1742,6	vi	782,0	782,0	Pm	1274,0	F	1,94	1,63		
K7	529,6	2452,9	2982,5	vi	802,4	802,4	Pm	1498,0	F	2,28	1,87			
Chana e Desai (1992)	1	749,5	-	-	-	1135,6	749,5	Pc	805,0	Pc	-	1,07	1,84	24,7%
	2	786,7	253,3	1040,0	656,1	1192,0	656,1	Po	1094,0	Pi	1,36	1,67		
	3	756,9	253,3	1010,2	631,3	1146,8	631,3	Po	1139,0	Pi	1,41	1,80		
	4	795,5	506,7	1302,2	727,5	1205,3	727,5	Po	1302,0	Pi	1,62	1,79		
	5	936,0	395,8	1331,8	713,2	1418,2	713,2	Po	1382,0	Pi	1,72	1,94		
	6	996,4	659,7	1656,1	705,0	1509,6	705,0	Po	1283,0	Pi	1,59	1,82		
	7	961,3	1055,6	2016,9	525,0	1456,5	525,0	Po	1492,0	Pi	1,85	2,84		
	8	952,9	253,3	1206,3	726,2	1443,8	726,2	Po	1324,0	Pi	1,64	1,82		
	9	706,1	422,2	1128,4	642,0	1069,9	642,0	Po	1135,0	Pi	1,41	1,77		
Chana e Desai (1993)	FPS1	783,0	-	-	-	1186,3	783,0	Pc	1225,0	Pc	-	1,56	2,31	19,5%
	FPS2	885,8	395,8	1281,6	687,0	1342,1	687,0	Po	1510,0	Pi	1,23	2,20		
	FPS3	881,9	168,9	1050,8	683,9	1336,2	683,9	Po	1773,0	Pi	1,45	2,59		
	FPS4	937,2	527,8	1465,0	798,3	1420,0	798,3	Po	2028,0	Pi	1,66	2,54		
	FPS5	859,5	659,7	1519,3	736,0	1302,3	736,0	Po	1940,0	Pi	1,58	2,64		
Regan (1980)	1	368,9	-	-	-	558,9	368,9	Pc	564,0	Pc	-	1,53	1,88	16,7%
	2	321,4	190,0	511,4	320,4	487,0	320,4	Po	617,0	Pi	1,09	1,93		
	3	329,0	337,8	666,8	328,0	498,5	328,0	Po	750,0	Pi	1,33	2,29		
	4	356,1	253,3	609,4	388,0	539,5	388,0	Po	696,0	Po	1,23	1,79		
Regran e Samadian (2001)	S1	479,9	285,0	764,9	678,2	727,1	678,2	Po	900,0	Pi	-	1,33	1,33	0,2%
	S2	504,8	422,2	927,0	713,4	764,8	713,4	Po	950,0	Pi	-	1,33		
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	204,1	-	-	-	309,2	204,1	Pc	270,0	Pc	-	1,32	1,84	21,9%
	2	220,4	-	-	-	333,9	220,4	Pc	335,0	Pc	-	1,52		
	6I	229,4	131,9	361,3	185,0	347,6	185,0	Po	410,0	Pi/o	1,36	2,22		
	7I	224,9	209,5	434,4	181,4	340,8	181,4	Po	490,0	Po	1,62	2,70		
	8I	229,8	209,5	439,2	244,8	348,1	244,8	Po	540,0	Po	1,79	2,21		
	9I	224,9	209,5	434,4	286,8	340,8	286,8	Po	560,0	Po	1,85	1,95		
	10I	243,6	314,2	557,8	325,7	369,0	325,7	Po	520,0	Pi	1,72	1,60		
	11I	235,5	314,2	549,8	352,9	356,9	352,9	Po	551,0	Pi	1,82	1,56		
	3V	247,5	66,0	313,5	215,0	375,0	215,0	Po	386,0	Pi	1,28	1,80		
	4V	247,1	104,7	351,8	215,6	374,3	215,6	Po	377,0	Po	1,25	1,75		
5V	237,8	104,7	342,5	268,3	360,3	268,3	Po	423,0	Pi/o	1,40	1,58			
Narasimhan (1971)	L2	442,3	525,7	968,0	327,6	670,2	327,6	Po	870,0	ii	1,36	2,66	1,75	45,4%
	L7	504,0	-	-	-	763,6	504,0	Pc	690,0	ii	-	1,37		
	L9	486,7	-	-	-	737,4	486,7	Pc	590,0	ii	-	1,21		

Tabela 7-12 – Resistências previstas pelo ACI 318 (continuação)

Autor	Laje	V _c (kN)	V _s (kN)	V _{cs} (kN)	V _{out} (kN)	V _{máx} (kN)	V _{R, ACI}	M. R. ACI	V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp/V_{c, Exp}}	V _{exp} / V _{R, ACI}		
												Valor	Média	C. V.
Broms (1990)	1	388,0	-	-	-	587,9	388,0	Pc	475,0	Pc	-	1,22	1,04	15,6%
	2	413,1	1013,4	1426,4	805,3	625,8	625,8	Pm	523,0	Pi	1,10	0,84		
	3	406,9	1013,4	1420,3	793,4	616,6	616,6	Pm	558,0	Po	1,17	0,91		
	4	324,6	783,8	1108,4	369,5	491,9	369,5	Po	415,0	Pi	0,87	1,12		
	5	347,0	783,8	1130,8	395,0	525,8	395,0	F	434,0	Pi	0,91	1,10		
Nylander e Sundquist (1972)	B1	107,7	-	-	-	163,3	107,7	Pc	181,0	ii	-	1,68	1,48	12,7%
	B2	115,8	-	-	-	175,4	115,8	Pc	180,0	ii	-	1,55		
	B3	99,9	iv	iv	iv	151,4	iv	iv	236,0	ii	1,30	iv		
	B4	115,8	iv	iv	iv	175,4	iv	iv	188,0	ii	1,04	iv		
	C1	445,7	-	-	-	675,3	445,7	Pc	648,0	ii	-	1,45		
	C2	442,6	-	-	-	670,7	442,6	Pc	547,0	ii	-	1,24		
	C3	415,1	iv	iv	iv	628,9	iv	iv	833,0	ii	1,29	iv		
Nilsson (1983)	1	279,8	633,3	913,2	247,4	424,0	247,4	Po	445,0	Pi	-	1,80	1,77	2,5%
	2	292,1	633,3	925,4	258,2	442,5	258,2	Po	448,0	Pi	-	1,73		
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	5034,0	-	-	-	7627,3	5034,0	Pc	4915,0	Pc	-	0,98	0,99	1,5%
	S2	5465,8	3420,1	8885,8	vii	8281,5	8281,5	Pm	8320,0	Pi	1,69	1,00		
	S3	5344,7	3420,1	8764,7	vii	8098,0	8098,0	Pm	8069,0	v	1,64	1,00		
Tolf (1988)	S1.1	188,4	-	-	-	285,4	188,4	Pc	216,0	Pc	-	1,15	1,12	26,5%
	S1.2	166,4	-	-	-	252,2	166,4	Pc	194,0	Pc	-	1,17		
	S1.1s	168,5	131,9	300,4	215,8	255,3	215,8	Po	261,0	Po	1,27	1,21		
	S1.2s	170,2	131,9	302,1	219,1	257,8	219,1	Po	259,0	Po	1,26	1,18		
	S2.1	449,2	-	-	-	680,6	449,2	Pc	603,0	Pc	-	1,34		
	S2.2	503,3	-	-	-	762,6	503,3	Pc	600,0	Pc	-	1,19		
	S2.1s	438,6	527,8	966,4	486,2	664,6	486,2	Po	894,0	Po	1,49	1,84		
	S2.2s	494,3	527,8	1022,1	547,9	749,0	547,9	Po	851,0	Po	1,41	1,55		
	S1.3	177,0	-	-	-	268,1	177,0	Pc	145,0	F-Pc	-	0,82		
	S1.4	174,4	-	-	-	264,2	174,4	Pc	148,0	F-Pc	-	0,85		
	S1.3s	169,8	66,0	235,8	214,0	257,2	214,0	Po	144,0	F	0,98	0,67		
	S1.4s	167,3	66,0	233,3	211,3	253,5	211,3	Po	147,0	F	1,00	0,70		
	S2.3	459,4	-	-	-	696,1	459,4	Pc	489,0	Pc	-	1,06		
	S2.4	438,7	-	-	-	664,7	438,7	Pc	444,0	Pc	-	1,01		
	S2.3s	447,0	263,9	710,9	491,8	677,3	491,8	Po	562,0	ii	1,20	1,14		
S2.4s	452,1	263,9	715,9	497,3	684,9	497,3	Po	542,0	ii	1,16	1,09			
Andersson (1963)	66	171,8	110,3	282,1	170,8	260,3	170,8	Po	292,0	F-Po	-	1,71	1,92	14,1%
	67	177,8	110,3	288,1	176,1	269,4	176,1	Po	294,0	F-Po	-	1,67		
	82	272,1	169,6	441,8	223,6	412,3	223,6	Po	459,0	F-Po	-	2,05		
	83	250,3	169,6	419,9	205,8	379,2	205,8	Po	459,0	F-Po	-	2,23		
Chana (1993)	1	685,1	-	-	-	1038,0	685,1	Pc	851,0	Pc	-	1,24	1,34	13,7%
	2	669,8	422,2	1092,1	802,8	1014,9	802,8	Po	981,0	Po	1,15	1,22		
	3	693,0	422,2	1115,2	830,6	1050,0	830,6	Po	1286,0	Po	1,51	1,55		
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	316,2	-	-	-	479,1	316,2	Pc	454,0	Pc	-	1,44	1,28	8,1%
	PSSB	347,4	136,6	484,0	624,9	526,4	484,0	Pi	560,0	F	1,23	1,16		
	PSSC	357,1	136,6	493,6	642,3	541,1	493,6	Pi	560,0	F	1,23	1,13		
	PSSD	361,4	477,9	839,3	434,3	547,6	434,3	Po	560,0	F-Po	1,23	1,29		
	PSSE	366,5	68,3	434,8	671,2	555,3	434,8	Pi	573,0	F-Pi	1,26	1,32		
	PSSF	366,5	102,4	468,9	555,8	555,3	468,9	Pi	598,0	F-Pi	1,32	1,28		
	PSSG	342,9	102,4	445,4	-	519,6	445,4	Pi	590,0	F-Pi	1,30	1,32		

A.3.4 Model Code 2010 (*fib*, 2013)

Tabela 7-13 – Resistências previstas pelo Model Code 2010

Autor	Laje	V _c (kN)			V _s (kN)			V _{cs} (kN)			V _{R,out} (kN)			V _{max} (kN)			V _{R, MC10} (kN)			V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp} / V _{c, Exp}
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III			
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	247,4	596,7	625,8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	494,8	917,6	975,7	247,4Pc	596,7Pc	625,8Pc	441	Pc	-
	T2	257,5	621,9	652,4	453,6	423,9	317,0	711,2	917,2	876,5	vi	vi	vi	515,0	956,9	1017,5	515,0Pm	917,2Pi	876,5Pi	600	Pi	1,36
	T3	259,2	626,2	656,7	623,8	623,8	596,3	882,9	1069,0	1087,6	vi	vi	vi	518,3	963,3	1024,4	518,3Pm	963,3Pm	1024,4Pm	727	Pi	1,65
	T4	263,0	635,7	666,6	790,8	790,8	790,8	1053,8	1205,8	1246,6	vi	vi	vi	525,9	978,2	1040,1	525,9Pm	978,2Pm	1040,1Pm	697	Pi	1,58
	T5	253,6	612,2	642,1	878,7	878,7	878,7	1132,3	1252,6	1292,2	vi	vi	vi	507,3	941,7	1001,4	507,3Pm	941,7Pm	1001,4Pm	762	Pi	1,73
	T6	262,4	634,4	665,2	1328,2	1328,2	1328,2	1590,6	1639,3	1679,3	vi	vi	vi	524,9	976,1	1037,9	524,9Pm	976,1Pm	1037,9Pm	735	Pi	1,67
	K1	338,4	570,0	602,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	676,8	853,4	912,0	338,4Pc	570,0Pc	602,0Pc	658	Pc	-
	K2	346,1	579,0	611,7	117,7	116,7	98,3	463,9	652,7	675,4	vi	vi	vi	830,7	954,5	1022,8	463,9Pi	652,7Pi	675,4Pi	950	Pi	1,44
	K3	337,7	569,3	601,2	235,5	235,5	233,4	573,2	721,2	755,6	vi	vi	vi	810,6	940,3	1007,3	573,2Pi	721,2Pi	755,6Pi	1183	Pi	1,80
	K4	347,4	580,5	613,3	298,8	298,8	298,8	646,2	774,2	811,6	vi	vi	vi	833,7	956,7	1025,2	646,2Pi	774,2Pi	811,6Pi	1153	Pi	1,75
	K5	338,4	570,0	602,0	597,5	597,5	597,5	935,9	977,0	1015,4	vi	vi	vi	812,2	941,4	1008,5	812,2Pm	941,4Pm	1008,5Pm	1440	F	2,19
	K6	341,0	573,1	605,3	525,6	525,6	525,6	866,6	926,8	965,2	vi	vi	vi	818,4	945,8	1013,3	818,4Pm	926,8Pi	965,2Pi	1274	F	1,94
K7	349,9	583,4	616,4	1051,2	1051,2	1051,2	1401,2	1340,3	1378,6	vi	vi	vi	839,8	960,9	1029,8	839,8Pm	960,9Pm	1029,8Pm	1498	F	2,28	
Chana e Desai (1992)	1	376,7	663,5	707,4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	753,4	959,1	1031,7	376,7Pc	663,5Pc	707,4Pc	805	Pc	-
	2	395,4	684,1	729,9	313,7	309,8	253,8	709,1	867,6	881,5	554,3	821,6	880,6	949,0	1080,0	1164,1	554,3Po	821,6Po	880,6Po	1094	Pi	1,36
	3	380,4	667,6	711,9	313,7	300,2	245,9	694,1	846,2	859,5	533,3	802,5	859,8	913,1	1056,2	1138,2	533,3Po	802,5Po	859,5Pi	1139	Pi	1,41
	4	399,8	688,9	735,1	627,3	627,3	627,3	1027,2	1082,2	1132,3	615,1	868,4	931,9	959,6	1086,9	1171,7	615,1Po	868,4Po	931,9Po	1302	Pi	1,62
	5	476,6	774,3	827,7	490,1	490,1	490,1	966,7	1066,1	1123,2	610,1	882,9	946,9	1143,8	1211,2	1307,1	610,1Po	882,9Po	946,9Po	1382	Pi	1,72
	6	507,3	818,8	875,5	816,8	816,8	816,8	1324,2	1329,0	1389,2	602,6	897,9	962,2	1217,6	1280,1	1381,6	602,6Po	897,9Po	962,2Po	1283	Pi	1,59
	7	489,5	788,3	842,9	1306,9	1306,9	1306,9	1796,4	1669,8	1723,4	447,3	750,3	801,3	1174,8	1231,8	1329,6	447,3Po	750,3Po	801,3Po	1492	Pi	1,85
	8	485,2	783,7	837,9	313,7	313,7	267,8	798,9	964,0	993,3	621,1	893,5	958,8	1164,6	1225,0	1322,2	621,1Po	893,5Po	958,8Po	1324	Pi	1,64
	9	356,2	671,1	713,8	522,8	522,8	487,4	878,9	1001,7	1025,0	570,5	871,4	933,3	854,8	1074,3	1155,8	570,5Po	871,4Po	933,3Po	1135	Pi	1,41

Tabela 7-14 – Resistências previstas pelo Model Code 2010 (continuação)

Autor	Laje	V _c (kN)			V _s (kN)			V _{cs} (kN)			V _{R,out} (kN)			V _{max} (kN)			V _{R, MC10} (kN)			V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R, Exp} / V _{c, Exp}	
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III				
Chana e Desai (1993)	FPS1	398,7	629,5	673,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	797,4	898,0	968,2	398,7Pc	629,5Pc	673,5Pc	1225	Pc	-
	FPS2	451,0	690,7	739,7	433,5	433,5	433,5	884,6	945,1	997,0	518,5	743,5	797,5	1082,5	1072,8	1158,9	518,5Po	743,5Po	797,5Po	1510	Pi	1,23	
	FPS3	449,1	688,4	737,2	185,0	185,0	185,0	634,0	791,3	842,0	516,3	741,0	794,9	1077,7	1069,3	1155,2	516,3Po	741,0Po	794,9Po	1773	Pi	1,45	
	FPS4	477,2	734,1	786,1	578,1	578,1	578,1	1055,3	1081,9	1136,9	603,2	830,2	891,4	1145,3	1140,9	1232,4	603,2Po	830,2Po	891,4Po	2028	Pi	1,66	
	FPS5	437,7	675,0	722,7	722,6	722,6	722,6	1160,2	1126,9	1176,6	560,3	768,4	825,2	1050,4	1049,3	1133,4	560,3Po	768,4Po	825,2Po	1940	Pi	1,58	
Regan (1980)	1	178,2	360,3	382,9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	356,3	526,9	565,5	178,2Pc	360,3Pc	382,9Pc	564	Pc	-
	2	155,2	324,9	344,8	251,1	248,0	186,2	406,3	484,0	464,3	241,6	417,7	446,4	372,6	525,2	564,4	241,6Po	417,7Po	446,4Po	617	Pi	1,09	
	3	158,9	330,2	350,5	307,6	307,6	307,6	466,5	530,7	553,8	247,3	424,2	453,5	381,4	533,1	572,9	247,3Po	424,2Po	453,5Po	750	Pi	1,33	
	4	172,0	350,0	371,8	307,6	307,6	307,6	479,6	548,2	572,8	272,3	452,7	484,4	412,8	562,8	605,2	272,3Po	452,7Po	484,4Po	696	Po	1,23	
Regran e Samadian (2001)	S1	210,0	455,4	484,1	430,9	430,9	428,1	640,9	734,0	764,3	476,5	710,2	763,1	504,0	731,0	785,9	476,5Po	710,2Po	763,1Po	900	Pi	-	
	S2	220,9	494,0	524,4	422,2	422,2	422,2	643,1	766,7	801,2	501,3	774,6	832,0	530,1	797,3	856,9	501,3Po	766,7Pi	801,2Pi	950	Pi	-	
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	109,5	261,3	273,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	219,0	406,9	431,6	109,5Pc	261,3Pc	273,1Pc	270	Pc	-
	2	117,9	275,3	288,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	235,9	426,0	452,5	117,9Pc	275,3Pc	288,3Pc	335	Pc	-
	6I	115,3	283,5	297,1	282,7	187,6	140,7	398,0	414,8	397,2	173,7	369,4	390,5	276,7	485,8	517,8	173,7Po	369,4Po	390,5Po	410	Pi/o	1,36	
	7I	113,0	279,3	292,6	320,7	320,7	320,7	433,7	510,7	528,4	170,4	364,2	384,9	271,3	479,4	510,9	170,4Po	364,2Po	384,9Po	490	Po	1,62	
	8I	115,5	283,9	297,5	320,7	320,7	320,7	436,2	514,5	532,5	243,7	452,1	480,9	277,1	486,4	518,4	243,7Po	452,1Po	480,9Po	540	Po	1,79	
	9I	113,0	279,3	292,6	320,7	320,7	320,7	433,7	510,7	528,4	245,2	452,6	481,5	271,3	479,4	510,9	245,2Po	452,6Po	481,5Po	560	Po	1,85	
	10I	122,0	294,3	308,8	320,7	320,7	320,7	442,7	522,5	541,3	309,2	516,4	551,4	292,9	501,0	534,4	292,9Pm	501,0Pm	534,4F	520	Pi	1,72	
	11I	118,2	288,3	302,3	320,7	320,7	320,7	438,9	517,9	536,2	334,3	539,6	576,7	283,8	492,7	525,3	283,8Pm	492,7Pm	525,3F	551	Pi	1,82	
	3V	100,6	307,0	321,5	141,4	49,7	41,5	242,0	340,9	350,7	175,6	437,9	464,1	241,5	527,3	561,8	175,6Po	340,9Pi	350,7Pi	386	Pi	1,28	
	4V	100,6	307,2	321,8	160,4	91,7	74,5	260,9	370,4	374,6	175,9	439,1	465,3	241,3	528,0	562,5	175,9Po	370,4Pi	374,6Pi	377	Po	1,25	
5V	96,8	298,8	312,6	160,4	88,5	71,9	257,1	360,1	363,9	219,6	499,0	530,8	232,3	515,3	548,7	219,6Po	360,1Pi	363,9Pi	423	Pi/o	1,40		

Tabela 7-15 – Resistências previstas pelo Model Code 2010 (continuação)

Autor	Laje	V _c (kN)			V _s (kN)			V _{cs} (kN)			V _{R,out} (kN)			V _{max} (kN)			V _{R,MC10} (kN)			V _{exp} (kN)	M. R. Exp	V _{R,Exp} / V _{c,Exp}				
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III							
Narasimhan (1971)	L2	-	-	-	iv	iv	iv	iv	iv	iv	-	iv	iv	-	iv	iv	0,0	-	0,0	-	0,0	-	870	ii	1,36	
	L7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0	-	0,0	-	0,0	-	690	ii	-	
	L9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0	-	0,0	-	0,0	-	590	ii	-	
Broms (1990)	1	183,9	406,3	430,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	367,9	601,8	644,4	183,9	Pc	406,3	Pc	430,3	Pc	475	Pc	-
	2	195,8	356,9	380,9	710,3	710,3	710,3	906,1	855,8	878,7	294,6	444,4	476,9	391,6	513,9	553,2	294,6	Po	444,4	Po	476,9	Po	523	Pi	1,10	
	3	192,9	413,4	438,4	710,3	710,3	710,3	903,2	913,3	940,9	290,2	522,4	557,8	385,8	609,1	652,9	290,2	Po	522,4	Po	557,8	Po	558	Po	1,17	
	4	158,2	295,9	315,2	649,9	649,9	649,9	808,1	763,6	781,9	289,9	410,1	440,5	316,4	429,0	461,1	289,9	Po	410,1	Po	440,5	Po	415	Pi	0,87	
	5	166,5	254,2	272,6	649,9	649,9	649,9	816,4	726,4	740,5	305,1	344,7	372,0	333,0	359,6	388,3	305,1	Po	344,7	Po	372,0	Po	434	Pi	0,91	
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	1623,3	3726,9	4003,8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3246,5	5240,6	5665,3	1623,3	Pc	3726,9	Pc	4003,8	Pc	4915	Pc	-
	S2	1762,5	4061,8	4363,2	2517,1	1360,4	1154,9	4279,6	4801,6	4995,4	vii	vii	vii	3525,0	5712,2	6174,4	3525,0	Pm	4801,6	Pi	4995,4	Pi	8320	Pi	1,69	
	S3	1723,4	4016,5	4313,5	2499,5	1351,1	1146,1	4222,9	4753,4	4942,9	vii	vii	vii	3446,9	5653,8	6110,3	3446,9	Pm	4753,4	Pi	4942,9	Pi	8069	v	1,64	
Andersson (1963)	66	130,5	211,7	223,3	110,3	110,3	110,3	240,8	284,2	297,6	215,9	286,2	304,7	261,0	318,3	339,9	215,9	Po	284,2	Pi	297,6	Pi	292	F-Po	-	
	67	135,8	216,5	228,6	110,3	110,3	110,3	246,1	288,6	302,4	220,1	288,9	307,6	271,6	324,9	347,1	220,1	Po	288,6	Pi	302,4	Pi	294	F-Po	-	
	82	205,5	323,0	341,4	169,6	169,6	169,6	375,2	432,9	453,7	278,7	387,7	412,1	411,1	482,2	515,6	278,7	Po	387,7	Po	412,1	Po	459	F-Po	-	
	83	189,0	303,9	320,8	169,6	169,6	169,6	358,7	415,1	434,5	258,7	367,5	390,3	378,1	455,7	486,9	258,7	Po	367,5	Po	390,3	Po	459	F-Po	-	
Chana (1993)	1	346,1	607,8	648,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	692,1	878,1	944,6	346,1	Pc	607,8	Pc	648,1	Pc	851	Pc	-
	2	338,3	598,3	637,8	522,8	522,8	522,8	861,1	926,9	970,2	606,5	818,2	879,0	676,7	865,1	930,4	606,5	Po	818,2	Po	879,0	Po	981	Po	1,15	
	3	350,0	626,7	667,8	522,8	522,8	522,8	872,8	954,6	999,8	627,5	858,4	921,8	700,1	907,8	976,0	627,5	Po	858,4	Po	921,8	Po	1286	Po	1,51	
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	206,5	320,2	339,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	412,9	472,2	506,0	206,5	Pc	320,2	Pc	339,5	Pc	454	Pc	-
	PSSB	226,9	349,8	371,0	251,1	170,7	137,1	478,0	456,7	458,1	350,1	448,2	478,8	453,8	515,3	552,3	350,1	Po	448,2	Po	458,1	Pi	560	F	1,23	
	PSSC	233,2	350,4	372,0	251,5	186,0	148,4	484,7	466,3	465,5	359,9	447,6	478,6	466,4	513,9	551,3	359,9	Po	447,6	Po	465,5	Pi	560	F	1,23	
	PSSD	236,0	354,1	376,0	706,9	983,5	983,5	942,9	1098,1	1118,0	449,7	506,2	542,8	472,0	519,2	557,0	449,7	Po	506,2	Po	542,8	Po	560	F-Po	1,23	
	PSSE	239,3	358,4	380,7	128,6	74,4	63,2	367,9	403,1	419,5	363,5	453,9	485,2	478,7	525,5	563,8	363,5	Po	403,1	Pi	419,5	Pi	573	F-Pi	1,26	
	PSSF	239,3	358,4	380,7	192,9	124,9	103,5	432,2	434,7	445,0	575,9	578,0	621,4	478,7	525,5	563,8	432,2	Pi	434,7	Pi	445,0	Pi	598	F-Pi	1,32	
	PSSG	223,9	345,6	366,5	192,5	116,0	96,1	416,4	417,2	427,0	-	-	-	447,9	509,1	545,7	416,4	Pi	417,2	Pi	427,0	Pi	590	F-Pi	1,30	

Tabela 7-16 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010

Autor	Laje	$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: Model Code									$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: MUTTONI								
		I			II			III			I			II			III		
		Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.
Yamada, Nanni e Endo (1992)	T1	1,78			0,74			0,70			1,33			0,65			0,62		
	T2	1,16			0,65			0,68			0,87			0,58			0,58		
	T3	1,40			0,75			0,71			1,05			0,66			0,62		
	T4	1,33			0,71			0,67			0,99			0,62			0,58		
	T5	1,50			0,81			0,76			1,12			0,71			0,66		
	T6	1,40			0,75			0,71			1,05			0,66			0,62		
	K1	1,94	1,66	0,17	1,15	1,13	0,35	1,09	1,07	0,34	1,48	1,30	0,21	1,01	1,00	0,36	0,96	0,95	0,36
	K2	2,05			1,46			1,41			1,66			1,29			1,22		
	K3	2,06			1,64			1,57			1,74			1,47			1,40		
	K4	1,78			1,49			1,42			1,53			1,34			1,28		
	K5	1,77			1,53			1,43			1,38			1,36			1,31		
	K6	1,56			1,37			1,32			1,31			1,26			1,21		
	K7	1,78			1,56			1,45			1,36			1,36			1,27		
Chana e Desai (1992)	1	2,14			1,21			1,14			1,60			1,06			0,99		
	2	1,97			1,33			1,24			1,48			1,16			1,08		
	3	2,14			1,42			1,33			1,60			1,23			1,15		
	4	2,12			1,50			1,40			1,58			1,30			1,22		
	5	2,27	2,25	0,19	1,57	1,47	0,15	1,46	1,37	0,15	1,69	1,68	0,19	1,36	1,28	0,15	1,27	1,19	0,15
	6	2,13			1,43			1,33			1,59			1,24			1,16		
	7	3,34			1,99			1,86			2,49			1,73			1,62		
	8	2,13			1,48			1,38			1,59			1,29			1,20		
	9	1,99			1,30			1,22			1,49			1,13			1,06		

Tabela 7-17 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010 (continuação)

Autor	Laje	$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: Model Code									$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: MUTTONI								
		I			II			III			I			II			III		
		Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.
Chana e Desai (1993)	FPS1	3,07	3,25	0,07	1,95	2,27	0,11	1,82	2,11	0,11	2,30	2,43	0,07	1,69	1,97	0,11	1,58	1,84	0,11
	FPS2	2,91			2,03			1,89			2,18			1,77			1,65		
	FPS3	3,43			2,39			2,23			2,57			2,08			1,94		
	FPS4	3,36			2,44			2,28			2,51			2,12			1,98		
	FPS5	3,46			2,52			2,35			2,59			2,19			2,04		
Regan (1980)	1	3,17	2,83	0,11	1,57	1,59	0,08	1,47	1,49	0,08	2,36	2,11	0,11	1,36	1,38	0,08	1,29	1,30	0,08
	2	2,55			1,48			1,38			1,90			1,29			1,20		
	3	3,03			1,77			1,65			2,26			1,54			1,44		
	4	2,56			1,54			1,44			1,90			1,34			1,25		
Regran e Samadian (2001)	S1	1,89	1,89	0,00	1,27	1,25	0,02	1,18	1,18	0,00	1,40	1,40	0,00	1,13	1,13	0,00	1,08	1,08	0,00
	S2	1,90			1,24			1,19			1,40			1,13			1,08		
Oliveira, Melo e Regan (2000)	1	2,47	2,28	0,15	1,03	1,15	0,09	0,99	1,10	0,08	1,85	1,70	0,16	0,91	1,00	0,09	0,87	0,96	0,08
	2	2,84			1,22			1,16			2,13			1,07			1,02		
	6I	2,36			1,11			1,05			1,77			0,97			0,92		
	7I	2,88			1,35			1,27			2,15			1,17			1,11		
	8I	2,22			1,19			1,12			1,66			1,04			0,98		
	9I	2,28			1,24			1,16			1,71			1,08			1,01		
	10I	1,78			1,04			0,97			1,33			0,92			0,89		
	11I	1,94			1,12			1,05			1,45			0,99			0,95		
	3V	2,20			1,13			1,10			1,62			0,98			0,96		
	4V	2,14			1,02			1,01			1,58			0,87			0,87		
	5V	1,93			1,17			1,16			1,45			1,01			1,00		

Tabela 7-18 – Relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura prevista pelo Model Code 2010 (continuação)

Autor	Laje	$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: Model Code									$V_{exp}/V_{R,MC10}$ - Critério de ruptura: MUTTONI								
		I			II			III			I			II			III		
		Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.	Valor	Média	C.V.
Broms (1990)	1	2,58			1,17			1,10			1,92			1,02			0,96		
	2	1,78			1,18			1,10			1,32			1,02			0,95		
	3	1,92	1,83	0,26	1,07	1,14	0,09	1,00	1,06	0,08	1,43	1,36	0,26	0,93	0,99	0,09	0,87	0,92	0,08
	4	1,43			1,01			0,94			1,07			0,88			0,82		
	5	1,42			1,26			1,17			1,06			1,09			1,01		
Kinnunen, Nylander e Tolf (1980)	S1	3,03			1,32			1,23			2,20			1,15			1,07		
	S2	2,36	2,58	0,15	1,73	1,58	0,14	1,67	1,51	0,16	1,71	1,87	0,15	1,48	1,36	0,14	1,43	1,30	0,15
	S3	2,34			1,70			1,63			1,70			1,45			1,40		
Andersson (1963)	66	1,35			1,03			0,98			1,04			0,93			0,89		
	67	1,34	1,53	0,14	1,02	1,12	0,10	0,97	1,06	0,09	1,03	1,17	0,14	0,92	0,99	0,08	0,88	0,94	0,08
	82	1,65			1,18			1,11			1,26			1,03			0,97		
	83	1,77			1,25			1,18			1,36			1,09			1,03		
Chana (1993)	1	2,46			1,40			1,31			1,84			1,22			1,14		
	2	1,62	2,04	0,21	1,20	1,37	0,11	1,12	1,27	0,11	1,21	1,53	0,21	1,04	1,19	0,11	0,97	1,11	0,11
	3	2,05			1,50			1,40			1,53			1,30			1,21		
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	2,20			1,42			1,34			1,68			1,24			1,17		
	PSSB	1,60			1,25			1,22			1,22			1,09			1,04		
	PSSC	1,56			1,25			1,20			1,19			1,09			1,02		
	PSSD	1,25	1,57	0,19	1,11	1,32	0,09	1,03	1,27	0,10	0,95	1,25	0,18	0,96	1,14	0,09	0,90	1,09	0,10
	PSSE	1,58			1,42			1,37			1,30			1,23			1,18		
	PSSF	1,38			1,38			1,34			1,18			1,18			1,15		
	PSSG	1,42			1,41			1,38			1,21			1,21			1,19		

B Desenhos detalhados

A seguir são ilustradas algumas das lajes analisadas no presente trabalho. Não foram localizadas informações suficientes para se ilustrar as lajes de Narasimhan (1971), Nylander e Sundquist (1972), Nilsson (1983) e Tolf (1988).

