



Youssef Hassan Moussa

**Eficácia das fibras de aço no reforço à
flexão de vigas em concreto armado com
taxa de armadura mínima**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Belém – Pará – Brasil

2017

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Youssef Hassan Moussa

Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima

Dissertação de Mestrado

Exame de Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Belém, 20 de fevereiro de 2017.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Youssef Hassan Moussa.

TÍTULO: Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima.

GRAU: Mestre ANO: 2017

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta qualificação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa qualificação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Youssef Hassan Moussa.

Av. Augusto Correa, nº 1, Campus Universitário do
Guamá, Laboratório de Engenharia Civil. Guamá,
Belém, Pará. CEP 66075-970

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Central / UFPA, Belém – PA

Moussa, Youssef Hassan.

Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto
armado com taxa de armadura mínima - Youssef Hassan Moussa - 2017.

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes Moraes Neto.

Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém,
2017.

1. Concreto. 2. Flexão. 3. Viga. 4. Fibras de aço.

CDD - XX. ed. XXX.XXXXX

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Youssef Hassan Moussa

Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima

Exame de Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Orientador
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Examinador Interno
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macedo
Examinador Interno
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Antonio Domingues de Figueiredo
Examinador Externo
Departamento de Engenharia de Construção Civil – PCC USP

Belém, 20 de fevereiro de 2017.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a minha família, em especial meus pais, Hassan e Samia, que sempre amaram incondicionalmente sua família e nunca pouparam esforço, suor e a vida, para que eu e meus irmãos conseguíssemos alcançar nossos objetivos. Meu eterno amor, gratidão e admiração são dedicados a vocês.

Professor Bernardo Nunes de Moraes Neto, obrigado por toda a paciência e ensinamentos que me passaste durante este nosso período de convivência. Apesar das dificuldades do nosso trabalho, hoje eu entendo todas as cobranças e vejo que sempre objetivou o melhor. Agradeço também todas as orientações e auxílios que dedicaste a minha pessoa neste período, saiba que admiro bastante sua competência, sua dedicação e amor pelo que faz.

Agradeço ao Professor Dênio Ramam, ao Professor Alcebíades Macêdo, a todo o GAEMA e ao PPGEC, por todo o auxílio, a conclusão do trabalho seria impossível sem a contribuição de todos vocês.

Ao Engenheiro Danilo Souza Queiroz, representante da *Belgo Bekaert Amares LTDA* pela doação das fibras de aço, as quais foram fundamentais na realização desse estudo. Ao professor Paulo Sergio por ter viabilizado a doação dos demais materiais que compuseram o concreto utilizado no programa experimental, além de ter dado total apoio sempre que solicitado. Complementando, agradece-se à empresa *Totalmix – Controle Tecnológico em Concreto e Solos*, por disponibilizar o maquinário utilizado na extração de corpos de prova.

A minha namorada Elina Enríquez, por toda a compreensão, auxílio e amor, principalmente nos momentos difíceis. Nos últimos anos você foi a pessoa quem mais me incentivou a superar os obstáculos que a vida prega, sempre serei grato a você.

Agradeço a todos os amigos que diretamente me ajudaram na execução do programa experimental, sem vocês nada disso seria possível. Dizem que percebemos o verdadeiro valor da amizade nas dificuldades, e nesses momentos vocês se fizeram presentes, isto sempre será lembrado.

Resumo

MOUSSA, Y.H. **Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima.** Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2017.

A presente dissertação discute, sob a perspectiva de uma análise experimental, a eficiência das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima. Para consumir a pesquisa, dois aspectos particulares são tratados em fases distintas do estudo. Na primeira fase, explora-se a estimativa das resistências residuais à tração na flexão (f_{Ri}), as quais, segundo recomendações recentes sobre concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), são fundamentais para descrever o comportamento fissurado deste tipo de material. As propostas para suputar f_{Ri} são fundamentadas em averiguações estatísticas sobre os resultados de ensaios de caracterização do CRFA, ensaios de flexão em três pontos (3P) de prismas entalhados. Nessa abordagem, coletou-se da literatura um banco de dados (BD) formado por 27 pesquisas, totalizando 89 prismas (ensaios de flexão em 3P de prismas). Para consolidar a eficiência dessas propostas, as estimativas de f_{Ri} são utilizadas nos modelos de flexão do RILEM TC-162-TDF (2003) e do *ModelCode10* (2011) e os seus resultados foram posteriormente julgados a partir de um novo BD de ensaios de flexão de vigas em CRFA (29 pesquisas e 183 vigas). Na segunda fase da pesquisa, apresenta-se um programa experimental de 4 vigas, sendo 1 de referência e 3 em CRFA. As particularidades dessas são o consumo de fibras, $C_f = 0,8\%$ e $= 1,0\%$, e a classe de resistência do concreto, $f_c = 35\text{ MPa}$ e $= 50\text{ MPa}$. Ademais, comenta-se que a taxa da armadura de flexão (ρ) acompanhou o valor da taxa mínima (ρ_{min}) sugerido pelo *ModelCode10*. Nesse contexto, discute-se o mecanismo de reforço assegurado pelas fibras de aço na resistência à flexão de vigas em CRFA com $\rho = \rho_{min}$ e a possibilidade de permutar o reforço convencional (barras de aço) por fibras de aço. Os resultados mostraram que as propostas para f_{Ri} estimaram acertadamente as resistências residuais registradas experimentalmente, permitindo, inclusive, a reprodução da fase pós-pico das relações *tensão-CMOD* e *tensão-deslocamento*. O estudo experimental mostrou que vigas em CRFA com $\rho = \rho_{min}$, têm a sua resistência e tenacidade à flexão aprimorada, porém, especula-se uma possível condição adversa na ductilidade.

Palavras-chaves

Concreto. Flexão. Viga. Fibras de aço.

Abstract

MOUSSA, Y.H. **Effectiveness of steel fibres on the flexural strength of reinforced concrete beams with a minimum ratio of reinforcement.** Master Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil, 2017 (in Portuguese).

The effectiveness of steel fibres for the flexural strength of reinforced concrete beams with a minimum ratio of reinforcement is discussed under an experimental analysis perspective in the current research. To conclude that goal, two distinct approaches are presented in different phases of the study. The first one is dedicated to estimate the steel fibre reinforced concrete (SFRC) residual flexural tensile strength (f_{Ri}). According to the most recent researches on SFRC, f_{Ri} is a fundamental parameter to assess the post-cracking behaviour of this sort of material. Standard flexural tests for SFRC (3-point bending test on a notched beam) were used as an aid for the f_{Ri} proposals and statistical analysis have been allowed their mathematical formulation. Therefore, a database (DB) composed by 27 researches (89 3P bending tests) was collected from literature. In order to appraise those proposals, the estimated values of f_{Ri} supplied the RILEM TC-162-TDF (2003) and *ModelCode10* (2011) flexural mechanic models and then a new DB was compiled from literature for flexural SFRC beams test (29 researches and 183 tests). Thereby, the theoretical flexural strengths contrasted with the experimental results recorded in that DB was adopted as a performance index. In the second phase of the research, 4 beams, where 1 was the reference one, no fibres, and others 3 were SFRC beams, composed the experimental program of the investigation. The most important characteristics of that experimental program were the fibres content, $C_f = 0,8\%$ and $= 1,0\%$, and the concrete compressive strength, $f_c = 35\text{ MPa}$ and $= 50\text{ MPa}$. Furthermore, the ratio of longitudinal tension reinforcement (ρ) have been followed as close as possible the minimum value (ρ_{min}) suggested by *ModelCode10*. Based on this conception, the effectiveness of the steel fibres for the flexural strength of SFRC beams with $\rho = \rho_{min}$ and the possibility to use only steel fibres as a reinforcement for bending beams have been discussed together. The acquired results for f_{Ri} proposals have shown an acceptable agreement with residual strength recorded in experimental tests. Moreover, the f_{Ri} proposals was also capable to reproduce the phase post-peak of *stress-CMOD* and *stress-displacement* relationships. The experimental search has shown for SFRC beams with $\rho = \rho_{min}$ condition a significant increase on both strength and toughness. However, it was also pointed out for those beams a possible critical condition on their ductility.

Keywords

Concrete. Flexural strength. Beam. Steel fibres.

Sumário

Capítulo	Página
1 INTRODUÇÃO	15
1.1 JUSTIFICATIVA	18
1.2 OBJETIVOS	18
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 COMPÓSITO ESTRUTURAL: CONCRETO COM FIBRAS	21
2.1.1 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA)	21
2.2 FLEXÃO EM VIGAS REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO.....	33
2.2.1 DANCYGIER e SAVIR (2006)	33
2.2.2 ALTUN <i>et al.</i> (2007).....	35
2.2.3 YOU <i>et al.</i> (2011).....	36
2.2.4 KAKLAUSKAS <i>et al.</i> (2014)	38
2.3 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO	40
2.3.1 RILEM TC 162-TDF (2002)	40
2.3.2 RILEM TC 162-TDF (2003)	42
2.3.3 MODELCODE10 (2011)	46
3 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA RESIDUAL f_{Ri}.....	50
3.1 BANCO DE DADOS (BD).....	50
3.2 ANÁLISE DOS DADOS	51
3.3 PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA f_{Ri}	60
4 PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	63
4.1 CARACTERÍSTICA DAS VIGAS	63
4.2 SISTEMA DE ENSAIO	65
4.3 INSTRUMENTAÇÃO	66
4.3.1 DESLOCAMENTOS VERTICAIS	66
4.3.2 DEFORMAÇÕES	66
4.4 MATERIAIS.....	67

4.4.1 CONCRETO.....	67
4.4.2 AÇO.....	72
4.4.3 CONSUMO EFETIVO DE FIBRAS	73
4.5 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA DAS VIGAS	76
4.5.1 RESISTÊNCIA À FLEXÃO	76
4.5.2 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO	78
5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	80
5.1 RELAÇÃO CARGA-DESLOCAMENTO.....	80
5.2 RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA	82
5.3 MODO DE RUÍNA.....	84
6 AVALIAÇÃO DAS PROPOSTAS PARA f_{Ri}.....	87
6.1 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA RESIDUAL.....	87
6.1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	87
6.2 APLICABILIDADE DAS PROPOSTAS PARA f_{Ri} EM MODELOS DE FLEXÃO .	92
6.2.1 BANCO DE DADOS (BD).....	92
6.2.2 METODOLOGIA DAS ANÁLISES	94
6.2.3 ANÁLISE.....	94
7 CONCLUSÕES	101
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	104
ANEXOS	117

Lista de Tabelas

Tabela	Página
Tabela 2.1. Classificação das fibras segundo a NBR 15530 (2007).	24
Tabela 2.2. Propriedades das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).	34
Tabela 2.3. Resumo do estudo de ALTUN <i>et al.</i> (2007).	36
Tabela 2.4. Propriedades das vigas de YOU <i>et al.</i> (2011).	37
Tabela 2.5. Análise da resistência e da ductilidade das vigas de YOU <i>et al.</i> (2011).	38
Tabela 2.6. Propriedades das vigas ensaiadas por KAKLAUSKAS <i>et al.</i> (2014).	39
Tabela 3.1. Resumo do BD para a análise de f_{Ri}	51
Tabela 3.2. Análise das constantes $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ em função de f_c	59
Tabela 4.1. Propriedades das vigas.	64
Tabela 4.2. Materiais constituintes e consumo.	68
Tabela 4.3. Análise das resistências f_c (ensaio de compressão dos cilindros).	69
Tabela 4.4. Análise das deformações ϵ_{fc} (ensaio de compressão dos cilindros).	70
Tabela 4.5. Resumo do ensaio de flexão dos prismas entalhados.	71
Tabela 4.6. Avaliação de f_{Ri} segundo outras pesquisas.	72
Tabela 4.7. Propriedades mecânicas do aço (ensaio de tração axial).	73
Tabela 4.8. Avaliação do consumo efetivo de fibras nas vigas em CRFA.	75
Tabela 4.9. Avaliação da resistência à compressão a partir dos testemunhos (ensaio de compressão axial).	75
Tabela 4.10. Dados de entrada para a estimativa da resistência à flexão.	77
Tabela 4.11. Estimativa da resistência à flexão.	77
Tabela 4.12. Estimativa da resistência ao cisalhamento.	79
Tabela 4.13. Avaliação da relação P_{cort}/P_{flex}	79
Tabela 5.1. Resumo do relação <i>carga-deslocamento</i> das vigas.	82
Tabela 5.3. Modo de ruína das vigas.	85
Tabela 6.1. Versão modificada do <i>DPC</i> (adaptado de MORAES NETO <i>et al.</i> , 2014).	87
Tabela 6.2. Análise da segurança segundo a versão modificada do <i>DPC</i>	89
Tabela 6.3. Resumo do banco de dados.	93
Tabela 6.4. Resumo dos resultados.	96
Tabela 6.5. Análise dos modelos segundo a versão <i>DPC</i> modificada.	96

Lista de Figuras

Figura	Página
Figura 1.1. Fibras utilizadas no concreto (AOKI, 2010).	16
Figura 1.2. Sistema <i>TAB-Slab</i>	17
Figura 2.1. Aspectos sobre o concreto com fibras de aço.....	22
Figura 2.2. Classificação das fibras quanto à seção transversal (adaptado de LOFGREN, 2005).....	23
Figura 2.3. Classificação das fibras quanto ao mecanismo de ancoragem (adaptado de GOMES, 2013).....	24
Figura 2.4. Avaliação do $FIER_{rel}$ para diferentes seções (adaptado de NAAMAN, 2003).....	25
Figura 2.5. Propriedades das fibras <i>Torex</i> (adaptado de NAAMAN, 2003).....	26
Figura 2.6. Comportamento do CRFA à tracao, relação $P-\delta$ (adaptado do <i>ModelCode10</i> , 2011).....	27
Figura 2.7. Análise da capacidade de absorção de energia do CRFA.	27
Figura 2.8. Ensaio de flexão em prismas entalhados (LOFGREN, 2005).	28
Figura 2.9. Relação $\sigma-w$ a partir do ensaio de tração axial (adaptado de LOFGREN, 2005).	30
Figura 2.10. Linhas gerais a respeito do processo de fissuração.	31
Figura 2.11. Ensaio de anrrancamento de uma fibra lisa (adaptado de ALWAN <i>et al.</i> , 1991).....	32
Figura 2.12. Ensaio de anrrancamento de uma fibra <i>hooked-end</i> (adaptado de MARKOVICH <i>et al.</i> , 2001).....	33
Figura 2.13. Esquema das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).	34
Figura 2.14. Relação <i>momento-deslocamento</i> das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).	35
Figura 2.15. Relação <i>carga-deslocamento</i> média das vigas de ALTUN <i>et al.</i> (2007).	36
Figura 2.16. Relação <i>carga-deslocamento</i> das vigas de YOU <i>et al.</i> (2011).....	38
Figura 2.17. Esquema das vigas de KAKLAUSKAS <i>et al.</i> (2014).	39
Figura 2.18. Relação <i>momento-curvatura</i> das vigas de KAKLAUSKAS <i>et al.</i> (2014).	40
Figura 2.19. Sistema de ensaio (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2002).	42
Figura 2.20. Curvas típicas do ensaio (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2002).....	42
Figura 2.21. Modelo de flexão para vigas em CRFA (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2003).	43
Figura 2.22. Relações $\sigma-\epsilon$ utilizadas no modelo de flexão do RILEM TC 162-TDF (2003).	44
Figura 2.23. Relação $\sigma-w$ sugerida para a análise do CRFA tracionado (adaptado do <i>ModelCode10</i> , 2011).	46
Figura 2.24. Modelo de flexão para vigas em CRFA (adaptado do <i>ModelCode10</i> , 2011).....	47
Figura 3.1. Análise da relação $f_{RI}-IR$	52
Figura 3.2. Avaliação da sensibilidade de IR , C_f , l_f/d_f e f_c às oscilações da resistência residual f_{RI}	53
Figura 3.3. Propostas para estimar as resistências residuais f_{RI}	55
Figura 3.4. Histograma dos dados coletados para o BD.	55
Figura 3.5. Avaliação da relação $f_{RI}/f_{ct}-IR$ em função de f_c	56
Figura 3.6. Avaliação da relação $f_{R2}-f_{RI}$ em função de f_c	57
Figura 3.7. Avaliação da relação $f_{R3}-f_{RI}$ em função de f_c	57
Figura 3.8. Avaliação da relação $f_{R4}-f_{RI}$ em função de f_c	58
Figura 3.9. Resumo das propostas em função de f_c	59

Figura 3.10. Representação gráfica dos parâmetros $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$	60
Figura 4.1. Detalhe das armaduras.	64
Figura 4.2. Concepção do ensaio.....	65
Figura 4.3. Monitoramento do deslocamento vertical da seção central da viga.	66
Figura 4.4. Monitoramento da deformação das barras de aço.	67
Figura 4.5. Relação <i>tensão-deslocamento</i> média (ensaio de flexão dos prismas entalhados).	71
Figura 4.6. Relação <i>tensão-deformação</i> média do aço (ensaio de tração axial).	73
Figura 4.7. Identificação da extração dos testemunhos nas vigas.....	74
Figura 5.1. Relação <i>carga-deslocamento</i> das vigas.....	81
Figura 5.2. Relação <i>carga-deformação</i> das vigas.....	83
Figura 5.3. Relação <i>momento-curvatura</i> das vigas.....	84
Figura 6.1. Análise da relação $f_{Ri,exp}-f_{Ri,teo}$	88
Figura 6.2. Análise da precisão e da dispersão.	88
Figura 6.3. Avaliação de λ em função do IR	90
Figura 6.4. Avaliação de λ em função do f_c	91
Figura 6.5. Reprodução da relação <i>Tensão-CMOD</i> e <i>Tensão-deslocamento</i> (fase pós-pico).....	92
Figura 6.6. Histograma dos dados do BD.....	94
Figura 6.7. Análise da relação $m_{R,exp}-m_{R,teo}$ e do gráfico <i>box-whiskers</i>	95
Figura 6.8. Influência de IR sobre λ	97
Figura 6.9. Influência de f_c sobre λ	98
Figura 6.10. Influência de ρ sobre λ	99
Figura 6.11. Influência de d sobre λ	100

Lista de Símbolos

Nessa lista são apresentados os símbolos básicos utilizados nesse estudo. Entretanto, adverte-se que outros serão apresentados e conceituados no decorrer do trabalho.

a	Vão de corte
A_f	Área da seção transversal da fibra
A_{sw}	Área da armadura transversal
b	Largura da viga
C_f	Consumo de fibras
d	Altura útil da viga
d_f	Diâmetro da fibra
e	Altura da fibra
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
F	Resultante das forças
f_c	Resistência média à compressão do concreto (CP cilíndrico)
f_{ck}	Resistência característica do concreto
$f_{ct};f_{ctm}$	Resistência média à tração do concreto
f_{cu}	Resistência média à compressão (CP cúbico)
f_{Fts}	Resistência residual (ELS)
f_{Ftu}	Resistência residual (ELU)
f_{LP}	Tensão correspondente ao limite de proporcionalidade do concreto
f_{Ri}	Resistência residual
f_{us}	Tensão última da armadura
$f_y;f_{ys}$	Tensão de escoamento
f_{yk}	Tensão de escoamento característica da armadura
f_{yw}	Tensão de escoamento da armadura transversal
h	Altura efetiva da viga
h_{sp}	Altura do prisma no plano do entalhe
L	Vão
l_{cs}	Comprimento característico do elemento estrutural
l_f	Comprimento da fibra
m_R	Momento resistente da viga
m_y	Momento fletor correspondente ao escoamento da armadura
P	Carga
P_{cr}	Carga referente à primeira fissura
P_{flex}	Carga correspondente à m_R
$P_R;P_{cort}$	Resistência da viga ao cisalhamento
P_{Rc}	Resistência da viga ao cisalhamento (contribuição do concreto)
P_{Rs}	Resistência da viga ao cisalhamento (contribuição da armadura transversal)
P_u	Carga máxima
P_y	Carga referente ao escoamento da armadura
s	Espaçamento da armadura transversal

s_{rm}	Distância média entre fissuras
T	Tenacidade
w	Largura da fibra; abertura da fissura
x	Linha neutra
y	Cota orientada na <i>direção y</i>
δ	Deslocamento
Δ	Deslizamento
$\Delta' \cdot d$	Distância do centro da armadura (compressão) à fibra mais comprimida da viga
$\Delta \cdot d$	Distância do centro da armadura (tração) à fibra mais tracionada da viga
δ_0	Deslocamento correspondente à $0,8 \cdot P_u$ (trecho descendente da relação $P-\delta$)
δ_u	Deslocamento correspondente à P_u
δ_y	Deslocamento correspondente à P_y
ε	Deformação normal
ε_{us}	Deformação correspondente à f_{us}
ε_{ys}	Deformação correspondente à f_{ys}
θ	Inclinação da biela de concreto
$\mu_1; \mu_2$	Índice utilizado na análise da ductilidade
μ_f	Perímetro da seção transversal da fibra
ρ	Taxa de armadura de flexão (tração)
ρ'	Taxa de armadura de flexão (compressão)
ρ_{min}	Taxa de armadura mínima de flexão
ρ_w	Taxa de armadura de cisalhamento
$\sigma; f$	Tensão normal
ϕ	Diâmetro da barra de aço; curvatura

1 INTRODUÇÃO

A evolução da engenharia civil é notória nos últimos anos e esse progresso pode ser constatado nos mais variados campos de aplicação. Nas considerações teóricas, por exemplo, tem-se o surgimento de novos conceitos e modelos mecânicos, nas questões de projeto, verificam-se os novos *softwares* de cálculo e no que diz respeito aos processos construtivos, comentam-se as inovações quanto às argamassas para assentamento de alvenarias e aos sistemas *steel deck* e *bubbledeck*. Além desses, outros incontáveis exemplos podem ser citados para outras ramificações da engenharia. Diante o inegável progresso, no que diz respeito aos materiais de construção, o concreto continua sendo o mais empregado a nível mundial. Segundo MEHTA e MONTEIRO (2013), o concreto, depois da água, é o produto mais consumido pela humanidade.