B.1 Yamada *et al.* (1992)

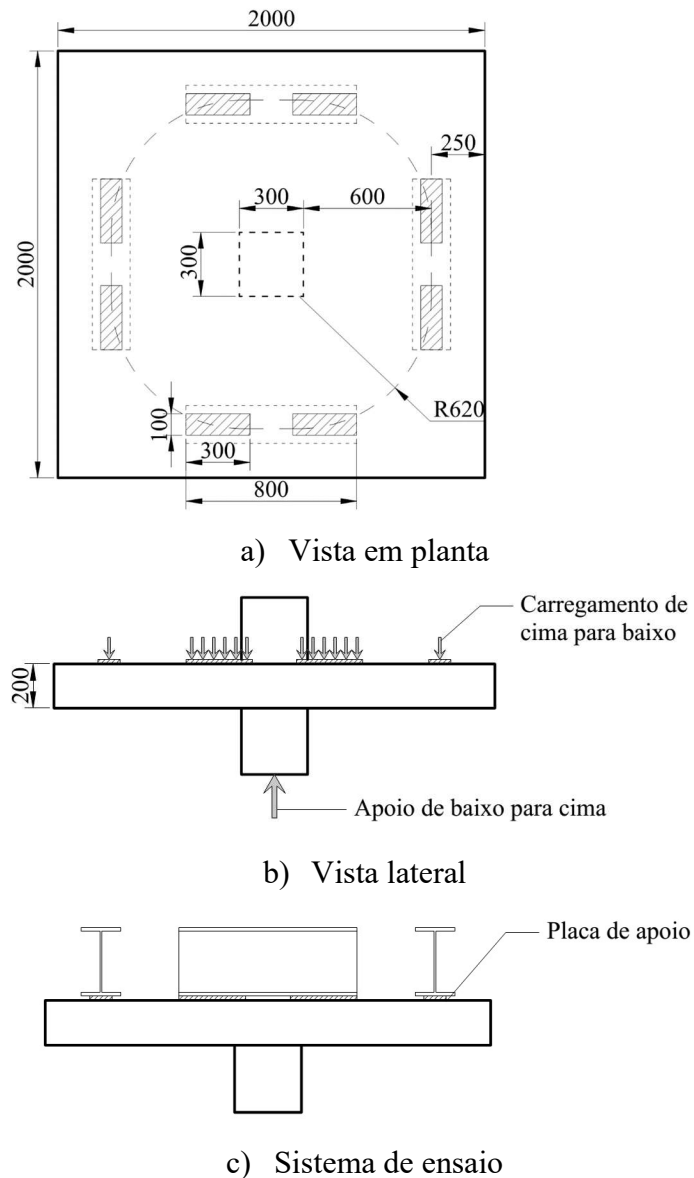
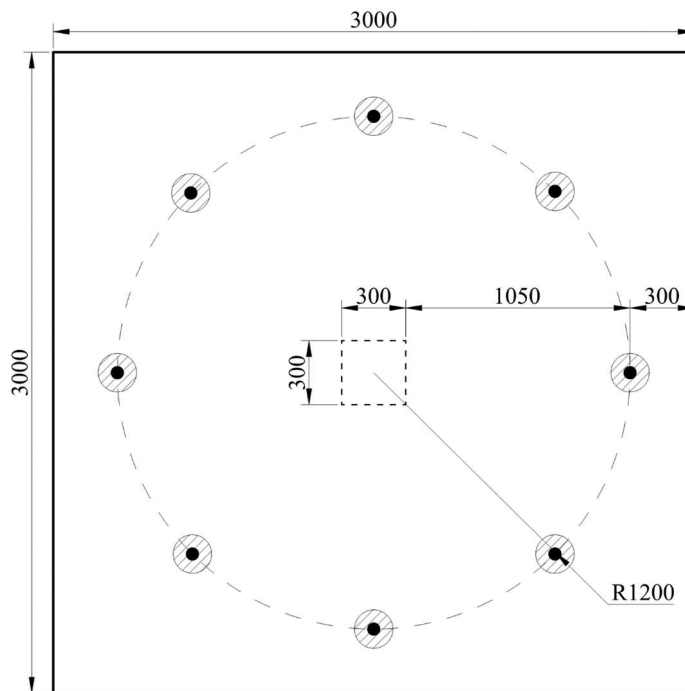
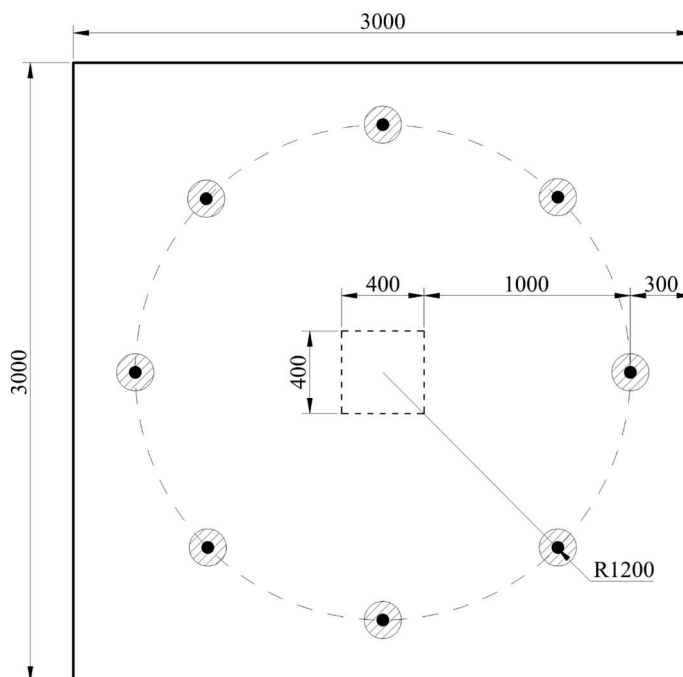


Figura 7.1 – Lajes de Yamada *et al.* (1992) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros

B.2 Chana e Desai (1992)

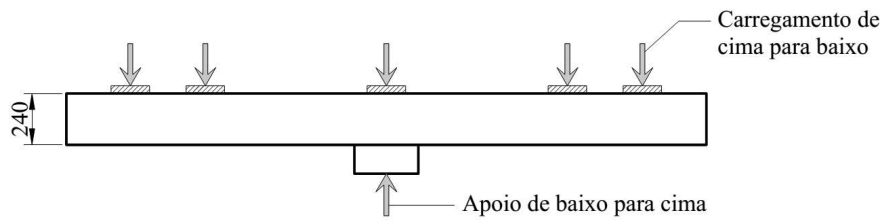


a) Vista em planta das lajes 2, 3, 4 e 9

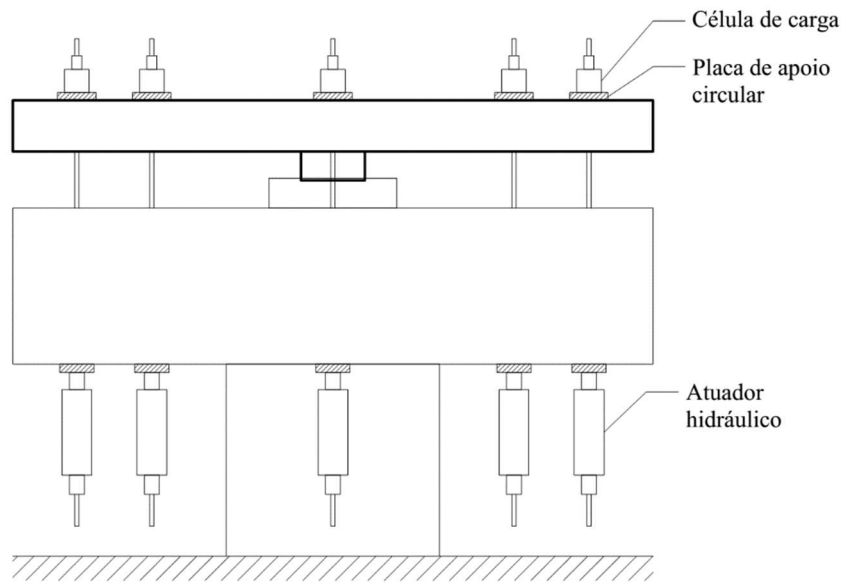


b) Vista em planta das lajes 5, 6, 7 e 8

Figura 7.2 – Lajes de Chana e Desai (1992) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros



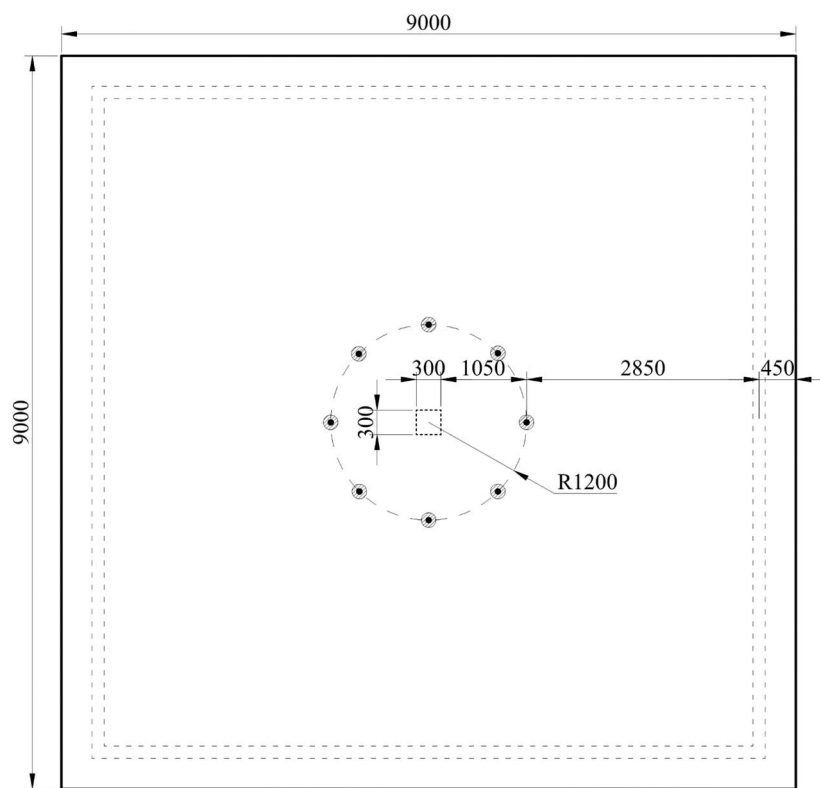
a) Vista lateral



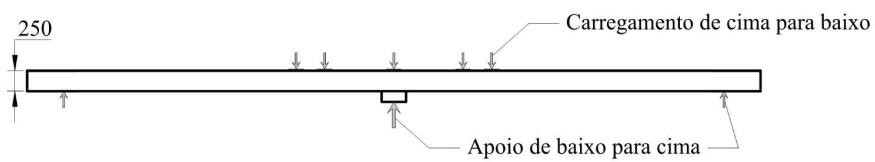
b) Sistema de ensaio

Figura 7.3 – Lajes de Chana e Desai (1992) – Sistema de ensaio; cotas em milímetros

B.3 Chana e Desai (1993)



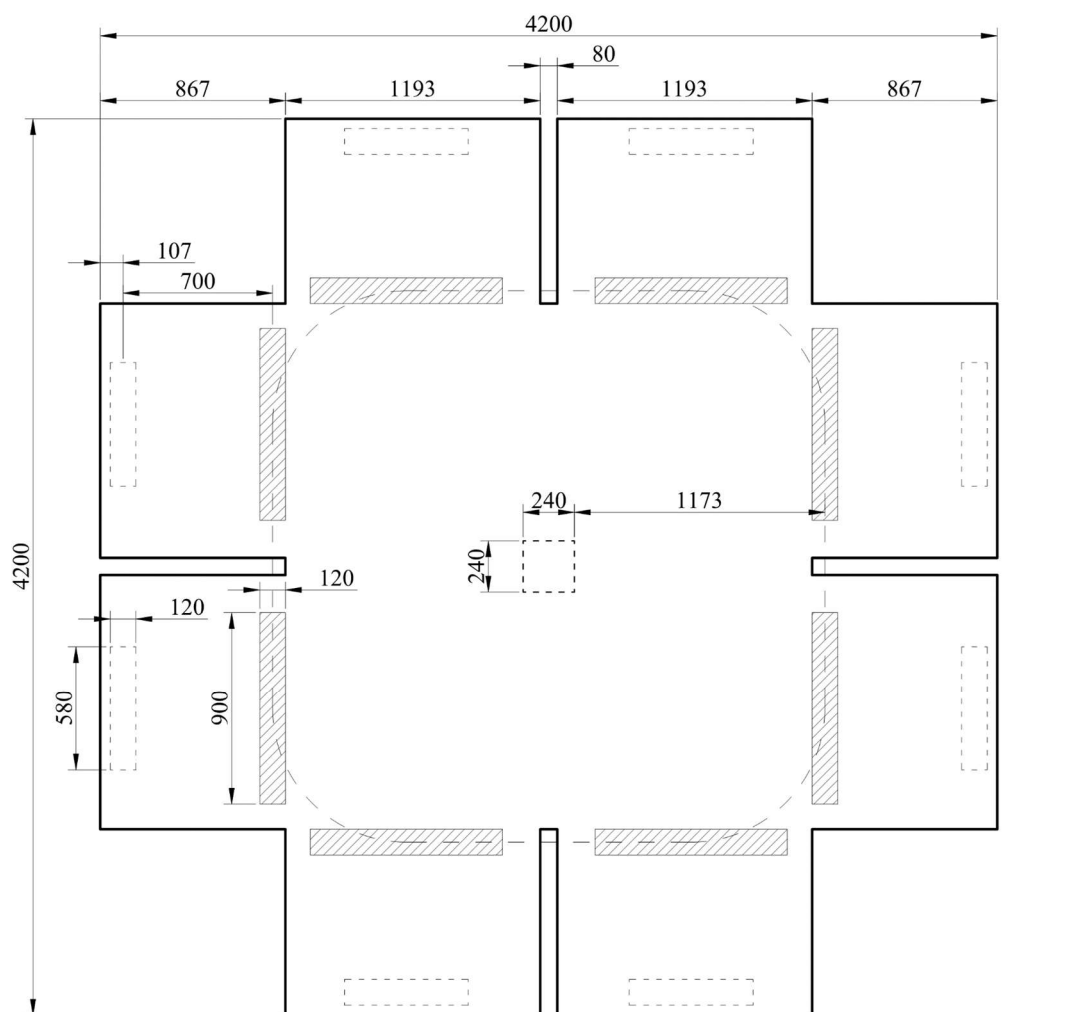
a) Vista em planta



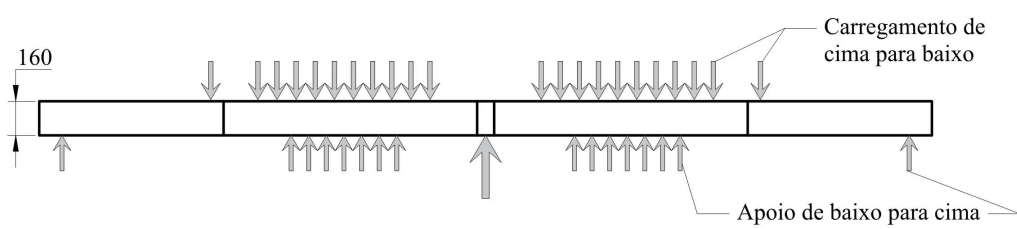
b) Vista lateral

Figura 7.4 – Lajes de Chana e Desai (1993) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros

B.4 Regan (1980)



a) Vista em planta



b) Vista lateral

Figura 7.5 – Lajes de Regan (1980) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros

B.6 Oliveira *et al.* (2000)

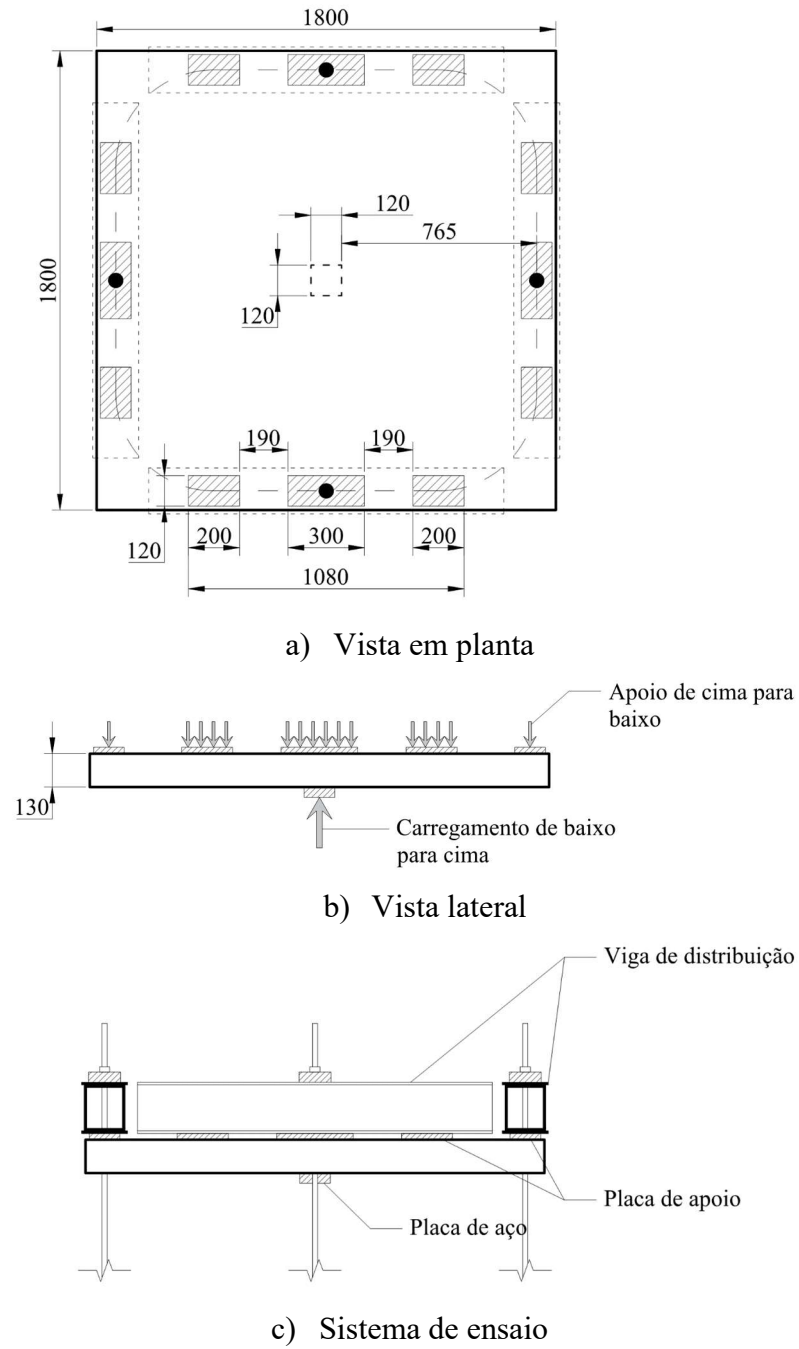
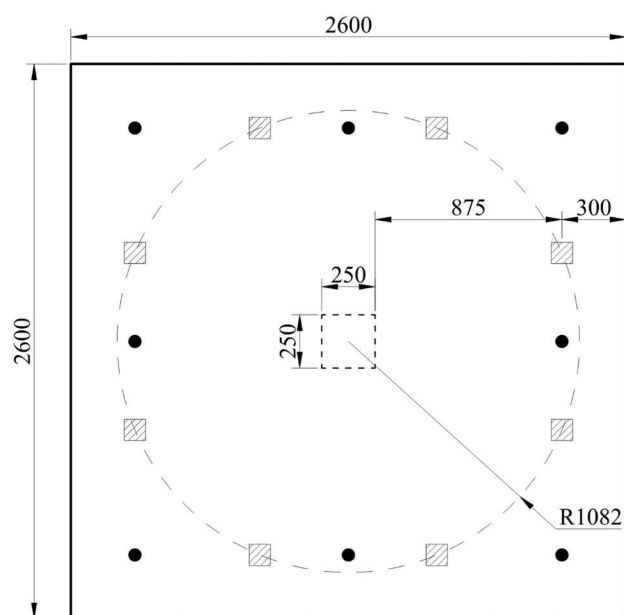
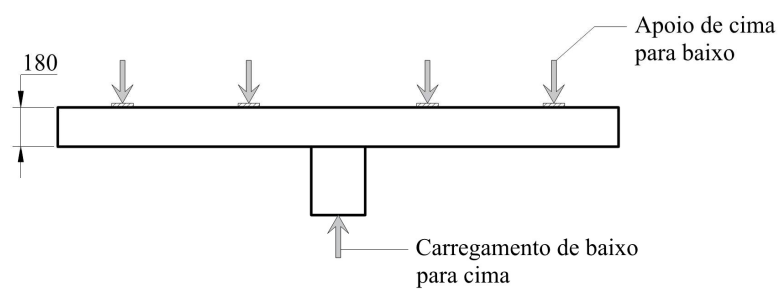


Figura 7.7 – Lajes de Oliveira *et al.* (2000) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros

B.7 Broms (1990)



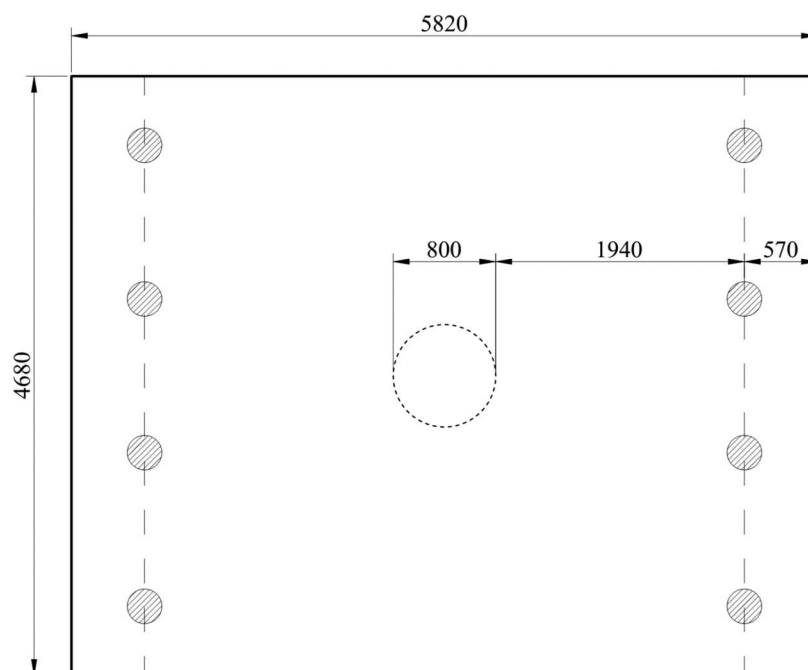
a) Vista em planta



b) Vista lateral

Figura 7.8 – Lajes de Broms (1990) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros

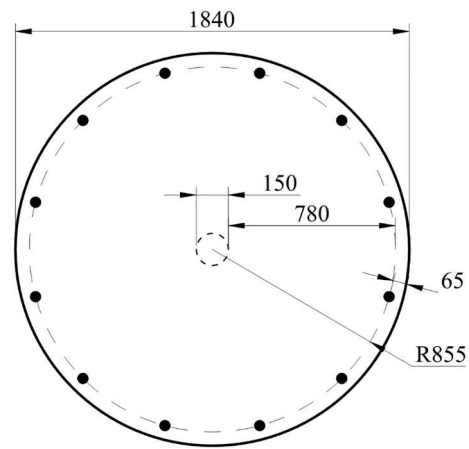
B.8 Kinnunen *et al.* (1980)



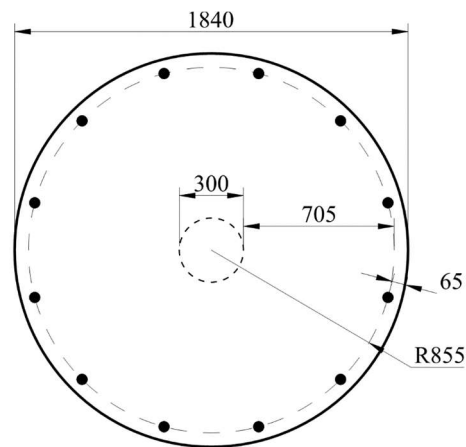
a) Vista em planta

Figura 7.9 – Lajes de Kinnunen *et al.* (1980) – dimensões genéricas; cotas em milímetros

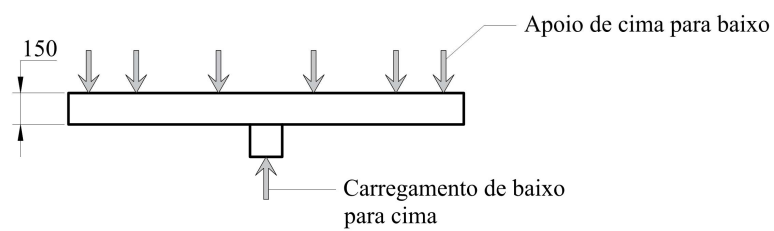
B.9 Andersson (1963)



a) Vista em planta das lajes 66 e 67



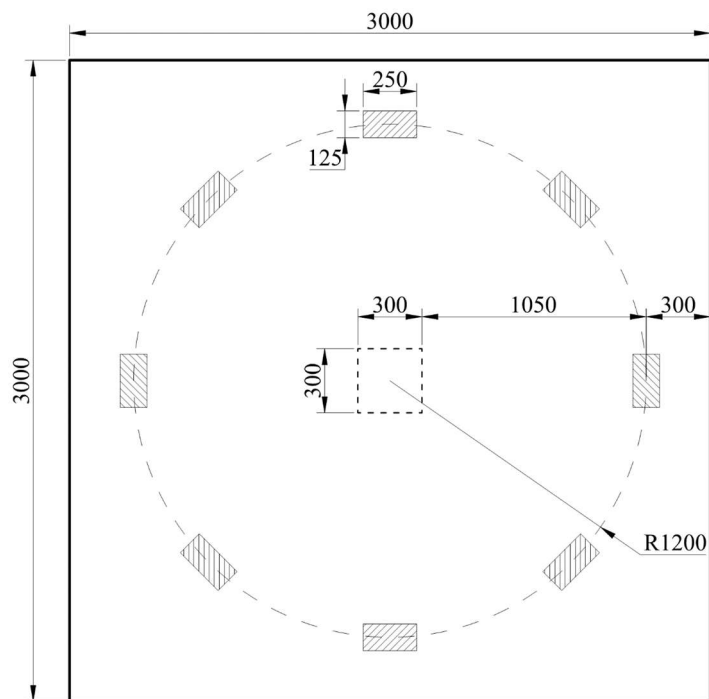
b) Vista em planta das lajes 82 e 83



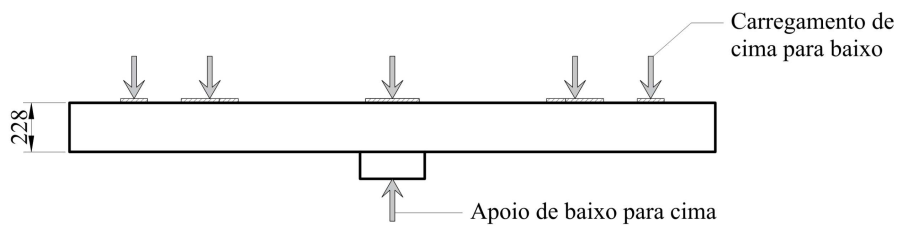
c) Vista lateral

Figura 7.10 – Lajes de Slabs of Andersson (1963) – Dimensões genéricas; cotas em milímetros

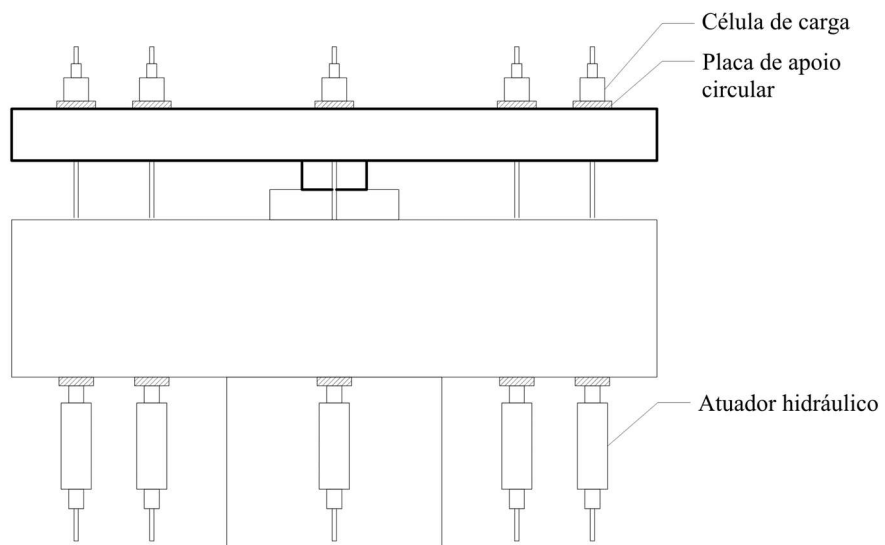
B.10 Chana (1993)



a) Vista em planta



b) Vista lateral



c) Sistema de ensaio

Figura 7.11 – Lajes de Chana (1993) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros

B.11 Pilakoutas e Li (1997)

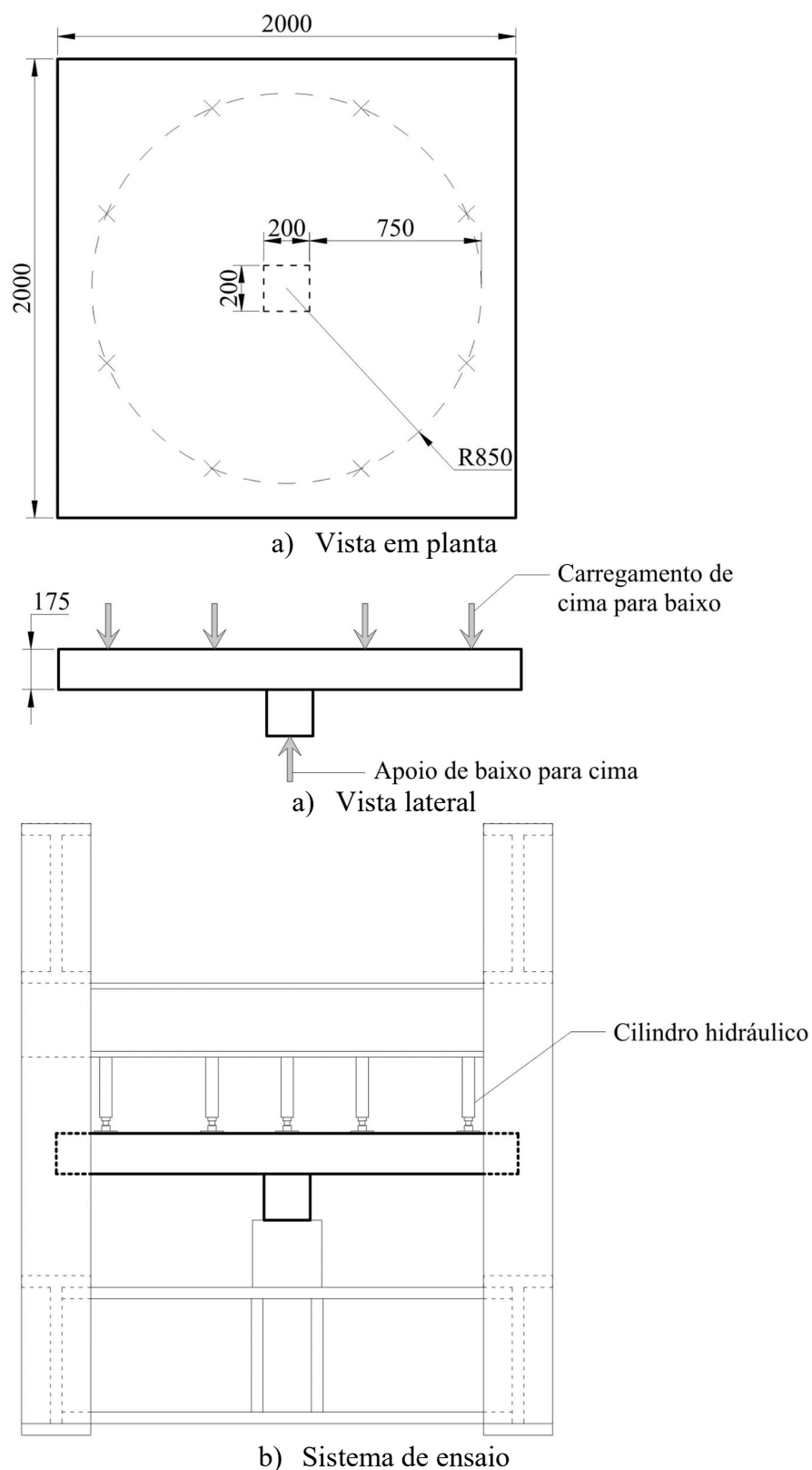


Figura 7.12 – Lajes de Pilakoutas e Li (1997) – Dimensões genéricas e sistema de ensaio; cotas em milímetros

C Armaduras resistentes

A seguir são ilustradas as disposições das armaduras das lajes analisadas no presente trabalho. Não foram localizadas informações suficientes para se ilustrar as lajes de Nylander e Sundquist (1972).

C.1 Yamada *et al.* (1992)

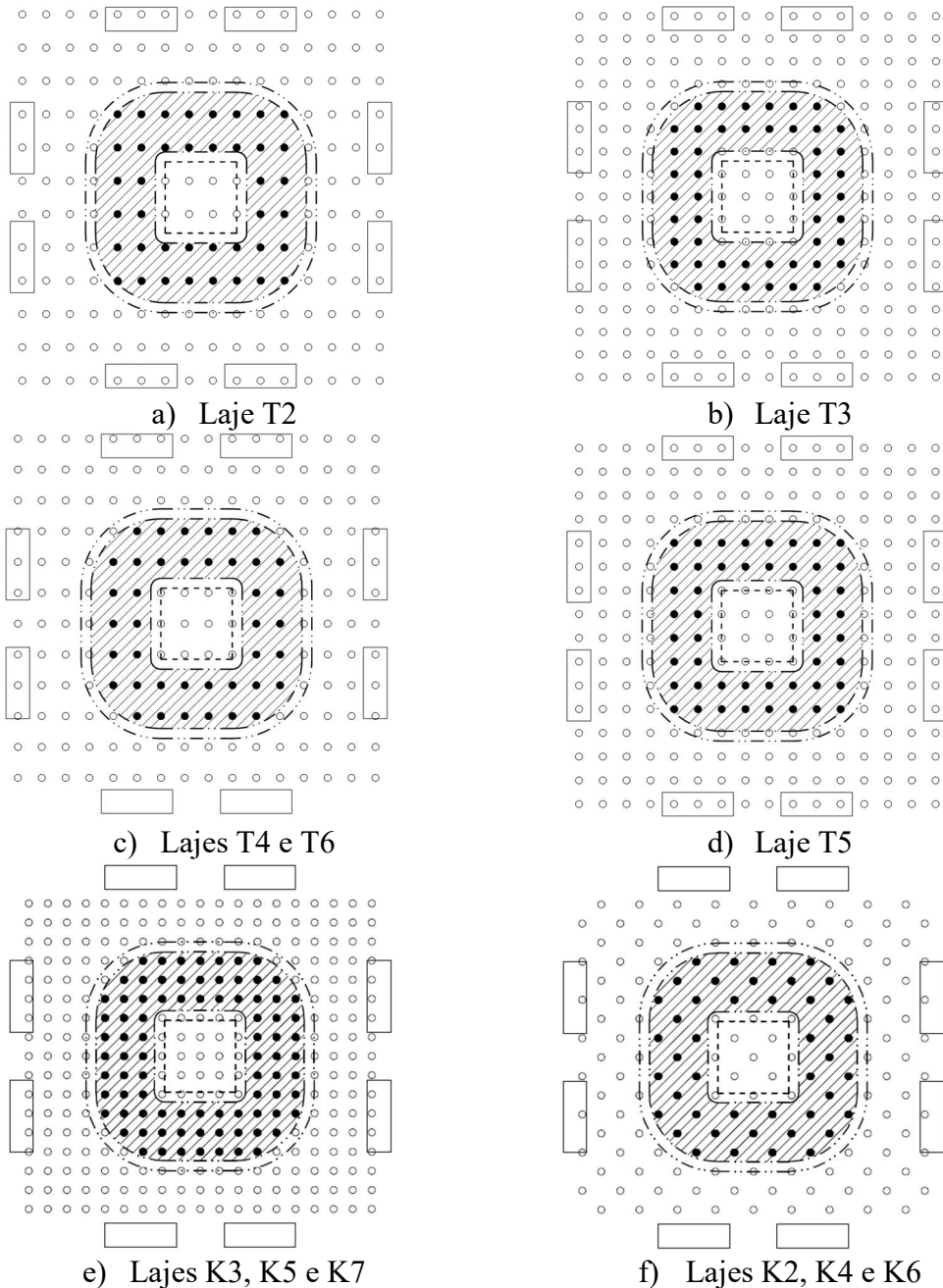
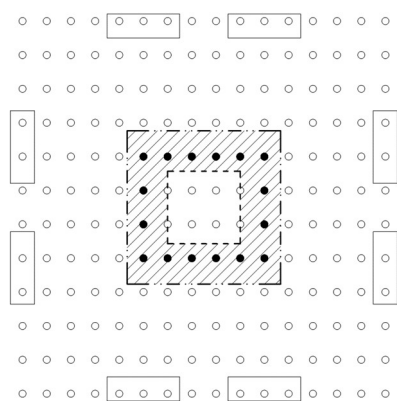
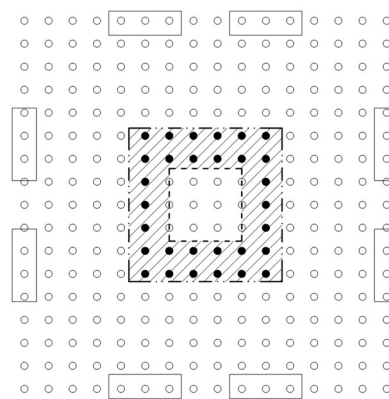


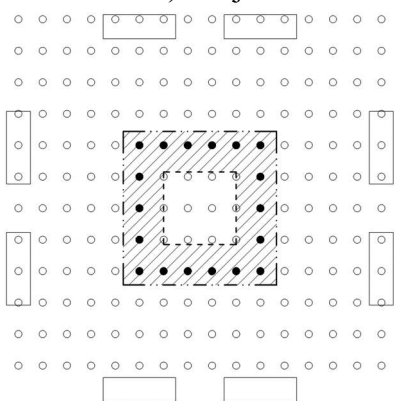
Figura 7.13 - Lajes de YAMADA, NANI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com as normas NBR 6118 e Eurocode 2



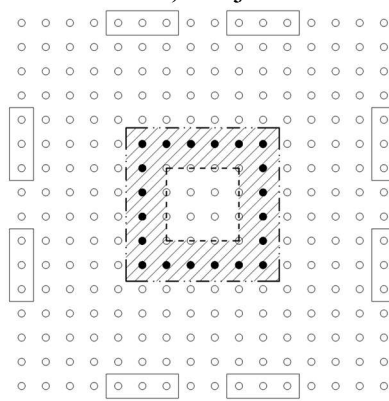
a) Laje T2



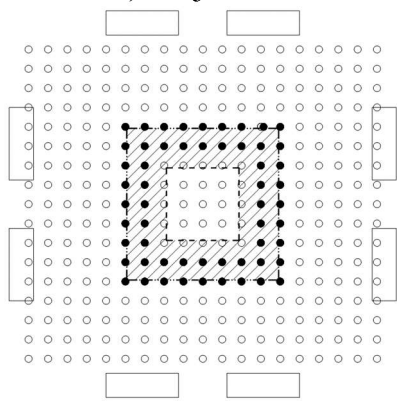
b) Laje T3



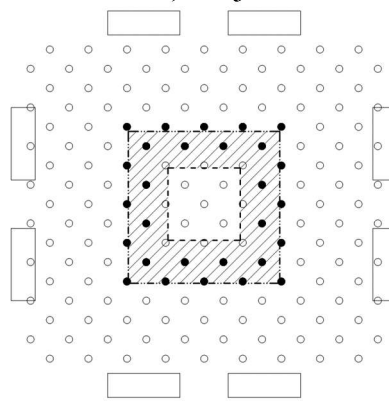
c) Lajes T4 e T6



d) Laje T5

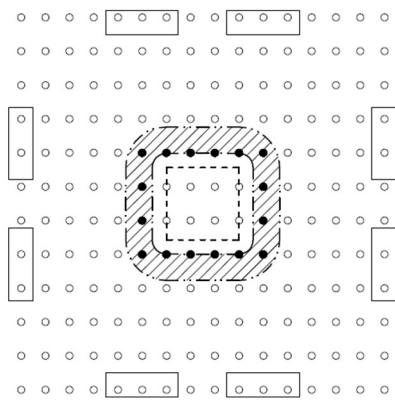


e) Lajes K3, K5 e K7

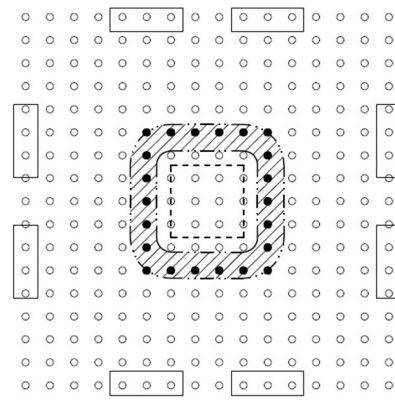


f) Lajes K2, K4 e K6

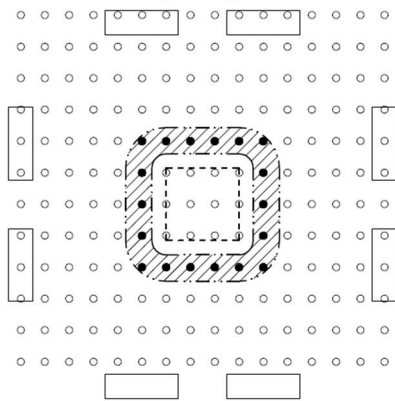
Figura 7.14 - Lajes de YAMADA, NANI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318