A vantagem do concreto, com relação aos demais materiais de construção (aço, madeira, alumínio e outros), deve-se, entre inúmeros aspectos, à sua capacidade de ser moldado e ao processo de fabricação relativamente simples. Apesar da condição de destaque, o concreto apresenta o infortúnio de não resistir aos esforços de tração, havendo, desta maneira, a necessidade de complementá-lo com um reforço nestas regiões tracionadas. Atualmente, as armaduras (barras de aço) são os mecanismos de reforço mais empregados, caracterizando assim o concreto armado. Nesse cenário de reforço para o concreto, salienta-se também a utilização de fibras (concreto com fibras), uma prática antiga, mas com desenvolvimento tecnológico recente. Dentre os vários tipos de fibras utilizadas no concreto, apresentam-se as ilustradas na Figura 1.1.

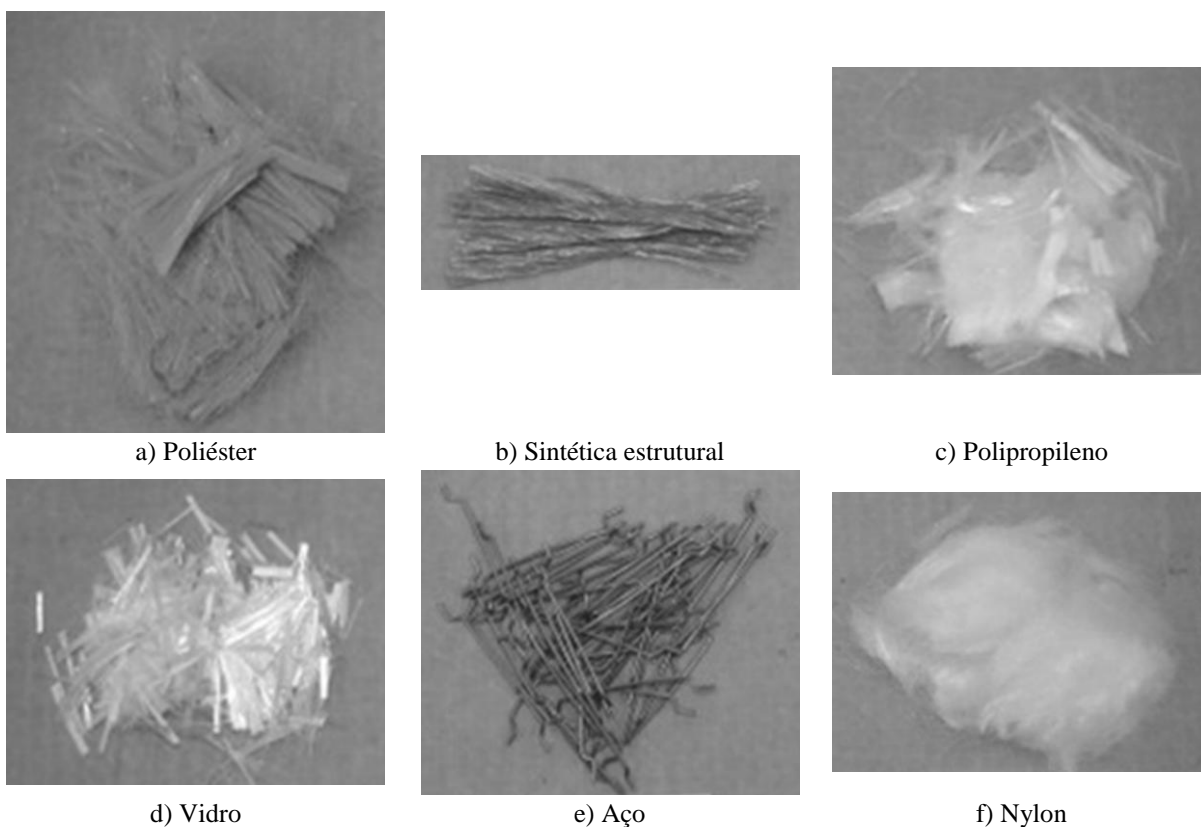


Figura 1.1. Fibras utilizadas no concreto (Fonte desconhecida).

No que diz respeito aos concretos com fibras, ressalta-se que o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) se destaca em vários aspectos aos demais, como o desenvolvimento tecnológico, desempenho como reforço, vasta aplicabilidade e outros. Além disso, segundo BARROS (1995), o CRFA aprimora várias propriedades do concreto simples e armado, sendo de comentar para o momento, a maior ductilidade e tenacidade, o maior controle da fissuração e a maior resistência às ações dinâmicas e aos impactos. Além disso, ressalta-se também a contribuição das fibras de aço na resistência estrutural de diferentes elementos estruturais (lajes, vigas, etc) em condições diversas de solitação (flexão, cisalhamento, etc). A eficácia das fibras em melhorar as propriedades mecânicas do concreto pode ser atribuída principalmente aos mecanismos responsáveis pela transferência de tensões entre a fibra e o concreto fissurado, viabilizando, dessa maneira, o seu efeito de “costura”.

Recentemente, pesquisas sobre o CRFA estão sendo realizadas para avaliar a possibilidade da fibra de aço ser o único mecanismo de reforço do concreto, DESTREÉ e MANDL (2008), DESTREÉ *et al.* (2009), BARROS *et al.* (2012) e BARROS *et al.* (2015). Nesse momento, o progresso tecnológico do concreto alcançará um marco, não somente no aspecto financeiro, uma vez que o ato de suprimir o reforço convencional (barras de aço) influencia diretamente

nos custos, mas com um impacto de notoriedade histórica na indústria da construção civil, uma vez que as barras de aço vêm sendo utilizadas como reforço desde os primórdios da história do concreto armado. Para exemplificar esse tipo de pesquisa, apresenta-se na Figura 1.2 os trabalhos de DESTRÉE e MANDL (2008) e DESTRÉE *et al.* (2009), onde edificações foram executadas sob o conceito estrutural das lajes lisas (lajes apoiadas diretamente nos pilares). Nessa figura, têm-se, respectivamente, uma edificação de 16 andares (Figura 1.2a) e uma edificação comercial (Figura 1.2b), onde ambas apresentam a particularidade de não apresentar reforço convencional (barras de aço) nas lajes, sistema denominado *TAB-Slab*. Ressalta-se que nesse sistema o único reforço convencional fica localizado no alinhamento dos pilares, pois as lajes lisas exigem um reforço que minimize os efeitos de um possível colapso progressivo das lajes.



a) Prédio *Rocca Tower* (Tallinn-Estônia)
DESTRÉE *et al.* (2009)



b) Centro comercial *Ditton Nams* (Daugavpils-Látvia)
DESTRÉE e MANDL (2008)

Figura 1.2. Sistema *TAB-Slab*.

Nessas circunstâncias, o presente estudo é dedicado à avaliação da eficiência das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado (CA) com taxa de armadura mínima, segundo o *ModelCode10* (2011). Adotou-se reforçar as vigas com taxa mínima para que o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras seja evidenciado. Sendo assim, discutem-se nas seções seguintes, além dos aspectos teóricos pertinentes ao estudo, a influência das fibras na resistência à flexão de vigas sob um ponto de vista experimental e a apresentação de propostas que permitam estimar as resistências residuais à tração na flexão (f_{Ri}), que são, segundo recomendações recentes, *ModelCode10* (2011), sobre CRFA, os parâmetros mais apropriados para representar o comportamento fissurado desse material.

1.1 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, pesquisas vêm comprovando os benefícios de se reforçar o concreto com fibras de aço e ressaltando a sua competitividade com os mecanismos convencionais de reforço para o concreto armado, as barras de aço. O destaque do CRFA advém do progresso tecnológico deste material, onde pesquisas discutem a dosagem, o preparo, a sua caracterização nos estados fresco e endurecido, as propriedades reológicas, entre outros aspectos. Complementando a explanação, ressalta-se também o desenvolvimento de modelos mecânicos que reproduzem o comportamento dos elementos estruturais em CRFA (lajes, vigas, etc) em diferentes condições de solicitação (flexão, cisalhamento, etc). De qualquer forma, apesar da evolução técnica e científica, apenas recentemente, algumas considerações de projeto estão sendo disponibilizadas em documentos normativos, *ModelCode10* e ACI 318 (2014). Além disso, frisa-se também que a divergência entre os pesquisadores, com relação a essas considerações, continua em discussão, o que ratifica a relevância de estudos elucidativos.

1.2 OBJETIVOS

Gerais

A presente pesquisa almeja contribuir ao estudo do concreto reforçado com fibras de aço, discutindo, a partir de investigações experimentais, a influência dessas fibras no reforço à flexão de vigas em concreto armado. Além do reforço das fibras, as vigas também foram reforçadas com barras de aço, sendo a taxa de armadura próxima da mínima. Adicionalmente à abordagem anterior, pretende-se também estabelecer um banco de dados (BD) sobre ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados, que, segundo o *ModelCode10* (2011), é o ensaio de caracterização mais apropriado para avaliar as resistências residuais à tração na flexão (f_{Ri}). Com a análise dos dados coletados no BD, planeja-se apresentar propostas empíricas que permitam a estimativa de f_{Ri} de forma simples, mas com precisão apropriada para aplicação estrutural. Por fim, com base nos resultados obtidos, será discutida a possibilidade de utilizar somente fibras de aço como mecanismo de reforço à flexão em vigas.

Específicos

Para consolidar as atividades da pesquisa, têm-se as seguintes discussões:

- Apresentar uma revisão bibliográfica onde se debatem três assuntos distintos, as propriedades do CRFA pertinentes ao estudo, o ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados e os modelos mecânicos de flexão para vigas em CRFA do RILEM TC-162-TDF (2003) e do *ModelCode10* (2011);
- Estabelecer um BD sobre ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados para discutir a elaboração de propostas que permitam estimar as resistências f_{Ri} ;
- Estabelecer um BD sobre ensaios de flexão de vigas em CRFA para discutir o impacto das estimativas de f_{Ri} nos modelos de flexão do RILEM TC-162-TDF (2003) e do *ModelCode10* (2011);
- Desenvolver um programa experimental formado por 4 vigas, sendo uma de referência, sem fibras, e três em CRFA. Nesta abordagem, o consumo de fibras C_f adicionado à massa de concreto e a classe de resistência dos concretos, f_c , são as variáveis do estudo. Adicionalmente, informa-se que a taxa de armadura de flexão é próxima da mínima, $\rho = \rho_{min}$, o que ressalta a contribuição das fibras como mecanismo de reforço;
- Discutir, com base nos resultados obtidos, o impacto das fibras de aço no comportamento à flexão de vigas e avaliar a possibilidade de utilizar somente fibras de aço no reforço à flexão de vigas.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O corrente estudo foi formatado para atender, de um modo geral, as recomendações da NBR 14724 (2011), porém, sem ferir o modelo de apresentação sugerido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Dessa forma, as informações dessa pesquisa são divididas em elementos pré-textuais, textuais e pós-textuais. Para os elementos textuais, têm-se os seguintes capítulos:

- Capítulo 1: Discute os aspectos introdutórios da pesquisa e a sua significância. Além disso, apresenta-se também a justificativa e os objetivos do estudo;

- Capítulo 2: Diz respeito à revisão bibliográfica. Nesse momento, os conceitos teóricos necessários para o entendimento do corrente trabalho são apresentados e discutidos, a saber: concreto reforçado com fibras de aço (CRFA); recomendações de projeto (RILEM TC 162-TDF, 2002, RILEM TC 162-TDF, 2003 e *ModelCode10*, 2011);
- Capítulo 3: Apresenta a metodologia adotada na formulação das propostas que estimam as resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4);
- Capítulo 4: Esclarece a concepção do programa experimental;
- Capítulo 5: Apresenta e comenta os resultados obtidos na campanha experimental;
- Capítulo 6: Analisa o desempenho das propostas para f_{Ri} . Ressalta-se que duas abordagens são apresentadas, a avaliação da estimativa da resistência f_{Ri} e a aplicabilidade dessas resistências em modelos de flexão (RILEM TC 162-TDF, 2003 e *ModelCode10*, 2011);
- Capítulo 7: Apresenta as principais conclusões alcançadas com o presente estudo.

Por fim, comenta-se que para os elementos pós-textuais, tem-se a apresentação das referências bibliográficas utilizadas como auxílio no corrente estudo e dos anexos, os quais mostram informações gerais (banco de dados para a análise da resistência f_{Ri} , banco de dados utilizado na análise de desempenho dos modelos de flexão, entre outras) que foram apresentadas resumidamente no corpo do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 COMPÓSITO ESTRUTURAL: CONCRETO COM FIBRAS

CALISTER e RETHWISCH (2015) definem compósito como a combinação, a nível macroscópico, de duas, ou mais, fases com propriedades físicas e químicas distintas (material multifásico = matriz + reforço), planeando um composto resultante com propriedades mecânicas aprimoradas, comparativamente aos materiais constituintes. Extrapolando o conceito para o âmbito do concreto reforçado com fibras - CRF (composto resultante), a adição de fibras (reforço, com elevada capacidade de absorção de energia/deformação) à massa de concreto (matriz, material frágil) almeja aprimorar, entre outras propriedades, a ductilidade e a tenacidade deste concreto.

No que se refere à aplicação do CRF na construção civil, NAAMAN (2003) comenta, que apesar do desenvolvimento tecnológico recente, a essência do conceito vem sendo praticada aproximadamente desde os primórdios da evolução humana. BRESCANSIN (2003) relata que há 5000 anos havia a produção de postes de argilas reforçados com fibras de asbesto e que há 3500 anos os egípcios fabricavam tijolos de barro reforçados com fibras de palha e/ou capim. Além disto, também há evidências que antigos construtores utilizavam crina de cavalo nas argamassas com a intenção de melhorar as propriedades da mistura.

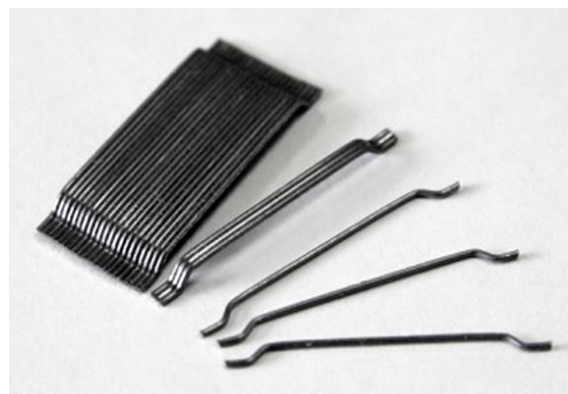
2.1.1 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA)

O *ModelCode10* (2011) define CRFA o material formado a partir da mistura de uma matriz cimentícia com fibras discretas e descontínuas de aço. No que diz respeito ao preparo do CRFA, recomenda-se, para um estudo mais profundo, as pesquisas de BARROS (1995), BARROS (2000), FIGUEIREDO (2000), BOULEKBACHE *et al.* (2010) e ZĪLE e ZĪLE (2013). Entretanto, para o momento, apresentam-se as recomendações do ACI 544.4R-88, que são concisas e práticas, apropriadas para a proposta desse estudo. O referido documento relata que o preparo do CRFA pode ser realizado com equipamentos e procedimentos convencionais, desde que o consumo de fibra, C_f , seja limitado entre 0,5 % e 1,5 % do volume

de concreto. Para quantidades maiores, o ACI 544.4R-88 sugere que o método de adicionar fibras à massa de concreto, assim como o procedimento de preparo do mesmo, ambos devem ser aprimorados. O ACI-544.3R-08 explica que para garantir a dispersão adequada das fibras e evitar a sua aglomeração, formação dos “*ouriços*”, ver Figura 2.1a, é recomendável adicionar as fibras em uma mistura fluída. A formação das aglomerações, na maioria das vezes, é consequência da adição indevida das fibras à mistura de concreto, pois uma vez lançadas aglomeradas ao misturador, possivelmente, permanecerão aglomeradas durante a fase de mistura dos materiais. Adicionalmente, o ACI-544.3R relata que a aglomeração acontece quando as fibras são lançadas apressadamente ao misturador, impossibilitando a homogeneidade adequada das fibras ao concreto. Ressalta-se que o impacto na homogeneização pode ser minimizado se fibras coladas em pentes forem utilizadas, ver Figura 2.1b. Nessas condições, quando os pentes são misturados ao concreto, tem a sua cola dissolvida, o que permite uma melhor trabalhabilidade do concreto.



a) Formação de *ouriços* (preparo inadequado)



b) Fibras em pentes

Figura 2.1. Aspectos sobre o concreto com fibras de aço (Fonte desconhecida).

Do exposto, constata-se o impacto da fibra, quando mal dosada/preparada, no comportamento do concreto fresco. Segundo o ACI 544.3R-08, a trabalhabilidade do CRFA é ligeiramente diferente do concreto sem fibras e por esse motivo o ACI 544.1R-96 não recomenda o *slump test* para avaliar a trabalhabilidade do CRFA. Alternativamente, sugere-se o *Vebe consistometer*, recomendação da BS 1881 (1983): *Part 104*, e o *inverted slump-cone time*, recomendação do ASTM C995 (2008). Informa-se que ambos os ensaios são realizados sob vibração mecânica.

No que diz respeito às fibras de aço, de acordo com NAAMAN (2003) e AMMAR ABID (2011), as fibras de aço utilizadas no concreto podem ser classificadas de diferentes maneiras, como segue. Quanto à origem, têm-se as fibras orgânicas (celulose, sisal, bambu, etc), inorgânicas naturais (asbestos) e fabricadas (aço, vidro, etc). Quanto às propriedades físicas e químicas, as fibras podem ser agrupadas, por exemplo, a partir da densidade, da capacidade reativa com o concreto, entre outras propriedades. Quanto às propriedades mecânicas, salienta-se a classificação quanto à resistência à tração, ao módulo de elasticidade, à ductilidade, à aderência, à deformação na ruptura e outras. Quanto à dimensão, as fibras podem ser identificadas a partir da seção transversal/diâmetro e do comprimento. As Figuras 2.2 e 2.3 apresentam, respectivamente, exemplos de diferentes fibras quanto à seção transversal e quanto ao mecanismo de ancoragem. Além das contemplações anteriores, a nível nacional, têm-se as considerações da NBR 15530 (2007), que estabelece critérios para classificar as fibras de aço quanto à geometria (*Tipo A, C e R*) e quanto ao aço que lhes deu origem (*Classe I, II e III*), ver Tabela 2.1. Ademais, a referida norma também estipula limites para o fator de forma e para a resistência à tração das fibras, ver Tabela 2.1. Nessa tabela, l_f representa o comprimento das fibras e d_f e $w-e$ definem, nesta ordem, as fibras com seção transversal circular e retangular/semicircular. Adicionalmente, informa-se que o fator de forma é dado pela razão *comprimento/diâmetro* das fibras, l_f/d_f .

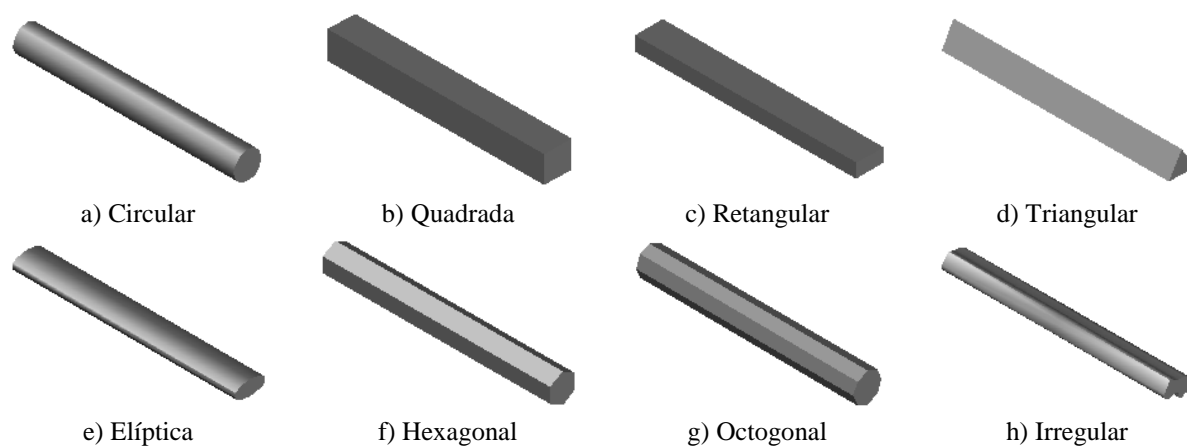


Figura 2.2. Classificação das fibras quanto à seção transversal (adaptado de LOFGREN, 2005).

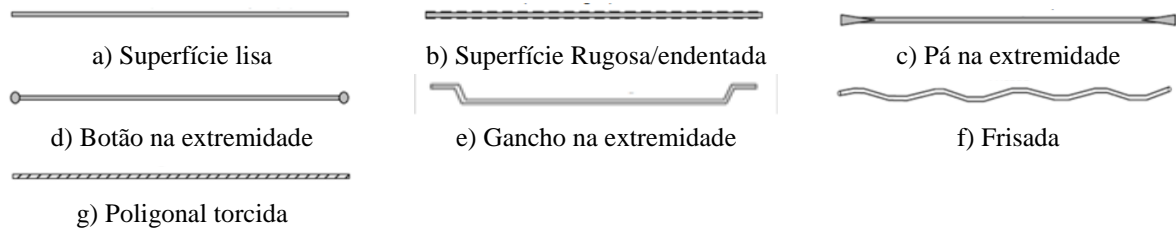


Figura 2.3. Classificação das fibras quanto ao mecanismo de ancoragem (adaptado de GOMES, 2013).

Tabela 2.1. Classificação das fibras segundo a NBR 15530 (2007).

Tipo	Classe	Geometria	Fator de forma mínimo	Limite de resistência à tração (MPa)
A	I		40	1000
	II		30	500
C	I		40	800
	II		30	500
	III		30	800
R	I		40	1000
	II		30	500

Segundo NAAMAN (2003), apesar do desenvolvimento crescente do CRFA, poucas pesquisas foram realizadas almejando aprimorar a performance das fibras a partir da otimização da sua seção transversal. Neste sentido, o autor define o parâmetro *FIER* (*Fiber Intrinsic Efficiency Ratio*), que retrata a razão entre a área lateral e a área da seção transversal, como segue:

$$FIER = \frac{\mu_f \cdot l_f}{A_f} \quad \text{Eq. 2.1}$$

sendo μ_f o perímetro da seção transversal e A_f a área da seção transversal das fibras.

Nos estudos de Naaman é mostrado que o desempenho das fibras é proporcional ao parâmetro *FIER*, logo, quanto maior o valor desta grandeza, maior a performance do CRFA. Para exemplificar a ideia, na Figura 2.4 é mostrado o *FIER* relativo, $FIER_{rel}$, de diferentes seções transversais, tendo como referência a seção circular, $FIER_{rel} = 1,0$. Na Figura 2.4b, tem-se uma seção transversal triangular, com área igual à seção circular e perímetro 28 % maior. Na Figura 2.4c, tem-se a proposta de NAAMAN (2003), com 45 % da área da seção circular e mesmo perímetro.

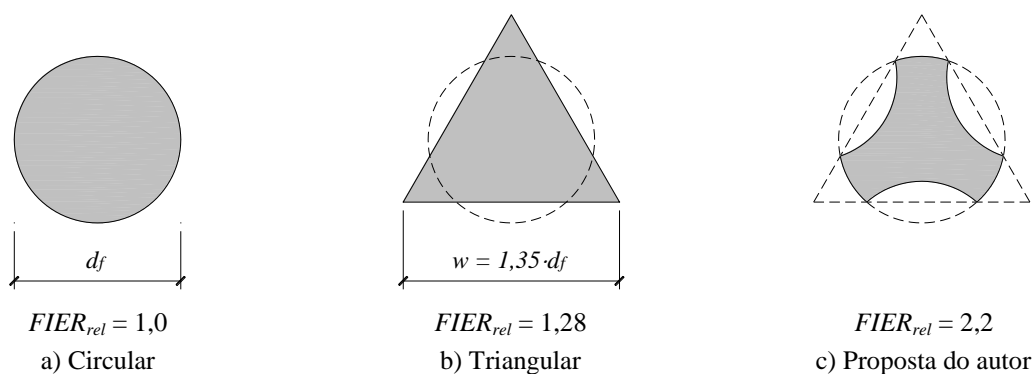


Figura 2.4. Avaliação do $FIER_{rel}$ para diferentes seções (adaptado de NAAMAN, 2003).

NAAMAN (2003), além de avaliar a performance das fibras a partir da otimização da seção transversal, também constatou que o desempenho das fibras propostas, poderia ser aprimorado, quanto à resistência ao arrancamento, se essas fibras fossem torcidas (fibras *Torex*), assumindo ao fim a configuração de uma broca, ver Figura 2.5c. Para consolidar o desempenho das fibras *Torex*, Naaman realizou ensaios para caracterizar o comportamento do CRFA quanto à tração direta, Figura 2.5a, e à flexão, Figura 2.5b. Nessa perspectiva, os resultados mostrados nessa figura deixam claro o desempenho superior da fibra *Torex*, tanto à tração direta, quanto à flexão.

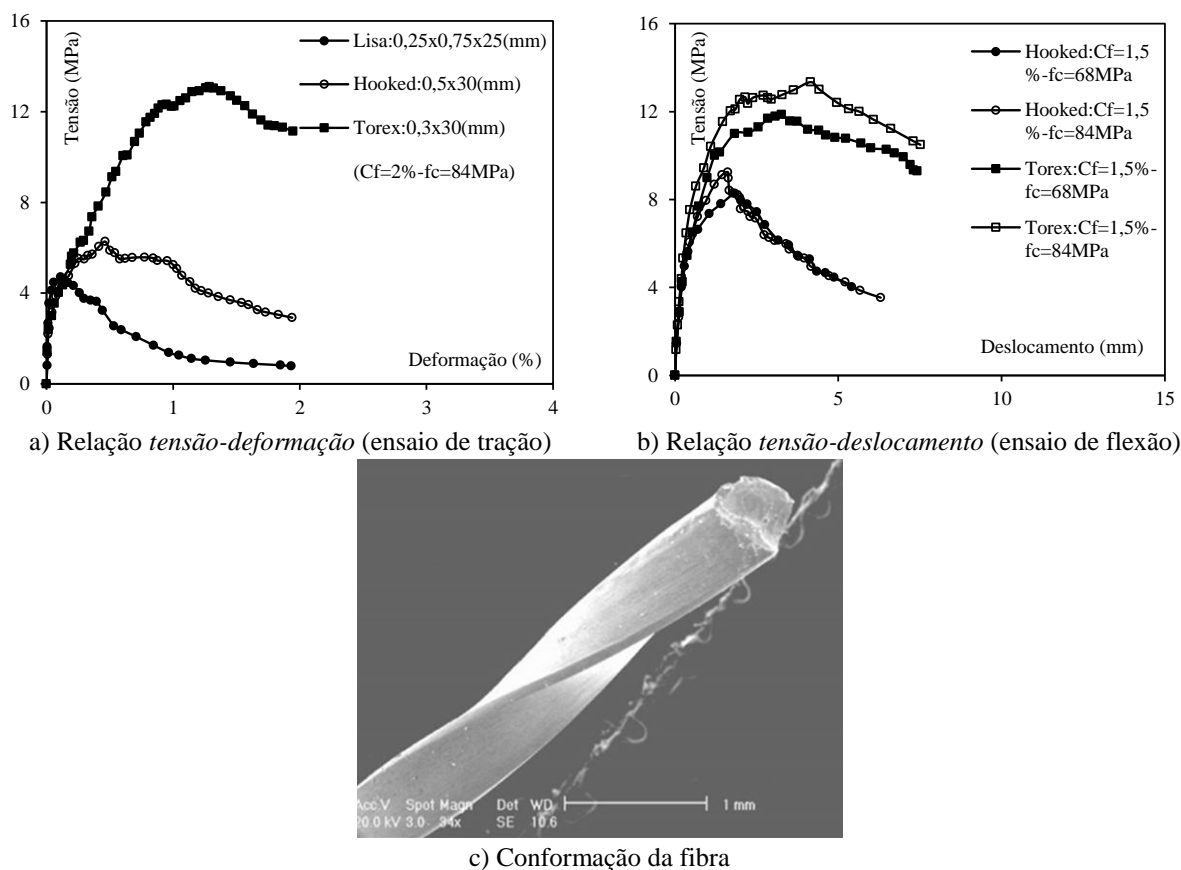


Figura 2.5. Propriedades das fibras *Torex* (adaptado de NAAMAN, 2003).

No que diz respeito aos ensaios de caracterização, o *ModelCode10* (2011) não recomenda o ensaio de tração direta, dada a complexidade de realização e interpretação dos resultados desse ensaio. Alternativamente, o *ModelCode10* sugere o ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados, o qual será apresentado detalhadamente na seção seguinte para discutir sobre a resistência residual do CRFA. De qualquer forma, esse documento relata que o CRFA quando ensaiado à tração direta pode apresentar dois comportamentos distintos quanto à relação *carga-deslocamento*, $P-\delta$, *softening* e *hardening*, ver Figura 2.6. No comportamento *softening*, ou com amolecimento, a carga P segue uma trajetória crescente até a formação da primeira fissura, carga de fissuração P_{cr} , após esse pico a carga segue um rumo descendente até a ruína do corpo de prova (CP). Nessas condições, as deformações críticas são localizadas em um único plano de fissuração. Diferentemente desse, no comportamento *hardening*, ou com endurecimento, após a carga P_{cr} o material continua em um curso ascendente, entretanto, com outra rigidez, até a estabilização das fissuras, instante em que a carga P inicia uma trajetória descendente até a ruína do CP. Nesse caso, múltiplas fissuras são formadas antes de se alcançar a carga de pico na relação $P-\delta$.

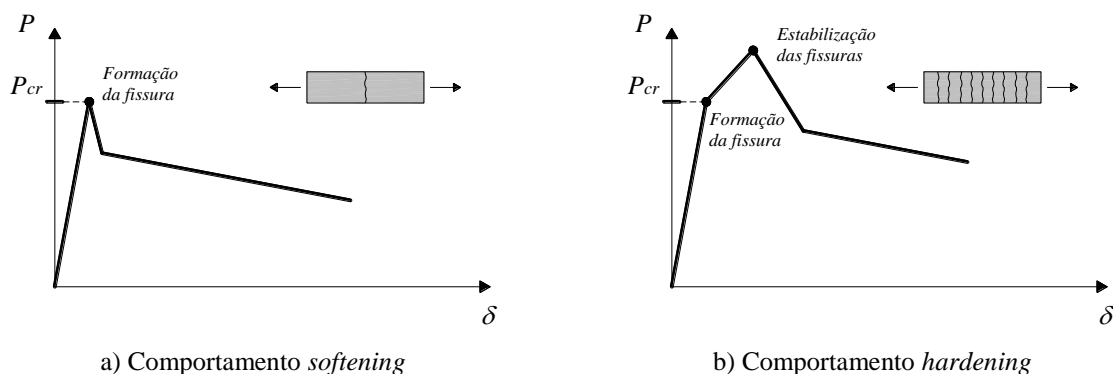
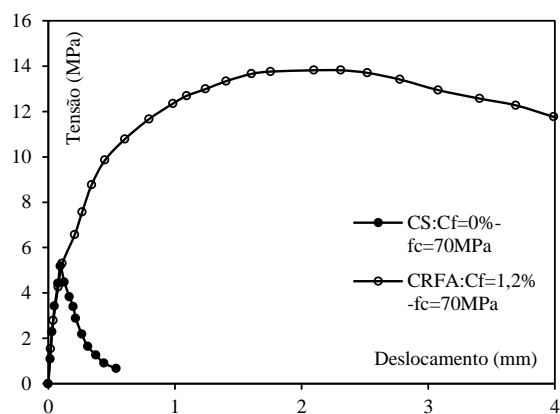


Figura 2.6. Comportamento do CRFA à tração, relação $P-\delta$ (adaptado do *ModelCode10*, 2011).

No que concerne à influência das fibras de aço no comportamento endurecido do CRFA, segundo o ACI 544.4R (1988), essas fibras, quando dosadas apropriadamente, garantem ao concreto maior ductilidade e tenacidade, a qual é consequência da capacidade de absorção de energia gerada pela transferência de tensões entre o concreto e as fibras durante o início e a estabilização do processo de fissuração. Para exemplificar essa discussão, apresenta-se a Figura 2.7b, a qual exhibe o registro da relação *tensão-deslocamento* a partir do ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados, Figura 2.7a. A Figura 2.7b revela, de forma incontestável, a maior ductilidade e tenacidade do CRFA, comparativamente ao concreto simples (CS). Ressalta-se que a tenacidade é obtida em termos da energia de absorção, que, por sua vez, é determinada a partir da área sob a curva *carga-deslocamento*.



a) Ensaio de flexão

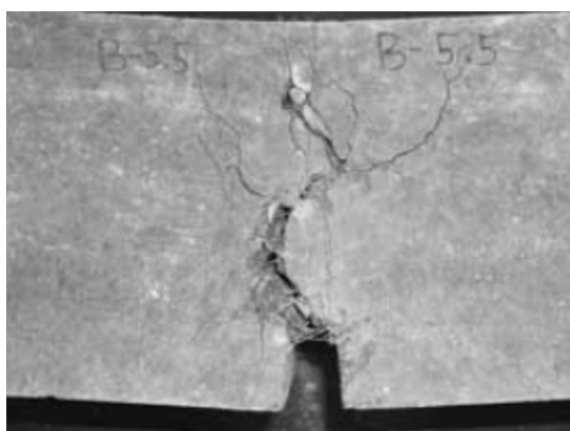


b) Relação *tensão-deslocamento* (adaptado de BARROS *et al.*, 2015)

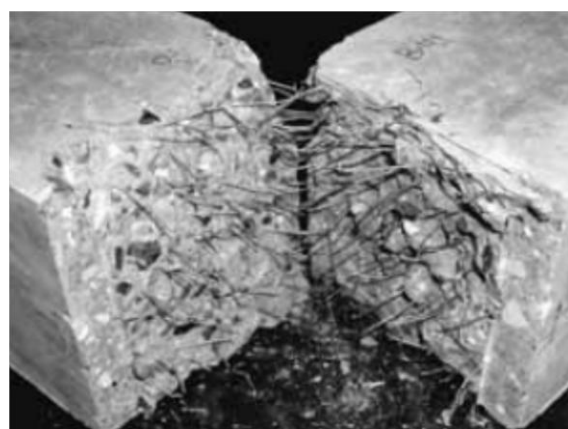
Figura 2.7. Análise da capacidade de absorção de energia do CRFA.

O *ModelCode10* (2011) salienta que a resistência residual, assim como a capacidade de absorção de deformação, que se desenvolve na fase pós-fissura do CRFA tracionado confere à

este material uma vantagem notória de desempenho, relativamente ao concreto simples. LOFGREN (2005) comenta que o desempenho estrutural de um elemento em CRFA pode ser aprimorado em termos da resistência (flexão, cisalhamento, torção, etc), do controle da fissuração, da ductilidade, da tenacidade e potencializando a performance das armaduras (confinamento das ancoragens e efeito pino). O mecanismo de reforço desempenhado pelas fibras pode ser contemplado a partir do ensaio de flexão em prismas entalhados mostrado na Figura 2.8. Explorando a Figura 2.8a, verifica-se que a fibra de aço oferece resistência à rotação da seção no plano do entalhe, ou seja, oferece resistência à abertura da fissura, favorecendo dessa maneira, a formação de múltiplas fissuras no plano do entalhe (redistribuição dos esforços) e contribuindo como mecanismo de reforço. Análogo ao que foi explicado na Figura 2.6b para o CRFA tracionado, a condição em discussão para o CP flexionado também representa um trecho ascendente entre as cargas P_{cr} , início da fissura, e de pico. A Figura 2.8b mostra a seção transversal do prisma em CRFA após o ensaio, revelando as fibras de aço que *costuravam* a seção do CP e desempenhavam a função de ponte de transferência de tensão no plano de fissuração/ruína.



a) Região do entalhe no momento da ruína



b) Seção do prisma após o ensaio

Figura 2.8. Ensaio de flexão em prismas entalhados (LOFGREN, 2005).

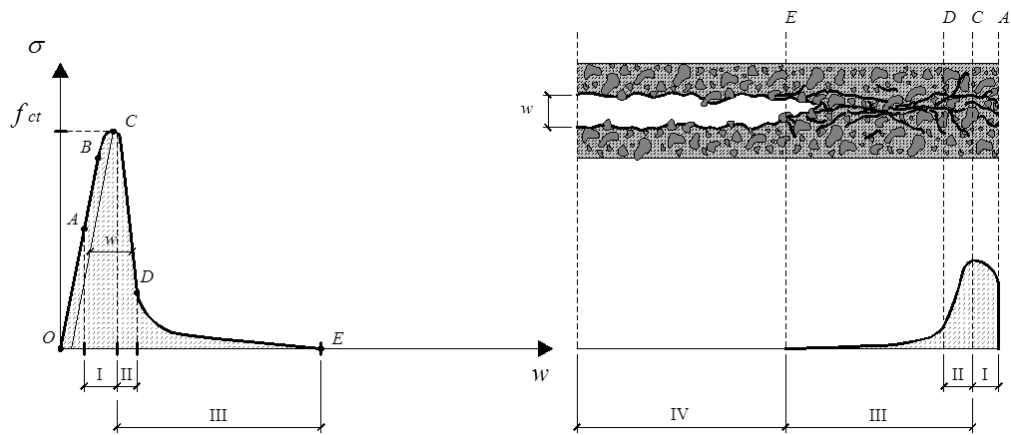
De acordo com o ACI 544.4R-88, o mecanismo de reforço das fibras é proveniente da aderência interfacial *fibra-concreto*, a qual é mobilizada durante o processo de fissuração do concreto. Com o intento de explorar mais a contribuição da fibra como um elemento de reforço, apresenta-se a Figura 2.9, a qual mostra o registro da relação *tensão-abertura da fissura* ($\sigma-w$) típica do CS e do CRFA no ensaio de tração axial. O debate seguinte é fundamentado nos estudos de PETERSSON (1981), SHAH *et al.* (1995), VAN MIER (1997) e LOFGREN (2005) e discorre apenas no âmbito qualitativo, uma vez que retratar matematicamente o processo de fissuração do concreto tracionado é indiscutivelmente

complexo e não representa um alvo do corrente estudo. Na fase atual do conhecimento, sabe-se que o concreto apresenta microfissuras antes mesmo de ser solicitado mecanicamente. Diante das restrições internas, inerentes ao concreto, essas microfissuras são causadas, dentre outros fatores, pelas deformações dos agregados e pelas deformações provenientes da retração e dos efeitos térmicos. Nessas condições, quando o CS é submetido ao ensaio de tração axial, obtém-se a relação $\sigma-w$ mostrada na Figura 2.9a.