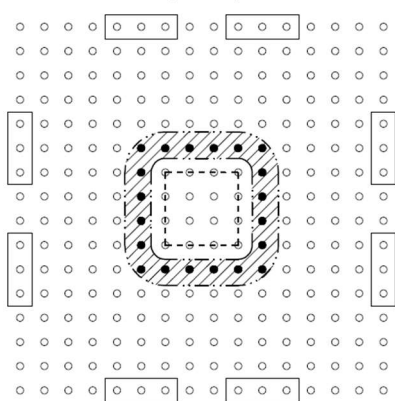
a) Laje T2



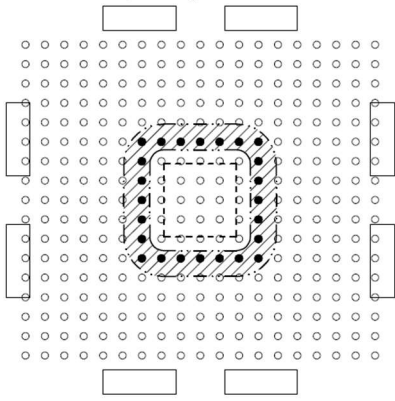
b) Laje T3



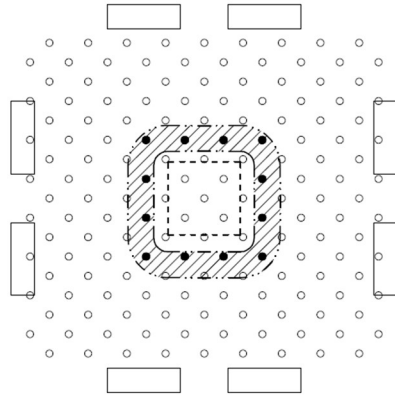
c) Lajes T4 e T6



d) Laje T5



e) Lajes K3, K5 e K7



f) Lajes K2, K4 e K6

Figura 7.15 Lajes de YAMADA, NANNI e ENDO (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.2 Chana e Desai (1992)

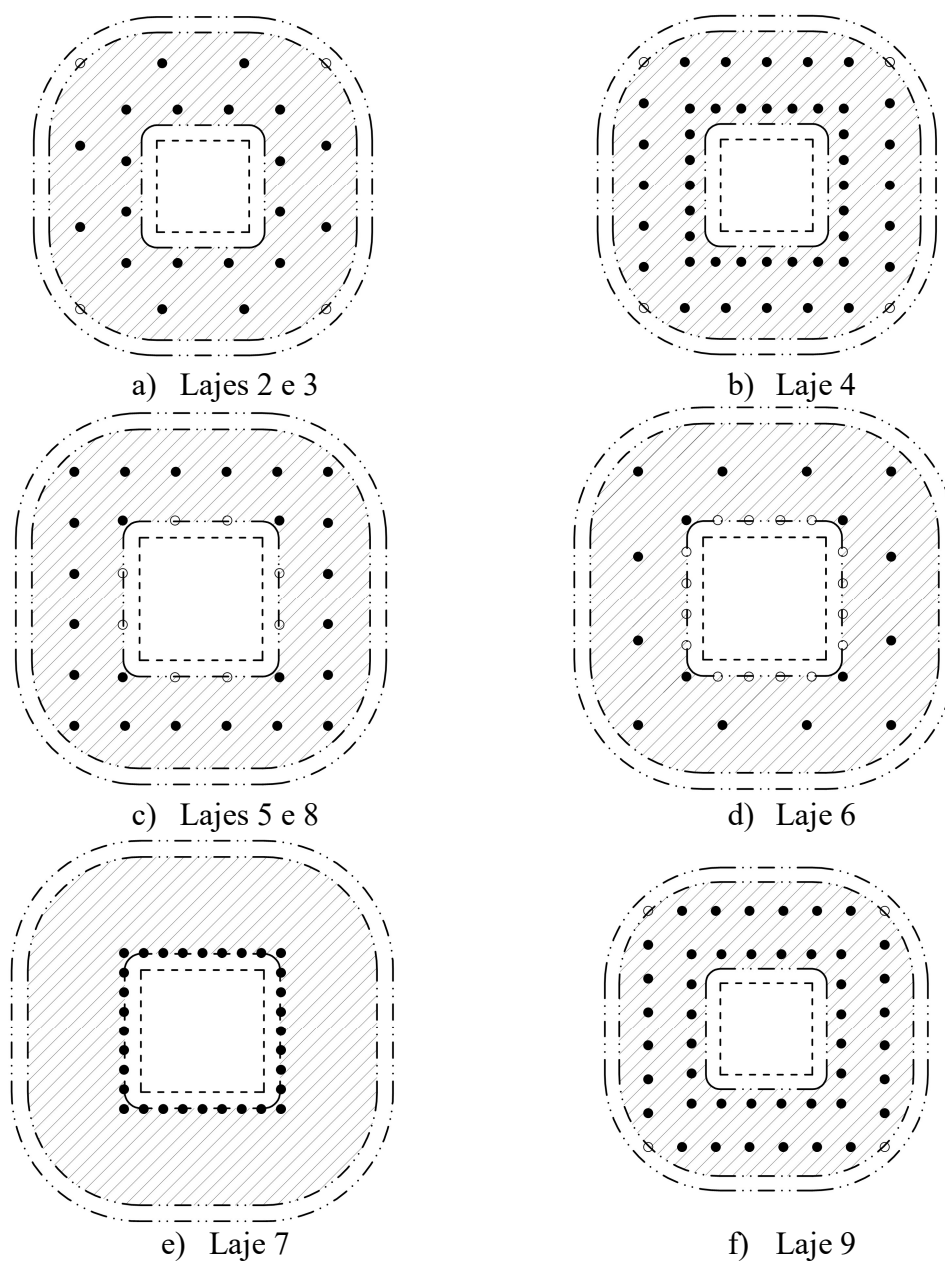


Figura 7.16 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

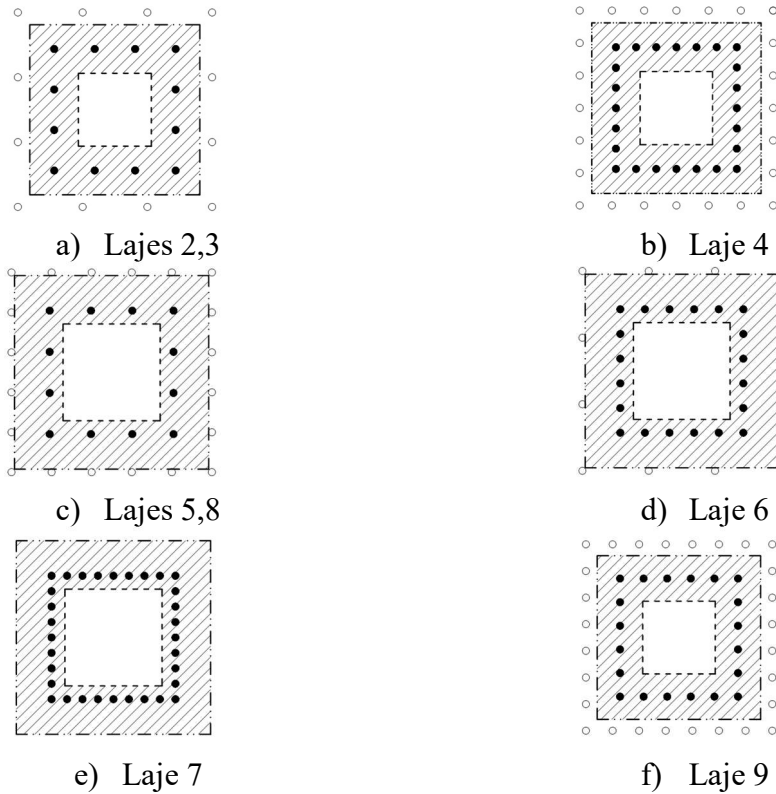


Figura 7.17 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

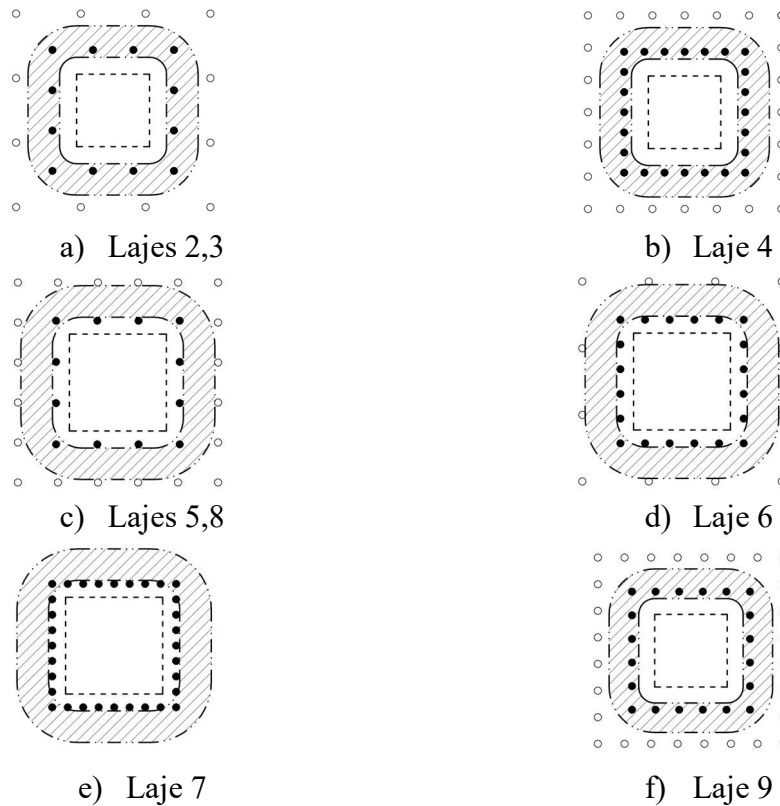


Figura 7.18 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.3 Chana e Desai (1993)

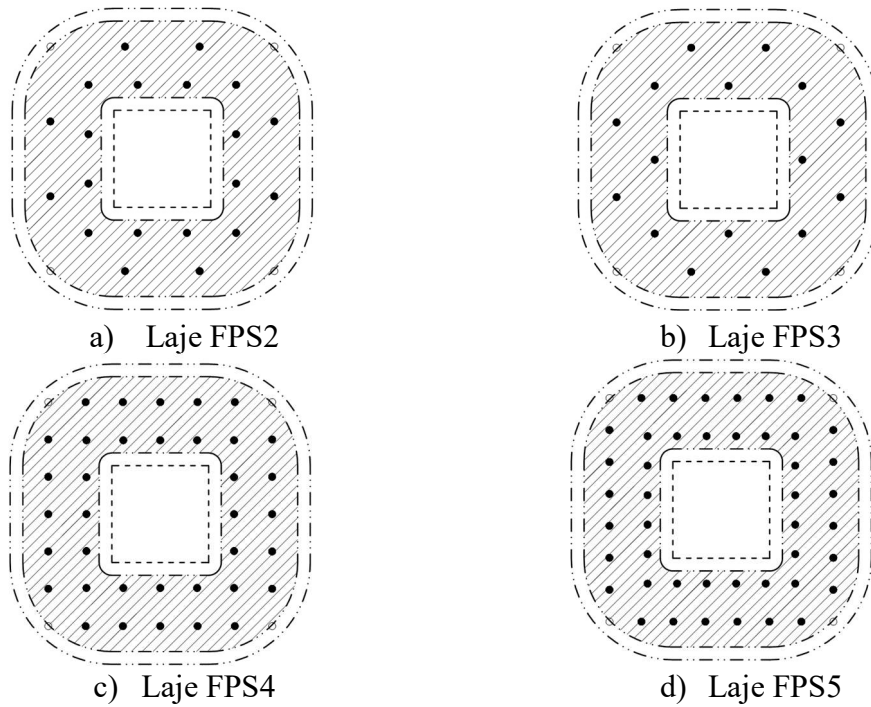


Figura 7.19 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

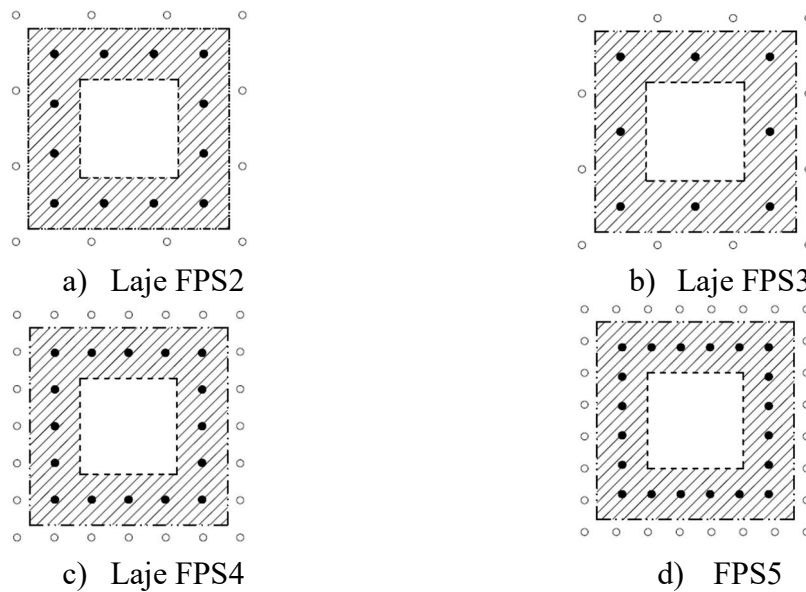


Figura 7.20 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

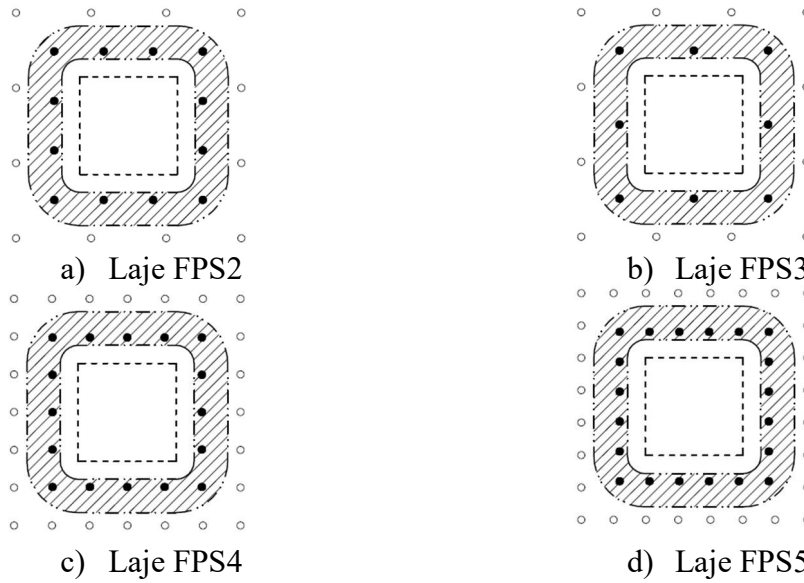


Figura 7.21 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.4 Regan (1980)



Figura 7.22 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

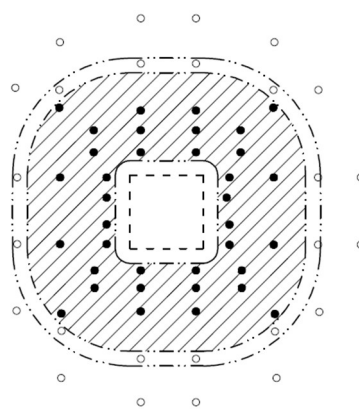


Figura 7.23 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

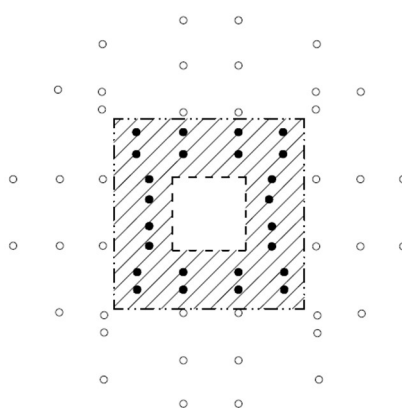


a) Lajes 2 e 3
 b) Laje 4
 Figura 7.24 - Lajes de REGAN (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

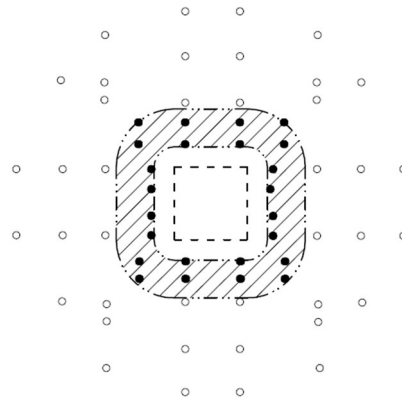
C.5 Samadian e Regan (1999)



a) Lajes S1 e S2
 Figura 7.25 - Lajes de SAMADIAN and REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



a) Lajes S1 e S2
 Figura 7.26 - Lajes de SAMADIAN e REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318



a) Lajes S1 e S2

Figura 7.27 - Lajes de SAMADIAN e REGAN (1999) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.6 Oliveira *et al.* (2000)

As lajes da série “I” de OLIVEIRA *et al.* (2000) possuíam estribos inclinados com dobras fechadas e envolvendo a armadura de flexão, na extremidade superior, e abertos na parte inferior. A área de aço considerada para o cálculo da resistência à punção foi aquela localizada na metade da barra inclinada, conforme ilustrado na Figura 7.28.

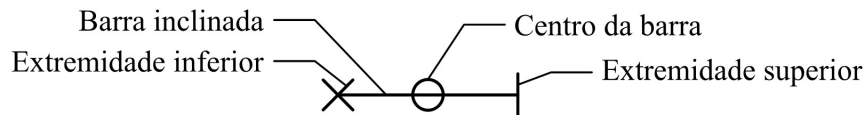


Figura 7.28 – Armaduras inclinadas de OLIVEIRA *et al.* (2000)

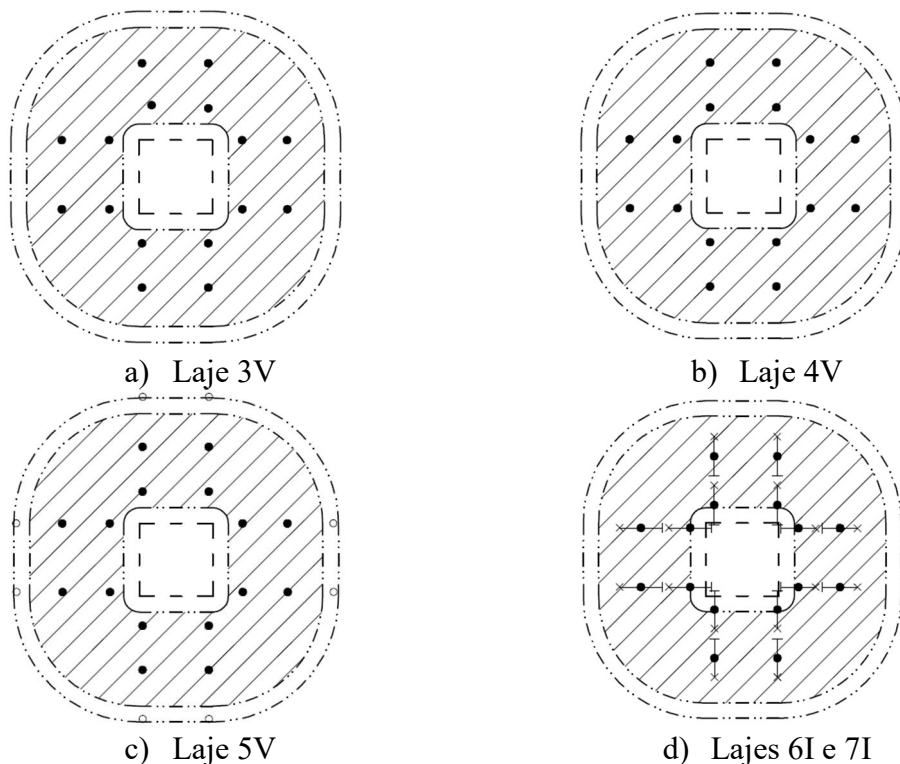
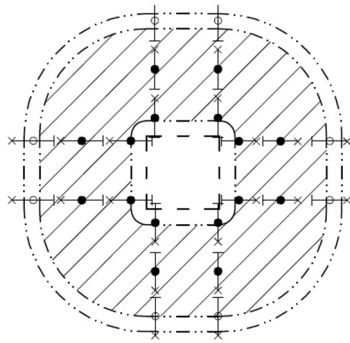
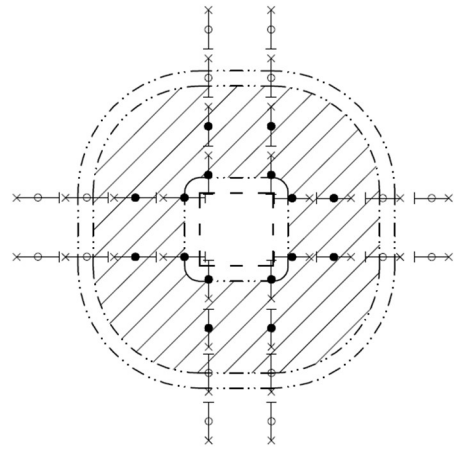


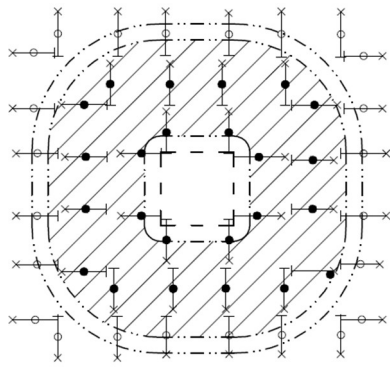
Figura 7.29 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



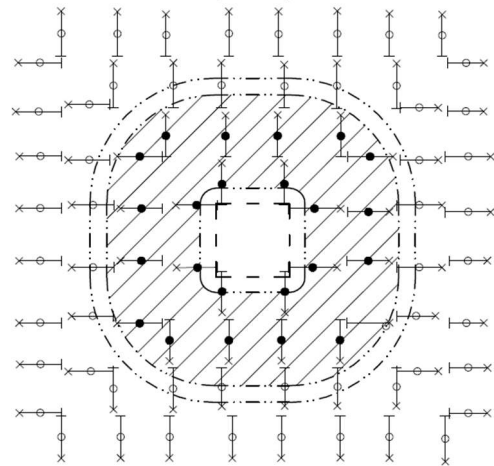
e) Laje 8I



f) Laje 9I



g) Laje 10I



h) Laje 11I

Figura 7.30 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2 (continuação)

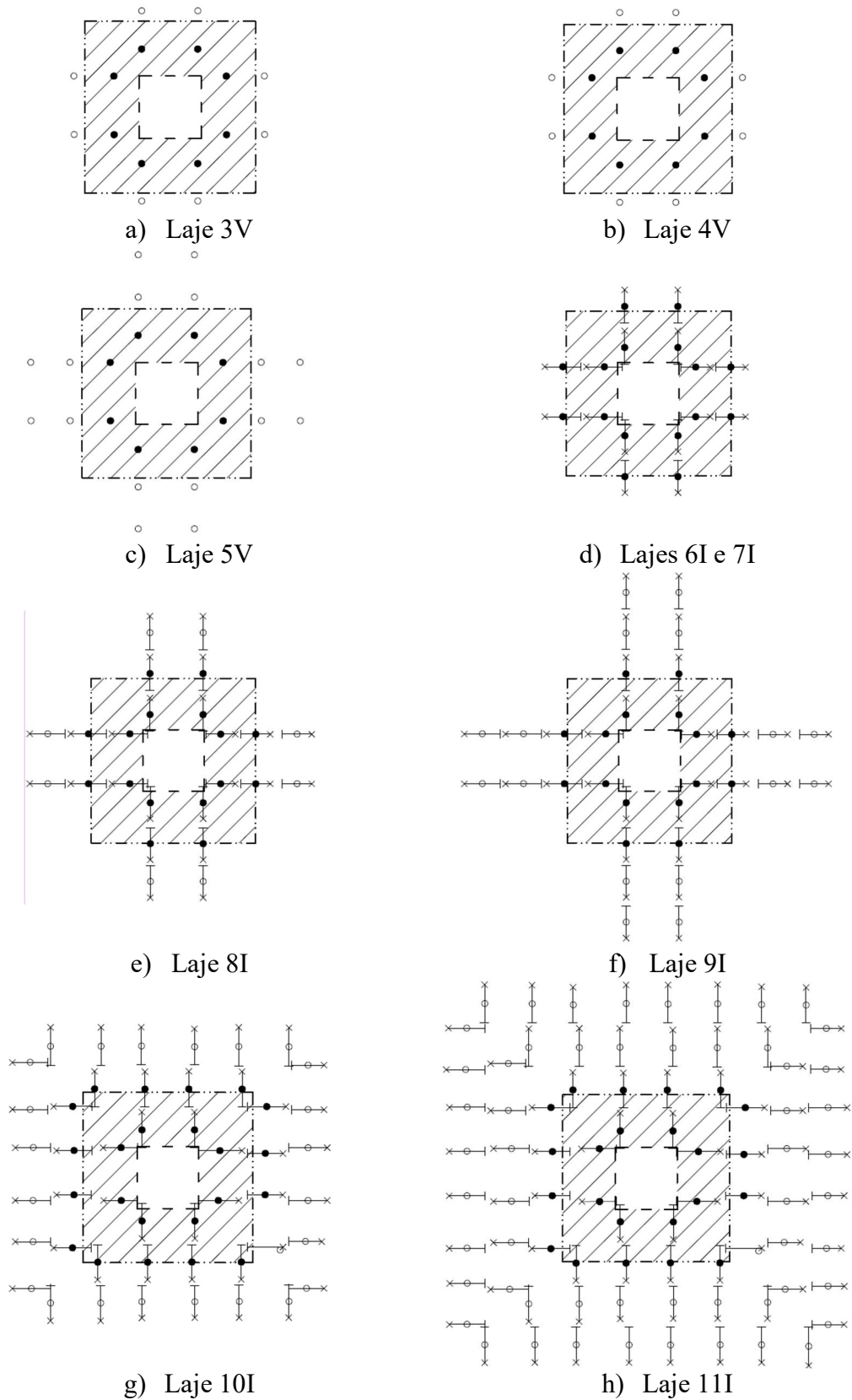


Figura 7.31 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

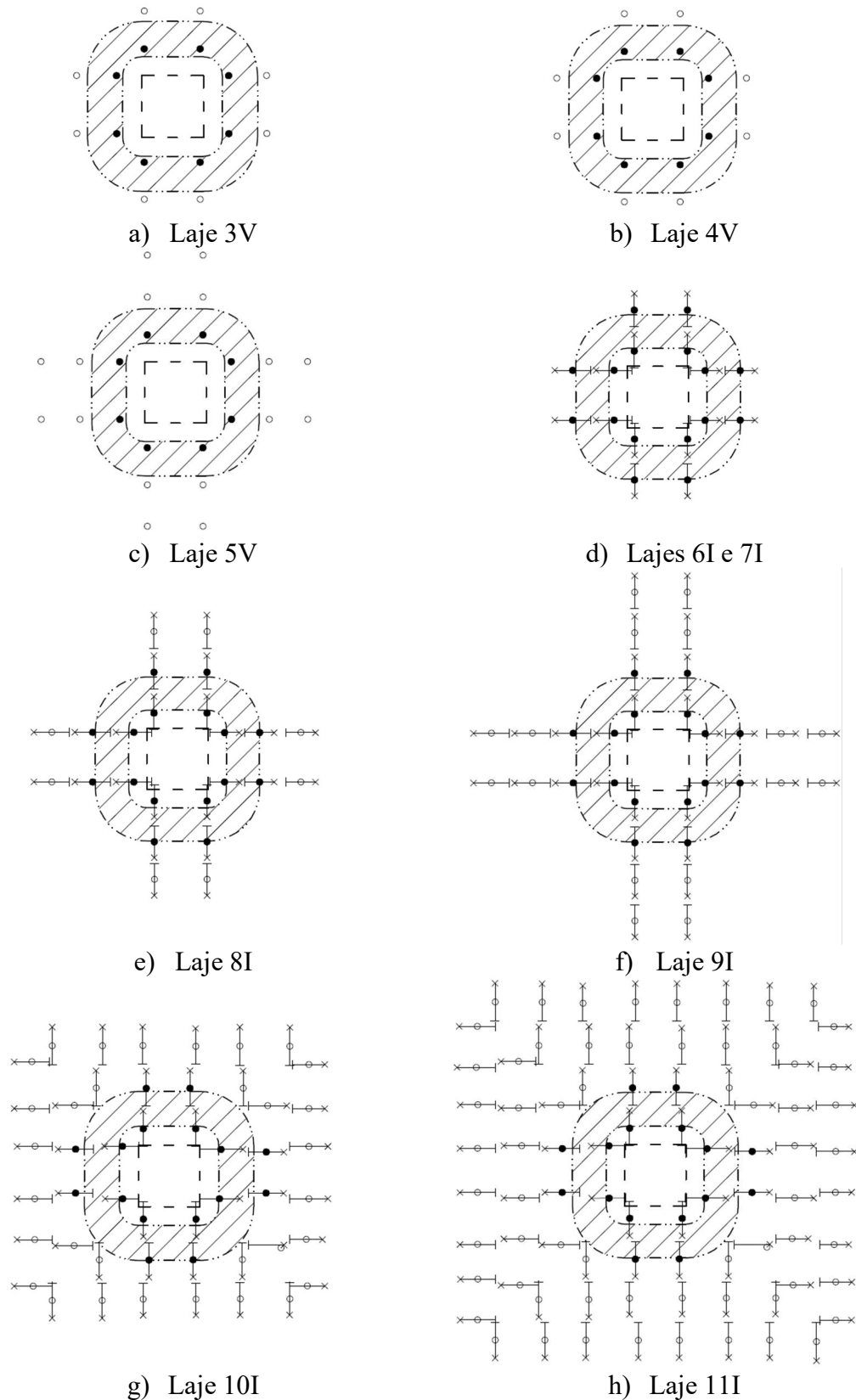
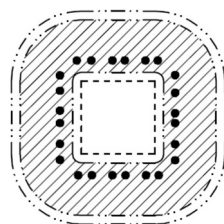


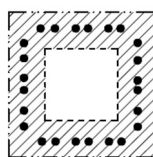
Figura 7.32 - Lajes de OLIVEIRA, MELO e REGAN (2000) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.7 Narasimhan (1971)



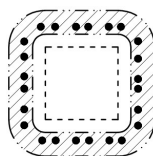
a) Laje L2

Figura 7.33 - Lajes de NARASIMHAM (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



a) Laje L2

Figura 7.34 - Lajes de NARASIMHAM (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318



a) Laje L2

Figura 7.35 - Lajes de NARASIMHAM (1971) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.8 Broms (1990)

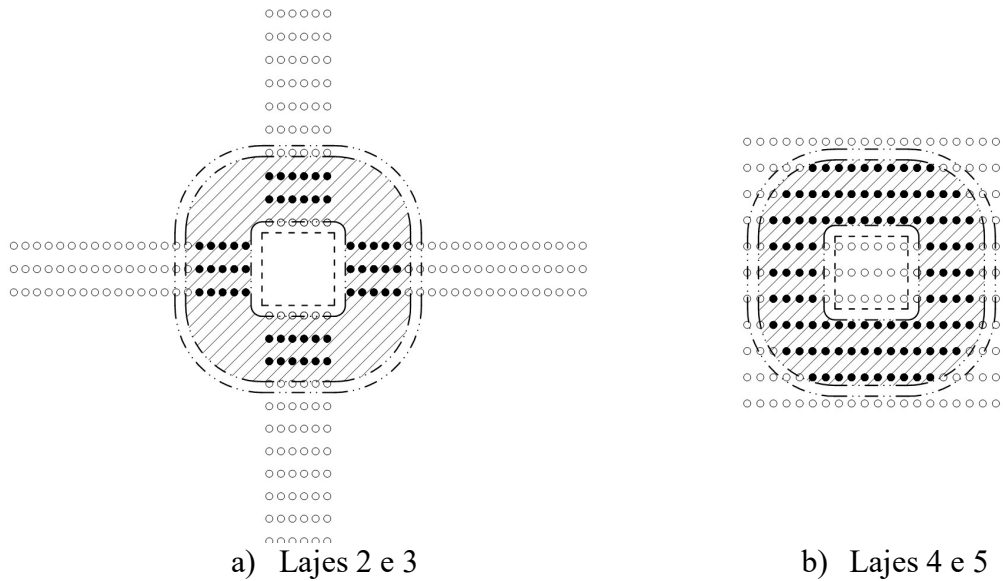


Figura 7.36 - Lajes de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

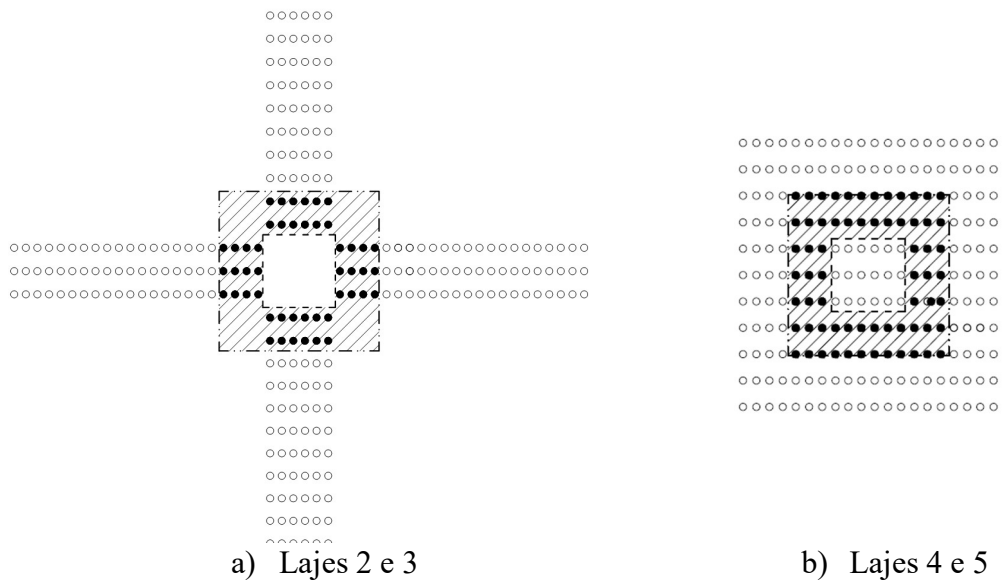
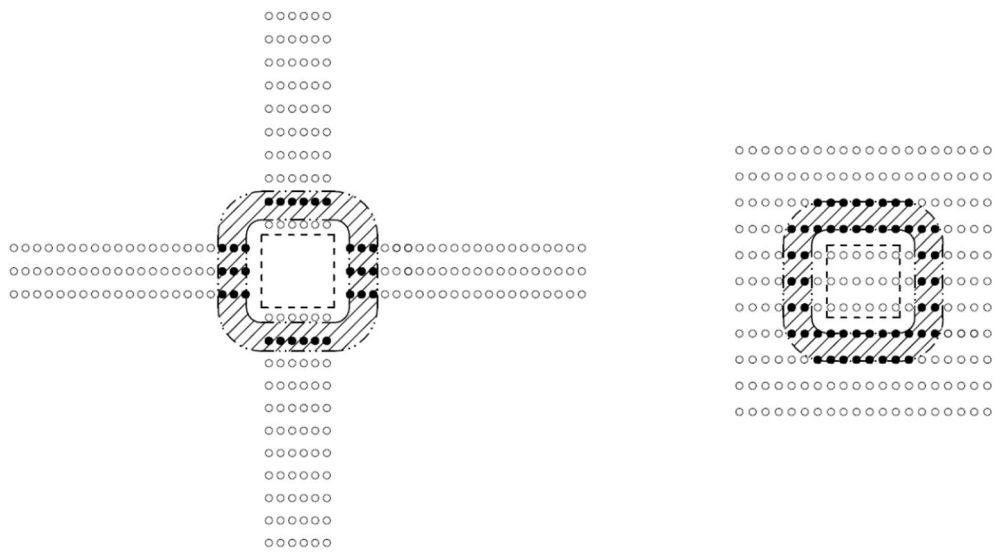