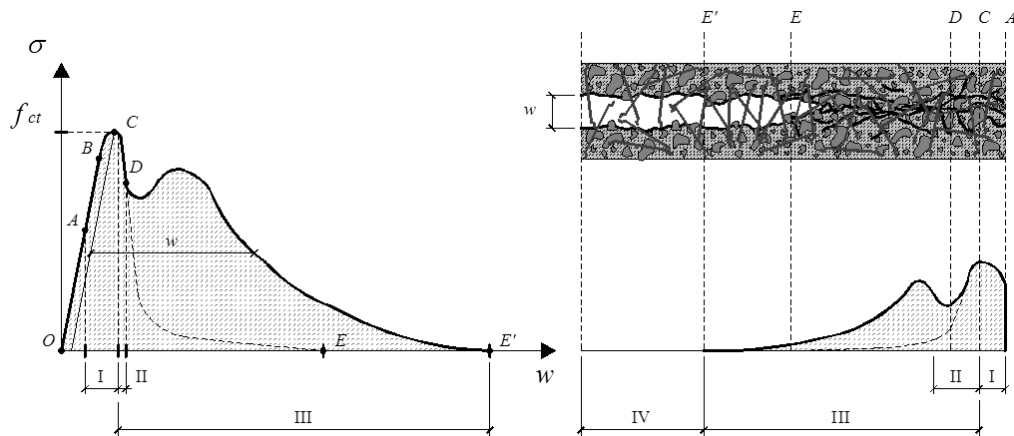
Na referida figura, a extensão OA representa o início da aplicação da tensão σ , nesse trecho as microfissuras crescem na interface *pasta de cimento-agregado*. Seguindo, tem-se o intervalo AB , correspondente à propagação da microfissura à argamassa. Alcançado o pico da relação $\sigma-w$, $\sigma = f_{ct}$ (ponto C), as microfissuras propagam-se de forma instável, resultando na formação de microfissuras no CP e na queda brusca da tensão, trecho CD . Por fim, os principais mecanismos responsáveis pelo discreto segmento DE são as pontes de transferência de tensão desempenhadas pelos agregados (*crack bridging effect*), ver Figura 2.10a, e as ramificações da fissura principal em secundárias (*crack branching effect*), Figura 2.10b. Oportunamente, comenta-se que a corrente explanação descreve apenas o comportamento de concretos com resistência normal. Para os concretos leves e CAR, recorda-se que a propagação da fissura pode romper o agregado, o que reduz a sua contribuição de ponte de transferência de tensão e torna a ruína ainda mais frágil.

Diferentemente do CS, no CRFA a fibra atua como uma ponte de transferência de tensão adicional, ver Figura 2.10c, favorecendo significativamente o controle da abertura da fissura crítica e, conseqüentemente a energia de fratura do concreto. A Figura 2.9 mostra, de um modo geral, que a tensão de pico, $\sigma = f_{ct}$ (ponto C), não é relevantemente influenciada pela fibra. Entretanto, informa-se que a sua contribuição como ponte de transferência de tensão pode ser explicada a partir do comportamento da fibra no ensaio de arrancamento (*pull-out test*), onde é possível avaliar a influência do comprimento da fibra (l_f), do diâmetro da fibra (d_f), do fator de forma da fibra (l_f/d_f), da tensão de aderência interfacial *fibra-concreto*, da orientação da fibra, do mecanismo de ancoragem da fibra, entre outros parâmetros. Desta forma, no que diz respeito à ponte de transferência de tensão, constata-se que para o CRFA há o efeito combinado da fibra e do agregado, sendo que a contribuição desse último é marginal, comparativamente à contribuição da fibra, trechos CE para o CS e CE' para o CRFA, ver Figura 2.9. De qualquer maneira, a relação $\sigma-w$ do CRFA também depende das propriedades de fratura do concreto, que, na maioria dos casos, iniciará na extensão CD para pequenas

aberturas de fissura. Ressalta-se que a contribuição da fibra é mobilizada gradualmente e depende marcadamente das características das fibras. Para exemplificar, toma-se novamente como referência a Figura 2.5a, que mostra diferentes relações *tensão-deformação* para condições particulares de ancoragem (fibras lisas, *hooked-end* e *Torex*). Nessa figura, verifica-se que a extensão equivalente ao trecho *CE'* expresso na Figura 2.9b, fase pós-pico do concreto, é fortemente influenciado pelo mecanismo de ancoragem.



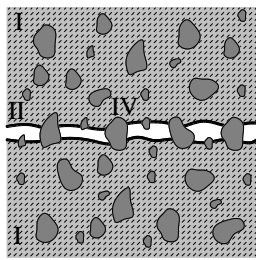
a) Concreto simples



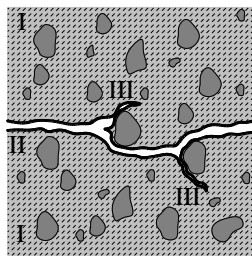
b) Concreto reforçado com fibras

NOTA- *Trecho I*: Crescimento da microfissura; *Trecho II*: Crescimento da macrofissura; *Trecho III*: Crescimento da fissura com resistência (efeito da ponte de transferência de tensão e ramificação da fissura principal); *Trecho IV*: Crescimento da fissura sem resistência.

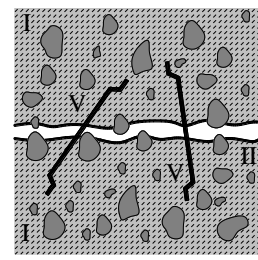
Figura 2.9. Relação $\sigma-w$ a partir do ensaio de tração axial (adaptado de LOFGREN, 2005).



a) Ponte de transf. de tensão (agregado)



b) Ramificação da fissura



c) Ponte de transf. de tensão (fibra)

NOTA- I: Pasta de cimento; II: Fissura principal; III: Fissura secundária; IV: Agregado; V: Fibra de aço.

Figura 2.10. Linhas gerais a respeito do processo de fissuração.

Para o ACI 544.1R-96, o CRFA tem sido extensivamente estudado em termos da resistência ao deslizamento interfacial *fibra-concreto*, o qual é resultado do colapso da aderência entre a fibra e o concreto. Nesse contexto, ALWAN *et al.* (1991) explicam que a capacidade de absorção de um material é atribuído a dois mecanismos básicos, primeiro, a partir da deformação do material e, por fim, se a energia mobilizada for suficiente, devido à formação dos planos de fissuração, ou do plano de fissuração, ver Figura 2.6. Comentou-se anteriormente que as fibras aprimoram a capacidade de absorção de energia do concreto devido a sua contribuição como ponte de transferência de tensão. Esse acréscimo na absorção de energia é proveniente, mormente, da deformação da fibra e do seu arrancamento da massa de concreto. Para ilustrar esse pensamento, apresenta-se a Figura 2.11, a qual mostra a relação *carga-deslizamento*, $P-\Delta$, registrada no ensaio de arrancamento de uma fibra lisa (*pull-out test*). Nessa figura, o trecho *OA* representa a fase elástica ou com aderência na interface *fibra-concreto*. Seguindo, a extensão *AB* diz respeito ao início da perda de aderência e a sua progressão até o ponto *B*, onde não há mais aderência interfacial entre a fibra e o concreto. A partir desse ponto, a fibra é arrancada da massa de concreto, havendo apenas o atrito na interface *fibra-concreto*, trecho *BC*.

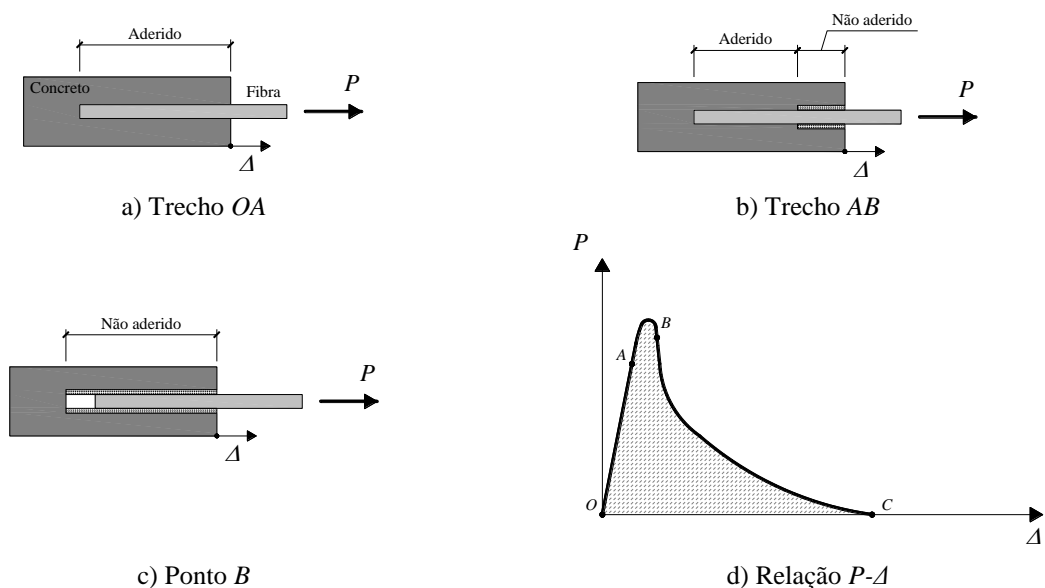


Figura 2.11. Ensaio de arrancamento de uma fibra lisa (adaptado de ALWAN *et al.*, 1991).

Locupletando a abordagem anterior, a Figura 2.12 mostra a relação $P-\Delta$ no ensaio de arrancamento de uma fibra *hooked-end*. A discussão seguinte é fundamentada nos trabalhos de MARKOVICH *et al.* (2001). e LARANJEIRA *et al.* (2010). Nessa figura, o trecho ascendente inicial da relação *carga-deslizamento*, extensão OA , representa a fase elástica ou com aderência na interface *fibra-concreto*. Continuando, no trecho AB a aderência superficial entre a fibra e o concreto começa a ser pedida e prossegue até o ponto B , instante que define a perda total de aderência na interface *fibra-concreto*. Diferentemente da fibra lisa, que a partir do ponto B é constatado um caminho descendente para a relação $P-\Delta$, na fibra *hooked-end*, devido à ancoragem mecânica na extremidade da fibra, observa-se acréscimos na carga P , trecho BC . Esse acréscimo segue até o ponto C , que diz respeito ao início do deslizamento da fibra na massa de concreto até o seu arrancamento, caminho CD . A partir desse trecho, sem aderência interfacial *fibra-concreto*, apenas o atrito entre a fibra e o concreto é mobilizado, caracterizando o percurso descendente DE da relação *carga-deslizamento*. Na Figura 2.12e, a curva pontilhada representa a relação $P-\Delta$ da fibra lisa mostrada na Figura 2.11.

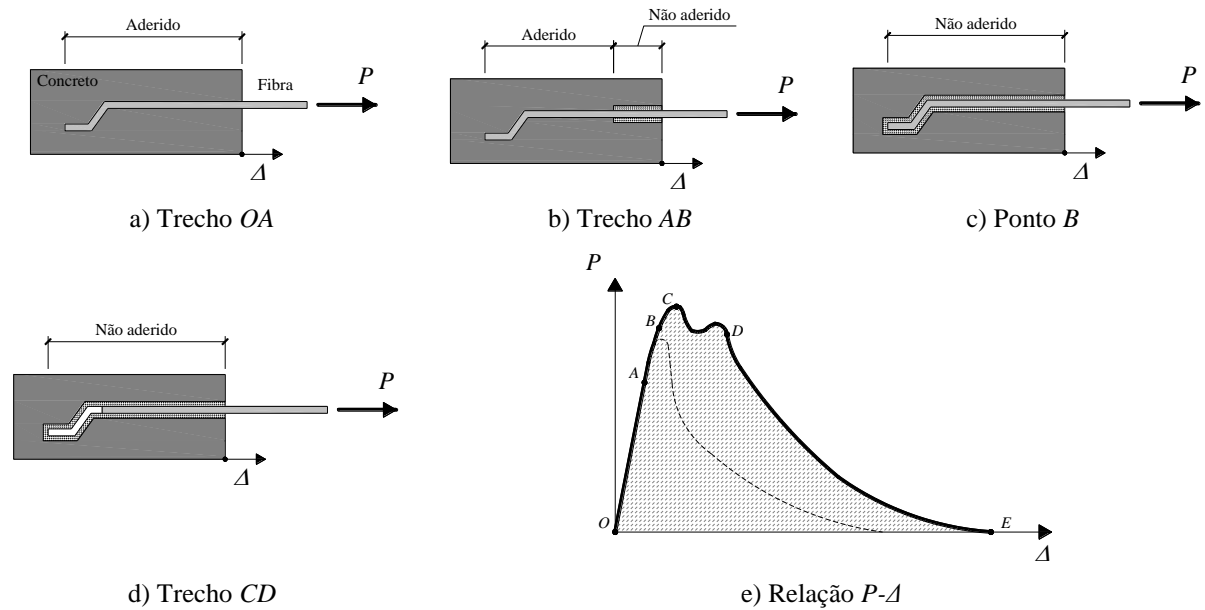


Figura 2.12. Ensaio de arrancamento de uma fibra *hooked-end* (adaptado de MARKOVICH *et al.*, 2001).

Para o momento, apresentou-se apenas a influência do mecanismo de ancoragem na resposta *carga-deslizamento* em um teste de arrancamento (*pull-out test*). Entretanto, recomenda-se LEE *et al.* (2010), ABU-LEBDEH *et al.* (2011), ZILE e ZILE (2013) e estudos similares para o aprofundamento do assunto. A seguir, será discutida de forma sucinta a influência da fibra de aço no comportamento de vigas flexionadas.

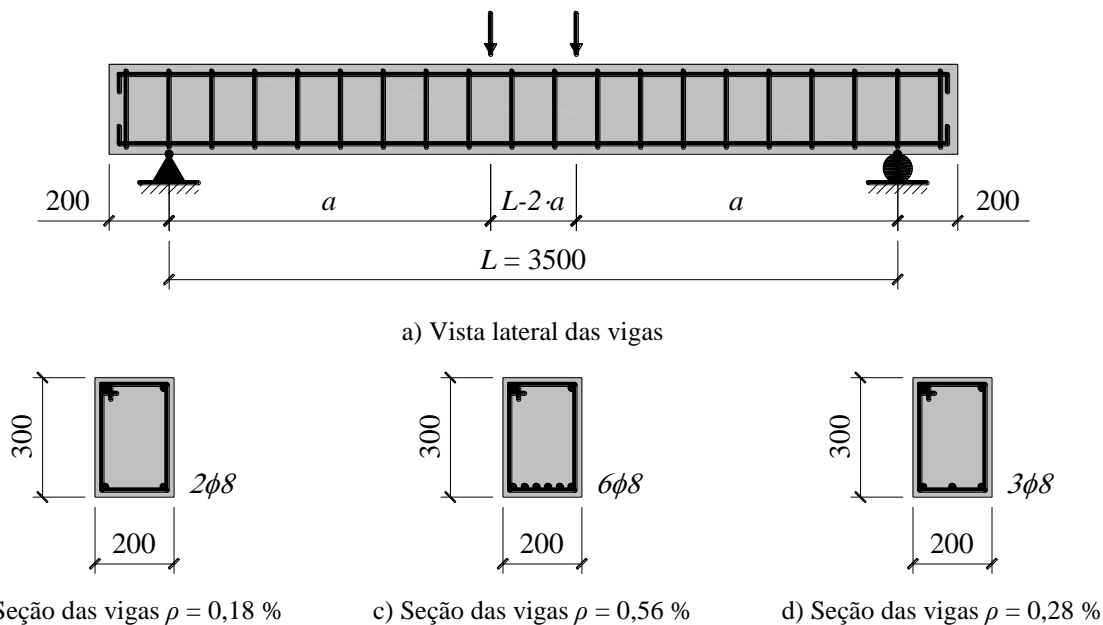
2.2 FLEXÃO EM VIGAS REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO

2.2.1 DANCYGIER e SAVIR (2006)

Na presente campanha experimental foram ensaiadas até a ruína 11 vigas ($200 \times 300 \times 3900 \text{ mm}^3$), sendo 5 em CA e 6 em CRFA. Nas vigas reforçadas com fibras, o consumo de fibras foi único para todas as vigas, $C_f = 0,75 \%$. Entretanto, dois tipos de fibras *hooked-end* foram utilizados, RC-65/35-BN ($l_f = 35 \text{ mm}$ e $d_f = 0,55 \text{ mm}$) e RC65/60-BN ($l_f = 60 \text{ mm}$ e $d_f = 0,9 \text{ mm}$). Além disso, a taxa de armadura de flexão ρ , a classe de resistência do concreto f_{cu} e o vão de cisalhamento a também são variáveis do estudo. Ressalta-se que a resistência à compressão foi obtida em corpo de prova cúbico ($100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$). As características dessas vigas são apresentadas na Tabela 2.2 e na Figura 2.13. No que concerne ao reforço transversal, esse foi composto por estribos com $\rho_w \approx 0,25 \%$ ($\phi 8 \text{ c/ } 200 \text{ mm}$).

Tabela 2.2. Propriedades das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).

Vigas	ρ (%)	f_{cu} (MPa)	a (mm)	Fibra	C_f (%)			
N2-F2-0_1	0,18	45,1	1500	RC-65/35-BN	-			
N2-F2-0_2		45,1						
H4-F2-0_1	0,28	120,5						
H4-F2-0_2		114,6						
H5-F2-1_35	0,56	129,4						
H5-F2-1_60		123,6						
H8-F2-1_35		124,4						
H8-F2-1_60	122,0							
H4-F2-0_4	0,28	118,0				1000	-	-
H5-F2-1_35_3		121,8				1250	RC-65/35-BN	0,75
H5-F2-1_35_4		121,8	1000	RC-65/35-BN	0,75			



NOTA: Cotas em mm.

Figura 2.13. Esquema das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).

Na Figura 2.14 é mostrada a relação *momento-deslocamento* das vigas. Analisando essa figura, destaca-se a contribuição negativa das fibras nas vigas CAR (concreto de alta resistência) com baixa taxa de reforço à flexão ($\rho = 0,28$ %). Nesse contexto, os autores observaram que a ductilidade é significativamente penalizada. Ductilidade similar às vigas de referência ($C_f = 0$ %) é observada apenas quando a taxa ρ cresce de 0,28 % para 0,56 %. Conseqüentemente, os autores sugerem que a taxa de armadura mínima (ρ_{min}) adotada para vigas CAR não garantem ductilidade apropriada quando esse tipo de viga (CAR e $\rho = \rho_{min}$) também é reforçada com fibras de aço. Dessa forma, para garantir ductilidade favorável, recomenda-se que a taxa mínima das vigas CAR reforçadas com fibras de aço seja superior às vigas sem fibras.

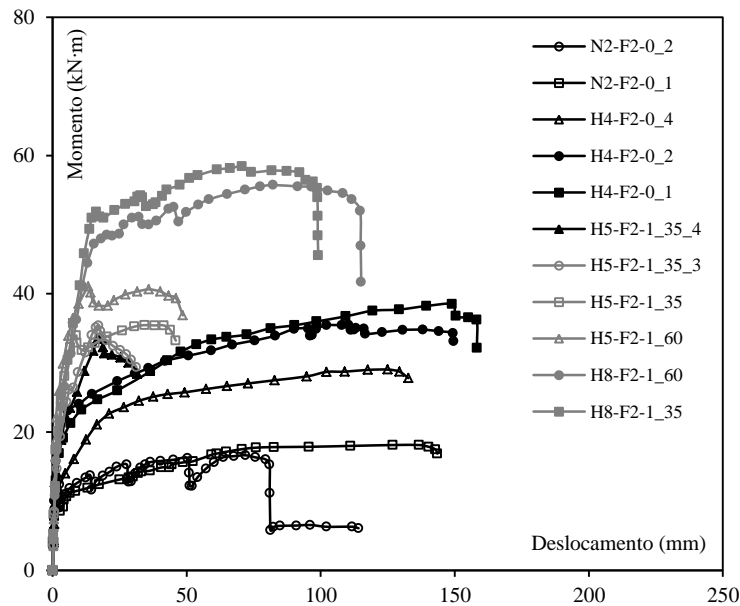


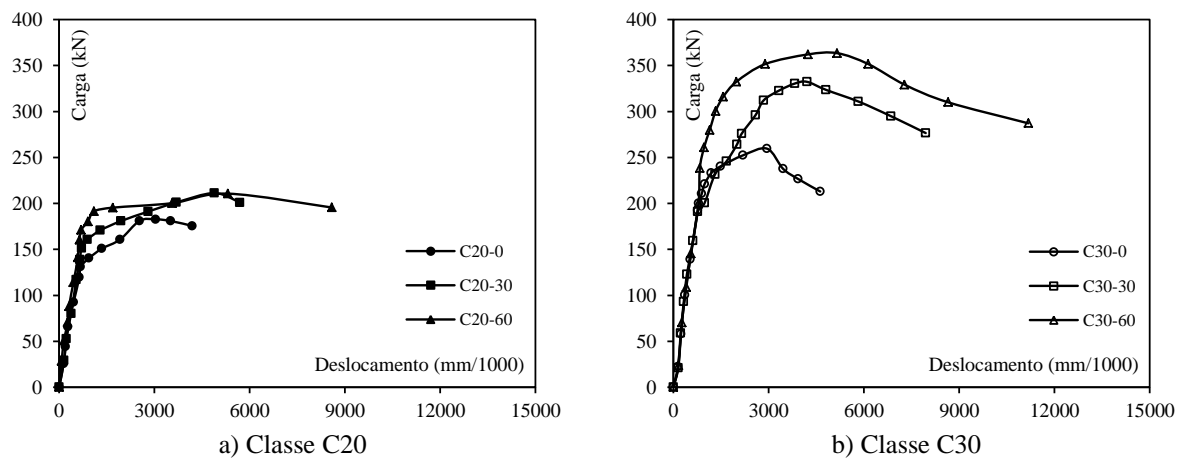
Figura 2.14. Relação *momento-deslocamento* das vigas de DANCYGIER e SAVIR (2006).

2.2.2 ALTUN *et al.* (2007)

No estudo conduzido por esses autores foi analisada a influência do consumo de fibras na resistência e na tenacidade de vigas em CRFA. O corrente programa experimental foi constituído por 18 vigas, $300 \times 300 \times 2000 \text{ mm}^3$, sendo 9 pertencentes à classe de resistência C20 e 9 à classe C30. As principais propriedades das vigas são mostradas na Tabela 2.3. O reforço longitudinal, constituído por duas barras de aço com 16 mm de diâmetro ($\rho \approx 0,45 \%$), foi comum a todas as vigas. O reforço transversal não foi discutido pelos autores, comentou-se apenas que esse foi adotado de forma a garantir a ruína das vigas por flexão. A fibra de aço utilizada no reforço das vigas em CRFA foi do tipo *hooked-end*, RC-80/60-BN, com $l_f = 60 \text{ mm}$ e $d_f = 0,75 \text{ mm}$. Na Figura 2.15 é mostrada a relação *carga-deslocamento*, em termos de valores médios. Os valores de carga máxima, P_u , e tenacidade também são resumidos na Tabela 2.3. Fundamentado nos resultados, os autores concluíram que as fibras de aço contribuíram marginalmente na resistência das vigas na classe C20, $\approx 5 \%$. Entretanto, acréscimos mais expressivos, entre 30 % e 40 %, foram observados na classe C30. No que concerne à tenacidade, obtida a partir da área sob as curvas *carga-deslocamento*, acréscimos consideráveis foram registrados em ambas as classes de resistência, ver Tabela 2.3.

Tabela 2.3. Resumo do estudo de ALTUN *et al.* (2007).

Vigas	Propriedades		Resultados	
	C_f (%)	f_c (MPa)	P_u (kN)	Tenacidade (kN·mm)
C20-1-0			184,5	5495
C20-2-0	0	24,4	202,00	5970
C20-3-0			201,60	5830
C20-4-30			201,90	27835
C20-5-30	0,4	22,5	202,30	27550
C20-6-30			210,00	29501
C20-7-60			210,30	29830
C20-8-60	0,8	22,6	211,00	30800
C20-9-60			209,00	29800
C30-1-0			262,30	10782
C30-2-0	0	34,8	260,15	9925
C30-3-0			250,90	10962
C30-4-30			320,25	26382
C30-5-30	0,4	30,8	330,00	27989
C30-6-30			357,20	29856
C30-7-60			370,45	29979
C30-8-60	0,8	30,2	368,75	30045
C30-9-60			352,95	29460

Figura 2.15. Relação carga-deslocamento média das vigas de ALTUN *et al.* (2007).

2.2.3 YOU *et al.* (2011)

Essa pesquisa intenta discutir a influência das fibras de aço e de um reforço híbrido, fibras de aço e sintéticas, na resistência e na ductilidade de vigas reforçadas com baixa taxa de armadura de flexão. Para consolidar essa proposta, 5 vigas ($150 \times 287 \times 910 \text{ mm}^3$) foram ensaiadas até a ruína, sendo 2 sem fibras e 3 em CRFA. As principais propriedades dessas vigas são apresentas na Tabela 2.4. Adicionalmente, comenta-se que os materiais constituintes

do concreto, cimento, areia, agregado, cinza volante, aditivo e água, foram dosados de forma a se obter um concreto auto-adensável. Os autores não comentam sobre o reforço transversal das vigas, apenas comunicam que esse foi definido para garantir a ruína das vigas por flexão.

Tabela 2.4. Propriedades das vigas de YOU *et al.* (2011).

Vigas	C_f (kg/m ³)			ρ (%)	f_{cu} (MPa) ^d
	RC-65/35-BN ^a	RC-80/60-BN ^b	Sintética ^c		
A	0	0	0		33,8 (47,71)
ASF50LD65	50	0	0	0,2	31,3 (45,62)
ASF50LD80	0	50	0		30,2 (41,84)
ASF40LD65FT4	40	0	4		29,6 (36,03)
B	0	0	0	0,3	33,8 (47,71)

^a RC-65/35-BN: $l_f = 35$ mm e $d_f = 0,55$ mm;

^b RC-80/60-BN: $l_f = 60$ mm e $d_f = 0,75$ mm;

^c Sintética: $l_f = 30$ mm e $d_f = 0,66$ mm;

^d Resistência obtida com corpo de prova cúbico. O valor fora do parêntese representa a resistência com 28 dias de idade e dentro do parêntese com 120 dias (dia do ensaio).

A Figura 2.16 mostra a relação *carga-deslocamento* ($P-\delta$) das vigas. Analisando essa figura, os autores explicam que na fase inicial do carregamento, fase elástica, nem as fibras (aço e sintética) e nem as armaduras são significativamente mobilizadas, uma vez que essas relações são similares nessa fase. Dessa forma, comenta-se que os mecanismos de reforço (fibras e armaduras) apresentam impacto marginal no valor da carga de fissuração, P_{cr} , ver Tabela 2.5. Diferentemente dessa carga, a referida tabela também mostra que o reforço proporcionado pelas fibras influencia de modo mais marcante as cargas de escoamento P_y e última P_u . Nessa abordagem, o impacto das armaduras é notado apenas na carga de ruína. Do exposto, constata-se que as fibras aprimoram tanto a carga P_u , acréscimo de até ≈ 45 %, comparativamente a viga A, como a carga referente ao início do escoamento das armaduras, P_y , com acréscimos de até ≈ 60 %, também com relação à viga A. Destaca-se, nesse cenário, a viga com reforço híbrido (ASF40LD65FT4, $\rho = 0,2$ %), com resistência equivalente à viga B ($\rho = 0,3$ %). Continuando a exploração da Tabela 2.5, têm-se na análise da ductilidade os parâmetros μ_1 e μ_2 , que representam, respectivamente, o primeiro e o segundo índice de ductilidade, conforme explica o ACI 363R-84 e SHIN *et al.* (1989). Na análise da ductilidade, indiscutivelmente, tem-se as fibras comprometendo os valores dos índices μ_1 e μ_2 . Dessa forma, YOU *et al.* (2011) sugerem que a taxa de armadura mínima, ρ_{min} , adotada para as vigas em CA não são apropriadas para as vigas em CRFA. Para proporcionar ductilidade equivalente, as vigas em CRFA devem ser reforçadas com uma taxa ρ_{min} maior.

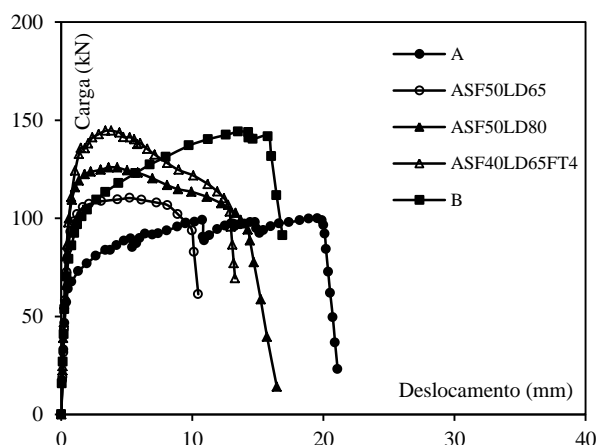


Figura 2.16. Relação carga-deslocamento das vigas de YOU *et al.* (2011).

Tabela 2.5. Análise da resistência e da ductilidade das vigas de YOU *et al.* (2011).

Vigas	Resistência			Ductilidade	
	P_{cr} (kN)	P_y (kN)	P_u (kN)	μ_1^a	μ_2^b
A	54,09	77,27	100,90	15,77	- ^c
ASF50LD65	57,18	82,35	111,27	10,74	- ^c
ASF50LD80	57,40	98,03	127,17	7,43	11,22
ASF40LD65FT4	58,76	124,08	145,27	3,26	9,14
B	58,07	78,60	144,39	22,93	- ^c

^a $\mu_1 = \delta_u/\delta_y$; ^b $\mu_2 = \delta_0/\delta_y$; ^c Não foi registrado δ_0 . Sendo: δ_u = Deslocamento correspondente à P_u ; δ_y = Deslocamento correspondente à P_y ; δ_0 = Deslocamento correspondente à $0,8 \cdot P_u$ no trecho descendente da relação $P-\delta$.

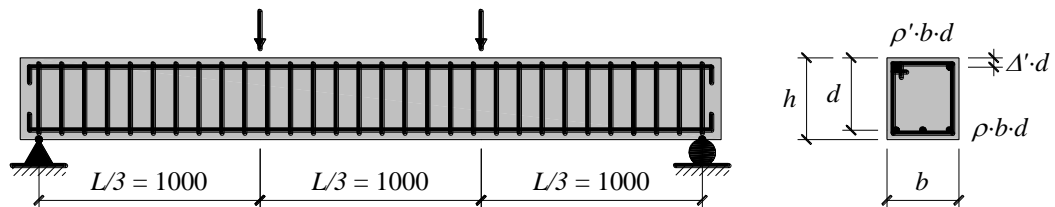
2.2.4 KAKLAUSKAS *et al.* (2014)

No presente estudo, os autores ensaiaram 12 vigas em CRFA, sendo 3 de referência ($C_f = 0$ %) e 9 em CRFA. As propriedades das vigas são apresentadas na Tabela 2.6. Ressalta-se que a Figura 2.17 auxilia no entendimento de alguns parâmetros apresentados na tabela susodita. A fibra de aço utilizada nessa pesquisa foi do tipo *hooked-end* com comprimento $l_f = 53$ mm e diâmetro $d_f = 1$ mm. O consumo dessa fibra, C_f , variou em 0,5 %, 1,0 % e 1,5 %. Além disso, informa-se também que as vigas foram classificadas em duas séries, S2 com $\rho = 0,6$ % e S3 com $\rho = 0,3$ %. No que diz respeito ao reforço transversal, os autores comentam que esse foi definido para garantir a ruína das vigas por flexão.

Tabela 2.6. Propriedades das vigas ensaiadas por KAKLAUSKAS *et al.* (2014).

Vigas	b (mm)	h (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	ρ (%)	ρ' (%)	$\Delta' \cdot d$ (mm)
S3-2-3	284	298	271	50,9	0	0,30 ^a	0,074	32
S3-2-6	279	303	277	50,9	0	0,30 ^a	0,074	49
S2-3	272	300	282	48,1	0	0,61 ^b	0,074	29
S3-1-F05	278	302	278	55,6	0,47	0,30 ^c	0,072	29
S3-2-F05	283	303	279	55,6	0,47	0,30 ^c	0,071	26
S3-1-F10	279	300	276	48,0	1,02	0,31 ^c	0,073	23
S3-2-F10	284	301	275	48,0	1,02	0,30 ^c	0,072	25
S3-1-F15	279	300	272	52,2	1,46	0,31 ^c	0,074	26
S3-2-F15	285	299	273	52,2	1,46	0,30 ^c	0,072	23
S2-F05	273	301	286	55,6	0,47	0,61 ^c	0,072	25
S2-F10	275	301	283	48,0	1,02	0,61 ^c	0,072	22
S2-F15	275	299	284	52,2	1,46	0,61 ^c	0,072	23

^a $f_y \approx 580$ MPa; ^b $f_y \approx 630$ MPa; ^c $f_y \approx 560$ MPa.



NOTA: Cotas em mm.

Figura 2.17. Esquema das vigas de KAKLAUSKAS *et al.* (2014).

Na Figura 2.18 é apresentada a relação *momento-curvatura* das vigas. Salienta-se que essas relações são limitadas ao momento fletor correspondente ao início do escoamento das armaduras tracionadas, m_y . A ocasião é oportuna para comentar que o principal objetivo dessa pesquisa foi propor um modelo analítico capaz de reproduzir da relação *momento-curvatura* de vigas em CA e CRFA. Por esse motivo, os autores pouco arrazoaram sobre a abordagem experimental. De qualquer forma, com base na Figura 2.18, constata-se que o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras de aço possibilitou acréscimos apreciáveis no momento m_y apenas nas vigas da série S3 ($\rho = 0,3\%$), entre 15% e 40%. Acredita-se que essa averiguação seja consequência da maior participação das fibras no controle da fissuração das vigas, uma vez que nessa série a taxa ρ é relativamente baixa. Esse acréscimo nas vigas da série S2 ($\rho = 0,6\%$) foi mais comedido, entre 15% e 25%. Julga-se que duas razões expliquem esse episódio, a menor contribuição das fibras no controle da fissuração, visto que a taxa de armadura nessa série é maior, e o fato das tensões de escoamento nas vigas de referência ($f_y \approx 630$ MPa) e em CRFA ($f_y \approx 560$ MPa) serem distintas. Além disso, ressalta-se que a rigidez à flexão das vigas é outro aspecto digno de comentário. Na fase elástica da relação *momento-*

curvatura, observa-se que a rigidez das vigas em CA e CRFA é similar, o que sugere não haver mobilização das fibras nessa etapa do carregamento. Diferente da fase elástica, com a fissuração das vigas, verifica-se, de forma incontestável nas vigas da série S3, que as fibras de aço das vigas em CRFA influenciaram marcadamente a sua rigidez à flexão.

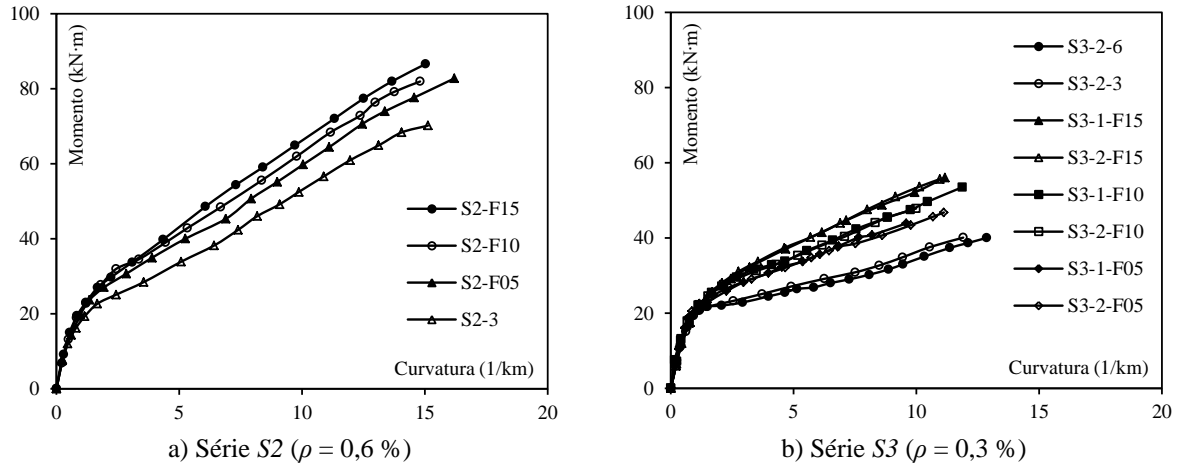


Figura 2.18. Relação *momento-curvatura* das vigas de KAKLAUSKAS *et al.* (2014).