Figura 7.37 - Lajes de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

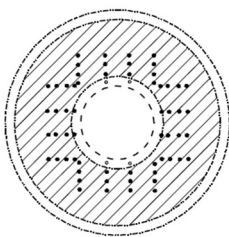


a) Lajes 2 e 3

b) Lajes 4 e 5

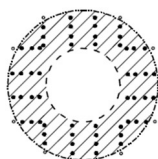
Figura 7.38 - ajas de BROMS (1990) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.9 Nilsson (1983)



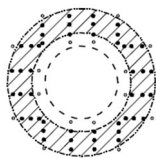
a) Lajes 1 e 2

Figura 7.39 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



a) Lajes 1 e 2

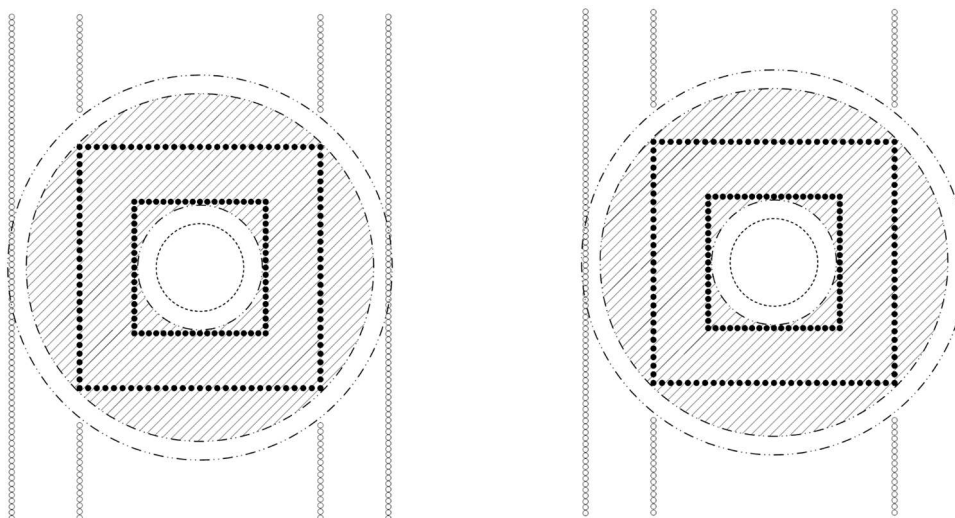
Figura 7.40 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318



a) Lajes 1 e 2

Figura 7.41 - Lajes de NILSON (1983) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

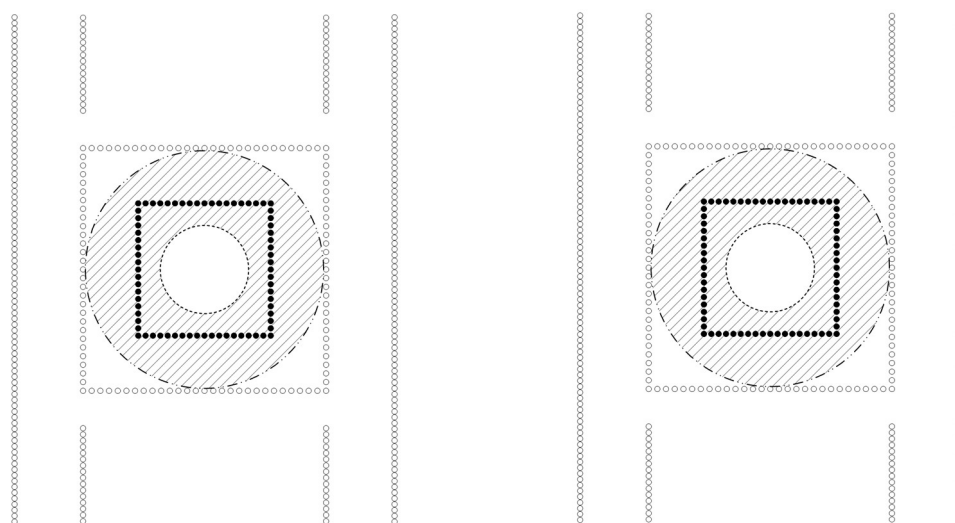
C.10 Kinnunen *et al.* (1980)



a) Laje S2

b) Laje S3

Figura 7.42 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



a) Laje S2

b) Laje S3

Figura 7.43 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

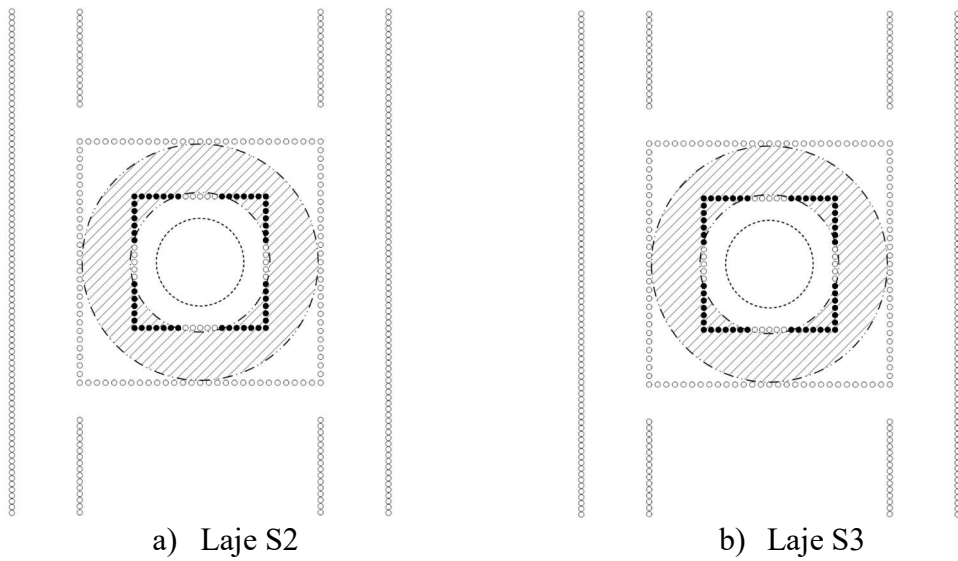


Figura 7.44 - Lajes de KINNUNEN, NYLANDER e TOLF (1980) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.11 Tolf (1988)

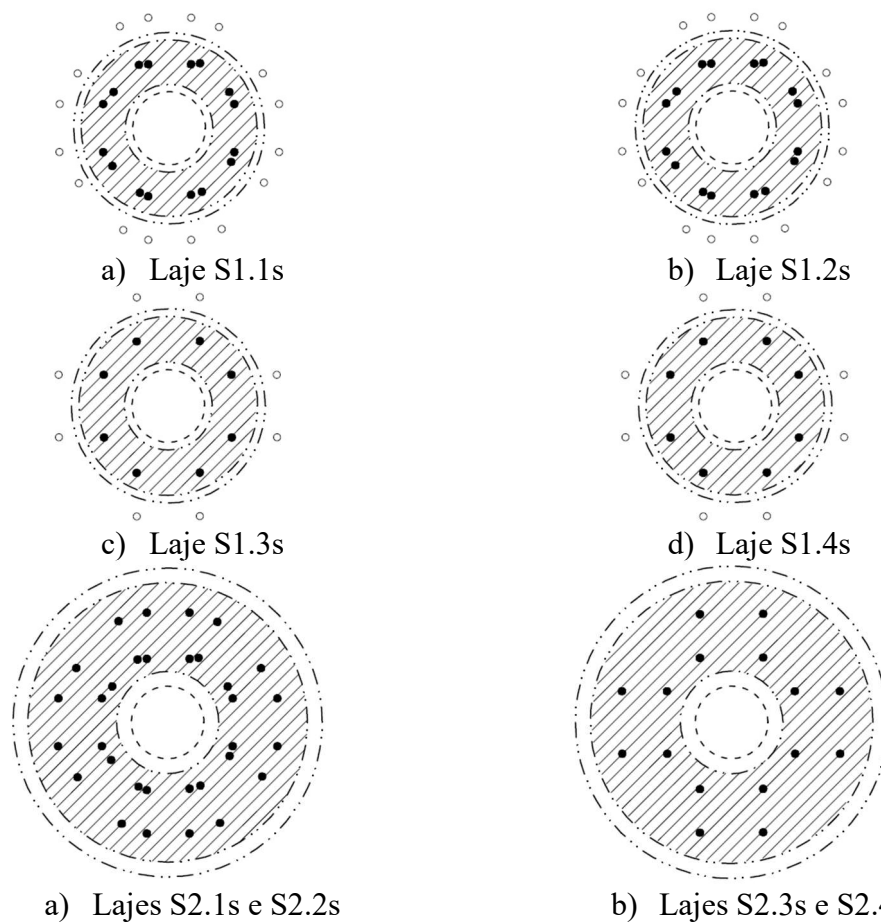


Figura 7.45 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

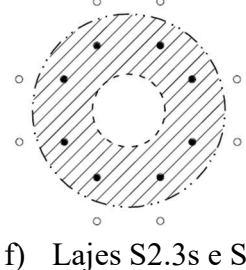
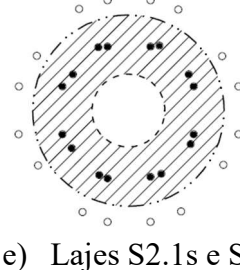
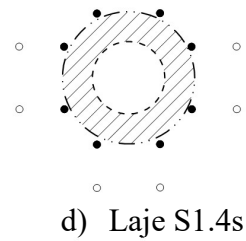
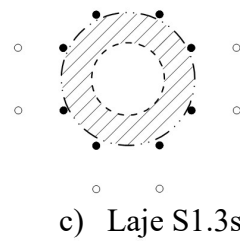
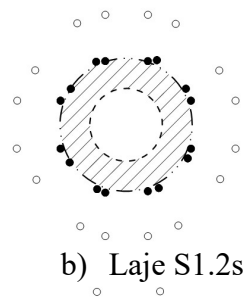
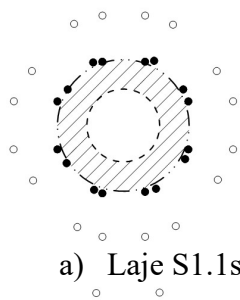


Figura 7.46 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

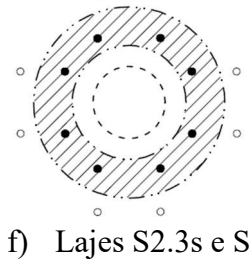
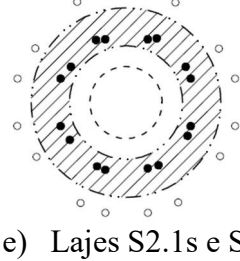
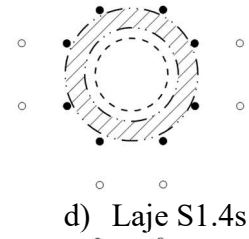
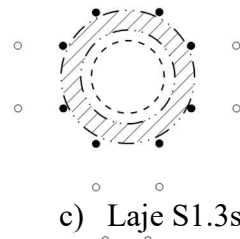
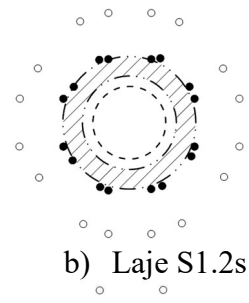
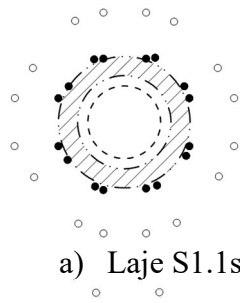


Figura 7.47 - Lajes de TOLF (1988) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.12 Andersson (1963)

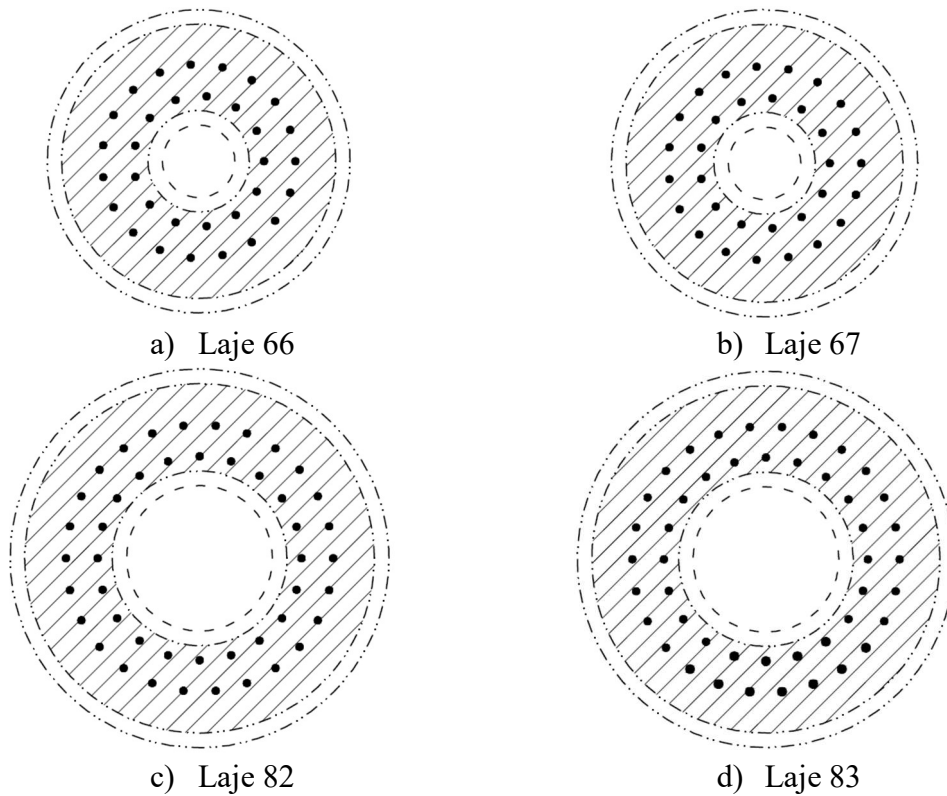


Figura 7.48 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

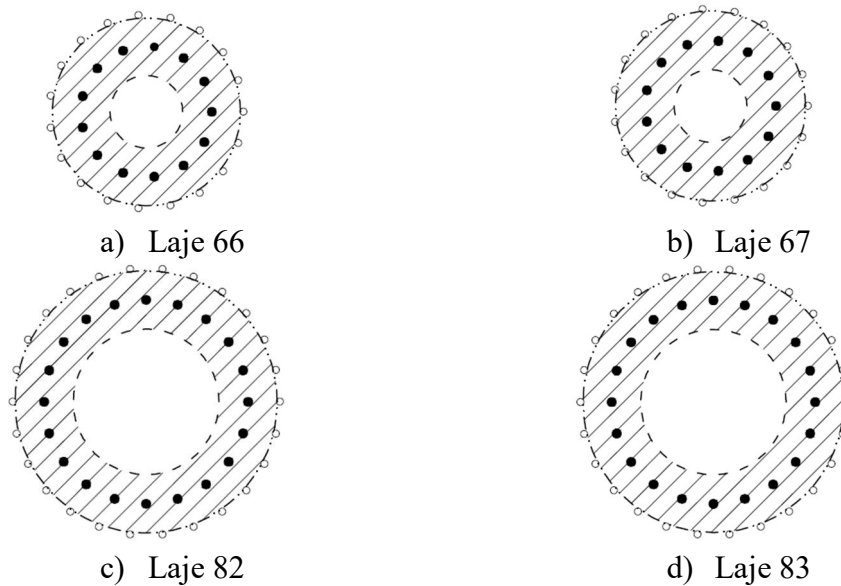


Figura 7.49 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

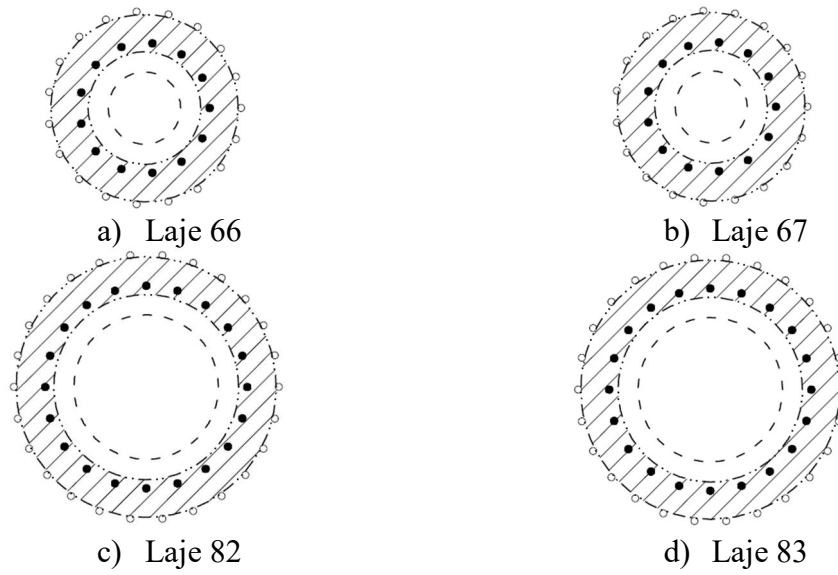
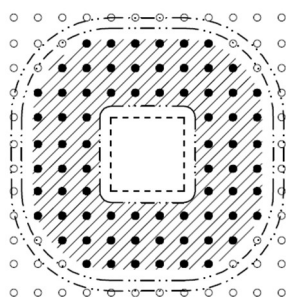


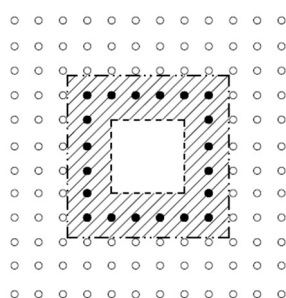
Figura 7.50 - Lajes de ANDERSSON (1963) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.13 Chana (1993)



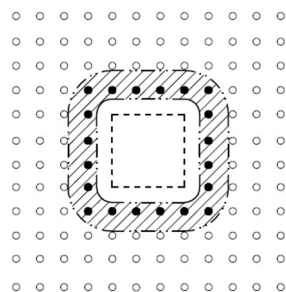
a) Lajes 2 e 3

Figura 7.51 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2



a) Lajes 2 e 3

Figura 7.52 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318



a) Lajes 2 e 3

Figura 7.53 - Lajes de CHANA (1993) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

C.14 Pilakoutas e Li (1997)

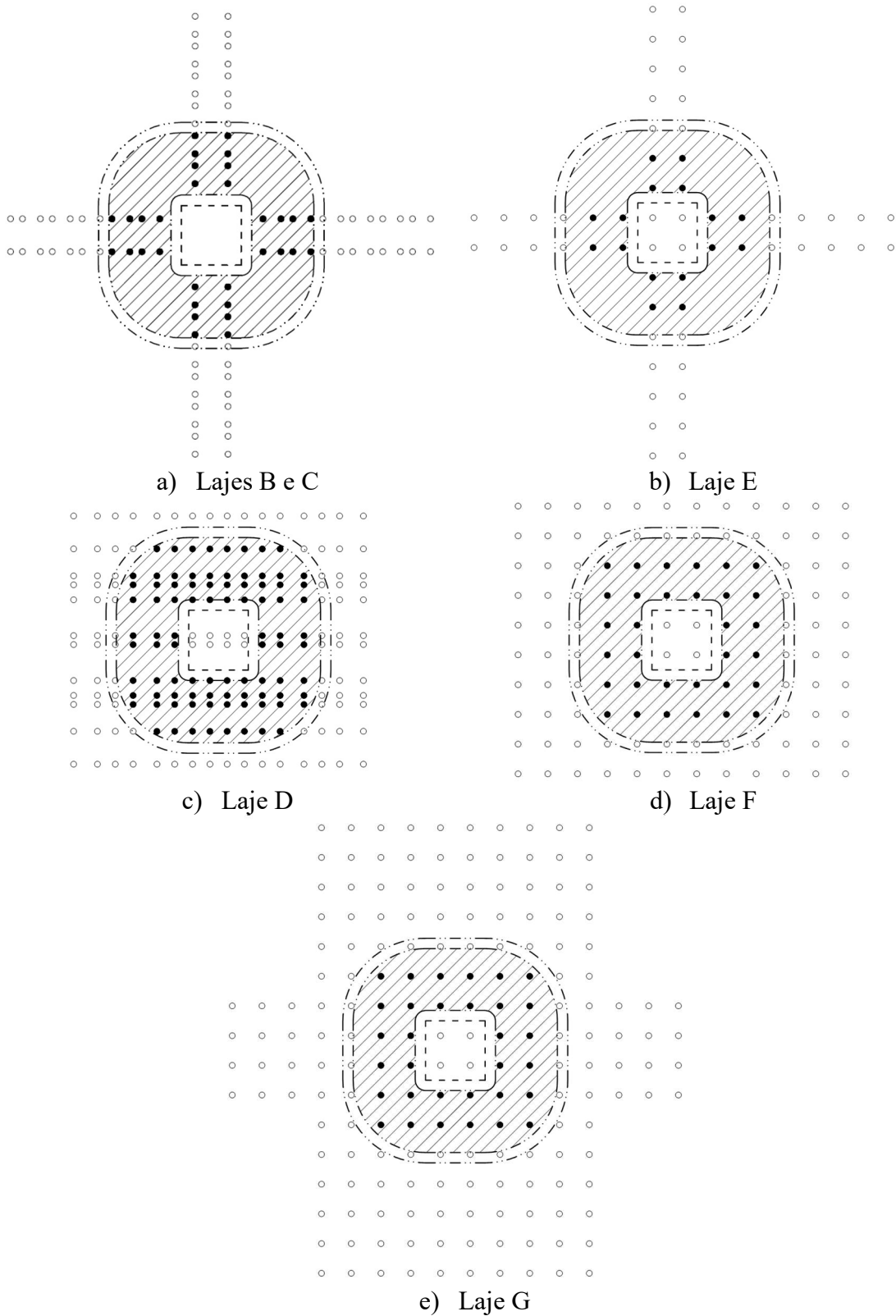


Figura 7.54 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode 2

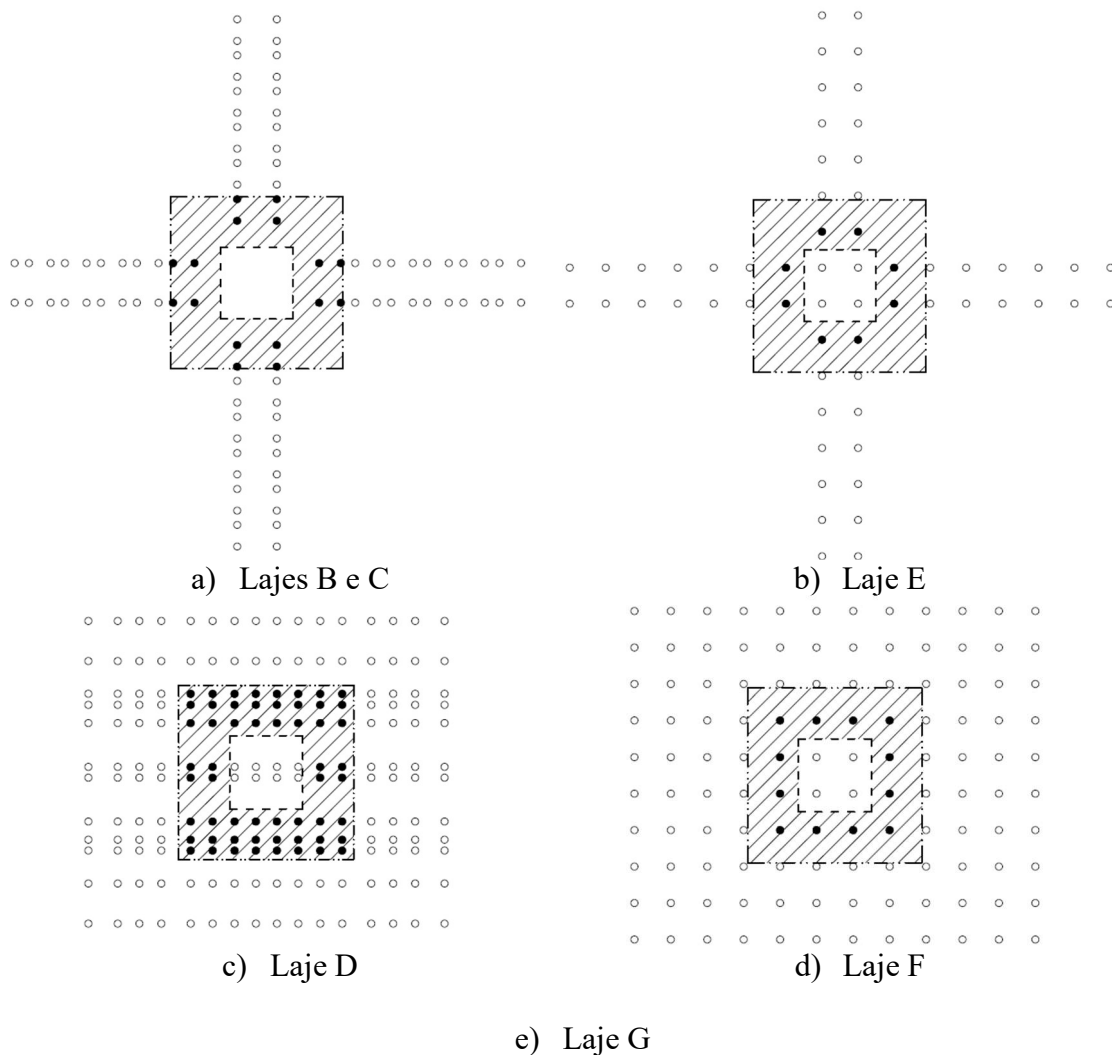


Figura 7.55 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o ACI 318

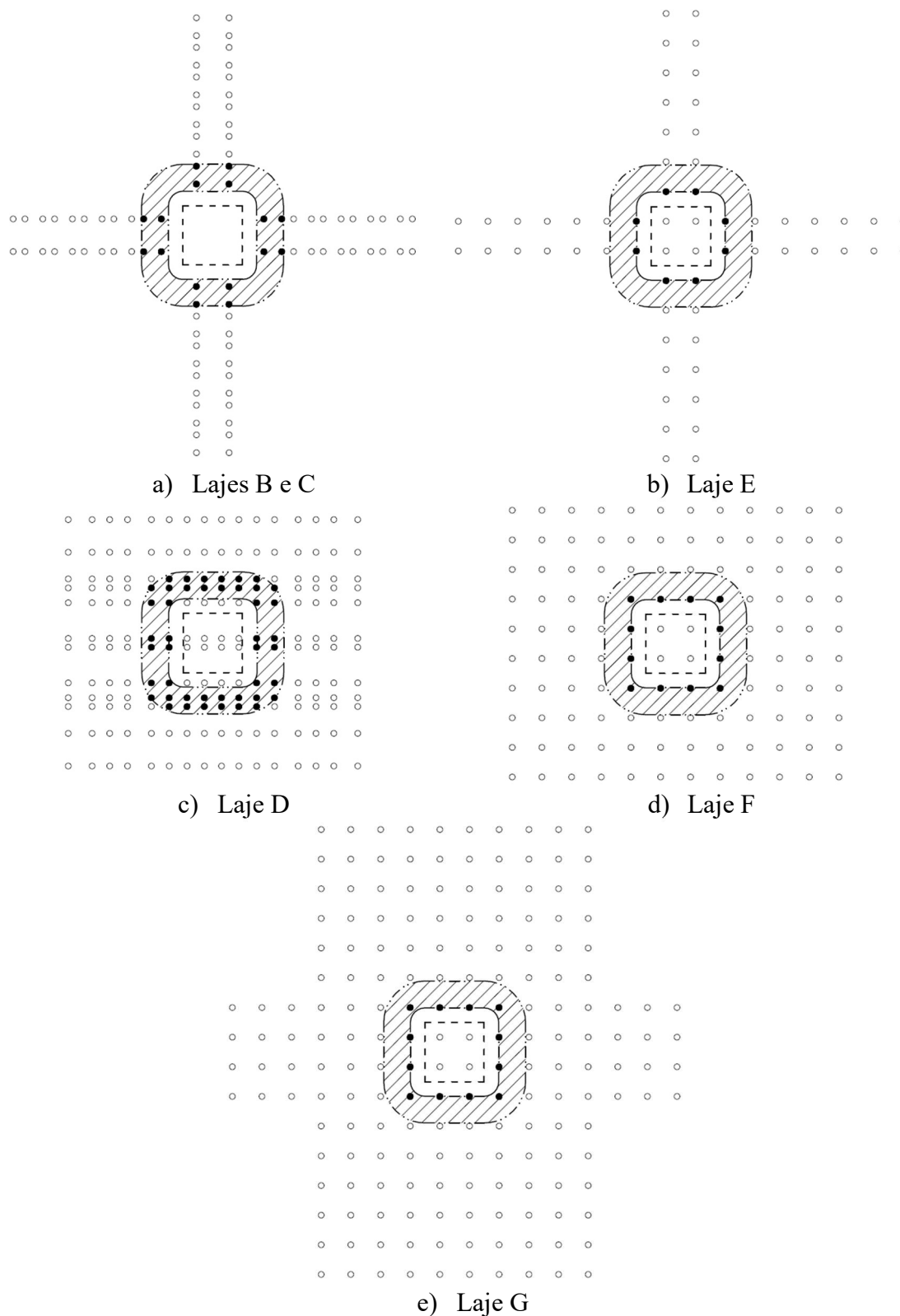


Figura 7.56 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – Armadura de cisalhamento considerada para o cálculo da resistência à punção de acordo com o Model Code 2010

D Perímetros de controle fora da região das armaduras de cisalhamento

A seguir, são ilustrados os perímetros de controle fora da região das armaduras de cisalhamento para cada laje analisada, segundo os critérios das normas NBR 6118, Eurocode 2, ACI 318 e Model Code 10. Os perímetros foram traçados a partir da definição de um perímetro de referência, adotado com base na última camada de armadura de cisalhamento. A definição dos perímetros de controle é ilustrada na Figura 7.57. Tanto o ACI 318 quanto o Model Code 10 consideram o perímetro fora da região das armaduras como sendo aquele afastado à distância de $0,5 d$ a partir da última camada de armadura de armadura de cisalhamento, com a diferença de que, segundo os critérios do ACI, não há um limite máximo para as bordas do perímetro, assim como há para as demais normas (Figura 7.57-b).

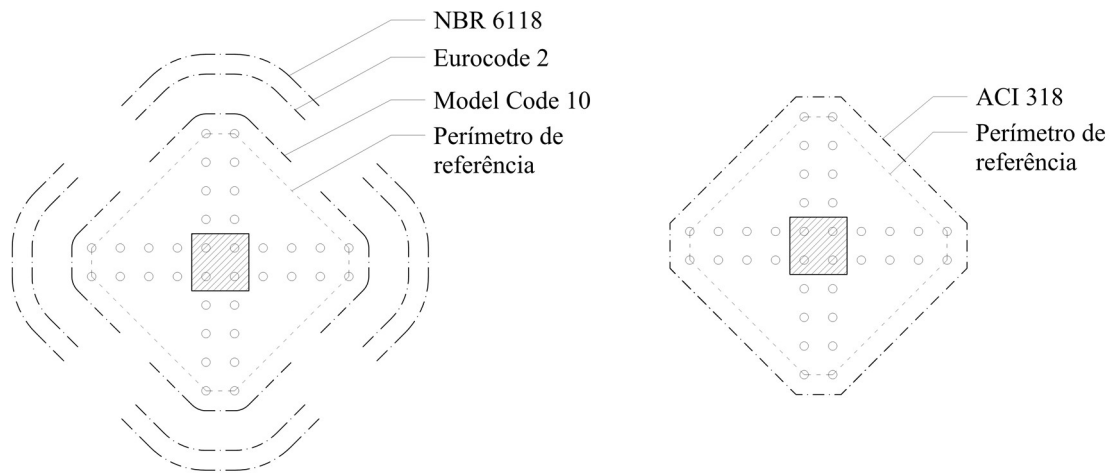


Figura 7.57 – Perímetros de controle fora da região das armaduras de cisalhamento

D.1 CHANA e DESAI (1992)

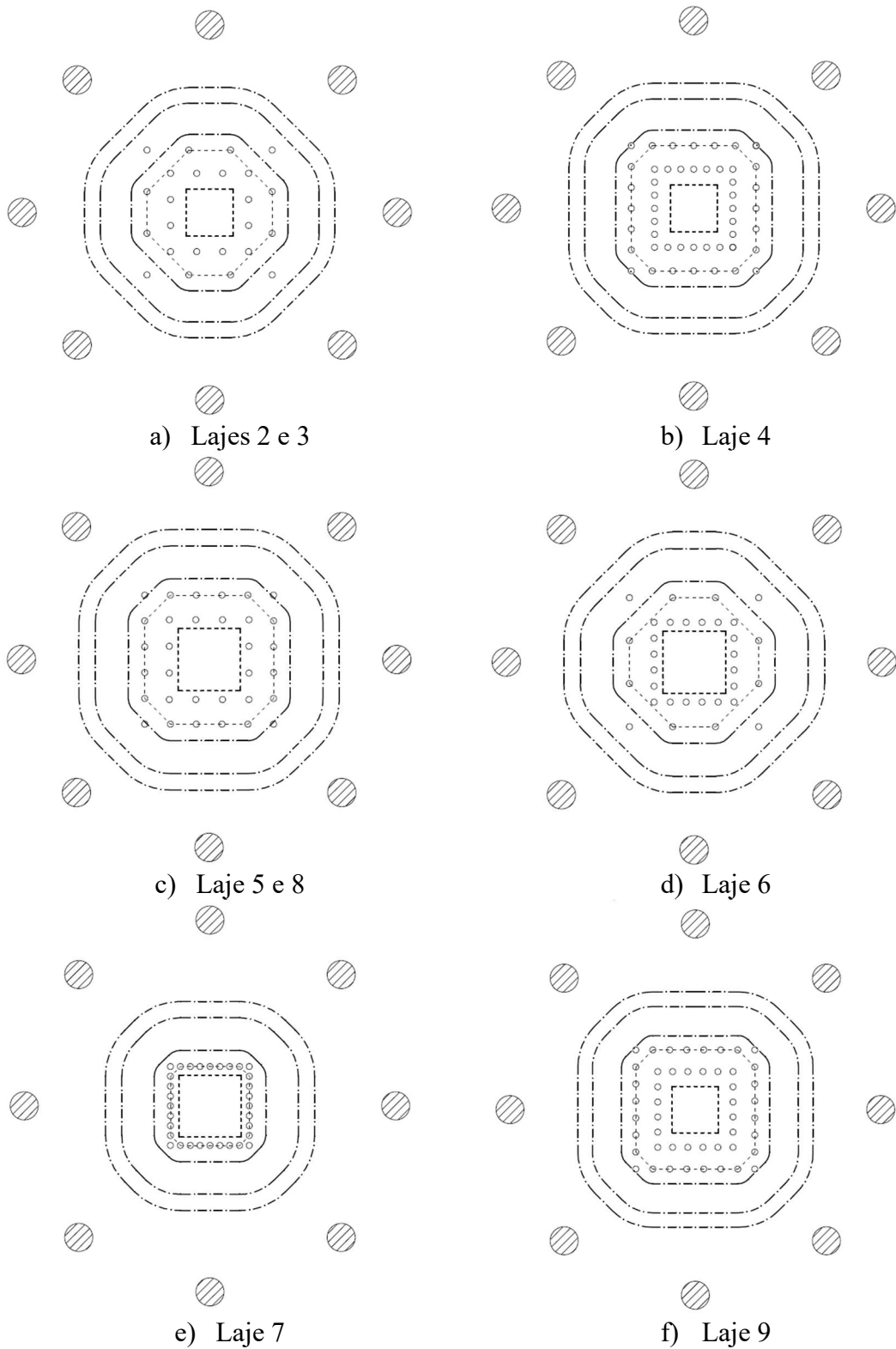


Figura 7.58 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA e DESAI (1992)

D.2 CHANA e DESAI (1993)

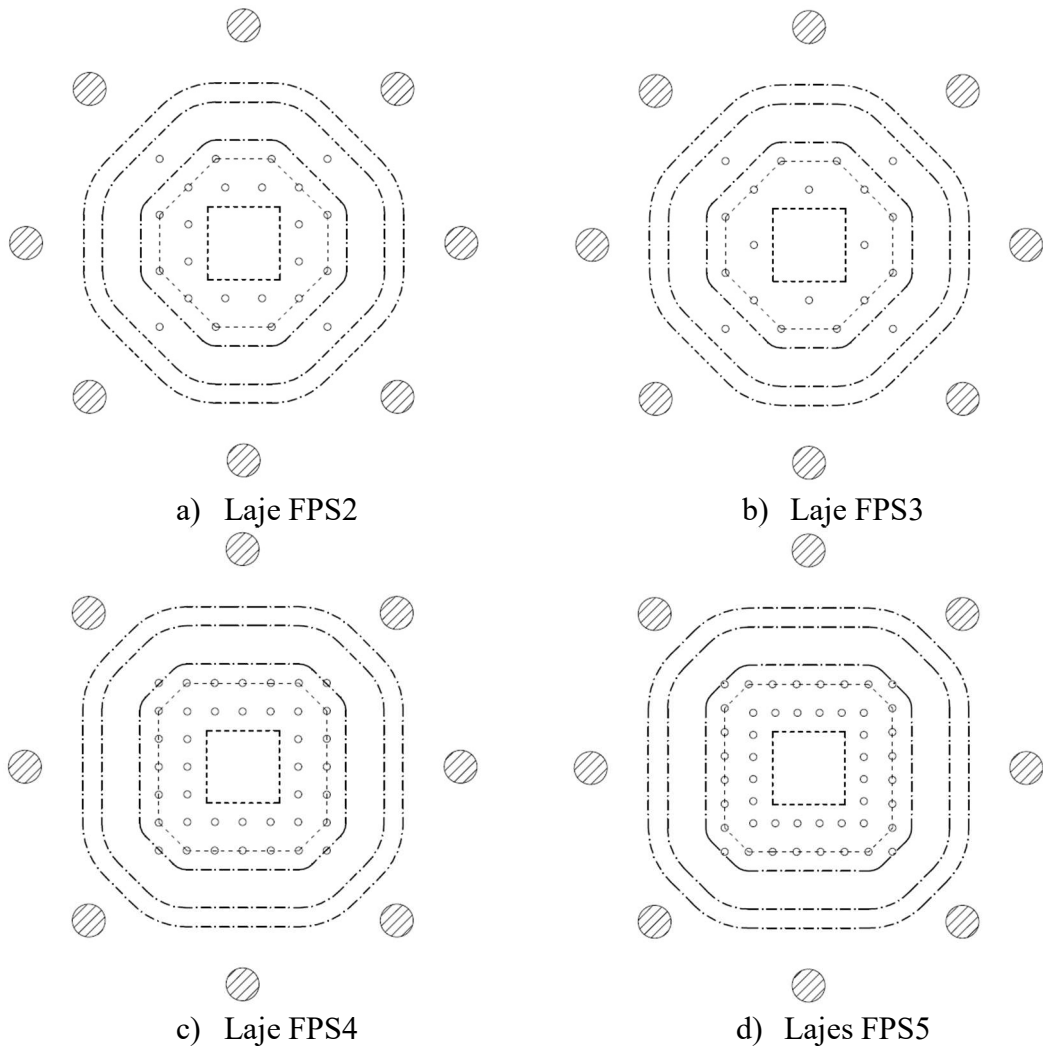
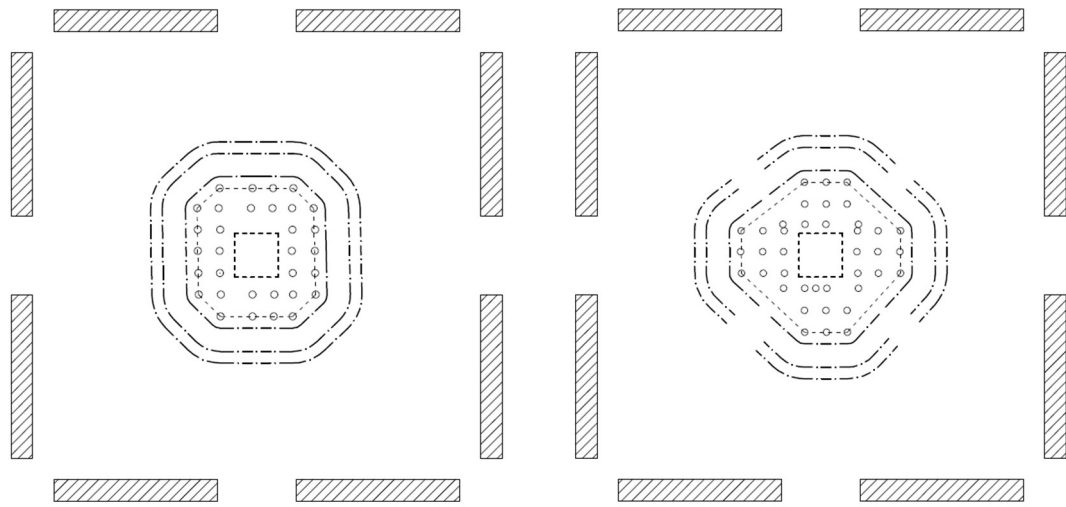


Figura 7.59 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA e DESAI (1993)

D.3 REGAN (1980)

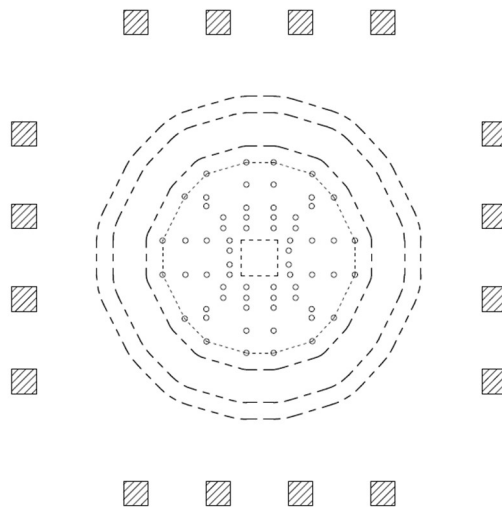


a) Lajes 2 e 3

b) Lajes 2 e 4

Figura 7.60 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de REGAN (1980)

D.4 SAMADIAN e REGAN (1999)



a) Lajes S1 e S2

Figura 7.61 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de SAMADIAN e REGAN (1999)

D.5 OLIVEIRA et al. (2000)

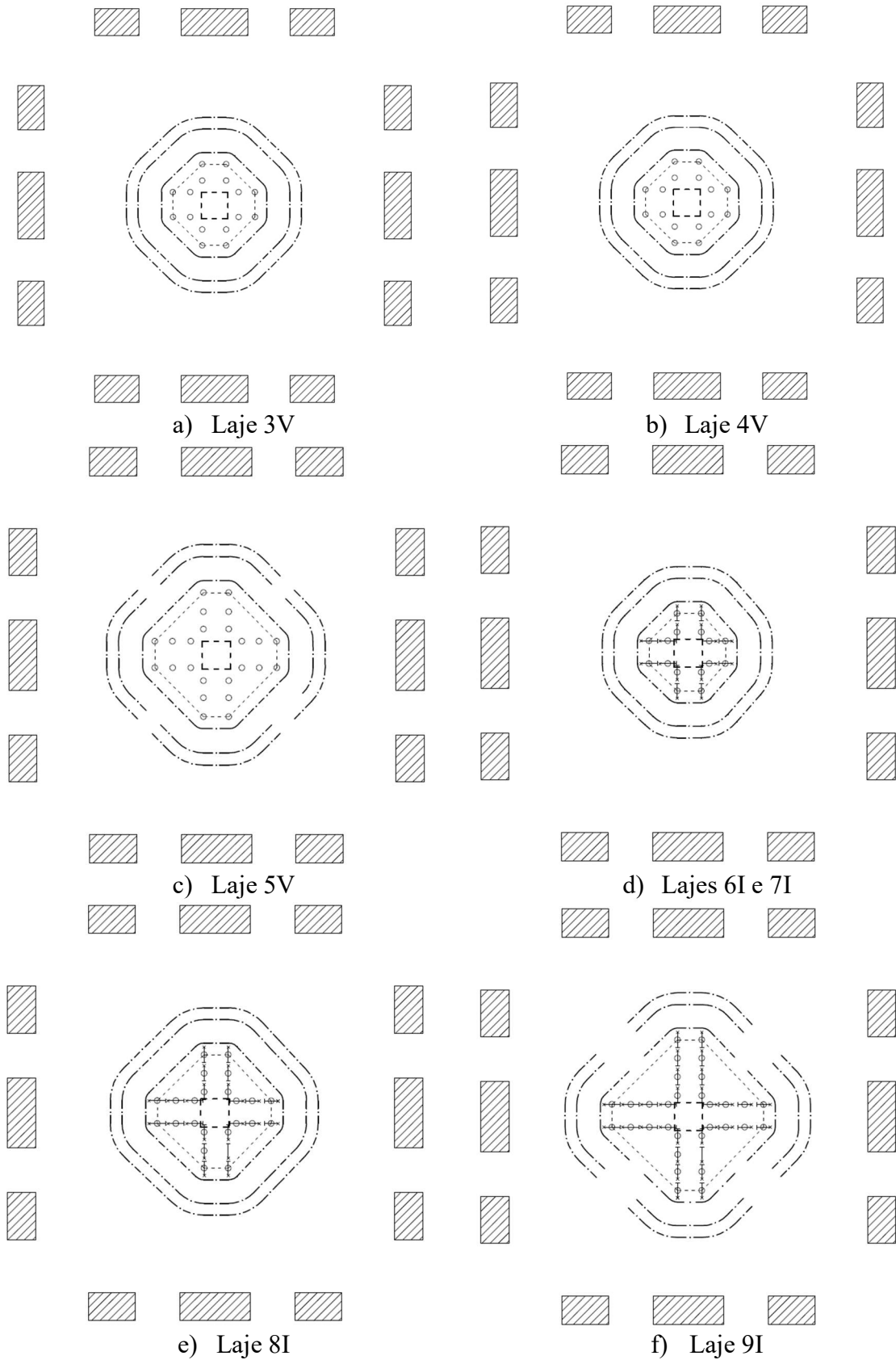


Figura 7.62 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de OLIVEIRA et al. (2000)

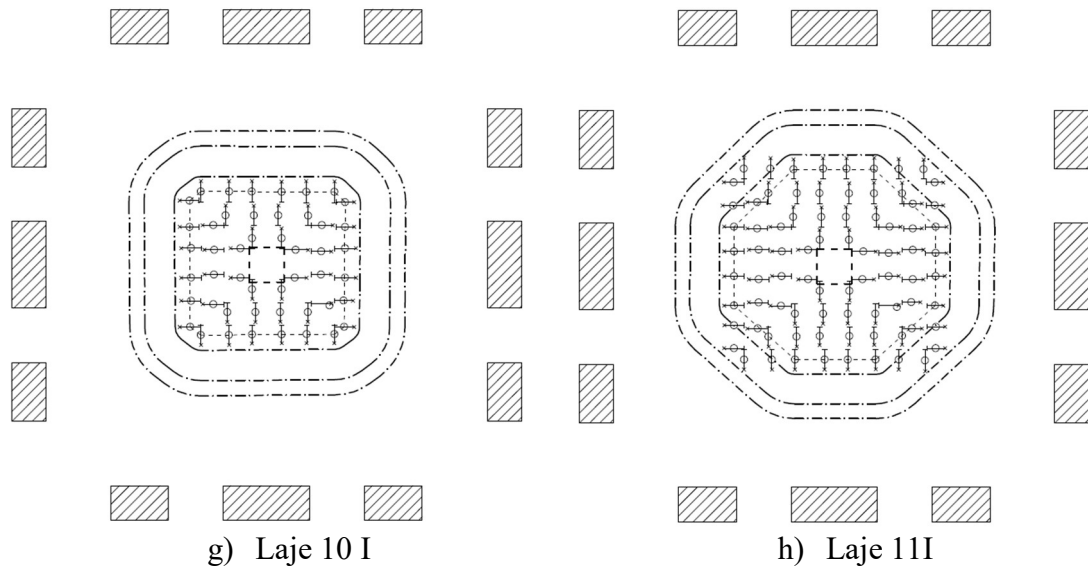
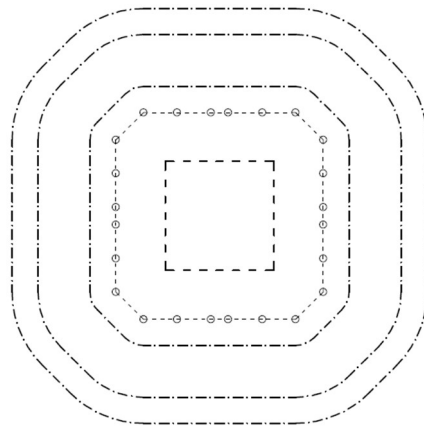


Figura 7.63 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de OLIVEIRA et al. (2000) (continuação)

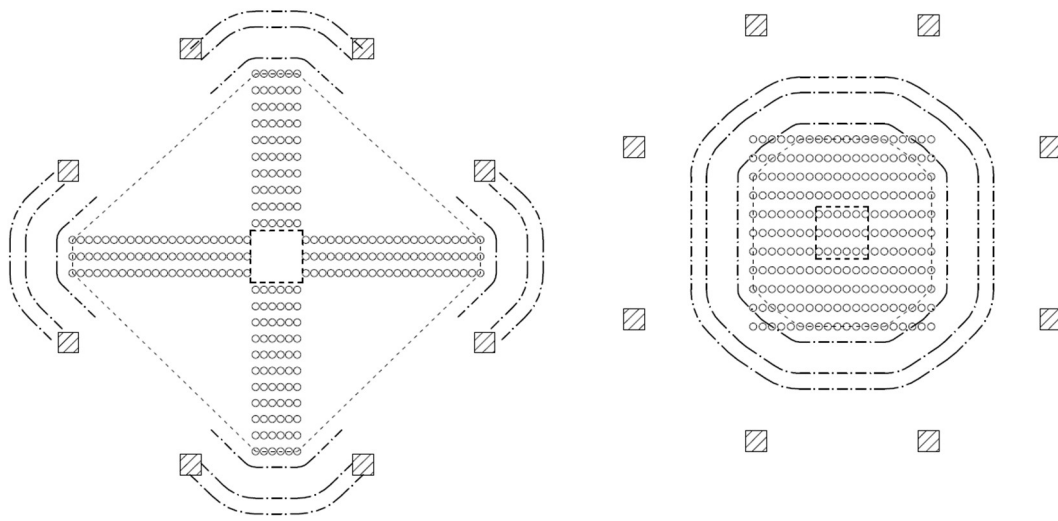
D.6 NARASIMHAN (1971)



a) Laje L2

Figura 7.64 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de NARASIMHAN (1971)

D.7 BROMS (1990)

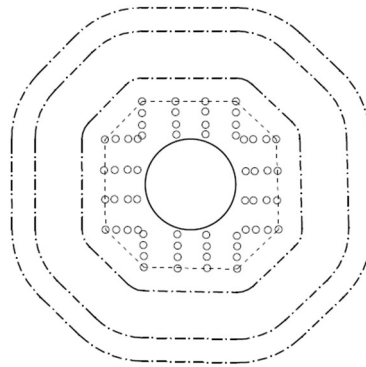


a) Lajes 2 e 3

b) Lajes 4 e 5

Figura 7.65 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de BROMS (1990)

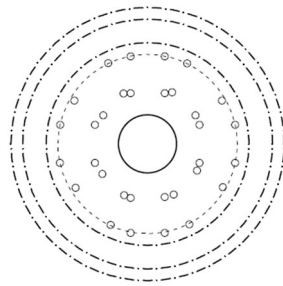
D.8 NILSON (1983)



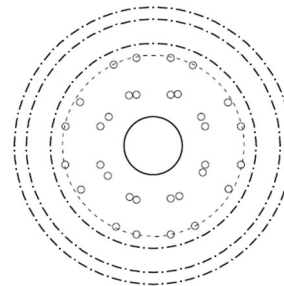
a) Lajes 1 e 2

Figura 7.66 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de NILSON (1983)

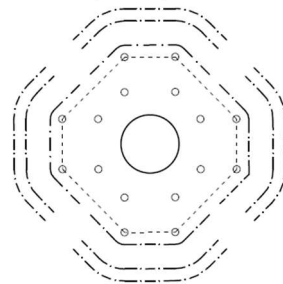
D.9 TOLF(1988)



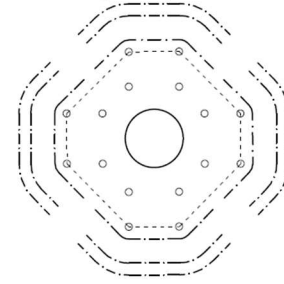
a) Laje S1.1s



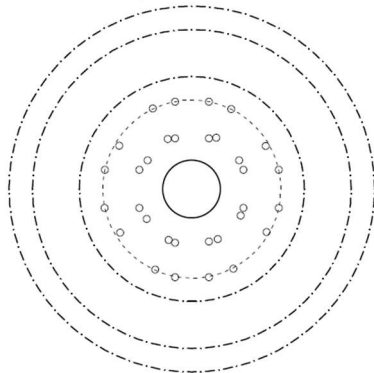
b) Laje S1.2s



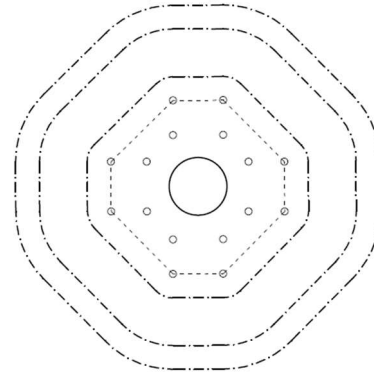
c) Laje S1.3s



d) Laje S1.4s



e) Lajes S2.1s e S2.2s



f) Lajes S2.3s e S2.4s

Figura 7.67 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de TOLF(1988)

D.10 ANDERSON (1963)

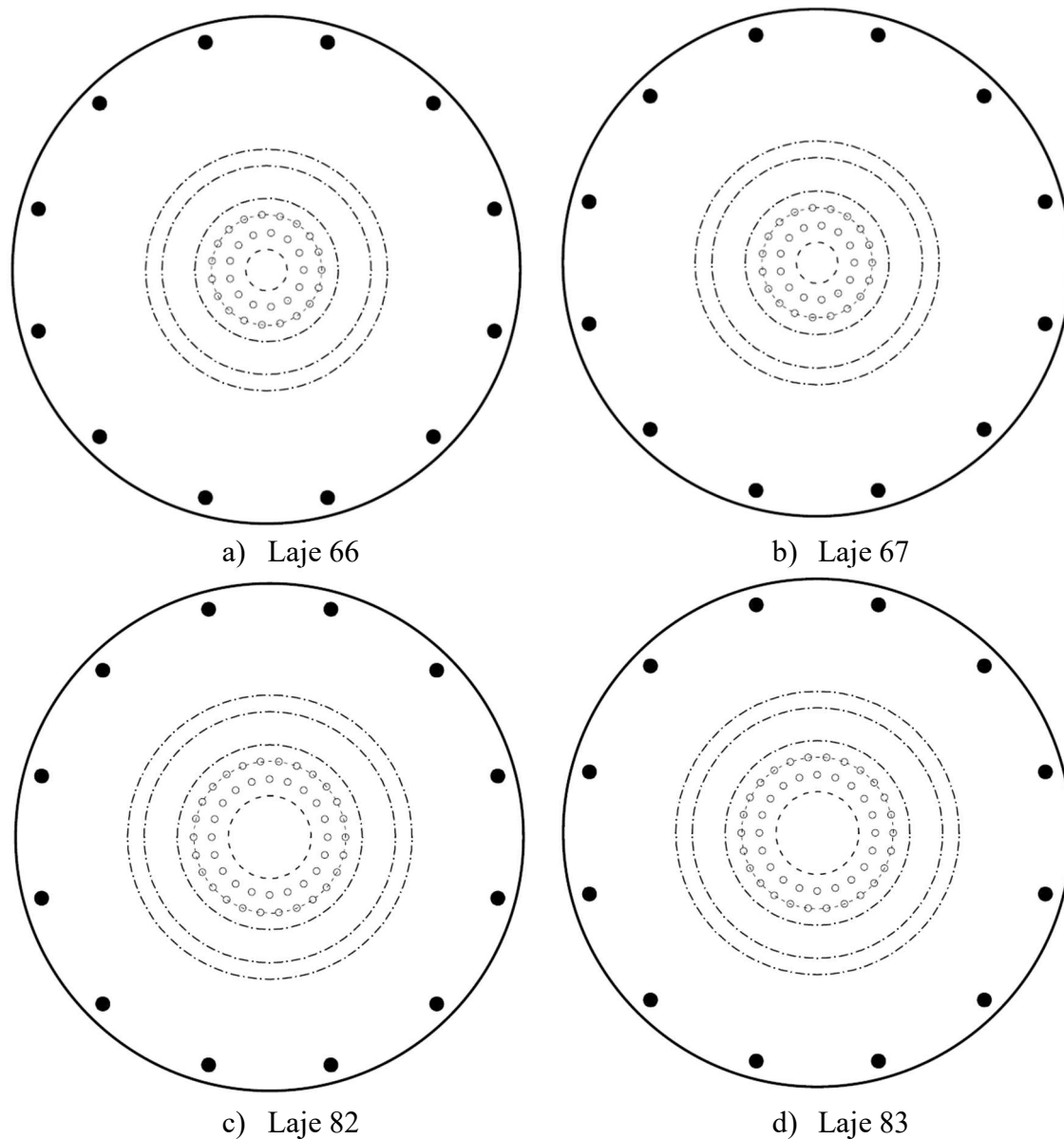
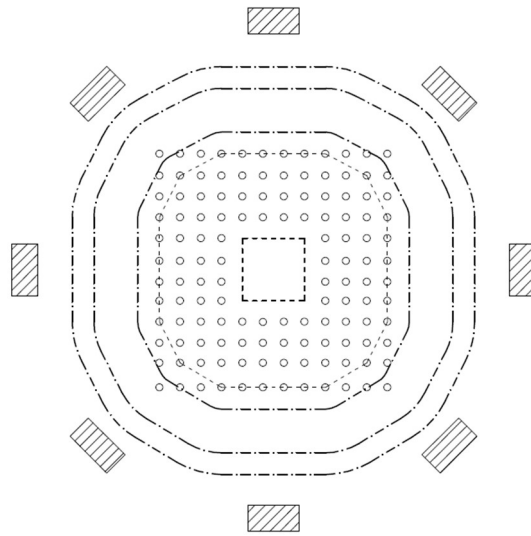


Figura 7.68 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de ANDERSON (1963)

D.11 CHANA(1963)



a) Lajes 2 e 3

Figura 7.69 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de CHANA(1963)

D.12 PILAKOUTAS e Li (1997)

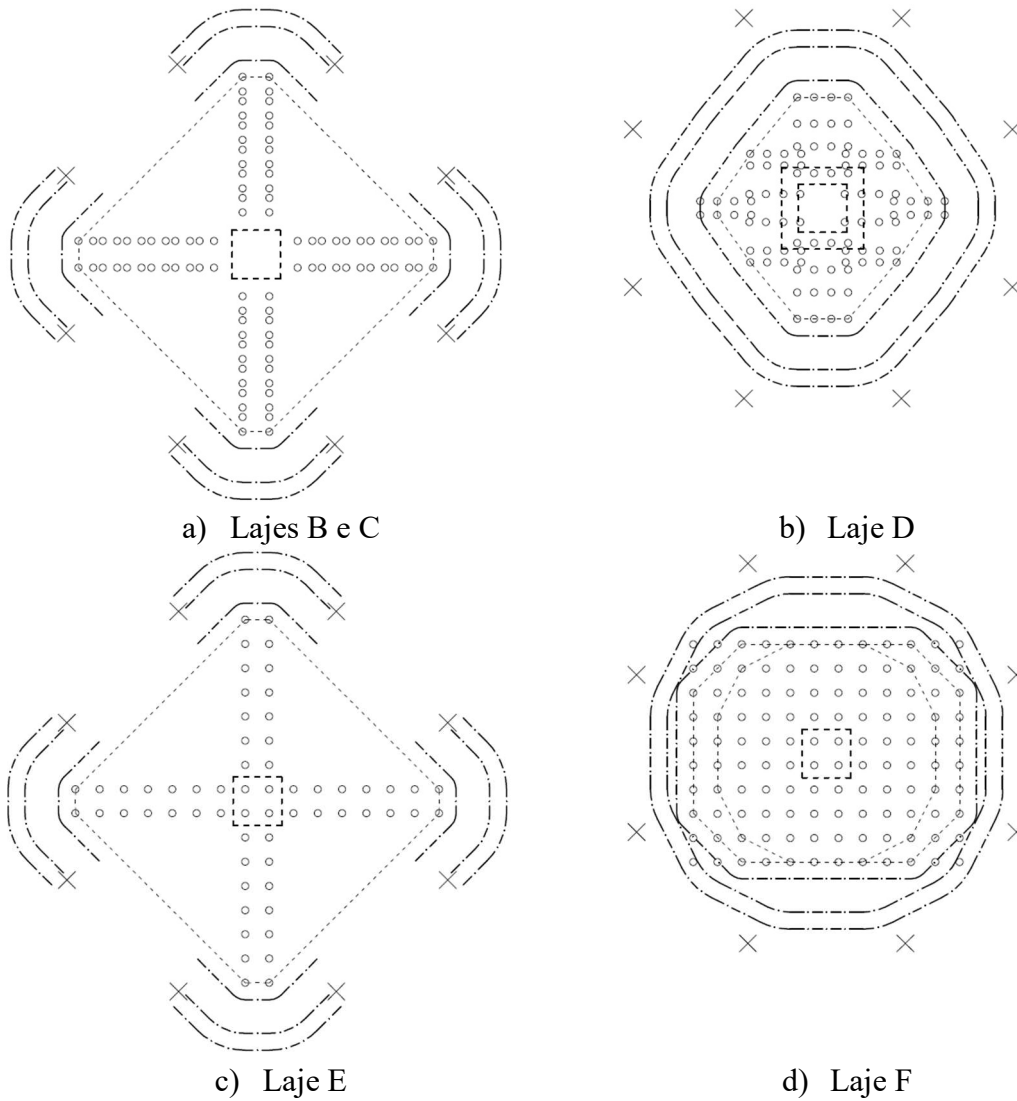


Figura 7.70 - Perímetros de controle para cálculo da resistência à punção fora da região das armaduras de cisalhamento das lajes de PILAKOUTAS e Li (1997)

E Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

E.1 Desenvolvimento histórico

KINNUNEN e NYLANDER (1960) observaram que a ruptura por punção pode ser relacionada a uma rotação crítica ψ . Acerca deste trabalho, MUTTONI (2008) lista as observações a seguir, quanto a influência da resistência à flexão da laje no comportamento à punção.

Para taxas de armadura de flexão da ordem de 0,5%, consideradas como baixas, observa-se comportamento dúctil e a punção é precedida por extensa deformação plástica, portanto, considera-se que a que a resistência à punção é superior à resistência à flexão. Para taxas de armadura de flexão entre 0,5% e 1,0%, consideradas intermediárias, apenas barras de flexão próximas ao pilar escoam antes da punção, portanto, considera-se que a resistência à punção é inferior à resistência à flexão. No caso de altas taxas de armadura de flexão (entre 1,0% e 2,0%), a resistência à punção é alcançada a níveis de carga significativamente inferiores à resistência à flexão, sem que se observe escoamento na armadura de flexão. Neste último caso, a ruptura é frágil.

À medida que se observa um aumento na resistência à punção com o aumento da taxa de armadura de flexão, observa-se também uma diminuição da capacidade de deformação da laje na ruptura. Portanto, a punção pode ser relacionada à rotação no momento da ruptura: a resistência diminui conforme a rotação aumenta. (Figura 7.71).

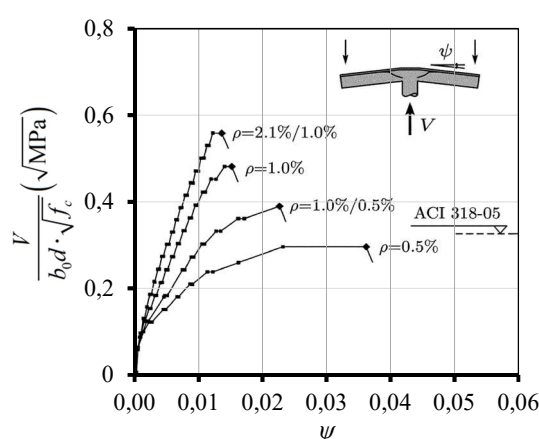


Figura 7.71 – Diagramas carga-rotação de lajes de KINNUNEN e NYLANDER (1960) *apud* MUTTONI (2008) com diferentes taxas de armadura de flexão

Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991), a resistência ao cisalhamento é reduzida pela presença de uma fissura crítica que se surge na laje ao longo de uma diagonal comprimida

inclinada que transmite força ao pilar. Considerando que no estado limite último não há transferência de forças através da fissura, a redistribuição dos esforços após o surgimento da fissura crítica pode ser expressa pelo modelo de treliça mostrado na Figura 7.72.

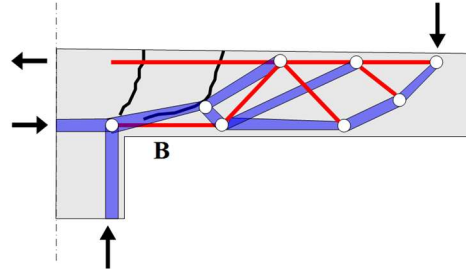


Figura 7.72 – Modelo de treliça na ruptura por punção (adaptado de MUTTONI e SCHWARTZ, 1991)

O mecanismo de treliça da Figura 7.72 pode ser evidenciado com base nos trabalhos de KINNUNEN e NYLANDER (1960) e GUANDALINI e MUTTONI (2004), onde foi observado que a deformação radial de compressão, após atingir um valor máximo para um certo nível de carga, começa a diminuir. Imediatamente antes da punção, podem ser observadas deformações de tração (Figura 7.73). Este comportamento pode ser explicado pela formação de uma biela em formato de “cotovelo” com um tirante horizontal, devido à redistribuição dos esforços após o surgimento da fissura crítica (Figura 7.74), semelhante à hipótese descrita anteriormente.

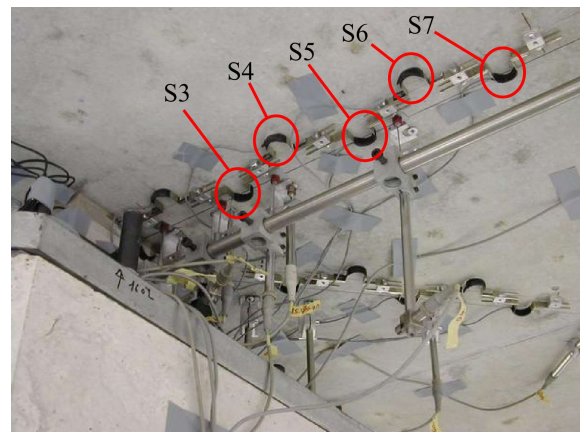
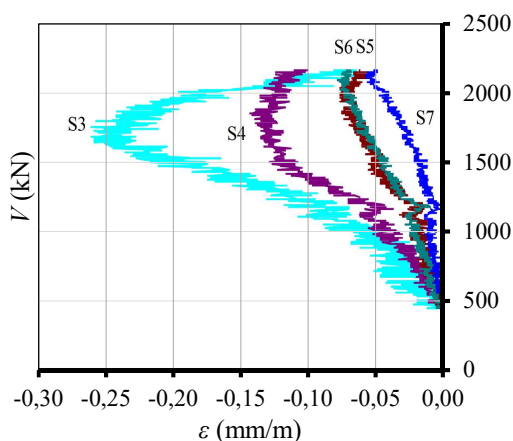
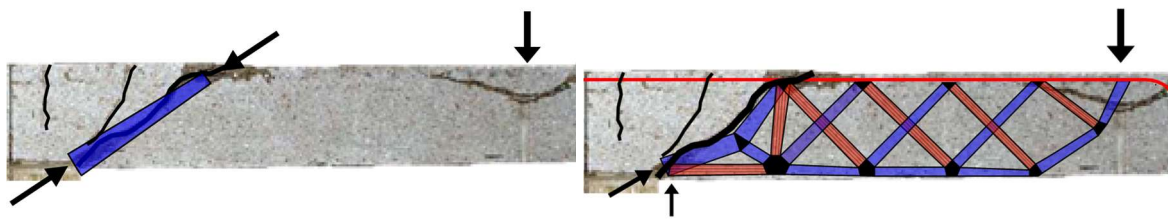


Figura 7.73 – Laje PG-3 de GUANDALINI e MUTTONI (2004) – Deformações radiais na superfície comprimida próxima ao pilar



a) Fissura crítica de cisalhamento cortando a biela b) Formação da biela cotovelo

Figura 7.74 – Laje PG-3 de GUANDALINI e MUTTONI (2004) – adaptado de MUTTONI (2008)

Os princípios descritos anteriormente servem de base para a teoria da fissura crítica de cisalhamento. Esta teoria visa descrever de forma racional o mecanismo de ruptura por cisalhamento baseada na hipótese de que os mecanismos resistentes de elementos sem armadura de cisalhamento atuam na superfície de uma superfície crítica, cuja abertura é função da rotação do elemento. A partir do estabelecimento de um critério de ruptura expresso na forma de uma envoltória resistência-rotação, e de uma relação carga-rotação do elemento estrutural, a ruptura é determinada como correspondente ao ponto de interseção entre a relação carga-rotação e a envoltória.

Nas páginas a seguir, é descrita a aplicação da teoria da fissura crítica de cisalhamento para o caso de punção em lajes lisas de concreto armado sem e com armadura de cisalhamento.

E.2 Aplicação a lajes sem armadura de cisalhamento

E.2.1 Mecanismos de resistência

Os trabalhos de MUTTONI (2008) e MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ (2008) indicam que em lajes sem armadura de cisalhamento, a resistência à punção é governada pela abertura e pela rugosidade de uma fissura que se dá através de uma diagonal comprimida. A transferência de esforços na superfície desta fissura se dá pelos mecanismos de tração no concreto ($\sigma_{c,t}$) e tensões devidas ao engrenamento dos agregados ($\sigma_{c,g}$ e $\tau_{c,g}$). No trabalho de MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ (2010), esta hipótese é ilustrada conforme a Figura 7.75 e desconsidera

o efeito de pino das barras de armadura de flexão. A contribuição do concreto é significativa apenas nos casos de pequenas rotações; a partir de então, a resistência passa a ser dominada pelo engrenamento de agregados (Figura 7.76).

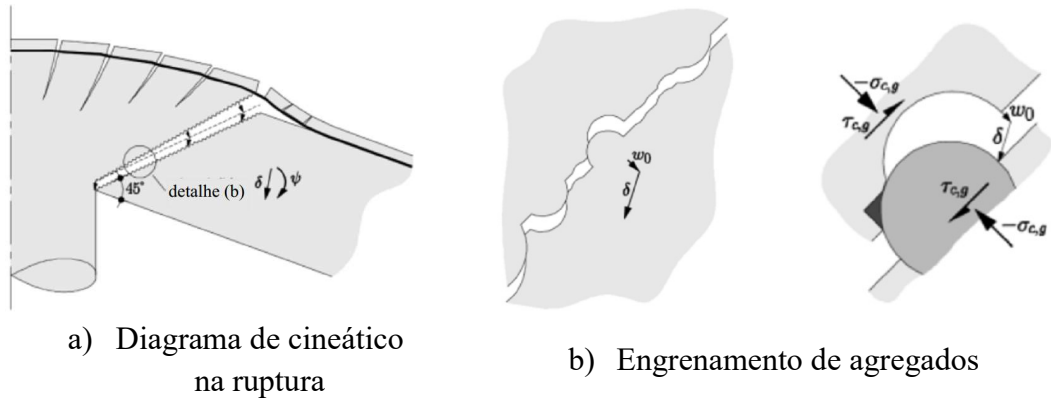
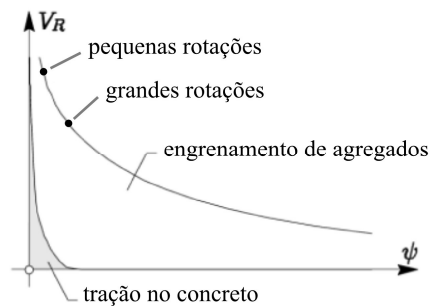
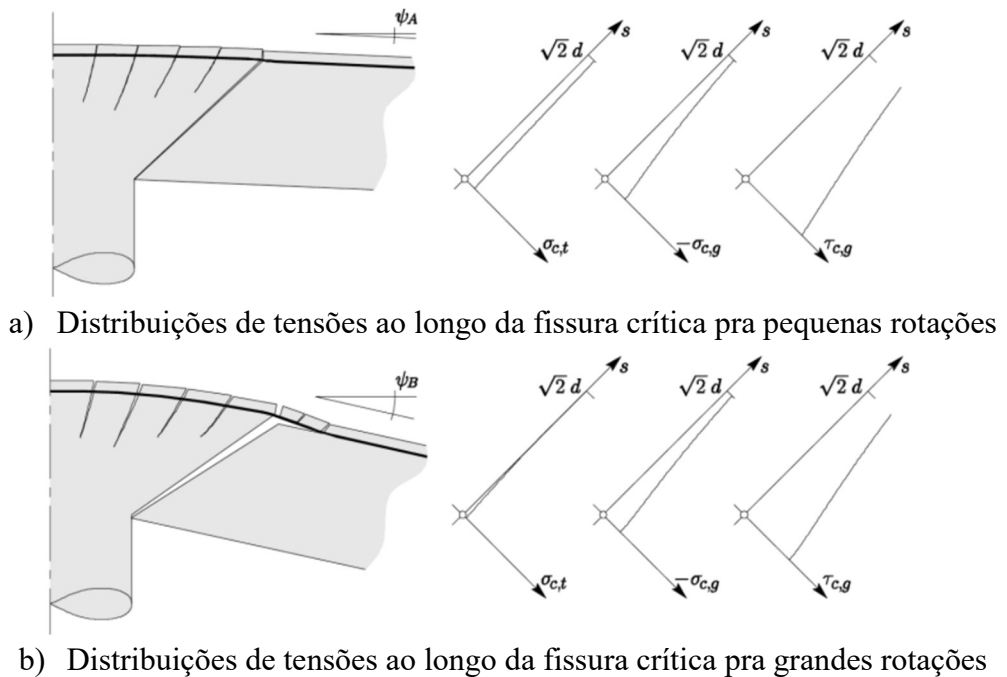


Figura 7.75 – Transferência de esforços na superfície da fissura crítica



c) Variação da resistência à punção em função da rotação

Figura 7.76 – mecanismos resistentes ao longo da fissura crítica

Maiores rotações resultam em maiores aberturas de fissura, portanto, menor capacidade de resistência por engrenamento de agregados. Esta hipótese é adotada por trabalhos como o de MUTTONI (1985), que afirma de que a resistência à punção diminui com o aumento da rotação.