2.3 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

2.3.1 RILEM TC 162-TDF (2002)

Essa recomendação sugere um ensaio para avaliar o comportamento à tração do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) em termos das relações *carga-deslocamento* ($P-\delta$) ou *carga-abertura da fissura*, *carga-CMOD* ($CMOD = Crack Mouth Opening Displacement$). Para esse desígnio, o ensaio sugerido é o de flexão em três pontos de prismas entalhados, ver Figura 2.19. O referido ensaio permite determinar o limite de proporcionalidade do material em função da tensão f_{LP} e quatro valores de resistência residual à tração na flexão (f_{Ri} , $i = 1, 2, 3$ e 4), os quais são tomados como indicadores para avaliar o comportamento tracionado do CRFA. A seguir, discute-se a metodologia para obter f_{LP} e f_{Ri} . O preparo do corpo de prova (prisma entalhado) e os aspectos técnicos do ensaio (maquinário, equipamentos de medidas, etc) não serão abordados aqui. A tensão f_{LP} é calculada admitindo uma distribuição linear das tensões na seção transversal do prismas entalhado, como segue:

$$f_{LP} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_{LP} \cdot L}{b \cdot (h_{sp})^2} \tag{Eq. 2.2}$$

Nessa expressão, L , b e h_{sp} são as medidas geometrias do prisma entalhado, ver Figura 2.19. O valor de P_{LP} representa a carga máxima registrada nas relações P - δ ou P - $CMOD$, ver Figura 2.20, para $\delta \leq 0,05$ mm ou $CMOD \leq 0,05$ mm. Para calcular as tensões residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4), admite-se também uma distribuição linear das tensões na seção transversal do prisma entalhado, como segue:

$$f_{Ri} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_{Ri} \cdot L}{b \cdot (h_{sp})^2} \quad \text{Eq. 2.3}$$

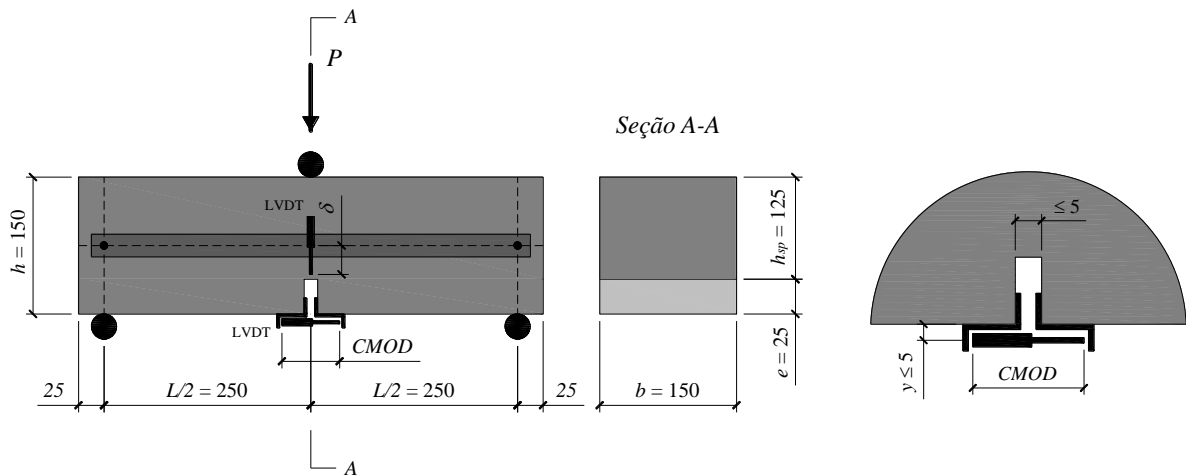
Na expressão 2.2, P_{Ri} diz respeito à carga registrada em δ_i ou $CMOD_i$, onde $\delta_1 = 0,46$ mm, $\delta_2 = 1,31$ mm, $\delta_3 = 2,15$ mm, $\delta_4 = 3,0$ mm, $CMOD_1 = 0,5$ mm, $CMOD_2 = 1,5$ mm, $CMOD_3 = 2,5$ mm e $CMOD_4 = 3,5$ mm. A relação entre δ e $CMOD$, no trecho pós-pico das relações P - δ ou P - $CMOD$, é dada a seguir:

$$CMOD = 1,18 \cdot \delta - 0,0416 \quad (\text{mm}) \quad \text{Eq. 2.4}$$

Adicionalmente, comenta-se que se a instalação do equipamento responsável pelo registro de $CMOD$ não atender à cota y , ver Figura 2.19b, resultando no registro de $CMOD_y$, a seguinte relação entre $CMOD$ e $CMOD_y$ pode ser utilizada:

$$CMOD_y = CMOD \cdot \frac{h+y}{y} \quad \text{Eq. 2.5}$$

onde h representa a altura do prisma.

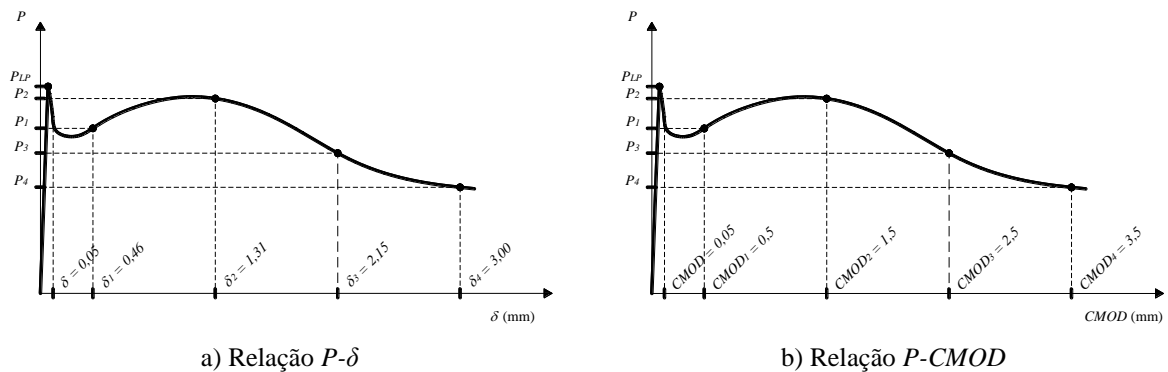


NOTA: Cotas em mm.

a) Prisma entalhado

b) Detalhe do entalhe

Figura 2.19. Sistema de ensaio (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2002).



a) Relação $P-\delta$

b) Relação $P-CMOD$

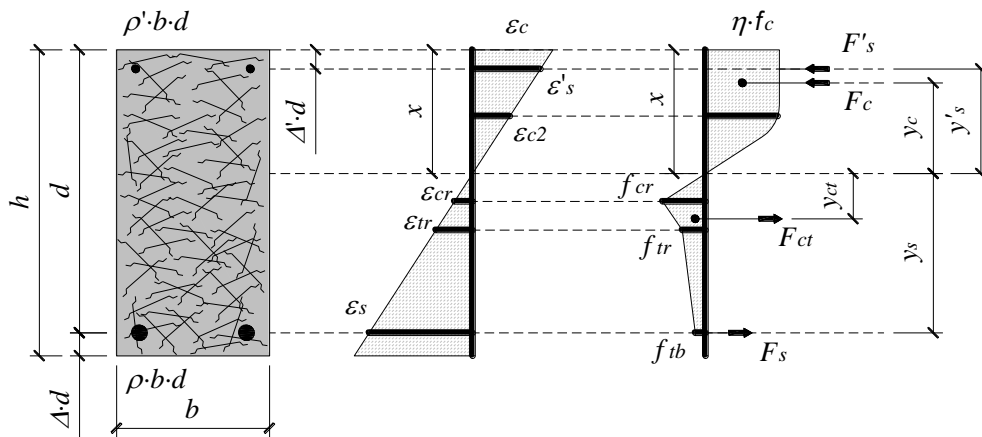
Figura 2.20. Curvas típicas do ensaio (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2002).

2.3.2 RILEM TC 162-TDF (2003)

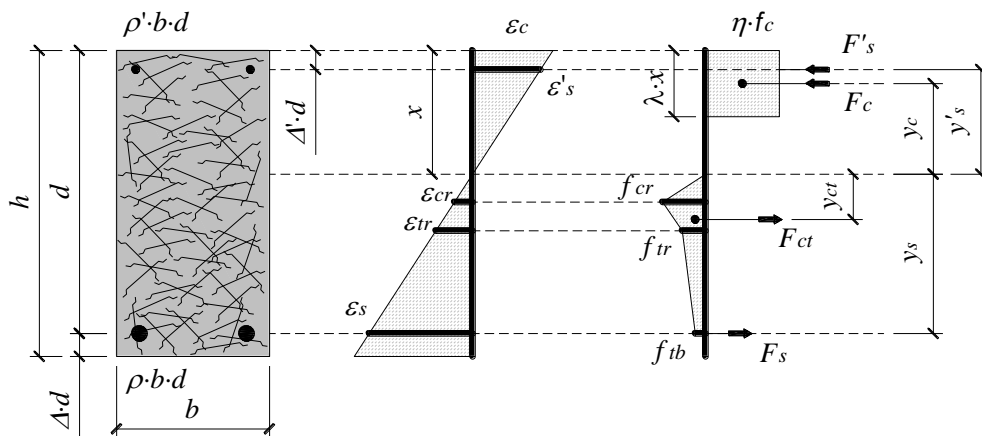
O correte documento diz respeito às recomendações de projeto para elementos estruturais em CRFA. Nesse trabalho será abordada apenas a proposta referente à análise de vigas em CRFA flexionadas (modelo de flexão). Comenta-se que a discussão a seguir é fundamentada no método da *tensão-deformação*, $\sigma-\epsilon$, e segue os mesmos conceitos da teoria de flexão para as vigas em CA (concreto armado). A abrangência da proposta é limitada às vigas com classe C50 de resistência à compressão do concreto. Entretanto, o referido documento adverte que vigas em CAR (concreto de alta resistência) também podem ser analisadas por esse modelo, desde que seja avaliada a possibilidade de ruptura das fibras antes do seu arrancamento da massa de concreto. O modelo de flexão proposto pelo RILEM TC 162-TDF (2003) é

mostrado na Figura 2.21a. Nesse contexto, recorda-se que para o cálculo do momento resistente das vigas (m_R), as seguintes hipóteses são adotadas:

- As seções das vigas permanecem planas após a sua deflexão (hipótese de Euler-Bernoulli);
- A distribuição das tensões na região tracionada e comprimida da seção transversal da viga em CRFA será determinada a partir das suas leis constitutivas (relações σ - ϵ), ver Figura 2.22;
- As tensões nas armaduras são determinadas a partir da sua relação simplificada σ - ϵ (lei constitutiva bilinear), ver Figura 2.22d;
- Para vigas em CRFA reforçadas com barras de aço, a deformação da seção no nível dessas barras é limitada a 25,0 ‰ (ruína por tração).



a) Modelo proposto



b) Modelo adotado nas análises

Figura 2.21. Modelo de flexão para vigas em CRFA (adaptado do RILEM TC 162-TDF, 2003).

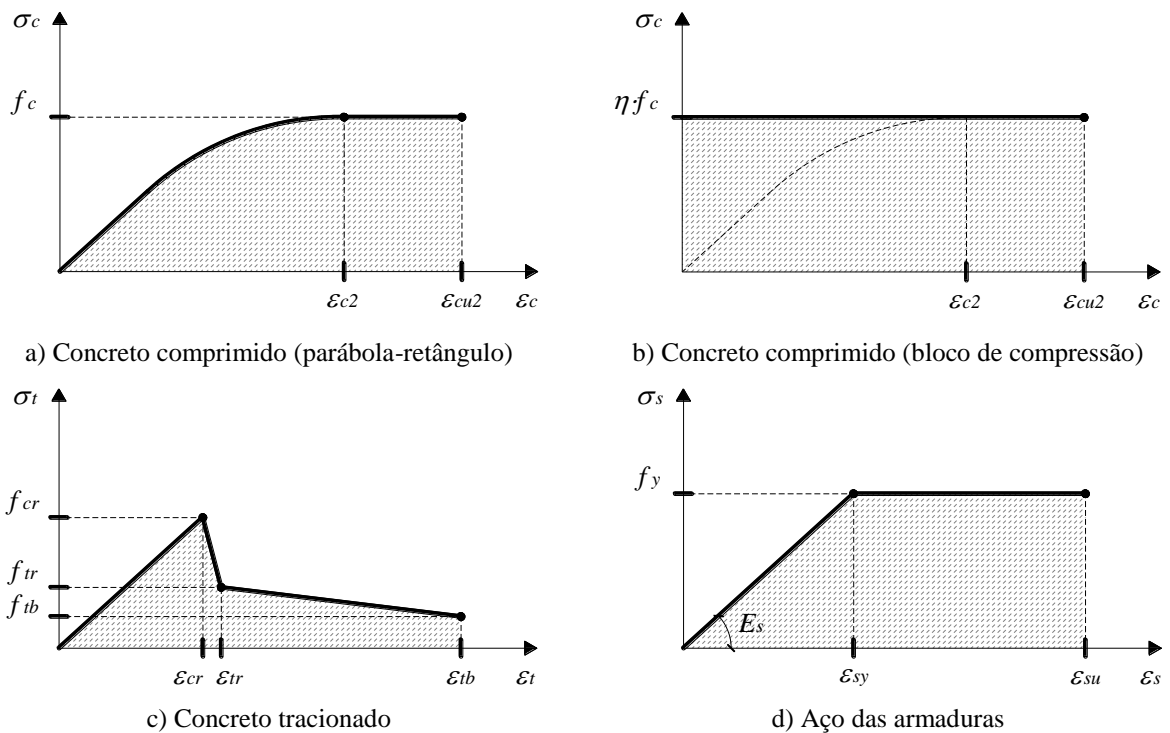


Figura 2.22. Relações σ - ϵ utilizadas no modelo de flexão do RILEM TC 162-TDF (2003).

Na Figura 2.21a é mostrado o modelo de flexão proposto pelo RILEM TC 162-TDF (2003), onde a distribuição da tensão no concreto comprimido é dado pela relação σ - ϵ parábola-retângulo, conforme sugere o EC2 (2004). Entretanto, adverte-se que nessa pesquisa será adotado o conceito simplificado do bloco de compressão, como sugere o *ModelCode10* (2011), ver Figura 2.1b. O referido bloco de compressão e os demais parâmetros que definem a lei constitutiva do concreto comprimido serão explicados na seção seguinte. Ressalta-se que essa providência não compromete a exploração do corrente modelo, pois o aporte do RILEM TC 162-TDF (2003), no que diz respeito à avaliação das vigas em CRFA flexionadas, é na contribuição do concreto tracionado na resistência da viga. Prosseguindo, para delinear a distribuição das tensões no concreto tracionado, ver Figura 2.21b ou 2.22c, têm-se os seguintes valores:

$$f_{cr} = 0,7 \cdot f_{ctm,f} \cdot \left(1,6 - \frac{d}{1000}\right) \quad (d \text{ em mm}) \quad \text{Eq. 2.6}$$

$$f_{tr} = 0,45 \cdot f_{R1} \cdot k_h \quad \text{Eq. 2.7}$$

$$f_{tb} = 0,37 \cdot f_{R4} \cdot k_h \quad \text{Eq. 2.8}$$

com as seguintes componentes de deformação:

$$\varepsilon_{cr} = f_{cr}/E_c \quad \text{Eq. 2.9}$$

$$\varepsilon_{tr} = \varepsilon_{cr} + 0,1 \quad (\%) \quad \text{Eq. 2.10}$$

$$\varepsilon_{tb} = 25,0 \quad (\%) \quad \text{Eq. 2.11}$$

sendo:

$$f_{ctm,f} = f_{ctm} \cdot \frac{1+0,006 \cdot h^{0,7}}{0,006 \cdot h^{0,7}} \quad (f_{ctm} \text{ em MPa e } h \text{ em mm}) \quad \text{Eq. 2.12}$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot (f_c - 8)^{2/3} & \text{para } f_c \leq 58 \\ 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot f_c) & \text{para } f_c > 58 \end{cases} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.13}$$

$$k_h = \begin{cases} 1,0 & \text{para } h < 125 \\ 1,0 - 0,6 \cdot \left(\frac{h-125}{475}\right) & \text{para } 125 \leq h \leq 600 \\ 0,4 & \text{para } h > 600 \end{cases} \quad (\text{mm}) \quad \text{Eq. 2.14}$$

Nas expressões Eq. 2.7 e 2.8 as resistências residuais f_{R1} e f_{R4} são obtidas experimentalmente, a partir do ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, conforme apresenta o RILEM TC 162-TDF (2002). Nesse contexto, o calculo do momento resistente m_R é estabelecido mediante procedimento matemático iterativo, como se explica a seguir:

- 1- Admite-se inicialmente a ruína da viga pelo esmagamento do concreto, ou seja, fixa-se $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ (ver Eq. 2.20);
- 2- Estima-se um valor para a linha neutra x ;
- 3- Verifica-se se $\varepsilon_s \leq 25,0 \%$. Se afirmativo, segue-se na *etapa 4*. Se negativo, admite-se a ruína da viga no nível da armadura, fixando $\varepsilon_s = 25,0 \%$ (ruína por tração). A seguir, estima-se um valor para a linha neutra x e o cálculo segue na *etapa 4*;
- 4- Compatibiliza-se a distribuição das deformações, ou seja, calculam-se as demais deformações mostradas na Figura 2.21b;
- 5- Definida a distribuição das deformações, estabelece-se a distribuição das tensões a partir das leis constitutivas σ - ε dos materiais, como mostra a Figura 2.22;
- 6- Conhecido o perfil das tensões, calculam-se as forças resultantes (F_c, F_{ct}, F_s e F'_s) e os seus respectivos braços de alavanca (y_c, y_{ct}, y_s e y'_s);

7- Se as forças resultantes estiverem em equilíbrio ($\sum F = 0$), determina-se o momento resistente da viga ($m_R = \sum F \cdot y$) e o processo de cálculo é finalizado. Entretanto, se o equilíbrio não for estabelecido ($\sum F \neq 0$), retorna-se à *etapa 1* e o cálculo se repete até se alcançar $\sum F = 0$ (equilíbrio das forças resultantes).

2.3.3 MODEL CODE 10 (2011)

Nesse trabalho serão discutidas apenas as recomendações pertinentes ao projeto de vigas em CRFA flexionadas. Dessa forma, no que diz respeito ao comportamento à compressão do concreto, o referido documento admite, de um modo geral, que as recomendações apresentadas para o CA também são válidas para o CRFA. Entretanto, destaca-se que as fibras podem aprimorar a ductilidade do concreto comprimido, principalmente se esse for de elevada resistência. Para avaliar o comportamento à tração do concreto reforçado com fibras, o *Model Code 10*, semelhante ao RILEM TC 162-TDF (2003), sugere o ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, como se mostrou na Figura 2.19a. Apesar da paridade, o presente código recomenda o registro apenas da relação *P-CMOD*, ver Figura 2.20b. Nessas circunstâncias, duas leis constitutivas, expressas em função da relação *tensão-abertura da fissura* ($\sigma-w$), são apresentadas: a relação com comportamento perfeitamente plástico, Figura 2.23a, e a relação com comportamento pós-fissura linear, Figura 2.23b.

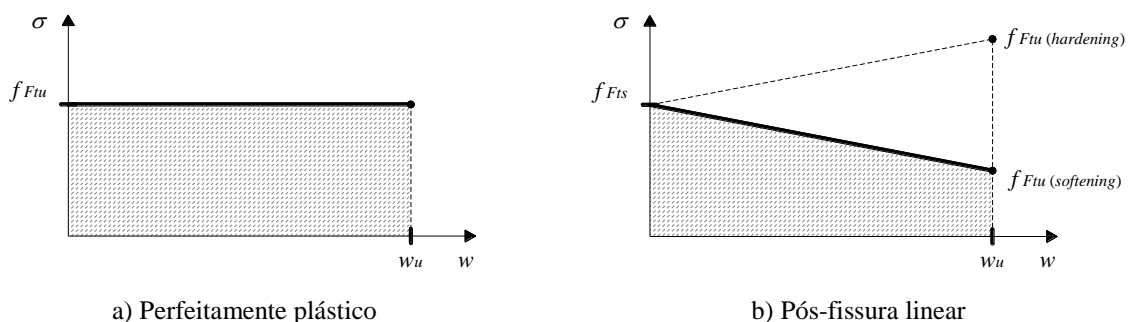


Figura 2.23. Relação $\sigma-w$ sugerida para a análise do CRFA tracionado (adaptado do *Model Code 10*, 2011).

Na Figura 2.23, as tensões f_{Fts} e f_{Ftu} são resistências residuais referentes, respectivamente, aos estados limites de serviço (ELS) e último (ELU). Além disso, informa-se que w_u representa a abertura máxima da fissura aceita em projeto. Nesse contexto, o valor de f_{Ftu} utilizado na relação perfeitamente plástica é dado por:

$$f_{Ftu} = f_{R3}/3 \quad \text{Eq. 2.15}$$

Para a relação $\sigma-w$ pós-fissura linear, têm-se para as resistências f_{Fts} e f_{Ftu} :

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R3} \quad \text{Eq. 2.16}$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. 2.17}$$

Na expressão de f_{Ftu} , adota-se $w_u = 2,5$ mm para a análise de vigas flexionadas. Os valores de f_{R1} e f_{R3} são obtidos experimentalmente, a partir do ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, ver Figura 2.19a. O modelo de flexão sugerido pelo presente código é mostrado na Figura 2.24. Nesse modelo, três modos de ruína são possíveis para uma viga em CRFA reforçada com armadura, a saber:

- Ruína por compressão, devido ao esmagamento do concreto, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ (ver Figura 2.22b);
- Ruína por tração, devido à ruptura da armadura, $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$;
- Ruína por tração, devido à ruptura do concreto, $\varepsilon_t = \varepsilon_{Fu}$.