E.2.2 Critério de ruptura

Segundo MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ (2010), a resistência à punção pode ser expressa, de modo geral, como função da abertura e da rugosidade da superfície da fissura crítica, conforme a Equação 7-1. Nesta equação, V_R/b_0d_v é a tensão resistente em uma superfície vertical definida por um contorno afastado à distância $d/2$ da face do pilar, $\sqrt{f_c}$ representa a correlação de V_R com a resistência à compressão do concreto, de acordo com MOODY *et al.* (1954), e $f(w, d_g)$ representa a influência da abertura e da rugosidade da superfície da fissura na resistência à punção.

$$\frac{V_R}{b_0d_v} = \sqrt{f_c} \cdot f(w, d_g) \quad \text{Equação 7-1}$$

Onde:

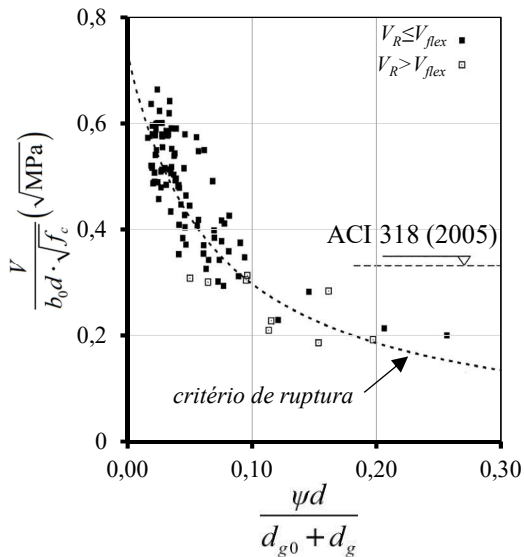
Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991), a abertura da fissura crítica de cisalhamento, w , é proporcional à rotação ψ :

$$w = \psi \cdot d \quad \text{Equação 7-2}$$

MUTTONI (2003, 2008) propõe o critério de ruptura da Equação 7-3, em que d_{g0} representa um diâmetro máximo de agregado de referência igual a 16 mm e d_g é o diâmetro máximo do agregado utilizado. A Figura 7.77 mostra a comparação entre este critério e resultados experimentais, expressos em função da razão $\psi/(d_{g0} + d_g)$.

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 0,47 \cdot \left(\frac{32}{d_{g0} + d_g} \right) \cdot \psi d}$$

Equação 7-3



Autor	d (mm)	Quant.	V _{Exp} /V _{Calc}	
			Média	C.V.
Mesma taxa de armadura de flexão nas direções ortogonais				
ELSTNER e ROGNESTAD (1956)	115	22	0,98	0,14
KINNUNEN e NYLANDER (1960)	122	12	1,05	0,11
MOE (1961)	114	9	1,13	0,16
SCHÄFES (1984)	113-170	4	1,03	0,20
TOLF (1988)	98-200	8	1,06	0,15
HASSANZADEH (1996)	200	3	0,99	0,17
HALLGREN (1996)	199	7	0,98	0,25
RAMDANE (1996)	98	12	1,10	0,16
GUANDALINI e MUTTONI (2004)	96-464	10	1,11	0,22
Σ		87	1,05	0,16
Diferentes taxas de armadura de flexão nas direções ortogonais				
NYLANDER e SUNDQUIST (1980)	95-202	11	1,04	0,09
KINNUNEN et al. (1980)	673	1	0,85	–
Σ		12	1,03	0,10

Figura 7.77 – Critério de ruptura: resistência à punção em função da abertura da fissura crítica: comparação entre resultados experimentais e previsões do ACI 318 (ACI, 2005)

Se definida uma lei que relacione a carga e aplicada à rotação decorrente desta carga e expressando esta relação em termos das variáveis do gráfico da Figura 7.77, a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento pode ser estimada a partir da interseção entre a curva da relação carga-rotação e a curva do critério de ruptura da Equação 7-3.

MUTTONI (2008) estima a relação carga-rotação por meio de integração analítica de relações momento curvatura da laje, bem como por meio de fórmulas simplificadas baseadas formulações analíticas. GUANDALINI (2005) utiliza modelagem numérica por diferenças finitas e VAZ RODRIGUES (2007), modelagem numérica via elementos finitos.

No Model Code 2010 recomenda o critério de ruptura da Equação 7-4, que limita a contribuição do engrenamento de agregados por meio de um valor máximo de 16 mm para d_g . A restrição a valores iguais ou menores que 0,6 representa a adoção dos limites mínimos de 0,25 mm e 0,19 mm para a abertura de fissura crítica de cisalhamento em casos de $d_g < 16$ mm e $d_g \geq 16$ mm, respectivamente. Na Figura 7.78 é mostrado o critério de ruptura do Model Code 2010 em comparação ao critério de ruptura de MUTTONI (2008) e aos

resultados experimentais utilizados por este autor. O critério de ruptura do Model Code 2010 foi estabelecido de modo a se ter menos de cinco por cento de resultados calculados contra a segurança.

$$\frac{V_R}{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \left(\frac{32}{d_{g,0} + d_g} \right) \cdot \psi d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 7-4}$$

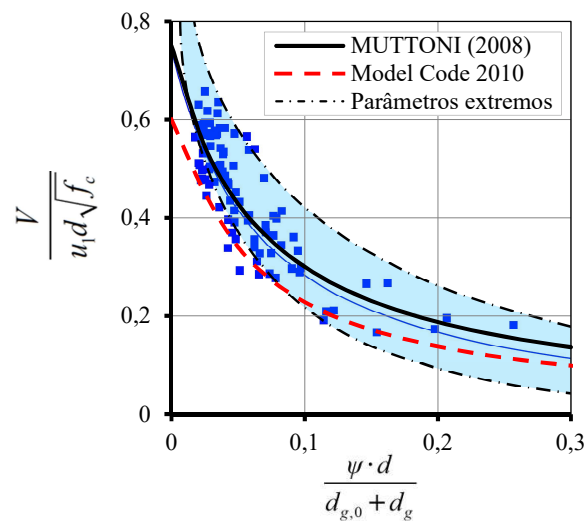


Figura 7.78 – Critérios de ruptura do Model Code 2010 – comparação com MUTTONI (2008)

E.2.3 Cálculo da rotação

Modelo quadrilinear (MUTTONI, 2008)

Considerado o modelo físico ilustrado na Figura 7.79, onde são ilustradas as distribuições dos momentos e curvaturas (m e χ , respectivamente) radiais e tangenciais (subscritos r e t , respectivamente) ao longo do raio de carga, e assumindo uma relação momento-curvatura quadrilinear tal como ilustrado na Figura 7.80, a relação carga-rotação é expressa pela Equação 7-5, onde $\langle x \rangle$ é igual a x se $x > 0$ e 0 para $x < 0$.

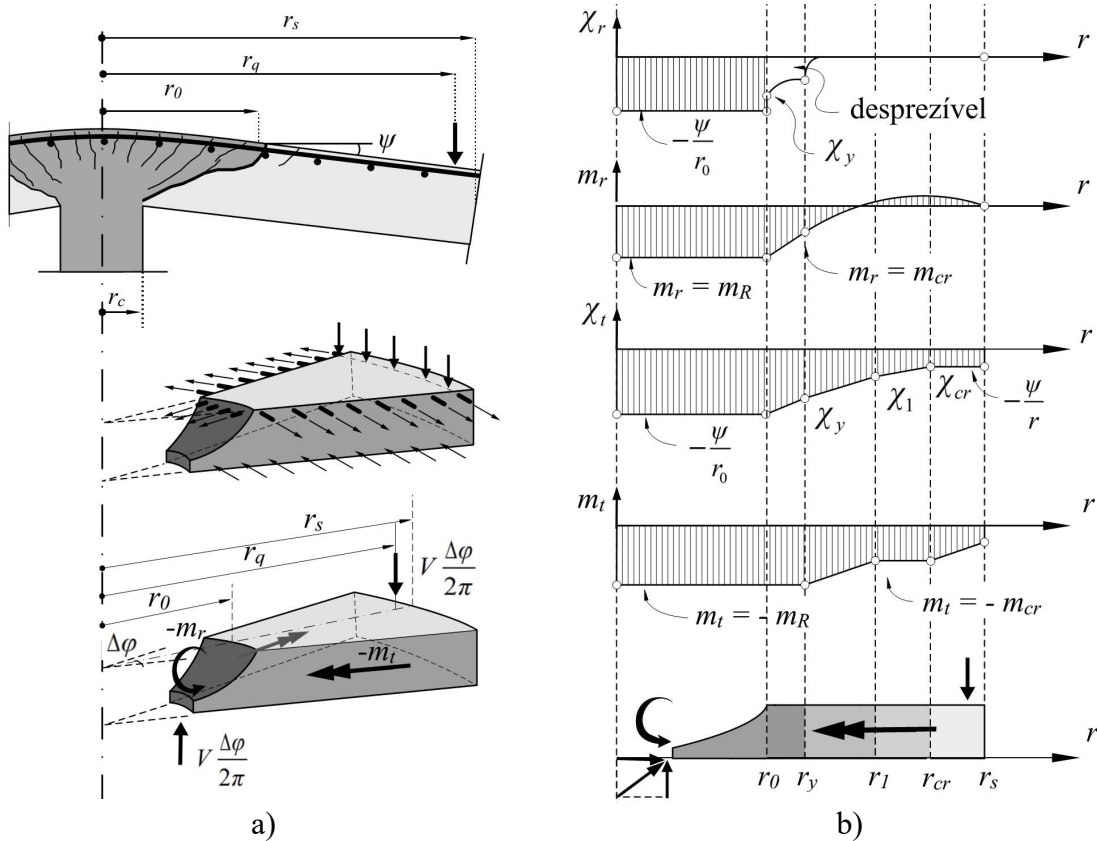


Figura 7.79 – Modelo físico para relação caga-rotação em ligações laje-pilar

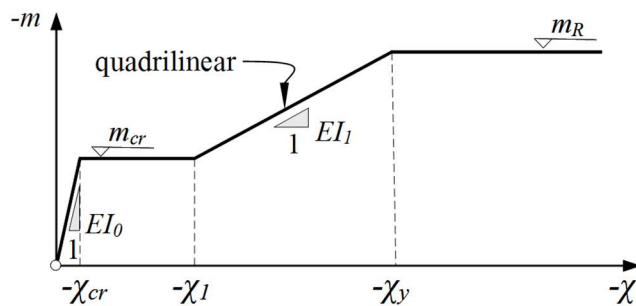


Figura 7.80 - Relação momento-curvatura quadrilinear

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot \left(\begin{aligned} & -m_r r_0 + m_R \langle r_y - r_0 \rangle + EI_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_1) - \ln(r_y) \rangle + \\ & EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot \langle r_1 - r_y \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr} - r_1 \rangle + EI_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \rangle \end{aligned} \right) \quad \text{Equação 7-5}$$

A dedução da desta equação é descrita a seguir segundo MUTTONI (2008).

Propriedades dos materiais:

$$E_c = 10\,000 \cdot f_c^{1/3} \quad \text{Equação 7-6}$$

$$f_{ct} = 0,3 \cdot f_c^{2/3} \quad \text{Equação 7-7}$$

Momento de fissuração:

$$m_{cr} = \frac{f_{ct} h^2}{6}$$

Equação 7-8

Momento resistente:

$$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho f_y}{2 f_c}\right)$$

Equação 7-9

Rigidez à flexão antes da fissuração:

$$EI_0 = E_c \cdot \left(\frac{h^3}{12}\right)$$

Equação 7-10

Rigidez à flexão tangencial após a fissuração:

$$EI_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot (1 - c/d) \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 f_c}\right)$$

Equação 7-11

$$c = \rho \cdot \beta \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot d \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 E_c}{\rho \beta E_s}} - 1\right)$$

Equação 7-12

Curvatura na direção tangencial:

$$\chi_t = \frac{-\psi}{r} \text{ para } r > r_0$$

Equação 7-13

$$\chi_t = \chi_r = \frac{-\psi}{r_0} \text{ para } r \leq r_0$$

Equação 7-14

Curvatura na fissuração:

$$- \chi_{cr} = \frac{m_{cr}}{EI_0} = \frac{2 f_{ct}}{h E_c}$$

Equação 7-15

Redução da curvatura devido ao “tension stiffening”:

$$\chi_{TS} = \frac{f_{ct}}{\rho \cdot \beta \cdot E_s} \cdot \frac{1}{6h} \cong 0,5 \frac{m_{cr}}{EI_1}$$

Equação 7-16

Curvatura na fissuração estabilizada

:

$$- \chi_1 = \frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS}$$

Equação 7-17

Curvatura no escoamento:

$$-\chi_y = \frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS} \quad \text{Equação 7-18}$$

Região de concreto fissurado:

$$r_{cr} = \frac{-\psi}{\chi_{cr}} = \frac{\psi \cdot EI_0}{m_{cr}} \leq r_s \quad \text{Equação 7-19}$$

Região de fissuração estabilizada:

$$r_1 = \frac{-\psi}{\chi_1} = \frac{\psi}{\frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS}} \leq r_s \quad \text{Equação 7-20}$$

Região de armaduras escoando:

$$r_y = \frac{-\psi}{\chi_y} = \frac{\psi}{\frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS}} \leq r_s \quad \text{Equação 7-21}$$

Equilíbrio de momentos:

$$V \frac{\Delta\phi}{2\pi} (r_q - r_c) = -m_r \cdot \Delta\phi r_0 - \Delta\phi \cdot \int_{r_0}^{r_s} m_t d_r \quad \text{Equação 7-22}$$

Resolvendo a equação anterior, chega-se à Equação 7-5.

Modelo bilinear (MUTTONI, 2008)

Desconsiderando a resistência à tração do concreto e o comportamento “*tension stiffening*”, a relação momento-curvatura pode ser expressa em um diagrama bilinear (Equação 7-9) e a relação carga-rotação fica:

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot \left(1 + \ln \frac{r_s}{r_0} \right) \rightarrow \text{para } r_y \leq r_0 \text{ (regime elástico)} \quad \text{Equação 7-23-a}$$

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot \left(1 + \ln \frac{r_s}{r_y} \right) \rightarrow \text{para } r_y \leq r_0 \text{ (regime elasto-plástico)} \quad \text{Equação 7-23-b}$$

Na Equação 7-10 é mostrada a comparação entre os modelos quadrilinear e bilinear.

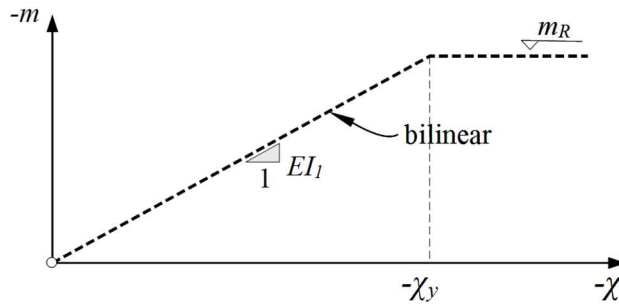
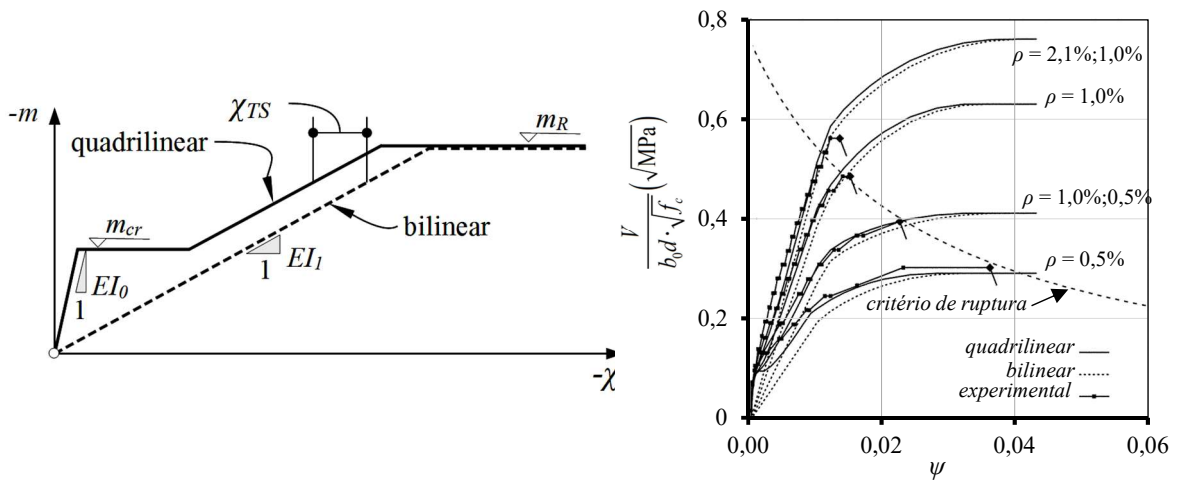
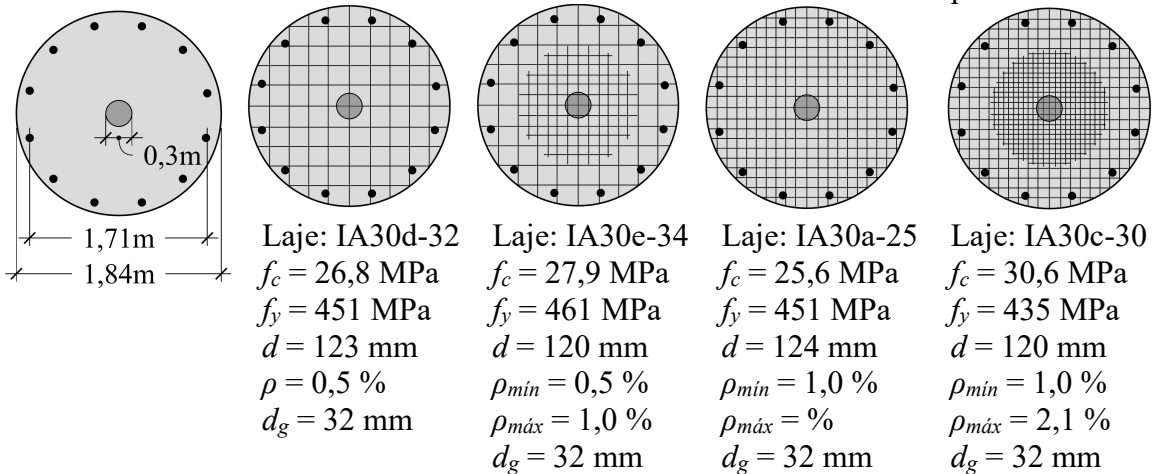


Figura 7.81- Relação momento-curvatura bilinear



a) Relações momento-curvatura quadrilinear e bilinear

b) Comparação entre a Equação 7-5 e Equação 7-23 e resultados experimentais



c) Lajes analisadas

Figura 7.82 – Aplicação dos modelos quadrilinear e bilinear na análise das lajes de KINNUNEN e NYLANDER (1960) apud MUTTONI (2008)

Relação carga-rotação proposta pelo Model Code 2010

Segundo MUTTONI *et al.* (2013), a relação carga-rotação da Equação 7-23 é similar à proposta por KINNUNEN e NYLANDER (1960) que, de um modo geral, poder ser expressa por:

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot f_1(V_E / V_{flex}) \quad \text{Equação 7-24}$$

Onde:

$f_1(V_E / V_{flex})$ é uma função que depende da razão entre a carga aplicada e a resistência à flexão da laje, adotada como:

$$V_{flex} = 2\pi \cdot m_R \cdot \left(\frac{r_s}{r_q - r_c} \right) \quad \text{Equação 7-25}$$

Substituindo na Equação 7-24:

$$V = \frac{V_{flex}}{r_s \cdot m_R} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot f_1(V_E / V_{flex}) \quad \text{Equação 7-26}$$

O diagrama carga-rotação pode ser simplificado considerando-se os seguintes valores para o momento resistente e para a rigidez à flexão da seção fissurada:

$$m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_y \cdot g_1(x_{pl} / d) \quad \text{Equação 7-27}$$

$$EI_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot g_2(x_{el} / d) \quad \text{Equação 7-28}$$

Onde:

ρ é a taxa de armadura de flexão;

d é a altura útil;

f_y é a tensão de escoamento da armadura de flexão;

β é um fator que considera a disposição não-axissimétrica da armadura de flexão, que pode ser tomado como aproximadamente 0,6 (MUTTONI, 2008);

E_s é o módulo de elasticidade da armadura de flexão;

$g_1(x_{pl} / d)$ é uma função que depende da relação entre a profundidade da zona de concreto plastificada e a altura útil da laje;

$g_2(x_{el} / d)$ é uma função que depende da relação entre a profundidade da zona de concreto não fissurado e a altura útil da laje;

E a Equação 7-26 pode ser reescrita na seguinte forma:

$$V = V_{flex} \cdot \left(\frac{E_s}{f_y} \right) \cdot \left(\frac{d}{r_s} \right) \cdot \beta \cdot \left(\frac{g_2(x_{el}/d)}{g_1(x_{pl}/d)} \right) \cdot \psi \cdot f_1(V_E/V_{flex}) \quad \text{Equação 7-29}$$

Expressando em termos da rotação, tem-se:

$$\psi = \left(\frac{V}{V_{flex}} \right) \cdot \left(\frac{f_y}{E_s} \right) \cdot \left(\frac{r_s}{d} \right) \cdot \left(\frac{g_1(x_{pl}/d)}{\beta \cdot g_2(x_{el}/d)} \right) \cdot \frac{1}{f_1(V_E/V_{flex})} \quad \text{Equação 7-30}$$

Definindo os parâmetros $f_2(V/V_{flex})$ e $f_3(V/V_{flex})$ a seguir, a Equação 7-30 é reescrita na forma da Equação 7-33.

$$f_2(V/V_{flex}) = \frac{V/V_{flex}}{f_1(V_E/V_{flex})} \quad \text{Equação 7-31}$$

$$f_3(V/V_{flex}) = \left(\frac{g_1(x_{pl}/d)}{\beta \cdot g_2(x_{el}/d)} \right) \cdot f_2(V/V_{flex}) \quad \text{Equação 7-32}$$

$$\psi = \left(\frac{f_y}{E_s} \right) \cdot \left(\frac{r_s}{d} \right) \cdot f_3(V/V_{flex}) \quad \text{Equação 7-33}$$

De acordo com o MC10 (2013), o parâmetro $f_3(V/V_{flex})$ é dado pela Equação 7-34, portanto, a Equação 7-33 passa a ser escrita na forma da Equação 7-35.

$$f_3(V/V_{flex}) = k_m \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 7-34}$$

Onde:

m_s é o momento para dimensionamento da armadura de flexão;

m_R é o momento resistente correspondente;

k_m é um fator adotado conforme a estimativa do momento solicitante m_s . Para estimativas mais simples (nível II de aproximação do Model Code 2010), $k_m = 1,5$; para estimativas mais refinadas (nível II de aproximação do Model Code 2010), $k_m = 1,2$.

$$\psi = \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot k_m \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 7-35}$$

$$m_s = V_E \cdot \left(1/8 + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \quad \text{Equação 7-36}$$

$$m_s = V_E \cdot \left(1/8 + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \quad \text{Equação 7-37}$$

$$V_E = \frac{\psi^{2/3}}{\left(k_m \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \frac{r_s}{d} \right)^{2/3}} \cdot \frac{m_R}{\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s}} \quad \text{Equação 7-38}$$

E.3 Aplicação a lajes com armadura de cisalhamento

E.3.1 Parcela de carga resistida pela armadura de cisalhamento

Modelo de cálculo

FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009) apresentam um modelo de cálculo para lajes com armadura de cisalhamento, baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento. Os autores definem de forma a resistência à punção dentro da região das armaduras de forma genérica pela Equação 7-39, em que V_{c0} é a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento, V_{s0} é a força resistida pela armadura de cisalhamento no escoamento e η_c e η_s são fatores de eficiência das parcelas resistentes do concreto e do aço, respectivamente, que possuem valores menores ou iguais a 1,0.

$$V_{R,in} = \eta_c V_{c0} + \eta_s V_{s0} \quad \text{Equação 7-39}$$

A Figura 7.83 ilustra as contribuições do concreto e do aço na resistência à punção de lajes com armadura de cisalhamento. A linha cheia com inclinação de 45° representa as parcelas de resistência das armaduras calculadas segundo as normas Eurocode 2 e ACI 318, enquanto as linhas tracejadas representam a sobreposição da contribuição do concreto segundo estas normas.

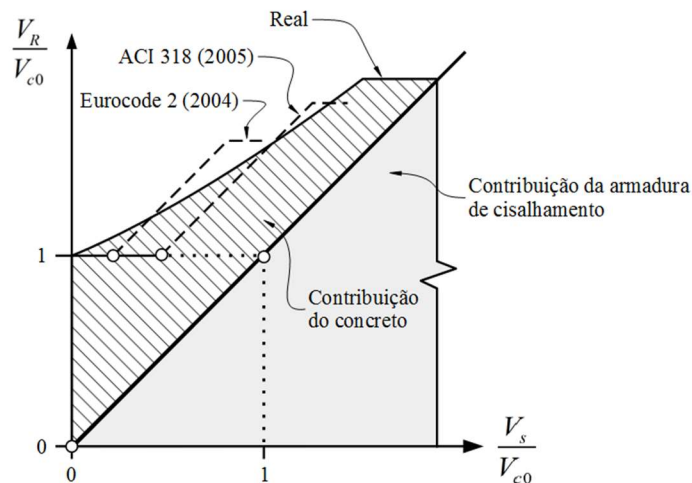


Figura 7.83 – Parcelas resistentes do concreto e do aço (adaptado de FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2009)

Observa-se que ambas as normas admitem que a contribuição do concreto é constante, independentemente da quantidade de armadura de cisalhamento. Isto equivale a considerar o fator η_c da Equação 7-39 como um valor constante. Considerando verdadeiras as hipóteses das normas para a contribuição da armadura de cisalhamento e analisando a diferença em relação a valores experimentais, observa-se que a hipótese de uma contribuição constante do concreto não é válida. Segundo MUTTONI e FERNÁNDEZ RUIZ (2010), o decréscimo variável da contribuição do concreto é uma hipótese lógica: maiores quantidades de armadura de cisalhamento permitem maiores cargas de ruptura, com maiores rotações e maiores abertura de fissuras, logo, com menor capacidade do concreto em transferir esforços através das fissuras.

Segundo ambos Eurocode 2 e ACI 318, a única diferença entre a contribuição da armadura de cisalhamento adotada para cálculo e o parâmetro V_{s0} da Equação 7-39 é a limitação no primeiro caso da contribuição da armadura de cisalhamento a um valor limite, correspondente a uma tensão máxima admissível para esta armadura. Isto significa que o fator η_s da Equação 7-39 possui valor de 1,0 para aquelas normas. Sob este ponto de vista, a diferença entre curva que define a região mais escura da Figura 7.83 em relação às retas tracejadas das normas é interpretada como variações apenas na contribuição do concreto.

Porém, se adotada a hipótese de que a tensão desenvolvida em uma perna da de cisalhamento é função da abertura da fissura na interseção com a com a perna, e da ancoragem devida à aderência entre o concreto e a superfície da perna e a mecanismos de resistência na

extremidade da barra, é possível obter valores variáveis para o fator η_s . Neste caso, admite-se que não apenas a contribuição do concreto diminui com a aplicação de carga, mas também a eficiência da armadura de cisalhamento.

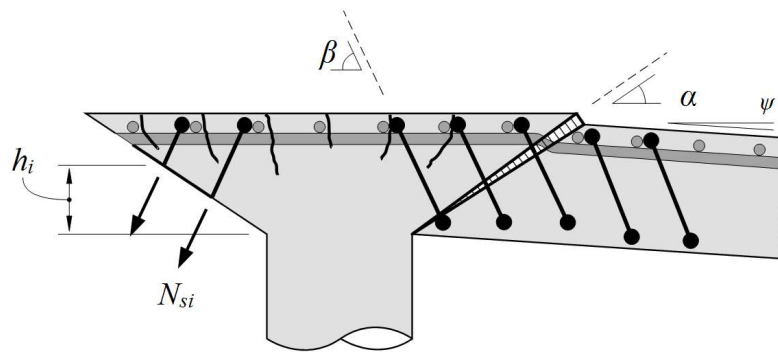
A teoria da fissura crítica de cisalhamento admite, para casos de punção dentro da região das armaduras de cisalhamento, variações nas contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento em função da rotação da laje, conforme já dito no tópico 2.4.5. Considerando estas hipóteses, a Equação 7-39 é reescrita na seguinte forma:

$$V_{R,in} = V_c + V_s \quad \text{Equação 7-40}$$

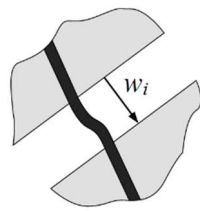
A contribuição da armadura de cisalhamento V_s é definida pelo somatório de forças das armaduras de cisalhamento que contribuem na resistência à punção, conforme a Equação 7-41, em que σ_{si} é a tensão admissível na armadura de cisalhamento β_i é a inclinação da armadura em relação ao plano da laje.

$$V_s = \sum \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot \text{sen } \beta_i \quad \text{Equação 7-41}$$

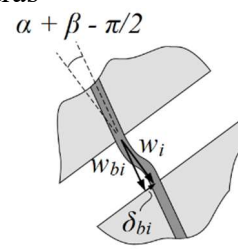
FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009) definem para o cálculo de V_s o modelo mecânico ilustrado na Figura 7.84. A abertura da fissura crítica é definida pela Equação 7-42 e decomposta nas componentes normal w_{bi} e tangencial δ_{bi} à superfície de ruptura, Equação 7-43 e Equação 7-44., respectivamente.



a) Esforços nas armaduras



b) Abertura da fissura crítica de cisalhamento



c) deslocamentos relativos na interseção com a armadura de cisalhamento

Figura 7.84 – Modelo mecânico par a resistência da armadura de cisalhamento (adaptado de FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2009)

$$w = 0,5 \cdot \psi \cdot d \quad \text{Equação 7-42}$$

$$w_{bi} = 0,5 \cdot \psi \cdot h_i \cdot \cos(\alpha + \beta_i - \pi / 2) \quad \text{Equação 7-43}$$

$$\delta_{bi} = 0,5 \cdot \psi \cdot h_i \cdot \text{sen}(\alpha + \beta_i - \pi / 2) \quad \text{Equação 7-44}$$

A componente w_{bi} representa um deslocamento longitudinal na armadura de cisalhamento e a tensão desenvolvida nesta armadura pode então ser calculada. No caso de armadura de cisalhamento inclinada a 90° e fissura crítica inclinada a 45° , w_{bi} pode ser reescrito conforme a Equação 7-45.

$$w_{bi} = 0,5 \cdot \psi \cdot h_i \cdot \cos(\pi / 4) \quad \text{Equação 7-45}$$

Tensão na armadura de cisalhamento

Para uma armadura de cisalhamento tal que não possua aderência com o concreto ao longo do comprimento da perna, a ancoragem se dá apenas por mecanismos de resistência nas extremidades das pernas (ganchos, dobras, cabeças de pino, etc.) e as tensões e deformações são constantes ao longo da altura (Figura 7.85-c). Assim, a tensão axial é definida conforme a Equação 7-46, em que w_i é a abertura da fissura na interseção com esta perna, l_w é o comprimento da perna e a razão w_i/l_w representa a deformação média na perna.

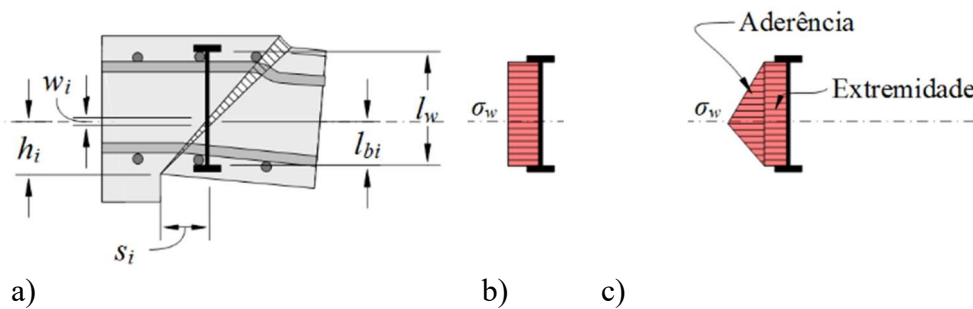


Figura 7.85 – Tensões na armadura de cisalhamento (adaptado de LIPS, 2012)

$$\sigma_{w_i} = E_s \cdot \frac{w_i}{l_w} \quad \text{Equação 7-46}$$

Para armaduras em que a aderência ao longo da altura da armadura é suficiente para contribuir na resistência, assumindo a tensão na armadura segundo uma hipótese de aderência perfeitamente plástica, as tensões se distribuem linearmente longo da altura da armadura de cisalhamento (Figura 7.85-b). Neste caso, considerando apenas a parcela de resistência devida à aderência, a partir do equilíbrio entre as forças axial e de aderência atuantes em uma perna, a variação da tensão axial devida à aderência ao longo da altura pode ser expressa conforme a Equação 7-47. Adotando um comportamento linear-elástico para o aço, a deformação na armadura de cisalhamento pode ser expressa segundo a Equação 7-48. A abertura da fissura pode ser definida pela integração das deformações ao longo da altura da armadura de cisalhamento, conforme a Equação 7-49.

$$\Delta\sigma_{wb} = \frac{\tau_b \cdot \phi_w \cdot \pi \cdot \Delta x}{A_{sw}} = \frac{4 \cdot \tau_b \cdot \Delta x}{\phi_w} \quad \text{Equação 7-47}$$

Onde:

$\Delta\sigma_w$ é a variação da tensão axial devida à aderência;

ϕ_w é o diâmetro da perna

A_{sw} é a seção transversal da perna

τ_b é a tensão de aderência

$$\varepsilon_w = \frac{\Delta\sigma_w}{E_s} = \frac{4 \cdot \tau_b \cdot \Delta x}{E_s \cdot \phi_w} \quad \text{Equação 7-48}$$

$$w = \int_a^b \varepsilon_w \phi_w \quad \text{Equação 7-49}$$

Onde a e b correspondem às extremidades inferior e superior da perna

O embutimento da armadura está relacionado à altura em que a armadura de cisalhamento é interceptada pela fissura crítica e influencia na contribuição da aderência para a resistência da armadura, portanto, é um parâmetro que deve ser considerado no cálculo da tensão na armadura de cisalhamento. LIPS (2012) cita três possíveis casos relacionados à abertura de fissura e ao embutimento da armadura de cisalhamento (Figura 7.86).

O primeiro caso corresponde a uma situação em que o esforço solicitante na perna é inferior à resistência da aderência (Figura 7.86-b). Neste caso, em que a abertura de fissura crítica obedece à limitação da Equação 7-50 e permite que a ancoragem da armadura se dê inteiramente por aderência desenvolvida em ambas as partes superior e inferior à fissura crítica. A tensão máxima na armadura é expressa pela Equação 7-51.