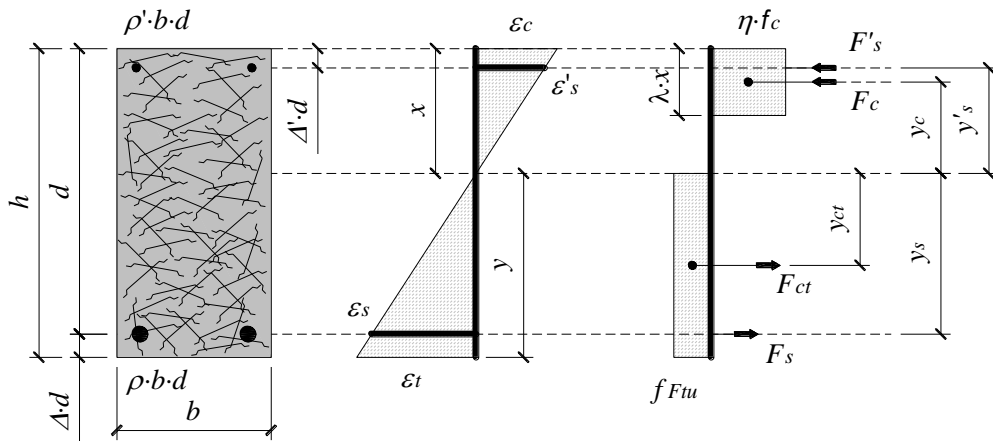


Figura 2.24. Modelo de flexão para vigas em CRFA (adaptado do *ModelCode10*, 2011).

Salienta-se que o modelo apresentado na Figura 2.24 segue as mesmas hipóteses da teoria de flexão para vigas em CA. Sendo assim, tem-se para o concreto comprimido (bloco de compressão) e para as armaduras, as leis constitutivas $\sigma-\varepsilon$ mostradas nas Figuras 2.22b e 2.22d. Dessa maneira, para definir o bloco de compressão, ver Figura 2.24, tem-se para os parâmetros λ e η :

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 0,8 - \frac{(f_c - 8) - 50}{400} & \text{para } 58 < f_c \leq 98 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.18}$$

$$\eta = \begin{cases} 1,0 & \text{para } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 1,0 - \frac{(f_c - 8) - 50}{200} & \text{para } 58 < f_c \leq 98 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.19}$$

Para a ruína da viga em CA ou CRFA por compressão, ou seja, devido ao esmagamento do concreto, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$, tem-se para a deformação última ε_{cu2} , ver Figura 2.22b:

$$\varepsilon_{cu2} = \begin{cases} 3,5 & \text{para } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2,6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{para } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.20}$$

Para a ruína da viga em CA ou CRFA por tração, devido à ruptura da armadura, utiliza-se a lei constitutiva mostrada na Figura 2.22d. Informa-se que nesse estudo não foi imposto limite para o valor da deformação última da aradura ε_{su} . Para a ruína da viga em CRFA por tração, devido à ruptura do concreto, $\varepsilon_t = \varepsilon_{Fu}$, tem-se para deformação última ε_{Fu} :

$$\varepsilon_{Fu} = w_u / l_{cs} \quad \text{Eq. 2.21}$$

Na expressão de ε_{Fu} , $w_u = 2,5$ mm representa a abertura máxima da fissura aceita em projeto e $l_{cs} = \min(s_{rm}, y)$ diz respeito ao comprimento característico do elemento estrutural (*structural characteristic length*). Na avaliação de l_{cs} , s_{rm} representa a distância média entre fissuras e o valor de y é mostrado na Figura 2.24. O cálculo de s_{rm} não é apresentado no *ModelCode10* (2011), não obstante, adotar $s_{rm} = h/2$ representa uma estimativa razoável, conforme sugere PEDERSEN (1996). No que concerne ao bloco de tração, ressalta-se que nesse estudo foi adotada a relação σ - w pós-fissura linear, ver Figura 2.23b, como lei constitutiva para o CRFA tracionado, conseqüentemente, o cálculo de f_{Ftu} é dado por Eq. 2.17. Por fim, a estimativa da resistência à flexão de uma viga em CRFA, m_R , é, outra vez, estabelecida mediante procedimento iterativo, como segue:

- 1- Admite-se inicialmente a ruína da viga pelo esmagamento do concreto, ou seja, fixa-se $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ (ver Eq. 2.20);
- 2- Estima-se um valor para a linha neutra x ;

- 3- Verifica-se se $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{Fu}$. Se afirmativo, segue-se na *etapa 4*. Se negativo, admite-se a ruína da viga por ruptura do concreto tracionado, fixando $\varepsilon_s = \varepsilon_{Fu}$ (ruína por tração). A seguir, estima-se um valor para a linha neutra x e o cálculo segue na *etapa 4*;
- 4- Compatibiliza-se a distribuição das deformações, ou seja, calculam-se as demais deformações mostradas na Figura 2.24;
- 5- Definida a distribuição das deformações, estabelece-se a distribuição das tensões a partir das leis constitutivas σ - ε dos materiais, como mostram as Figuras 2.24 (concreto) e 2.22d (aço da armadura);
- 6- Conhecido o perfil das tensões, calculam-se as forças resultantes (F_c , F_{ct} , F_s e F'_s) e os seus respectivos braços de alavanca (y_c , y_{ct} , y_s e y'_s);
- 7- Se as forças resultantes estiverem em equilíbrio ($\sum F = 0$), determina-se o momento resistente da viga ($m_R = \sum F \cdot y$) e o processo de cálculo é finalizado. Entretanto, se o equilíbrio não for estabelecido ($\sum F \neq 0$), retorna-se à *etapa 1* e o cálculo se repete até se alcançar $\sum F = 0$ (equilíbrio das forças resultantes).

3 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA RESIDUAL f_{Ri}

Nesta seção, um banco de dados (BD) sobre ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados, conforme sugere o *ModelCode10* (2011), será apresentado e avaliado, através de recursos estatísticos, para que propostas simples, mas relativamente precisas, sejam estabelecidas para estimar as resistências residuais à tração na flexão f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4). Ademais, também será avaliada a capacidade destas propostas em reproduzir as relações *tensão-CMOD* e *tensão-deslocamento*, as quais são regularmente obtidas a partir do ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados.

3.1 BANCO DE DADOS (BD)

O BD desta análise é formado por 27 pesquisas, totalizando 89 ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados, como define o *ModelCode10*. Ressalta-se que os dados coletados apresentam diversidade limitada de informações, o que restringe a investigação sobre as resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4). De qualquer forma, dentre as diversidades, comenta-se a resistência à compressão do concreto, $25 \text{ MPa} < f_c < 100 \text{ MPa}$, o consumo de fibras, $0,1 \% < C_f < 1,25 \%$ e o fator de forma das fibras, $35 < l_f/d_f < 80$. Adicionalmente, salienta-se que todos os prismas estudados são reforçados apenas por fibras de aço do tipo *hooked-end* e com comportamento *softening* quanto à relação *carga-CMOD*. O resumo do BD é apresentado na Tabela 3.1 e as informações detalhadas no Anexo A.

Tabela 3.1. Resumo do BD para a análise de f_{Ri} .

Autor	Nº Prismas	f_c (MPa)	C_f (%)	l/d_f
BARROS (1995)	7	35-55	0,4-0,8	60-75
BARRAGAN (2002)	1	40	0,3	80
FERRER BOIX (2003)	8	55-60	0,5-1,0	60
BARROS <i>et al.</i> (2003)	2	60-65	0,3-0,5	65
CUNHA <i>et al.</i> (2003)	6	25-35	0,1-0,5	65-80
PEREIRA <i>et al.</i> (2004)	1	55	0,4	80
BARROS <i>et al.</i> (2005)	6	30	0,15-0,5	65-80
LÖFGREN (2005)	5	- ^a	0,5-1,0	65
POH <i>et al.</i> (2008)	3	30-50	0,4-0,55	80
GIACCIO <i>et al.</i> (2008)	3	55-60	0,3-0,55	60-80
FERRARI E HANAI (2009)	1	- ^a	1	35
TORRIJOS <i>et al.</i> (2010)	2	- ^a	0,5	50-80
MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2011)	3	45-65	1,0-1,25	65-80
BURATTI <i>et al.</i> (2011)	1	30	0,3	50
DING (2011)	5	- ^a	0,1-0,4	65-80
ZERBINO <i>et al.</i> (2012)	1	- ^a	0,5	80
LIMA (2012)	3	60	0,25-0,8	80
LOURENÇO (2012)	9	30-60	0,3-1,0	65
GOUVEIA (2012)	4	30-45	0,5-1,0	65
PUJADAS <i>et al.</i> (2012)	4	25	0,3-0,55	65-80
AMIN <i>et al.</i> (2013)	2	55-60	0,5	65
MESKENAS <i>et al.</i> (2013)	1	35	0,5	50
CONFORTI <i>et al.</i> (2013)	2	30	0,3-0,5	65
MOREILLON (2013)	2	100	0,3	80
PAJAŁ e PONIKIEWSKI (2013)	1	100	0,5	35
TIBERTI <i>et al.</i> (2014)	1	30	0,25	50
BARROS <i>et al.</i> (2015)	4	50-70	0,4-1,0	65

^a Informação não fornecida pelo autor.

3.2 ANÁLISE DOS DADOS

No momento atual do conhecimento, os ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados, os quais fornecem as relações *carga-CMOD* e *carga-deslocamento*, vem se firmando como um dos ensaios padrão de caracterização do CRFA. Neste contexto, as resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) são os parâmetros utilizados para definir o comportamento fissurado desse tipo de concreto. Hodiernamente, as resistências f_{Ri} são empregadas regularmente em propostas de modelos de flexão e cisalhamento de vigas em CRFA, como se constata no RILEM TC 162-TDF (2003), no *ModelCode10* e nas pesquisas de BLANCO *et al.* (2013), MINELLI *et al.* (2014) e KELPŠA *et al.* (2014). Apesar da

aplicação abrangente, a apreciação das resistências f_{Ri} se dá, até o presente momento, apenas por meio de ensaios experimentais, não havendo, ainda, expressões práticas que permitam estimar esta grandeza com maior simplicidade, como acontece para a avaliação do módulo de elasticidade E_c e da resistência à tração média do concreto f_{ctm} , ver Eqs. 3.1 e 3.2, respectivamente, conforme sugere o *ModelCode10* (2011).

$$E_c = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3} \quad \text{Eq. 3.1}$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3} & \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \cdot \ln[1 + 0,1 \cdot (f_{ck} + 8)] & \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.2}$$

À vista disso, com o intuito de contribuir ao estudo, apresentam-se a seguir propostas empíricas que permitirão avaliar as resistências residuais f_{Ri} de maneira simples e relativamente precisa. Com base no que foi apresentado em MORAES NETO *et al.* (2013) e MORAES NETO *et al.* (2014), acredita-se que as funções potencias, ver Eq. 3.3, são as mais apropriadas para estimar as resistências residuais de CRFA. Para explanar a questão, a Figura 3.1 mostra a avaliação da relação f_{Ri} - IR dos prismas do BD a partir de diferentes funções, sendo $IR = C_f l_f / d_f$ o índice de reforço do concreto reforçado com fibras de aço, com C_f em %. Nessa figura, abordou-se a relação f_{Ri} - IR , pois, conforme se discutirá, IR é um parâmetro relevante para avaliar a resistência residual f_{Ri} no comportamento pós-fissurado do CRFA.

$$f(x) = a \cdot x^b \quad \text{Eq. 3.3}$$

onde a e b são constantes que definem a função $f(x)$.

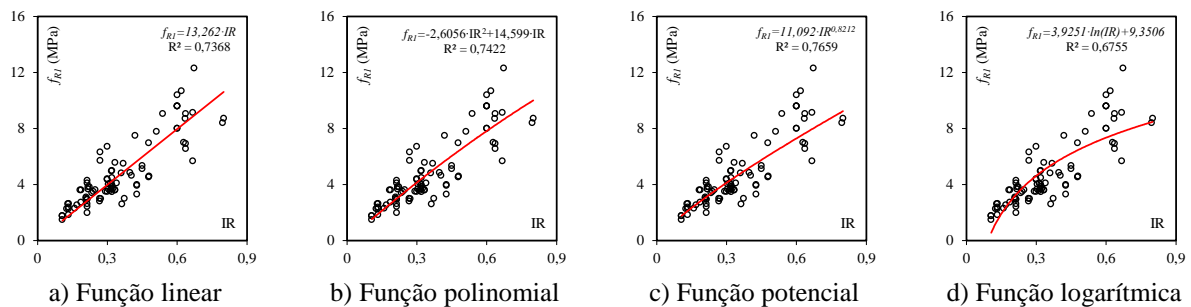


Figura 3.1. Análise da relação f_{Ri} - IR .

Fundamentado nos resultados coletados para o BD e nas pesquisas de KELPŠA *et al.* (2015) e BARROS e ANTUNES (2003), verificou-se, tomando como referência a resistência residual

f_{RI} , ver Figura 3.2, que a resistência à compressão do concreto f_c e o índice de reforço do CRFA, $IR = C_f l_f / d_f$, são parâmetros importantes na avaliação da resistência residual f_{RI} e, de um modo mais geral, no comportamento fissurado do concreto com fibras. Além disso, a Figura 3.2 também permite confirmar que a relação f_{RI} - IR se mostra mais expressiva, comparativamente às relações f_{RI} - C_f e f_{RI} - l_f/d_f , isto é, o parâmetro IR é mais sensível às oscilações da resistência f_{RI} , ou de um modo mais global, às oscilações das resistências f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4).

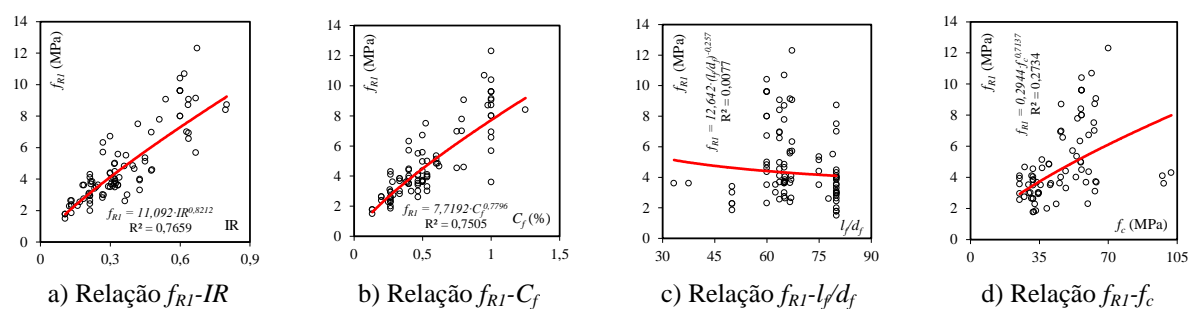


Figura 3.2. Avaliação da sensibilidade de IR , C_f , l_f/d_f e f_c às oscilações da resistência residual f_{RI} .

Após avaliar extensivamente o BD e pesquisas como as de BOULEKBACHE *et al.* (2010), TORRIJOS *et al.* (2010), KANG *et al.* (2011) e MARTINIE e ROUSSEL (2011), constatou-se que para reproduzir com excelência o comportamento fissurado do CRFA, haveria a necessidade de incorporar às variáveis do estudo, parâmetros que ainda estão em fase de exploração por parte do meio científico, como a influência do fator de orientação das fibras, a homogeneidade/dispersão das fibras na massa de concreto, a relação interfacial *fibra-concreto* e, até mesmo, o modo de preparo e lançamento do CRFA. Alternativamente à consideração anterior, comenta-se que as simulações numéricas (não linear do material) também são capazes de fornecer respostas aprimoradas, como mostra BARROS *et al.* (2005). Apesar de apresentarem resultados suficientemente precisos, é inegável que ambas as soluções incorporam dificuldade ao estudo e falta de praticidade à sua aplicação. Neste sentido, a presente pesquisa visa estimar as resistências residuais f_{Ri} de forma prática e relativamente precisa, considerando-se como respostas satisfatórias $\lambda_{med} \in [0,85-1,15]$ e $CV < 25 \%$. Onde $\lambda_{med} = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$ representa o resultado médio estabelecido a partir da análise da razão entre as respostas experimentais (coletadas no BD) e teóricas (estimadas pelas propostas) e CV denota o coeficiente de variação. Para alcançar esta praticidade de aplicação, apenas parâmetros de simples avaliação estão sendo ponderados na fase atual do estudo. As variáveis analisadas são mostradas no Anexo A.

Com base nas informações apresentadas no BD e nas considerações de MORAES NETO *et al.* (2014), verificou-se, após avaliar inúmeras possibilidades, que a relação $f_{R1}-IR$ se mostrou a mais eficiente para calcular f_{R1} , visto que $R^2 = 0,7659$, condição mais próxima da unidade, ver Figura 3.2a. Entretanto, admitir que a resistência residual f_{R1} seja estimada apenas em função de $IR = C_f l_f / d_f$ pode representar uma restrição à proposta, uma vez que a Figura 3.2d revela a notória influência da classe de resistência do concreto no valor de f_{R1} . Sendo assim, acredita-se que a relação $f_{R1}/f_{ct}-IR$, escrita a partir de uma função potencial, ver Eq. 3.4, seja oportuna para estimar a resistência f_{R1} , como se apresenta na Figura 3.3a. Adicionalmente, comenta-se que nas análises seguintes, a resistência à tração do concreto f_{ct} , ver Eq. 3.4, será estabelecida a partir de Eq. 3.2 ($f_{ct} = f_{ctm}$), uma vez que há carência dessa informação no BD.

$$f_{R1} = k_{1,R1} \cdot f_{ct} \cdot (IR)^{k_{2,R1}} \quad \text{Eq. 3.4}$$

Para as demais resistências residuais, constatou-se que a relação $f_{Ri}-f_{R1}$ ($i = 2, 3$ e 4) fornecem estimativas mais precisas ($\lambda_{med} \approx 1,0$) e menos dispersas (baixo valor de CV), comparativamente à relação $f_{Ri}/f_{ct}-IR$ ($i= 2, 3$ e 4). Sendo assim, propõem-se para o cálculo de f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} as expressões Eq. 3.5, Eq. 3.6 e Eq. 3.7, respectivamente. As análises das relações $f_{Ri}-f_{R1}$ são mostradas na Figura 3.3.

$$f_{R2} = k_{1,R2} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R2}} \quad \text{Eq. 3.5}$$

$$f_{R3} = k_{1,R3} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R3}} \quad \text{Eq. 3.6}$$

$$f_{R4} = k_{1,R4} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R4}} \quad \text{Eq. 3.7}$$

Nas expressões de f_{Ri} , as constantes $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4) serão definidas a partir da análise dos dados coletados no BD. Visto que as propostas de f_{Ri} serão discutidas em função da classe de resistência do concreto e do parâmetro IR , a Figura 3.4 ilustra o histograma dos dados coletados para o BD em função de f_c e IR . Nessa figura, fica clara a restrição de exemplares para $f_c > 70$ MPa, condição que pode limitar a abrangência de aplicação das propostas. Além disso, também é importante comentar que está sendo adotado para a classe $f_c \leq 30$ MPa que $f_c \in [20-30]$ MPa, ou seja, adotou-se $f_c = 20$ MPa como o valor mínimo de resistência para aplicação estrutural.

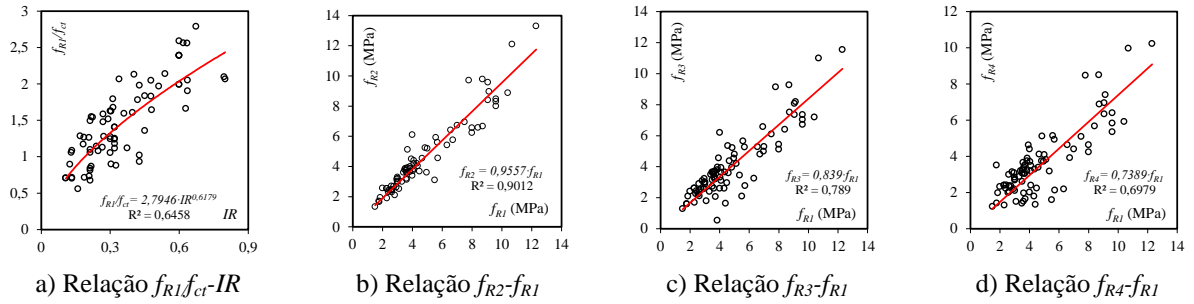


Figura 3.3. Propostas para estimar as resistências residuais f_{Ri} .