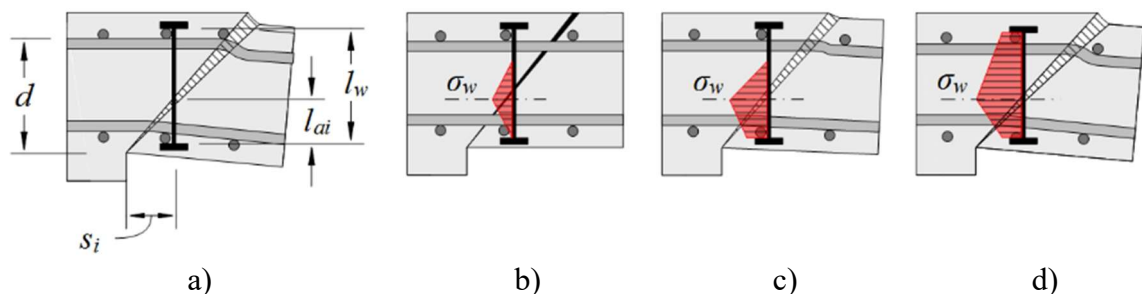


Figura 7.86 – Hipóteses de estados de tensão possíveis segundo LIPS (2012)

$$w_i \leq \frac{4 \cdot \tau_b}{E_s \cdot \phi_w} \cdot l_{ai}^2 \quad \text{Equação 7-50}$$

Onde l_{ai} é o menor dos embutimentos; na ilustração da Figura 7.86, correspondente à parte inferior à fissura crítica.

$$\sigma_{wi} = \sqrt{E_s \cdot \frac{4 \cdot \tau_b \cdot w_i}{\phi_w}} \leq f_{yw} \quad \text{Equação 7-51}$$

Onde f_{yw} é a tensão de escoamento do aço.

No segundo caso (Figura 7.86-c), a abertura de fissura está entre os limites definidos na Equação 7-52. Apenas um dos lados possui embutimento suficiente para se resistir apenas por aderência. No outro lado, parte da resistência precisa ser complementada pela ancoragem da extremidade da barra. A tensão na armadura é expressa conforme a Equação 7-53.

$$\frac{4 \cdot \tau_b}{E_s \cdot \phi_w} \cdot l_{ai}^2 \leq w_i \leq \frac{2 \cdot \tau_b}{E_s \cdot \phi_w} \cdot \left[(l_{as} + l_{ai})^2 - 2 \cdot l_{ai}^2 \right] \quad \text{Equação 7-52}$$

Onde l_{as} é o maior dos embutimentos (parte superior da fissura crítica).

$$\sigma_{wi} = \frac{-l_{ai} + \sqrt{2 \cdot l_{ai}^2 + E_s \cdot \frac{\phi_w \cdot w_i}{2 \cdot \tau_b}}}{\frac{\phi_w}{4 \cdot \tau_b}} \leq f_{yw} \quad \text{Equação 7-53}$$

No terceiro caso (Figura 7.86-d), a abertura da fissura crítica é superior ao limite da Equação 7-54 e nenhum dos lados possuem embutimento suficiente para ancorar a armadura apenas por aderência. Neste caso, a tensão na armadura é expressa conforme a Equação 7-55.

$$w_i \geq \frac{2 \cdot \tau_b}{E_s \cdot \phi_w} \cdot \left[(l_{as} + l_{ai})^2 - 2 \cdot l_{ai}^2 \right] \quad \text{Equação 7-54}$$

$$\sigma_{wi} = E_s \cdot \frac{w_i}{l_{as} + l_{ai}} + \frac{2 \cdot \tau_b}{\phi_w} \cdot \frac{l_{as}^2 + l_{ai}^2}{l_{as} + l_{ai}} \leq f_{yw} \quad \text{Equação 7-55}$$

Um modo mais simples de se calcular a tensão desenvolvida na armadura de cisalhamento é por meio de analogia de armadura distribuída. Este método adota como base uma camada de armadura de cisalhamento situada à distância de $d/2$ da face do pilar, portanto, sendo cruzada pela fissura à distância $d/2$ a partir da superfície comprimida da laje (Figura 7.87). Considera-se o comprimento igual à altura útil e com o centro coincidindo com o plano médio da laje (ou seja, com comprimento de ancoragem igual a $d/2$).

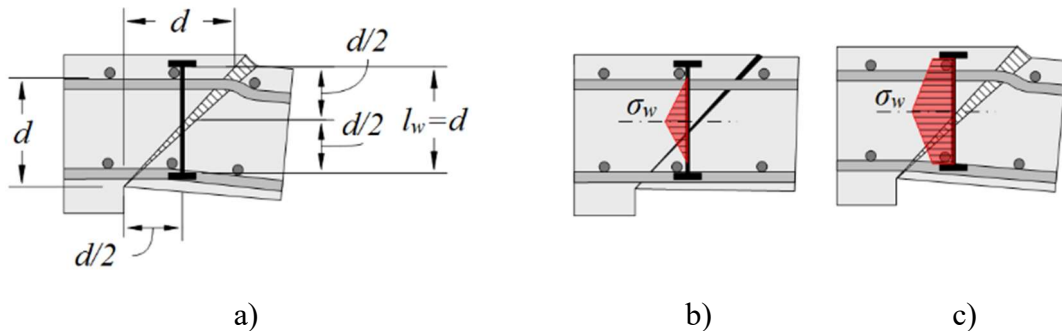


Figura 7.87 – Tensão na armadura de cisalhamento como função da abertura de fissura (adaptado de LIPS, 2012)

Considerando as hipóteses do parágrafo anterior, a abertura de fissura da Equação 7-45 passa a ser expressa pela Equação 7-56. Define-se a abertura de fissura limite da Equação 7-57, deduzida da resistência de aderência τ_b de uma barra com embutimento de l_w .

$$w = 0,5 \cdot \psi \cdot \frac{d}{2} \cdot \cos(\pi / 4) \quad \text{Equação 7-56}$$

$$w_{lim} \leq \frac{4 \cdot \tau_b}{E_s \cdot \phi_w} \cdot \left(\frac{l_w^2}{2} \right) \quad \text{Equação 7-57}$$

Considera-se apenas dois casos de abertura de fissura: o primeiro, com abertura de fissura w inferior a w_{lim} , em que a ancoragem é providenciada apenas por aderência (Figura 7.87-b) e a tensão na armadura é dada pela Equação 7-58; e o segundo caso, com abertura de fissura igual ou superior a w_{lim} , em que a ancoragem é providenciada pela soma das contribuições de aderência e ancoragem na extremidade da armadura (Figura 7.87-c) e a tensão na armadura é dada pela Equação 7-59.

$$\sigma_w = \sqrt{E_s \cdot \frac{4 \cdot \tau_b \cdot w}{\phi_w}} \leq f_{yw} \quad \text{Equação 7-58}$$

$$\sigma_w = E_s \cdot \frac{w}{l_w} + \frac{2 \cdot \tau_b}{\phi_w} \cdot l_w \leq f_{yw} \quad \text{Equação 7-59}$$

Substituindo na Equação 7-59 a abertura de fissura pela dada na Equação 7-56 e considerando o comprimento da armadura de cisalhamento igual à altura útil e com o centro coincidindo com o plano médio da laje (ou seja, o comprimento de ancoragem é igual a $d/2$), a tensão na armadura de cisalhamento pode ser expressa, pela Equação 7-60. Esta equação é mostrada no trabalho de FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009).

$$\sigma_w = E_s \cdot \frac{\psi}{6} + \tau_b \cdot \frac{d}{\phi_w} \quad \text{Equação 7-60}$$

No Model Code 2010, a resistência da ancoragem é expressa pelo produto da tensão de ancoragem básica $f_{b,0}$ pela razão entre a tensão devida à ancoragem na extremidade da armadura e a tensão de escoamento da laje (Equação 7-61). Assim, a expressão da norma para a tensão na armadura de cisalhamento é dada conforme a Equação 7-62, onde, em casos de projeto em que a armadura de cisalhamento é feita com barras nervuradas, pode ser adotado o valor de 3 MPa par a resistência de aderência f_b .

$$\tau_b = E_s \cdot \frac{\psi}{6} \cdot \frac{f_{b,0}}{f_{yw}} \quad \text{Equação 7-61}$$

$$\sigma_w = E_s \cdot \frac{\psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \quad \text{Equação 7-62}$$

E.3.2 Ancoragem dos estribos

Segundo CAIRNS (2015), a aderência entre o concreto e a armadura influencia no desempenho de estruturas de concreto de diversas formas, dentre elas: 1) nas condições de estado limite de serviço, influencia na abertura e espaçamento entre fissuras, no “tension

stiffening” e na “curvatura na flexão; e 2) nas condições de estado limite último, influencia na resistência de ancoragens e na capacidade de rotação de rótulas plásticas.

CAIRNS (2006) define a tensão f_{st} desenvolvida em barras com comprimento de ancoragem l_b , conforme a Equação 7-63. Esta expressão foi estabelecida considerando a resistência da aderência como igual à resistência ao arrancamento da barra. A resistência da aderência corresponde à força resultante F_{st} das tensões que se desenvolvem na superfície da barra ao longo do comprimento de ancoragem (Figura 7.89 b) e a resistência ao arrancamento, à força resultante $F_b = F_{rad} \cdot \cos\beta$ (Figura 7.89 b). A Equação 7-63 indica que a tensão f_{st} é função da resistência à compressão do concreto ($f_c^{0,35}$), efeito de tamanho da barra $[(20/\phi)^{0,2}]$, comprimento de ancoragem $[(l_b/\phi)^{0,5}]$, cobrimento mínimo $[(c_{min}/\phi)^{0,25}]$, espaçamento entre barras $[(c_{max}/c_{min})^{0,1}]$ e presença de armadura transversal $(1+10K_{tr})$.

Equação 7-63

$$f_{st} = 14,3 \cdot f_c^{0,35} \cdot \left(\frac{20}{\phi}\right)^{0,2} \cdot \left(\frac{l_b}{\phi}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{c_{min}}{\phi}\right)^{0,25} \cdot \left(\frac{c_{max}}{c_{min}}\right)^{0,1} \cdot (1+10K_{tr})$$

Onde:

l_b é o comprimento de ancoragem;

ϕ é o diâmetro da barra;

c_{min} e c_{max} são os cobrimentos definidos conforme a Figura 7.88;

K_{tr} é definido pela por: $K_{tr} = n_t \cdot \frac{A_{sw}}{n_b \cdot \phi \cdot s_r} \leq 0,04$, onde: n_t é o número de pernas de

armadura de confinamento cruzando uma superfície de ruptura; n_b é a quantidade de barras ancoradas; e s_r é o espaçamento longitudinal da armadura confinante.

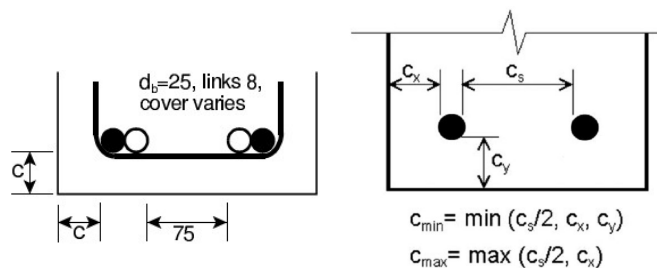


Figura 7.88 – CAIRNS (2006)

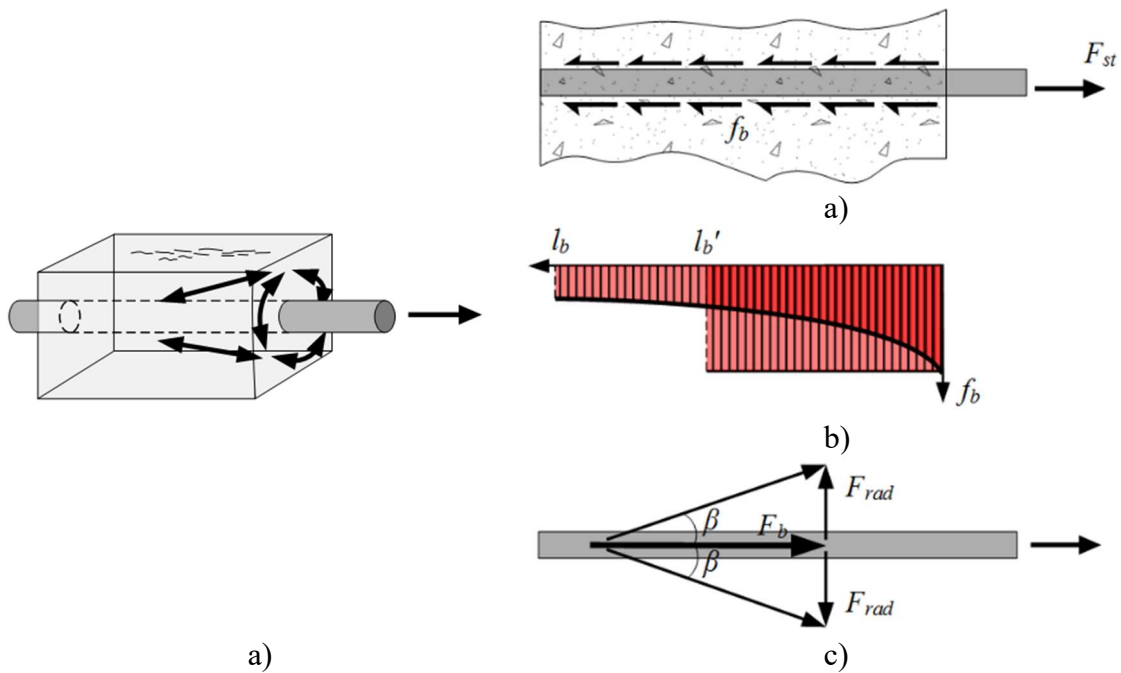


Figura 7.89 – CAIRNS (2006)

A Equação 7-63, após ser calibrada com base no banco de dados ACI408 (ACI, 2003) e dados adicionais por *fib* TG4.5 (*fib*, 2005), foi expressa conforme a Equação 7-64. A Figura 7.90 mostra a relação entre valores calculados pela Equação 7-64 e valores experimentais em função da resistência à compressão do concreto.

$$f_{stm} = 54 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{25} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{25}{\phi} \right)^{0,2} \cdot \left(\frac{l_b}{\phi} \right)^{0,55} \cdot \left[\left(\frac{c_{min}}{\phi} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{c_{max}}{c_{min}} \right)^{0,1} + k_m \cdot K_{tr} \right] \quad \text{Equação 7-64}$$

$$\leq f_y \leq 10 \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot \frac{l_b}{\phi}$$

Onde:

k_m é o fator de eficiência da armadura confinante, adotado com valor de 12 no caso de barras ancoradas dentro de dobras de armadura de pelo menos 90°;

$K_{tr} \leq 0,05$.

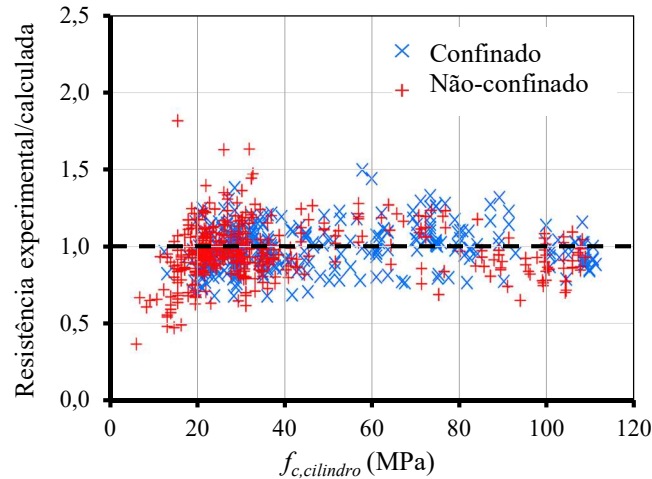


Figura 7.90 – Relação $f_{stm\ Calc}/f_{stm\ Exp}$ em função da resistência à compressão do concreto (CAIRNS, 2015)

A tensão de aderência média é definida como a razão entre a força atuante do eixo da barra e a área da superfície de comprimento l_b (Equação 7-65)

$$f_b = \frac{A_s f_s}{\phi \pi l_b} = \frac{\phi^2 \pi f_s}{4 \phi \pi l_b} = \frac{\phi f_s}{4 l_b} \quad \text{Equação 7-65}$$

Desta forma, o comprimento de ancoragem pode ser expresso por:

$$\frac{l_b}{\phi} = \frac{f_s}{4 f_b} \quad \text{Equação 7-66}$$

O comprimento de ancoragem básico é definido como o comprimento necessário para que se desenvolva uma tensão limite no eixo da barra. Considerando esta tensão limite como a tensão de escoamento do aço, o comprimento de ancoragem básico fica definido conforme a Equação 7-67, em que $f_{bk,0}$ é definida como a tensão de aderência básica.

$$\frac{l_{b,0}}{\phi} = \frac{f_y}{4 f_{bk,0}} \quad \text{Equação 7-67}$$

Segundo CAIRNS (2015) é determinado para condições em que $c_{min} = c_{max} = \phi$ e sem armadura confinante, o que conduz a assumir o termo entre colchetes da Equação 7-64 igual a 1,0. Ajustando esta equação para as condições as de comprimento básico de ancoragem, este pode ser expresso conforme a Equação 7-68.

Substituindo o termo $l_{b,0} / \phi$ por $f_y / 4f_{bk,0}$ de acordo com a Equação 7-67, pode-se obter a tensão de aderência básica conforme a Equação 7-69.

$$\frac{l_{b,0}}{\phi} = \left(\frac{f_y}{41}\right)^{1,82} \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{-0,45} \cdot \left(\frac{25}{\phi}\right)^{-0,36} \quad \text{Equação 7-68}$$

$$f_{bk,0} = 215,4 \cdot f_y^{-0,82} \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,45} \cdot \left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,36} \quad \text{Equação 7-69}$$

A adoção de um aço com uma tensão de escoamento de referência de 500 MPa conduz à Equação 7-70. Considerando a contribuição da armadura transversal e após calibrações adicionais, define-se a Equação 7-71, em que η_1 é um fator que considera a influência do tipo de superfície da barra.

$$f_{bk,0,500} = 1,32 \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,45} \cdot \left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,36} \quad \text{Equação 7-70}$$

$$f_{bk,0,500} = \eta_1 \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,3} \quad \text{Equação 7-71}$$

Tabela 7-19 – Fator de redução da resistência básica de ancoragem η_1 do Model Code 2010

Caso de aplicação	Valor
Barras nervuradas	1,75
Barras nervuradas com revestimento epóxi	1,4
Barras lisas	0,90

A Equação 7-71 pode ser adaptada para aços com tensões de escoamento f_y diferentes de 500 MPa dividindo-se o termo $215,4 \times f_y^{-0,82}$ da Equação 7-69 pelo valor de 1,32 da Equação 7-70. Define-se assim o fator η_4 (Equação 7-72) e a formulação geral para a tensão de aderência básica passa a ser expressa conforme a Equação 7-73.

$$\eta_4 = 163,2 \cdot f_y^{-0,82} \quad \text{Equação 7-72}$$

$$f_{bk,0} = \eta_1 \cdot \eta_4 \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,3}$$

Equação 7-73

A razão $25/\phi$ está relacionada ao efeito de tamanho na resistência da aderência para barras de grande diâmetro. A Equação 7-64 considera um diâmetro padrão de 25 mm. O Model Code 2010 define o fator η_3 conforme a Equação 7-74 e o cálculo da tensão de aderência básica fica conforme a Equação 7-75. O efeito de tamanho é desconsiderado para casos de barras com diâmetros iguais ou menores que 25 mm, adotando-se para estes casos η_3 igual a 1,0.

$$\eta_3 = \left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,3}$$

Equação 7-74

$$f_{bk,0} = \eta_1 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,5}$$

Equação 7-75

A qualidade do lançamento e do adensamento do concreto pode influenciar no desempenho da ancoragem. A formação de vazios entre o concreto e a armadura reduz a resistência da ancoragem. O Model Code 2010 adota o fator de redução η_2 para estes casos, que está relacionado ao posicionamento da barra durante a concretagem. A influência da superfície da barra é considerada adotando-se o fator η_1 . Deste modo, a resistência básica de ancoragem adotada pelo Model Code 2010 é a dada pela Equação 7-76. Os valores para os fatores η_1 e η_2 são exibidos na Tabela 7-20.

$$f_{bk,0} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \left(\frac{f_c}{25}\right)^{0,5}$$

Equação 7-76

Tabela 7-20 – Fator de redução da resistência básica de ancoragem η_2 do Model Code 2010

Caso de aplicação	Valor
Boas condições de ancoragem:	1,0
Todos os outros casos com barras nervuradas	0,7
Barras lisas	0,5

E.3.3 Critério de ruptura

O critério de ruptura de uma laje com armadura de cisalhamento pode ser estabelecido semelhantemente ao de uma laje sem armadura de cisalhamento, relacionando a carga solicitante à rotação da laje, sendo a carga solicitante igual à soma da parcela de carga resistida pelo concreto, deduzida da Equação 7-3 ou da Equação 7-4 à parcela de carga resistida pela armadura de cisalhamento. A Equação 7-77 fornece a parcela de resistência de uma armadura de cisalhamento de área A_{sw} com a tensão calculada de acordo com a Equação 7-62. O ponto em que ocorre a interseção entre a curva carga-rotação da laje e a curva do critério de ruptura corresponde à ruptura da laje por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento. Na Figura 7.91 é mostrado o critério de ruptura para a laje K3 de YAMADA *et al.* (1992), com previsão de ruptura por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento, segundo o Model Code 2010.

$$V_s = A_{sw} \cdot E_s \cdot \frac{\psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq A_{sw} \cdot f_{yw} \quad \text{Equação 7-77}$$

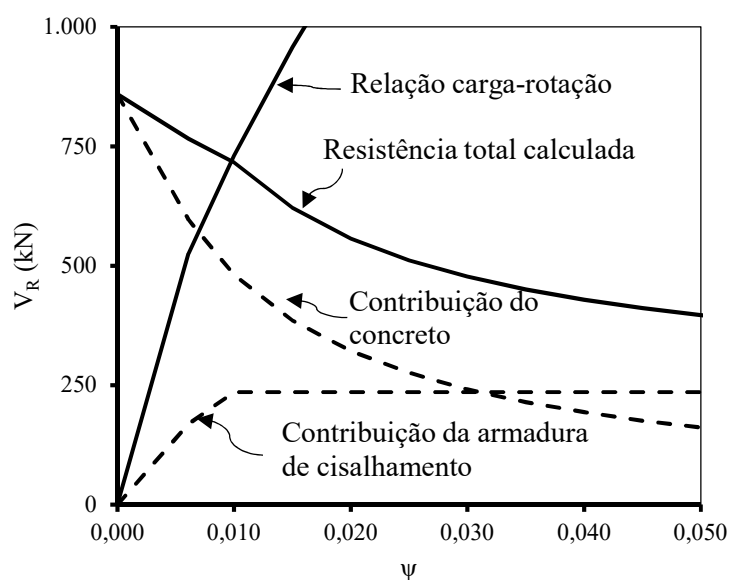


Figura 7.91 – Critério de ruptura da laje K3 de YAMADA *et al.* (1992), segundo o Model Code 2010

E.4 Resistência máxima à punção

VECCHIO e COLLINS (1986) demonstraram que a resistência ao esmagamento da diagonal comprimida de elementos bidimensionais de concreto submetidos a estados planos de tensão depende do estado de deformação transversal à direção da diagonal comprida. No caso de elementos de concreto, a deformação transversal é caracterizada pela abertura de fissuras distribuídas na região de ruptura por cisalhamento.

A Teoria da fissura crítica de cisalhamento considera uma hipótese análoga à de VECCHIO e COLLINS (1986), porém, o estado de deformação é referente apenas a uma fissura crítica de cisalhamento, que é representada pela rotação da laje na região de ligação laje-pilar. De forma simplificada, a Teoria da fissura crítica de cisalhamento admite a resistência ao esmagamento da diagonal comprimida alterando o critério de ruptura da Equação 7-3, que é multiplicado pelo fator λ (FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2009). Portanto, a relação entre a carga de ruptura por esmagamento da diagonal comprimida pode ser expressa em função da resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento da seguinte forma:

$$V_{R,máx} = \lambda V_{Rc} \quad \text{Equação 7-78}$$

Segundo FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2009), o fator λ é possui valor de 3,0 para condições ideais de ancoragem e valor de 2,0 para o caso de armaduras mal ancoradas. Portanto, a resistência máxima à punção dependeria do tipo de armadura utilizado. FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI (2010) compararam o desempenho de diferentes tipos de armaduras de cisalhamento em lajes com punção por esmagamento da diagonal comprimida (Figura 7.85)

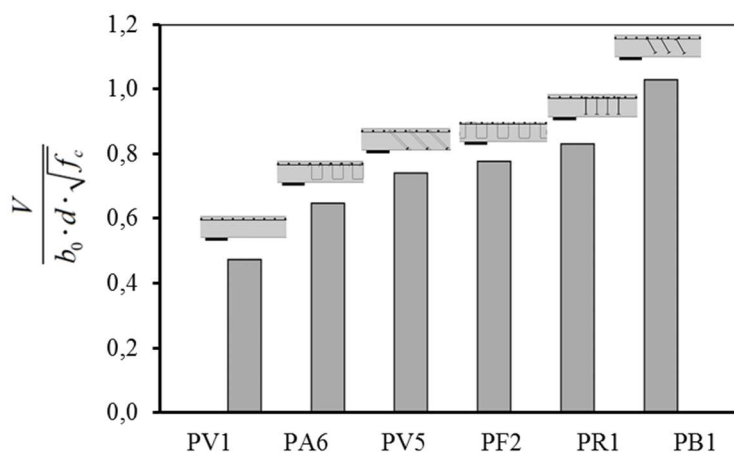


Figura 7.92 – desempenho de diferentes tipos de armadura de cisalhamento (FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2010)

No Model Code 2010, o fator λ é substituído por k_{sys} , definido pela Equação 7-79. A ruptura por esmagamento da diagonal comprimida ocorre para quando o valor de k_{sys} atinge algum dos valores máximos mostrados na Tabela 7-21, conforme o tipo de armadura de cisalhamento.

$$k_{sys} = \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}}$$

Equação 7-79

Tabela 7-21 – Valor de k_{sys} segundo o Model Code 2010

Tipo de armadura de cisalhamento	k_{sys}
Ausência de dados	2,0
Estribos adequadamente ancorados	2,4
Pinos com diâmetro da cabeça igual ou maior do que três vezes o diâmetro da barra	2,8

A resistência máxima é obtida a partir da interseção entre a curva carga-rotação ao critério de ruptura, semelhantemente à Figura 7.91. Na Figura 7.93 é mostrado o critério de ruptura para a laje T3 de YAMADA *et al.* (1992), com previsão de ruptura na por esmagamento da diagonal comprimida, segundo o Model Code 2010.

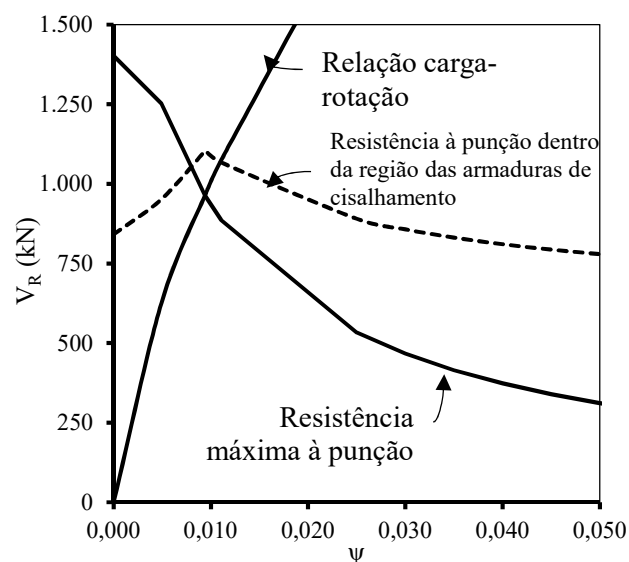


Figura 7.93 - Critério de ruptura da laje T3 de YAMADA *et al.* (1992), segundo o Model Code 2010

F Cálculo do momento resistente m_R

F.1 Equações gerais

$$m_R = \frac{M_R}{b_w}; \quad \text{Equação 7-80}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d}; \quad \rho' = \frac{A'_s}{b_w d} \quad \text{Equação 7-81}$$

$$x = \left(\frac{\varepsilon_{c\text{máx}}}{\varepsilon_{c\text{máx}} + \varepsilon_s} \right) d \quad \text{Equação 7-82}$$

$$\varepsilon'_s = \begin{cases} d'/d \leq \frac{\varepsilon_{c\text{máx}}}{\varepsilon_{c\text{máx}} + \varepsilon_s} \rightarrow \varepsilon'_s = \left(\frac{x-d'}{x} \right) \varepsilon_{c\text{máx}} & (\text{compressão}) \\ d'/d > \frac{\varepsilon_{c\text{máx}}}{\varepsilon_{c\text{máx}} + \varepsilon_s} \rightarrow \varepsilon'_s = \left(\frac{d'-x}{x} \right) \varepsilon_{c\text{máx}} & (\text{tração}) \end{cases} \quad \text{Equação 7-83}$$

$$f'_s = \begin{cases} \varepsilon'_s \leq \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_s = \varepsilon'_s E'_s \\ \varepsilon'_s > \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_s = f'_{ys} \end{cases} \quad \text{Equação 7-84}$$

F.2 Modelo de cálculo simplificado

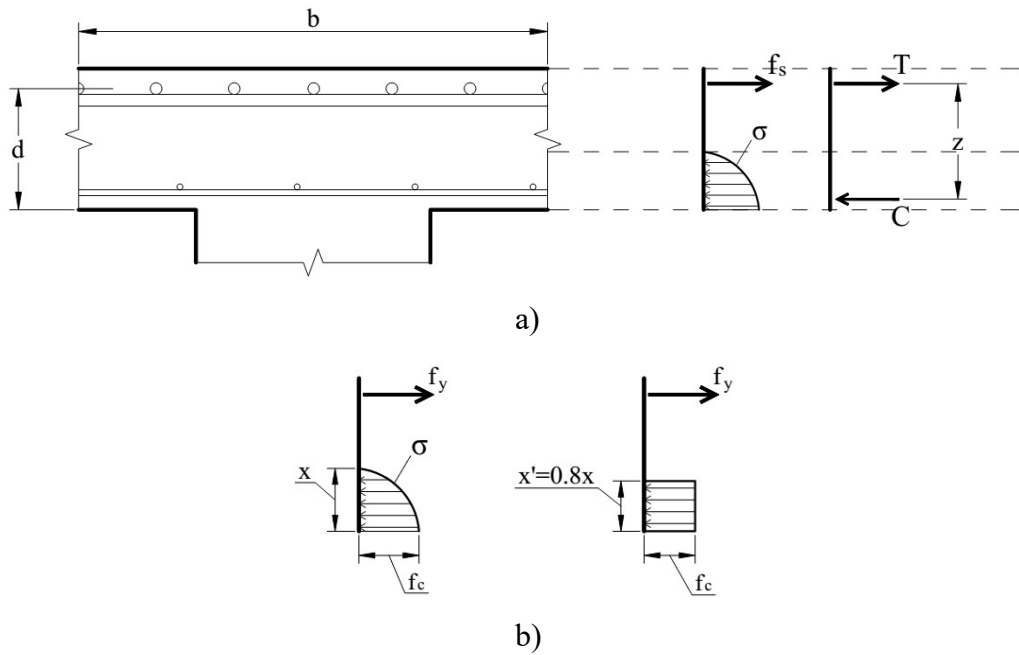


Figura 7.94 - Modelo mecânico para cálculo do momento m_R proposto por REGAN (2015)

$$x' = \frac{A_s f_y}{b \cdot f_c}$$

Equação 7-85

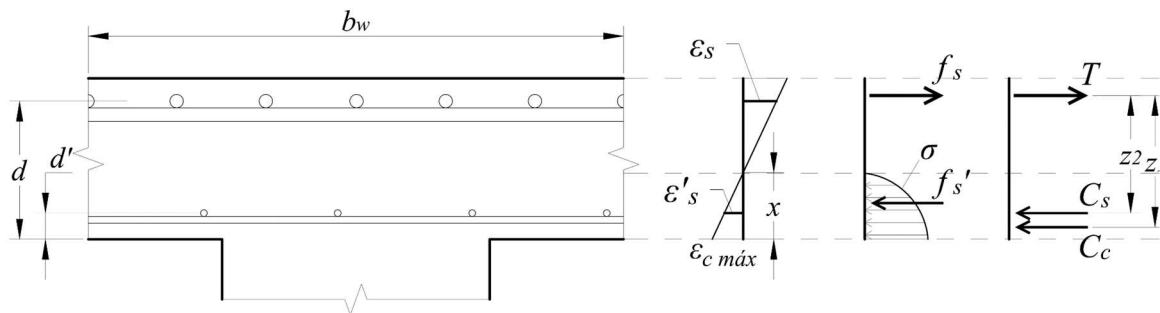
$$M_R = A_s f_y \left[d - \frac{x'}{2} \right] = A_s f_y \left[d - \frac{A_s f_y}{2d \cdot f_c} \right]$$

Equação 7-86

$$m_R = \rho d f_y \left[d - \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho d f_y}{f_c} \right]$$

Equação 7-87

F.3 Modelo de cálculo baseado em domínios de deformação



Onde:

para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$:

$$\lambda = 0.8$$

$$\alpha_c = 0,85$$

para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$:

$$\lambda = 0.8 - (f_{ck} - 50) / 400$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50) / 200]$$

Figura 7.95 – Modelo mecânico para cálculo do momento M_R proposto pela NBR 6118 - 2014 (adaptado)

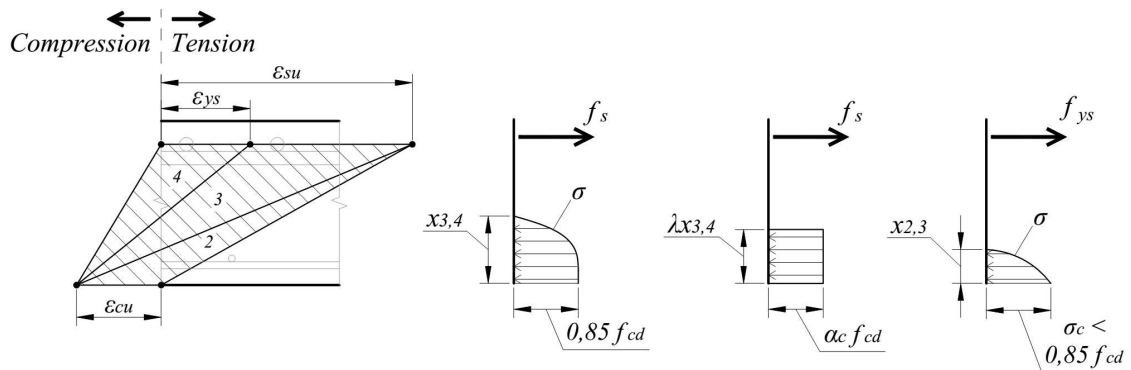


Figura 7.96 – Estados de tensão e deformação na seção transversal (NBR 6118 - adaptado)

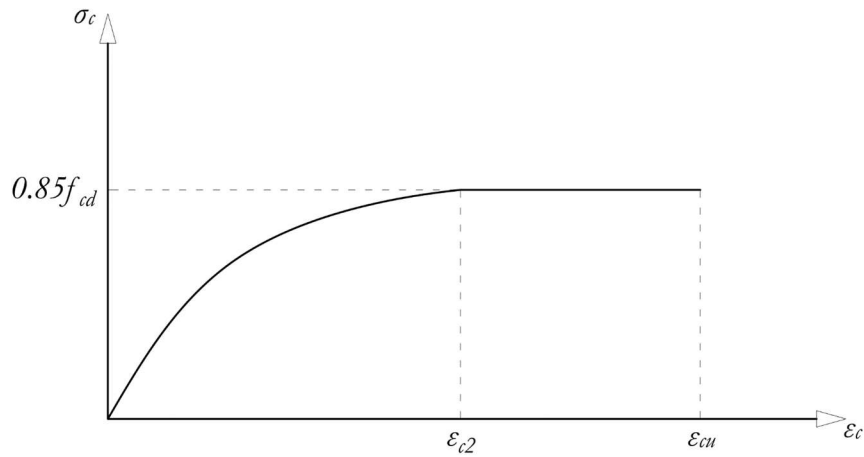


Figura 7.97 – Relação tensão-deformação adotada para o concreto sob compressão (NBR 6118, 2014)

F.3.1 Limite 2-3

Definições

$$\varepsilon_{c \text{ máx}} = \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-88}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su} \quad \text{Equação 7-89}$$

$$f_s = f_{ys} \quad \text{Equação 7-90}$$

$$f'_{s2,3} = \begin{cases} \varepsilon'_{s2,3} \leq \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{s2,3} = \varepsilon'_{s2,3} E'_s \\ \varepsilon'_{s2,3} > \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{s2,3} = f'_{ys} \end{cases} \quad \text{Equação 7-91}$$

$$x_{2,3} = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \right) d' \quad \text{Equação 7-92}$$

Hipótese: $d'/d \leq \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}) \rightarrow \varepsilon'_{2,3}$ é de compressão

$$\varepsilon'_{s2,3} = \left(\frac{x_{2,3} - d'}{x_{2,3}} \right) \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-93}$$

$$T_{2,3} = \rho_{2,3} \cdot b_w d \cdot f_{ys} \quad \text{Equação 7-94}$$

$$C_{2,3} = C_{C2,3} + C_{S2,3} \quad \text{Equação 7-95}$$

$$C_{C2,3} = \lambda \alpha_c f_{cu} x_{2,3} b \quad \text{Equação 7-96}$$

$$C_{S2,3} = \rho' b_w d \cdot f'_{s2,3} \quad \text{Equação 7-97}$$

$$\rho_{2,3} = \lambda \alpha_c \left(\frac{f_{cu}}{f_{ys}} \right) \left(\frac{x_{2,3}}{d} \right) + \rho' \left(\frac{f'_{s2,3}}{f_{ys}} \right) \quad \text{Equação 7-98}$$

Hipótese: $d'/d > \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}) \rightarrow \varepsilon'_{2,3}$ é de tração

$$\varepsilon_{s2,3}' = \left(\frac{d' - x_{2,3}}{x_{2,3}} \right) \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-99}$$

$$T_{2,3} = T_{1\ 2,3} + T_{2\ 2,3} \quad \text{Equação 7-100}$$

$$T_{1\ 2,3} = \rho_{2,3} f_{ys} b_w d \quad \text{Equação 7-101}$$

$$T_{2\ 2,3} = \rho' f'_{s2,3} b_w d \quad \text{Equação 7-102}$$

$$C_{2,3} = \lambda \alpha_c f_{cu} x_{2,3} b \quad \text{Equação 7-103}$$

$$\rho_{2,3} = \lambda \alpha_c \left(\frac{f_{cu}}{f_{ys}} \right) \left(\frac{x_{2,3}}{d} \right) - \rho' \left(\frac{f'_{s2,3}}{f_{ys}} \right) \quad \text{Equação 7-104}$$

F.3.2 Limite 3-4

Definições

$$\varepsilon_{c \text{ máx}} = \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-105}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{ys} \quad \text{Equação 7-106}$$

$$f_s = f_{ys} \quad \text{Equação 7-107}$$

$$f'_{s3,4} = \begin{cases} \varepsilon'_{s3,4} \leq \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{s3,4} = \varepsilon'_{s3,4} E'_s \\ \varepsilon'_{s3,4} > \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{s3,4} = f'_{ys} \end{cases} \quad \text{Equação 7-108}$$

$$x_{3,4} = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{ys}} \right) d \quad \text{Equação 7-109}$$

Hipótese: $d' / d \leq \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{ys}) \rightarrow \varepsilon'_{3,4}$ é de compressão

$$\varepsilon'_{s3,4} = \left(\frac{x_{3,4} - d'}{x_{3,4}} \right) \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-110}$$

$$T_{3,4} = \rho_{3,4} f_{ys} b_w d \quad \text{Equação 7-111}$$

$$C_{3,4} = C_{C3,4} + C_{S3,4} \quad \text{Equação 7-112}$$

$$C_{C3,4} = \lambda \alpha_c f_{cu} x_{3,4} b_w \quad \text{Equação 7-113}$$

$$C_{S3,4} = \rho' f'_{s3,4} b_w d \quad \text{Equação 7-114}$$

$$\rho_{3,4} = \lambda \alpha_c \left(\frac{f_{cu}}{f_{ys}} \right) \left(\frac{x_{3,4}}{d} \right) + \rho' \left(\frac{f'_{s3,4}}{f_{ys}} \right) \quad \text{Equação 7-115}$$

Hipótese: $d' / d > \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{ys}) \rightarrow \varepsilon'_{3,4}$ é de tração

$$\varepsilon'_{s3,4} = \left(\frac{d' - x_{3,4}}{x_{3,4}} \right) \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-116}$$

$$T_{3,4} = T_{1\ 3,4} + T_{2\ 3,4} \quad \text{Equação 7-117}$$

$$T_{1\ 3,4} = \rho_{3,4} f_{ys} b_w d \quad \text{Equação 7-118}$$

$$T_{2\ 3,4} = \rho' f'_{s3,4} b_w d \quad \text{Equação 7-119}$$

$$C_{3,4} = \lambda \alpha_c f_{cu} x_{3,4} b_w \quad \text{Equação 7-120}$$

$$\rho_{3,4} = \lambda \alpha_c \left(\frac{f_{cu}}{f_{ys}} \right) \left(\frac{x_{3,4}}{d} \right) - \rho' \left(\frac{f'_{s3,4}}{f_{ys}} \right) \quad \text{Equação 7-121}$$

F.3.3 m_R para os dominos 3 e 4

Condições

Domínio 3: $\rho_{2,3} < \rho < \rho_{3,4}$

Domínio 4: $\rho \geq \rho_{3,4}$

Definições

$$\varepsilon_{c\ máx} = \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 7-122}$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{d-x}{x} \right) \varepsilon_{c\ máx} \quad \text{Equação 7-123}$$

$$f'_{s'} = \begin{cases} \varepsilon'_s \leq \varepsilon'_{ys} \rightarrow \varepsilon'_s E'_s \\ \varepsilon'_s > \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{ys} \end{cases} \quad \text{Equação 7-124}$$

$$f_s = \begin{cases} \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ys} \rightarrow \varepsilon_s E_s \\ \varepsilon_s > \varepsilon_{ys} \rightarrow f_{ys} \end{cases} \quad \text{Equação 7-125}$$

$$z_1 = d - kx \quad \text{Equação 7-126}$$

$$z_2 = d - d' \quad \text{Equação 7-127}$$

$$z_3 = d' - kx \quad \text{Equação 7-128}$$

$$k = 0.5\lambda \quad \text{Equação 7-129}$$

$$M_R = \sum T_i \times z_i = \sum C_i \times z_i \quad \text{Equação 7-130}$$

Hipótese: $d'/d \leq \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{su}} \rightarrow \epsilon'_{2,3}$ é de compressão

$$\epsilon'_s = \left(\frac{x - d'}{x} \right) \epsilon_{cmáx} \quad \text{Equação 7-131}$$

$$T = \rho f_s b_w d \quad \text{Equação 7-132}$$

$$C = C_C + C_S \quad \text{Equação 7-133}$$

$$C_C = \lambda \alpha_{cu} f_{cu} x b_w \quad \text{Equação 7-134}$$

$$C_S = \rho' b_w d f'_s \quad \text{Equação 7-135}$$

$$M_R = \begin{cases} \rho f_s b_w d \times (d - 0,5\lambda x) - \rho' b_w d \cdot f'_s (d' - 0,5\lambda x) \\ \text{ou} \\ \lambda \alpha_{cu} f_{cu} x b_w \times (d - 0,5\lambda x) + \rho' b_w d \cdot f'_s (d - d') \end{cases} \quad \text{Equação 7-136}$$

Hipótese: $d'/d > \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{su}} \rightarrow \epsilon'_{2,3}$ é de tração

$$\epsilon'_s = \left(\frac{d' - x}{x} \right) \epsilon_{cmáx} \quad \text{Equação 7-137}$$

$$T = T_1 + T_2 \quad \text{Equação 7-138}$$

$$T_1 = \rho b_w d \cdot f_s$$

Equação 7-139

$$T_2 = \rho' b_w d \cdot f'_s$$

Equação 7-140

$$C = \lambda \alpha_c f_{cu} x b_w$$

Equação 7-141

$$M_R = \begin{cases} \rho \cdot b_w d \cdot f_{ys} (d - 0,5 \lambda x) + \rho' \cdot b_w d \cdot f'_s \cdot (d' - 0,5 \lambda x) \\ ou \\ \lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cu} \cdot x \cdot b \cdot (d - 0,5 \lambda x) - \rho' \cdot b_w d \cdot f'_s \cdot (d - d') \end{cases}$$

Equação 7-142

F.3.4 m_R para o domínio 2

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{c \text{ máx}}}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{Equação 7-143}$$

Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$:

$$n = 2$$

$$\varepsilon_{c2} = 0,002$$

Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$:

Equação 7-144

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,085 \times 10^{-3} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

Condição

$$\rho \leq \rho_{2,3}$$

Definições

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$$

Equação 7-145

$$\varepsilon_{c, \text{max}} = \left(\frac{x}{d-x} \right) \varepsilon_{su}$$

Equação 7-146

$$f'_s = \begin{cases} \varepsilon'_s \leq \varepsilon'_{ys} \rightarrow \varepsilon'_s E'_s \\ \varepsilon'_s > \varepsilon'_{ys} \rightarrow f'_{ys} \end{cases}$$

Equação 7-147

$$f_s = f_{ys}$$

Equação 7-148

$$z_1 = d - kx$$

Equação 7-149

$$z_2 = d - d'$$

Equação 7-150

$$z_3 = d' - kx$$

Equação 7-151

$k \rightarrow$ determinado a partir da integração da equação para σ_c do item 8.2.10.1 da NBR 6118 (2014)

$$M_R = \sum T_i \times z_i = \sum C_i \times z_i \quad \text{Equação 7-152}$$

Hipótese: $d'/d \leq \varepsilon_{c,\max} / (\varepsilon_{c,\max} + \varepsilon_{su}) \rightarrow \varepsilon'_s$ é de compressão

$$\varepsilon'_s = \left(\frac{x - d'}{x} \right) \varepsilon_{c,\max} \quad \text{Equação 7-153}$$

$$T = \rho f_{ys} b_w d \quad \text{Equação 7-154}$$

$$C = C_c + C_s \quad \text{Equação 7-155}$$

$C_c \rightarrow$ determinado a partir da integração da equação para σ_c do item 8.2.10.1 da NBR 6118 (2014)

$$C_s = \rho' b_w d \cdot f'_s \quad \text{Equação 7-156}$$

$$M_R = \begin{cases} \rho f_{ys} b_w d \cdot (d - kx) - \rho' b_w d \cdot f'_s (d' - kx) \\ \text{ou} \\ C_c \cdot (d - kx) + \rho' f'_s b_w d \cdot (d - d') \end{cases} \quad \text{Equação 7-157}$$

Hipótese: $d'/d > \varepsilon_{c,\max} / (\varepsilon_{c,\max} + \varepsilon_{su}) \rightarrow \varepsilon'_s$ é de tração

$$\varepsilon'_s = \left(\frac{d' - x}{x} \right) \varepsilon_{c,\max} \quad \text{Equação 7-158}$$

$$T = T_1 + T_2 \quad \text{Equação 7-159}$$

$$T_1 = \rho b_w d \cdot f_{ys} \quad \text{Equação 7-160}$$

$$T_2 = \rho' b_w d \cdot f'_s \quad \text{Equação 7-161}$$

$$C = C_c \quad \text{Equação 7-162}$$

$C_c \rightarrow$ determinado a partir da integração da equação para σ_c do item 8.2.10.1 da NBR 6118 (2014)

$$M_R = \begin{cases} [\rho f_{ys} \cdot (d - kx) + \rho' f'_s \cdot (d' - kx)] b_w d \\ ou \\ C_c \cdot (d - kx) - \rho' f'_s b_w d \cdot (d - d') \end{cases} \quad \text{Equação 7-163}$$

F.3.5 Cálculo de C_c

Hipótese: $\varepsilon_{c\text{máx}} \leq \varepsilon_{c2}$

$$C_c = 0,85 f_{cd} b_w \left(\frac{x}{\varepsilon_{c,\text{máx}}} \right) B \quad \text{Equação 7-164}$$

$$k = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon_{c,\text{máx}}} \right) \cdot \frac{A}{B} \quad \text{Equação 7-165}$$

$$A = \frac{\varepsilon_{c\text{máx}}^2}{2} + \frac{\left(1 - \varepsilon_{c\text{máx}} / \varepsilon_{c2}\right)^n \cdot \left[\varepsilon_{c2}^2 + n \cdot \varepsilon_{c2} \cdot \varepsilon_{c\text{máx}} - (n+1) \cdot \varepsilon_{c\text{máx}}^2\right]}{n^2 + 3n + 2} \quad \text{Equação 7-166}$$

$$B = \varepsilon_{c\text{máx}} + \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{n+1} \right) \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_{c\text{máx}}}{\varepsilon_{c2}}\right)^{b+1} - 1 \right] \quad \text{Equação 7-167}$$

Hipótese: $\varepsilon_{c\text{máx}} > \varepsilon_{c2}$

$$C_c = C'_c + C''_c \quad \text{Equação 7-168}$$

$$C'_c = 0,85 f_{cd} b_w \left(\frac{x - x_2}{\varepsilon_{c2}} \right) E \quad \text{Equação 7-169}$$

$$C''_c = 0,85 f_{cd} \cdot b_w \cdot x_2 \quad \text{Equação 7-170}$$

$$x_2 = x \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c\text{máx}}} \right) \quad \text{Equação 7-171}$$

$$k_2 = 1 - \frac{D}{\varepsilon_{c2} \cdot E}$$

Equação 7-172

$$k = 1 - F$$

Equação 7-173

$$D = \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2} \cdot \frac{n \cdot (n+3)}{(n+2) \cdot (n+1)}$$

Equação 7-174

$$E = \varepsilon_{c2} \cdot \left(\frac{n}{n+1} \right)$$

Equação 7-175

$$F = \frac{2E \cdot (x - x_2)^2 \cdot (1 - k_2) + x_2^2 \cdot \varepsilon_{c2}}{2 \cdot [(x - x_2) \cdot E + x_2 \cdot \varepsilon_{c2}]}$$

Equação 7-176

G Modelos de linhas de ruptura

G.1 Definição do modelo por autor

G.1.1 Yamada, Nanni e Endo (1992)

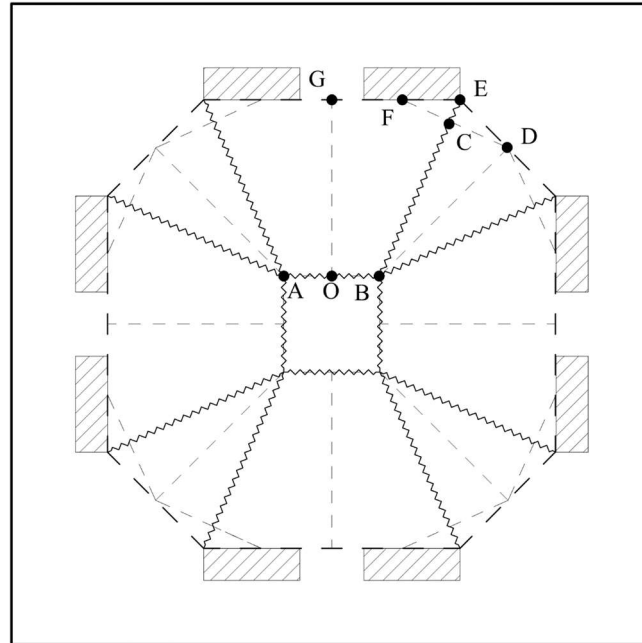
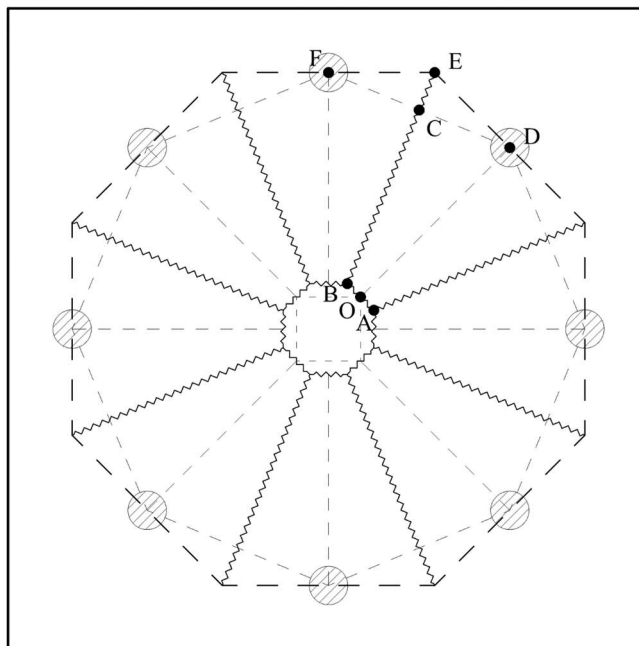
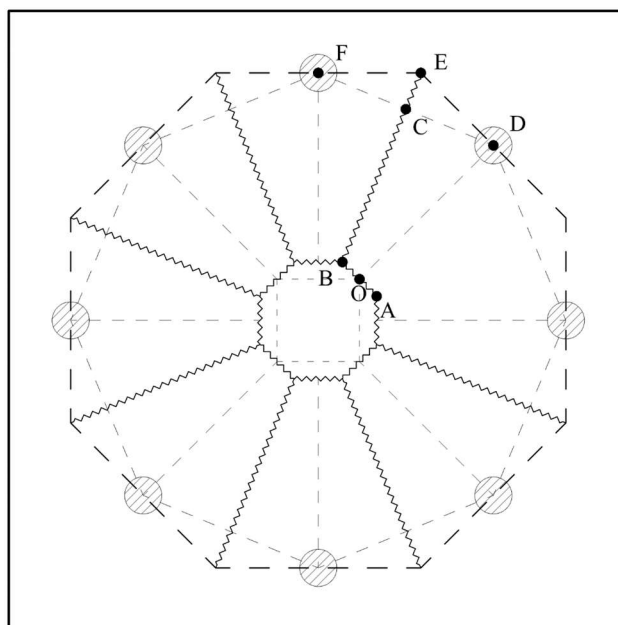


Figure 1 – Lajes de YAMADA *et al.* (1992) – modelo de linhas de ruptura

G.1.2 Chana e Desai (1992)



a) Slabs 2, 3, 4 e 9



b) Slabs 5, 6, 7, and 8

Figure 2 - Lajes de CHANA e DESAI (1992) – modelo de linhas de ruptura

G.1.3 Chana and Desai (1993)

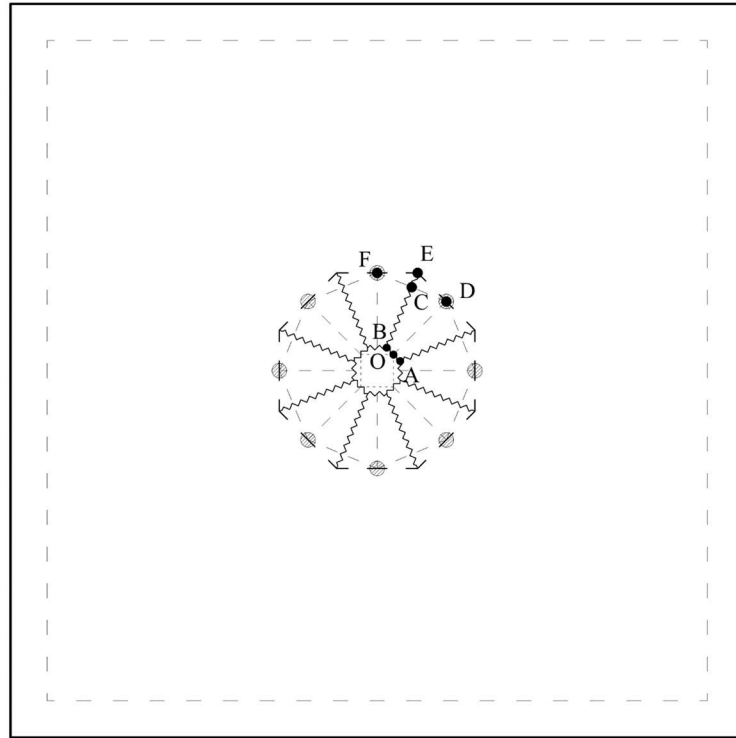


Figure 3 - Lajes de CHANA e DESAI (1993) – modelo de linhas de ruptura

G.1.4 Regan (1980)

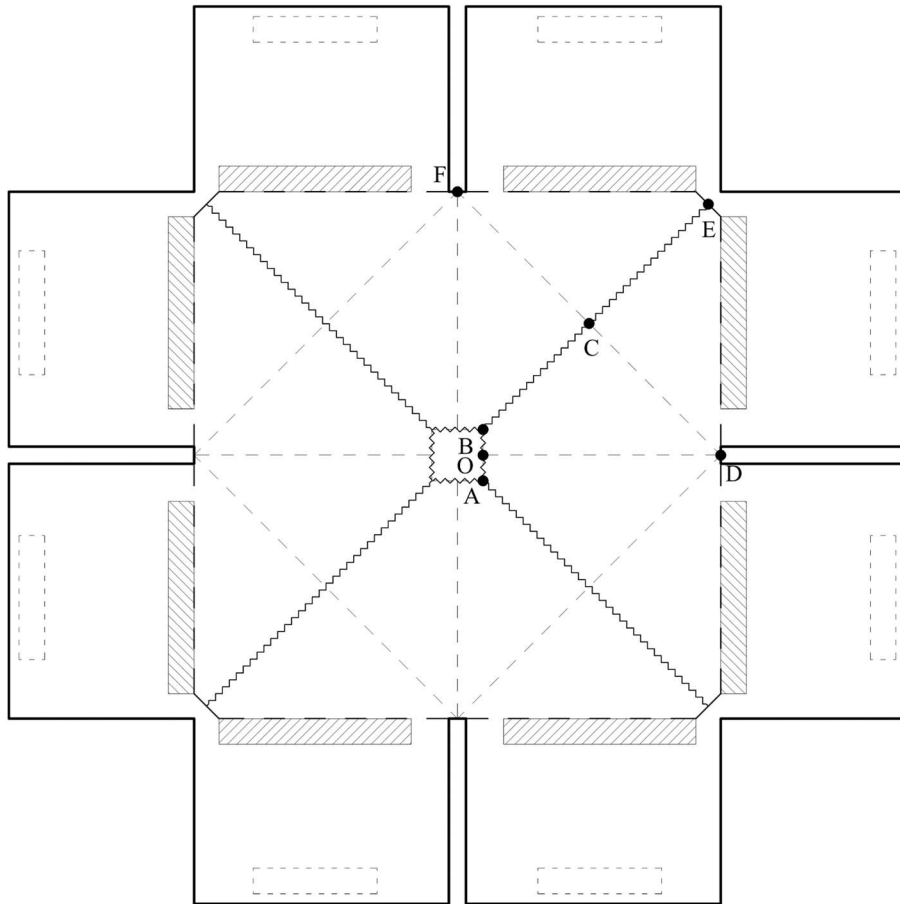


Figure 4 - Lajes de REGAN (1980) – modelo de linhas de ruptura

G.1.5 Samadian and Regan (1999)

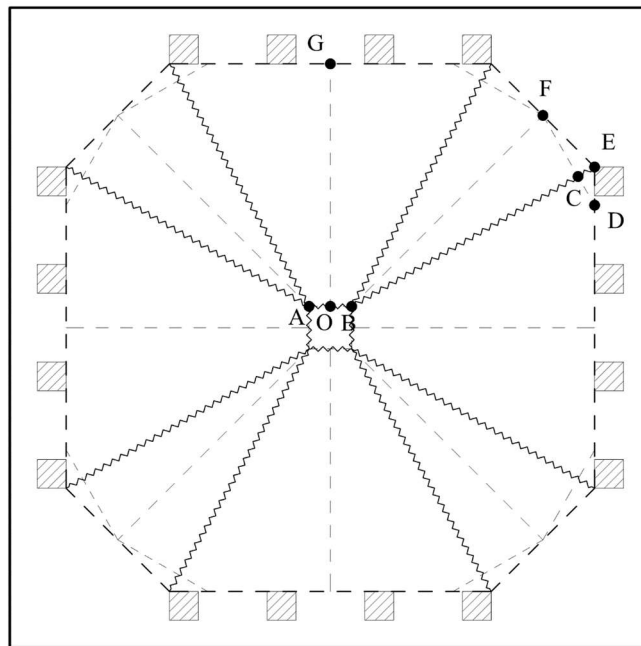


Figure 5 - Lajes de SAMADIAN e REGAN (1999) – modelo de linhas de ruptura

G.1.6 Oliveira, Melo and Regan (2000)

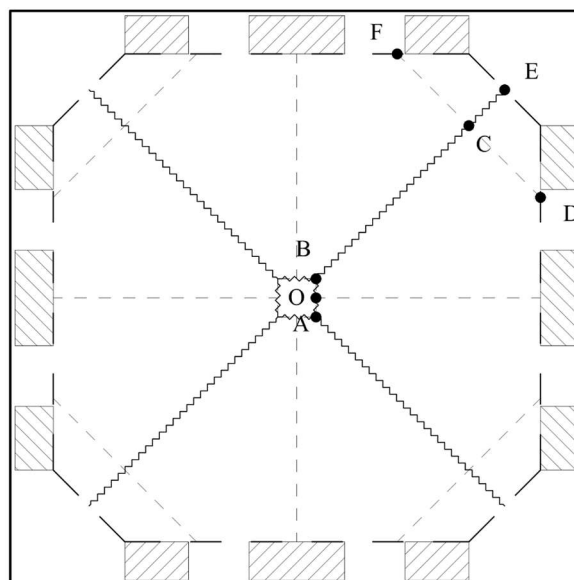


Figure 6 - Lajes de OLIVEIRA *et al.* (2000) – modelo de linhas de ruptura

G.1.7 Broms (1990)

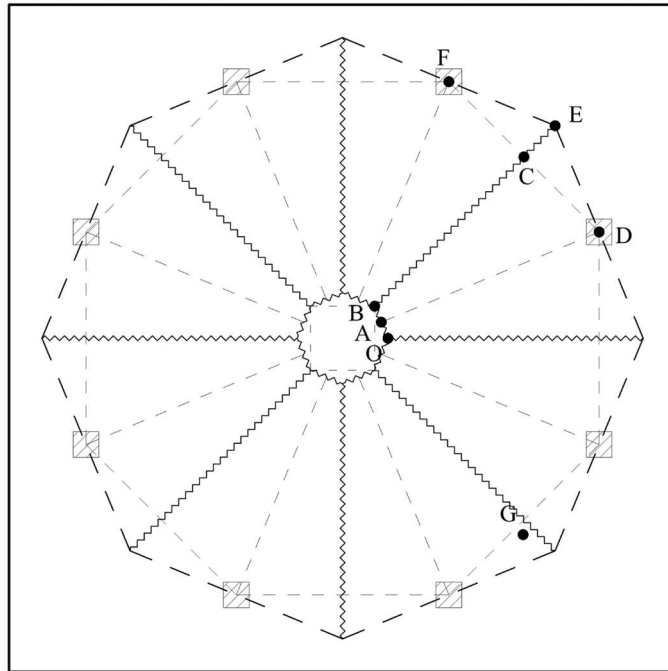
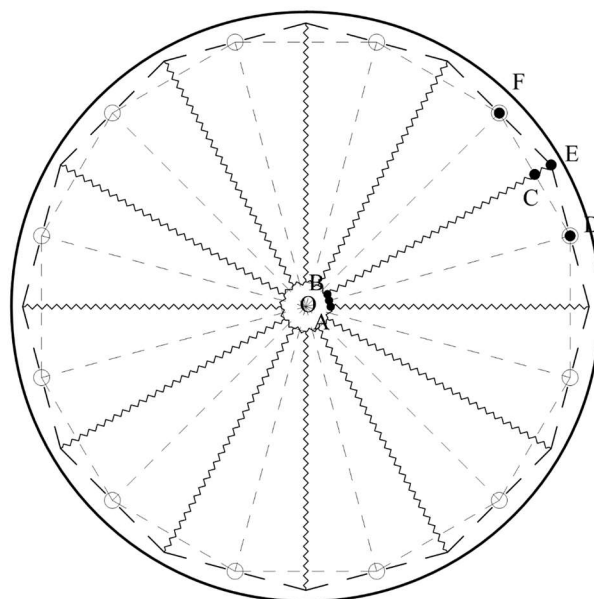
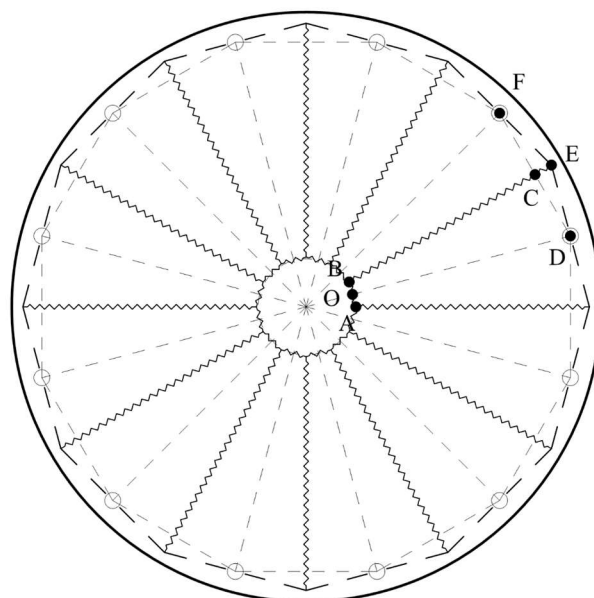


Figure 7 - Lajes de BROMS (1990) – modelo de linhas de ruptura

G.1.8 Anderson (1963)



a) Slabs 66 and 67



b) Slabs 82 and 83

Figure 8 - Lajes de ANDERSSON (1963) – modelo de linhas de ruptura

G.1.9 Chana (1993)

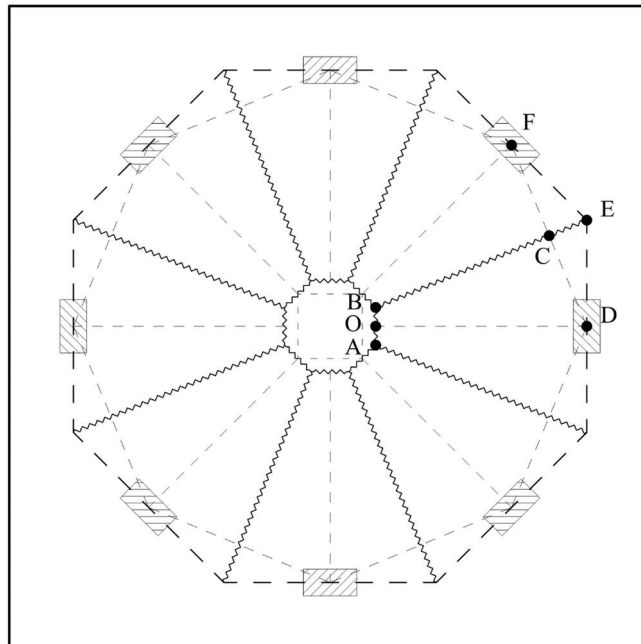


Figure 9 - Lajes de CHANA (1993) – modelo de linhas de ruptura

G.1.10 Pilakoutas and Li (1997)

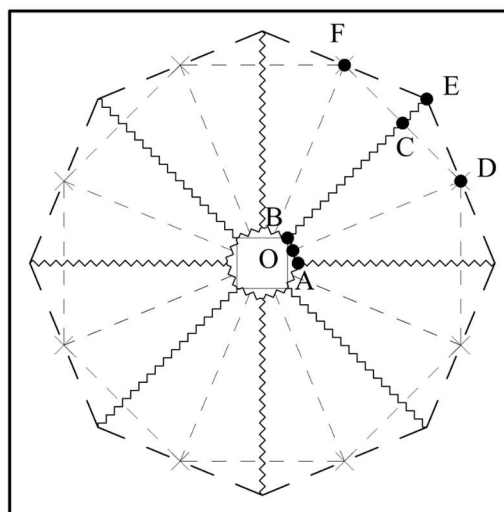


Figure 10 - Lajes de PILAKOUTAS e LI (1997) – modelo de linhas de ruptura

G.2 Dados para cálculo de V_{flex}

Tabela 7-22 - Valores para cálculo de V_{flex}

Autor	Laje	M.L.R.	Comprimentos (mm)							m_R (kNm)	V_{flex} (kN)
			AB	CE	BC	CF	CD	OD	OG		
Yamada, Nanni and Endo (1992)	T1	2	300	74	530	164	199	-	550	225,6	2469,4
	T2	2	300	74	530	164	199	-	550	235,9	2582,4
	T3	2	300	74	530	164	199	-	550	237,6	2600,9
	T4	2	300	74	530	164	199	-	550	241,5	2643,9
	T5	2	300	74	530	164	199	-	550	231,9	2538,8
	T6	2	300	74	530	164	199	-	550	240,9	2637,8
	K1	2	300	74	530	164	199	-	550	138,0	1510,6
	K2	2	300	74	530	164	199	-	550	138,5	1516,7
	K3	2	300	74	530	164	199	-	550	137,9	1510,1
	K4	2	300	74	530	164	199	-	550	138,6	1517,8
	K5	2	300	74	530	164	199	-	550	138,0	1510,6
	K6	2	300	74	530	164	199	-	550	138,2	1512,6
	K7	2	300	74	530	164	199	-	550	138,8	1519,8
Chana and Desai (1992)	1	1	176	190	879	459	459	988	-	154,1	1239,9
	2	1	176	190	879	459	459	988	-	155,4	1250,7
	3	1	176	190	879	459	459	988	-	154,3	1242,1
	4	1	176	190	879	459	459	988	-	155,7	1253,3
	5	1	176	190	879	459	459	988	-	169,0	1359,8
	6	1	176	190	879	459	459	988	-	170,7	1374,0
	7	1	176	190	879	459	459	988	-	169,7	1365,8
	8	1	176	190	879	459	459	988	-	169,5	1363,9
	9	1	176	190	879	459	459	988	-	170,4	1371,6
Chana and Desai (1993)	FPS1	1	216	135	502	325	325	589	-	132,2	1266,5
	FPS2	1	216	135	502	325	325	589	-	139,6	1337,8
	FPS3	1	216	135	502	325	325	589	-	139,4	1335,0
	FPS4	1	216	135	502	325	325	589	-	149,9	1436,1
	FPS5	1	216	135	502	325	325	589	-	137,7	1318,7
Regan (1980)	1	1	240	789	702	872	872	1113	-	108,2	876,3
	2	1	240	789	702	872	872	1113	-	99,2	803,6
	3	1	240	789	702	872	872	1113	-	100,7	815,7
	4	1	240	789	702	872	872	1113	-	109,0	883,0
Samadian and Regan (1980)	S1	2	200	89	1222	330	155	-	1137	141,3	1152,9
	S2	2	200	89	1222	330	155	-	1137	143,1	1167,9

Tabela 7-23 - Valores para cálculo de V_{flex} (continuação)

Autor	Laje	M.L.R.	Comprimentos (mm)							m_R (kNm)	V_{flex} (kN)
			AB	CE	BC	CF	CD	OD	OG		
liveira, Melo and Regan (2000)	1	2	120	159	679	318	318	-	705	124,3	581,8
	2	2	120	159	679	318	318	-	705	124,6	583,3
	6I	2	120	159	679	318	318	-	705	145,3	680,4
	7I	2	120	159	679	318	318	-	705	144,8	677,8
	8I	2	120	159	679	318	318	-	705	145,4	680,6
	9I	2	120	159	679	318	318	-	705	144,8	677,8
	10I	2	120	159	679	318	318	-	705	145,0	678,9
	11I	2	120	159	679	318	318	-	705	145,3	680,0
	3V	2	120	159	679	318	318	-	705	145,5	680,9
	4V	2	120	159	679	318	318	-	705	146,1	684,1
	5V	2	120	159	679	318	318	-	705	145,2	679,4
Broms (1990)	1	1	135	172	823	414	414	919	-	127,7	998,7
	2	1	135	172	823	414	414	919	-	87,0	680,6
	3	1	135	172	823	414	414	919	-	123,4	965,4
	4	1	135	172	823	414	414	919	-	70,7	552,8
	5	1	135	172	823	414	414	919	-	49,2	384,6
Andersson (1963)	66	1	40	59	748	221	221	780	-	55,7	391,0
	67	1	40	59	748	221	221	780	-	55,3	388,5
	82	1	80	59	671	221	221	705	-	70,9	550,5
	83	1	80	59	671	221	221	705	-	72,9	566,4
Chana (1993)	1	1	176	190	878	459	459	987	-	149,7	1205,4
	2	1	176	190	878	459	459	987	-	149,2	1200,7
	3	1	176	190	878	459	459	987	-	151,2	1217,4
Pilakoutas e Li (1997)	PSSA	1	108	135	644	325	325	719	-	70,7	555,2
	PSSB	1	108	135	644	325	325	719	-	80,2	629,4
	PSSC	1	108	135	644	325	325	719	-	81,4	638,9
	PSSD	1	108	135	644	325	325	719	-	81,9	643,1
	PSSE	1	108	135	644	325	325	719	-	82,6	648,0
	PSSF	1	108	135	644	325	325	719	-	82,6	648,0
	PSSG	1	108	135	644	325	325	719	-	79,6	624,8