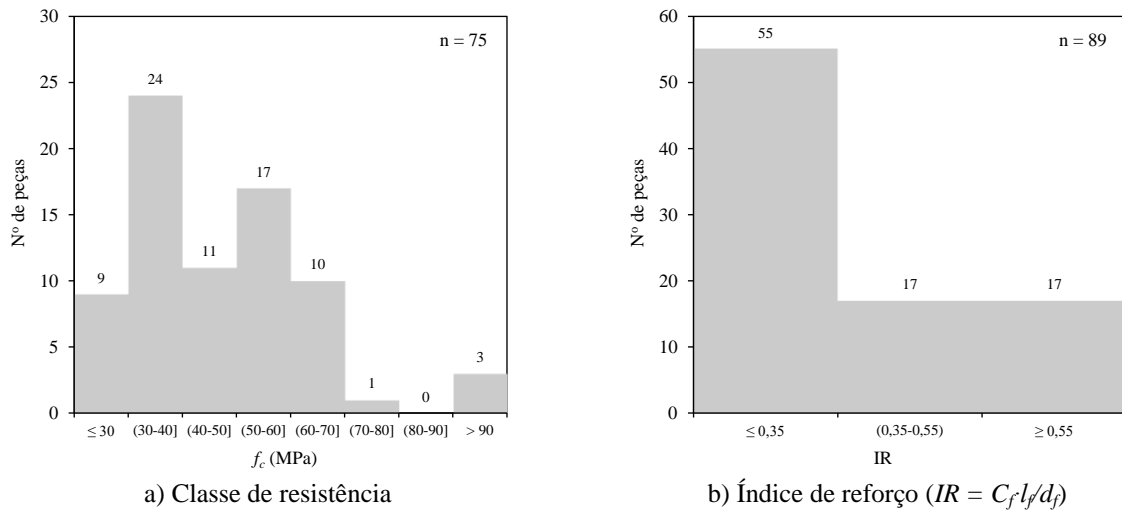


Figura 3.4. Histograma dos dados coletados para o BD.

Comparando as relações $f_{R1}-IR$ e $f_{R1}/f_{cI}-IR$, ver Figuras 3.2a e 3.3a, fica claro que o valor de R^2 da primeira relação ($R^2 = 0,7659$) é mais favorável (próximo da unidade) que o da segunda ($R^2 = 0,6458$). Sendo assim, com a intenção de aprimorar a proposta de f_{R1} , a partir da relação $f_{R1}/f_{cI}-IR$, ver Eq. 3.4, as constantes $k_{1,R1}$ e $k_{2,R2}$ serão definidas em função da classe de resistência do concreto. Para esta análise, apresenta-se a Figura 3.5, onde a relação $f_{R1}/f_{cI}-IR$ é avaliada para diferentes classes de resistência f_c . As equações apresentadas com os gráficos representam as propostas $f_{R1}/f_{cI}-IR$ para as diferentes classes de resistência do concreto. Além disso, esta figura também ilustra que a análise ficou limitada à classe de resistência $f_c = 70$ MPa, dada a restrição de exemplares para $f_c > 70$ MPa, ver Figura 3.5.

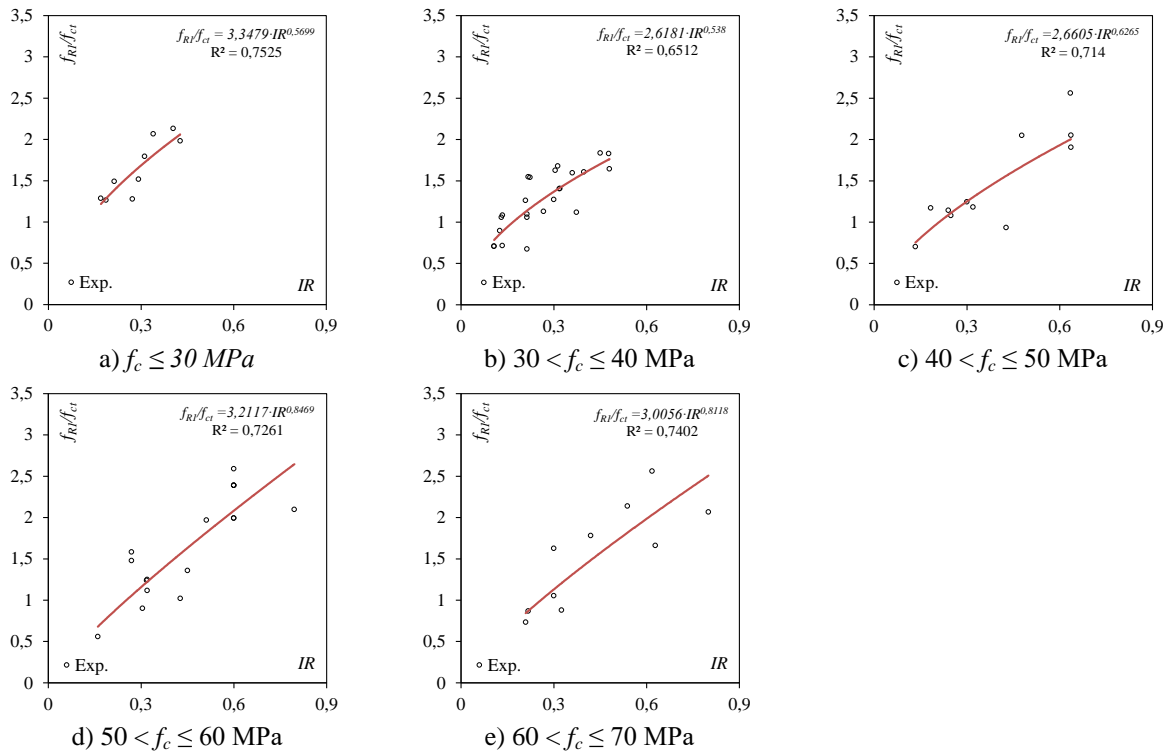


Figura 3.5. Avaliação da relação f_{R1}/f_{ct} - IR em função de f_c .

Análoga à análise da relação f_{R1}/f_{ct} - IR , apresenta-se nas Figuras 3.6, 3.7 e 3.8 a avaliação das constantes $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ para as relações f_{Ri}/f_{R1} ($i = 2, 3$ e 4), ver Eqs. 3.5, 3.6 e 3.7, respectivamente. Nessas análises, as referidas constantes também são examinadas em função da classe de resistência do concreto f_c . Semelhantemente à proposta f_{R1}/f_{ct} - IR , Eq. 3.4, as propostas para f_{Ri}/f_{R1} , também são restritas às classes de resistência $f_c \leq 70 \text{ MPa}$.

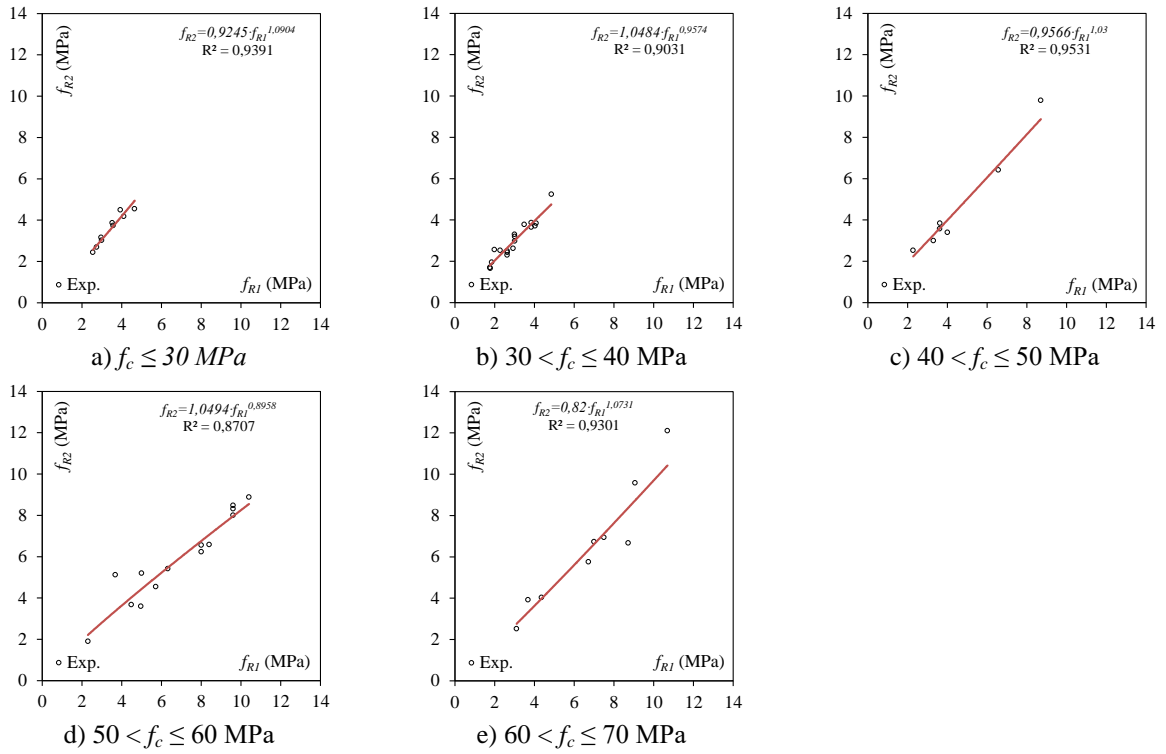


Figura 3.6. Avaliação da relação f_{R2} - f_{R1} em função de f_c .

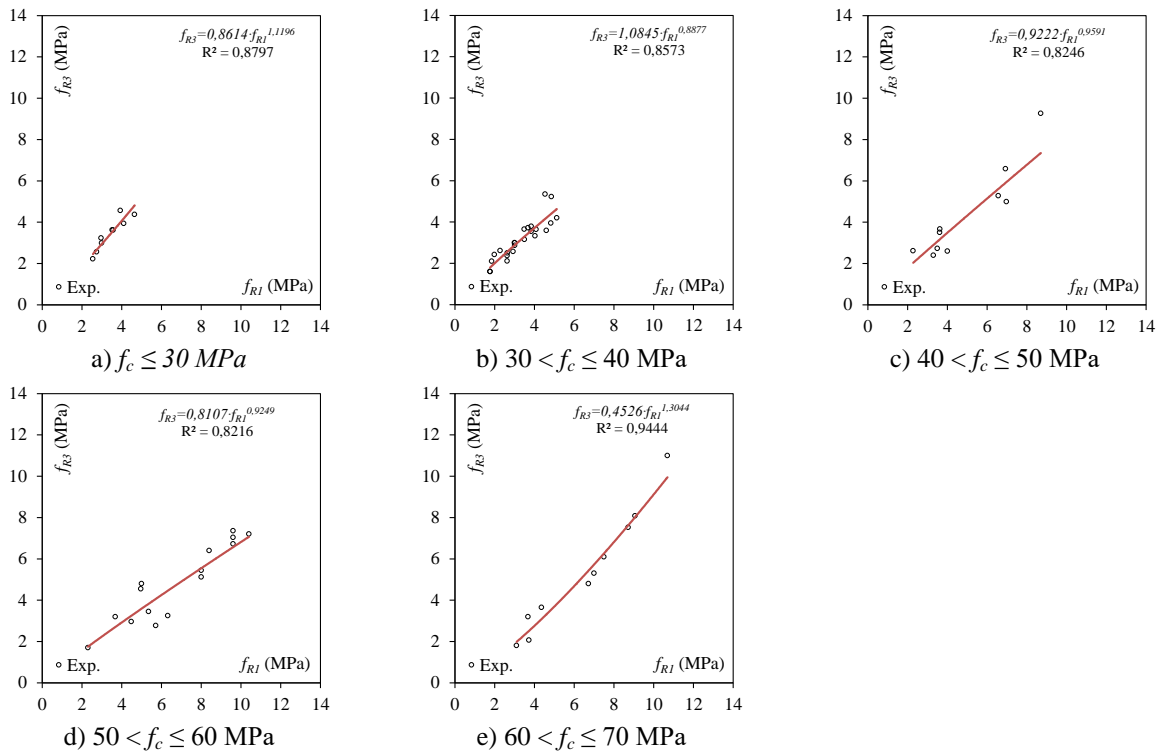


Figura 3.7. Avaliação da relação f_{R3} - f_{R1} em função de f_c .

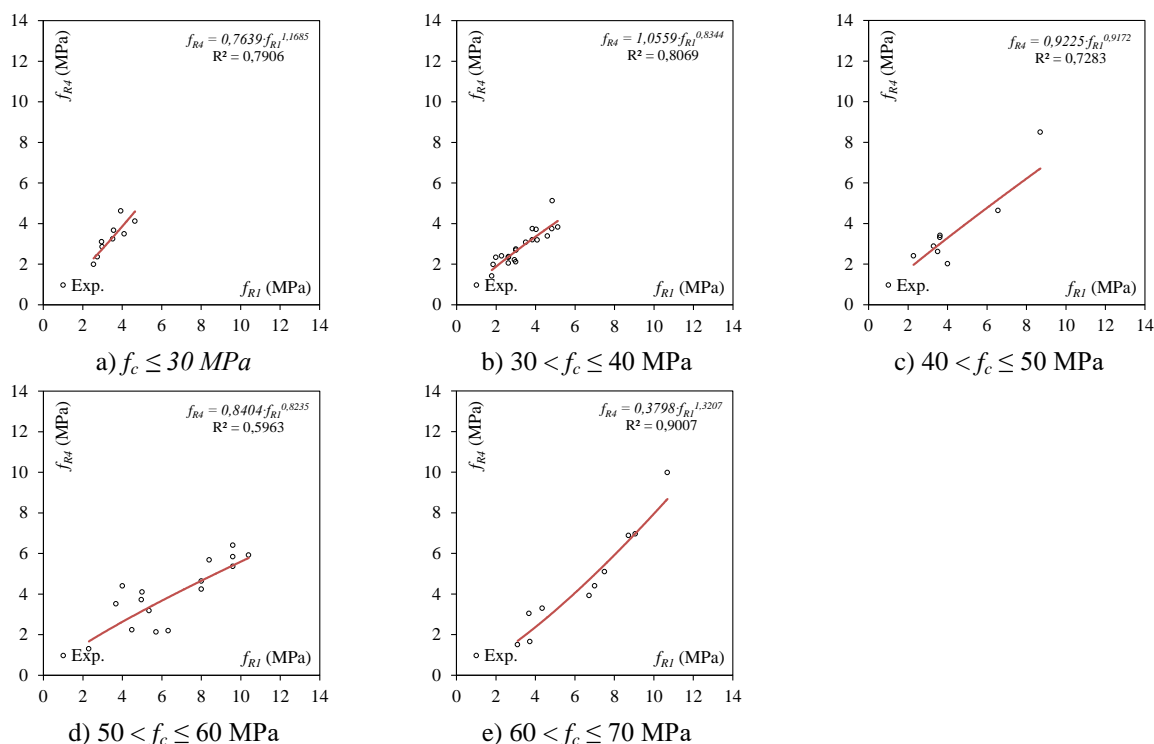
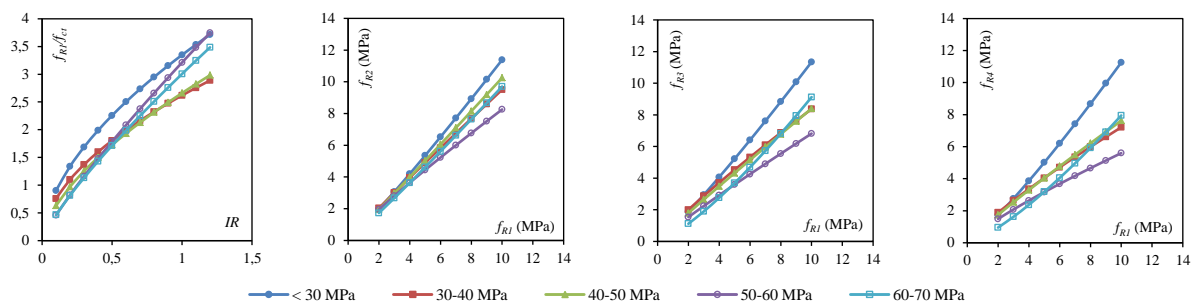


Figura 3.8. Avaliação da relação f_{Rt}/f_{Ri} em função de f_c .

O resumo das propostas f_{Ri}/f_{ci} -IR e f_{Ri}/f_{Ri} ($i = 2, 3$ e 4) em função da classe de resistência do concreto f_c é apresentado na Figura 3.9. Nessa figura, as curvas exibidas representam as expressões apresentadas nas Figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8, respectivamente. O resumo das constantes $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ em função das classes de resistência é retratado na Tabela 3.2. Nessa tabela, os valores das constantes também foram extraídos das Figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8. Com base nas informações mostradas na Tabela 3.2, verificou-se que a relação $k_{1,Ri}/f_c$ e $k_{2,Ri}/f_c$ ($i = 1, 2, 3$ e 4) poderia ser reproduzida apropriadamente a partir das expressões Eq. de 3.8 a 3.15. A representação gráfica destas equações é mostrada na Figura 3.10. Na legenda dessa figura, a indicação *Exp.* denota os dados experimentais e a designação *Teo.* a estimativa desses dados a partir das expressões Eq. de 3.8 a 3.15. Por fim, comenta-se que as propostas para $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4), ver expressões Eq. de 3.8 a 3.15, são truncadas para $f_c \in (25,65)$ MPa. Essa precaução visa evitar estimativas muito conservadoras, ou pior, muito contra a segurança, sempre que a classe de resistência do CRFA não atender as limitações das propostas para f_{Ri} .



a) Relação $f_{R1}/f_{cr}-IR$

b) Relação $f_{R2}-f_{R1}$

c) Relação $f_{R3}-f_{R1}$

d) Relação $f_{R4}-f_{R1}$

Figura 3.9. Resumo das propostas em função de f_c .

Tabela 3.2. Análise das constantes $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ em função de f_c .

Classe (MPa)	$f_{c,med}$ ^a (MPa)	$f_{R1}/f_{cr}-IR$		$f_{R2}-f_{R1}$		$f_{R3}-f_{R1}$		$f_{R4}-f_{R1}$	
		$k_{1,R1}$	$k_{2,R1}$	$k_{1,R2}$	$k_{2,R2}$	$k_{1,R3}$	$k_{2,R3}$	$k_{1,R4}$	$k_{2,R4}$
$f_c \leq 30$	25 ^b	3,3400	0,5699	0,9245	1,0904	0,8614	1,1196	0,7639	1,1685
$30 < f_c \leq 40$	35	2,6181	0,5386	1,0484	0,9574	1,0845	0,8877	1,0559	0,8344
$40 < f_c \leq 50$	45	2,6605	0,6265	0,9566	1,0300	0,9229	0,9591	0,9225	0,9172
$50 < f_c \leq 60$	55	3,2117	0,8469	1,0494	0,8958	0,8107	0,9249	0,8404	0,8235
$60 < f_c \leq 70$	65	3,0056	0,8118	0,8200	1,0731	0,4526	1,3044	0,3798	1,3207

^a $f_{c,med}$ representa a resistência média de uma classe de resistência;

^b Adotou-se que a classe $f_c \leq 30$ MPa \in [20-30] MPa.

$$k_{1,R1} = \begin{cases} 3,2 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{1,1}{10^3} \cdot f_c^2 - \frac{1}{10} \cdot f_c + 5 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 3,2 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.8}$$

$$k_{2,R1} = \begin{cases} 0,5 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{8}{10^3} \cdot f_c + 0,32 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,85 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.9}$$

$$k_{1,R2} = \begin{cases} 0,9 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{3,8}{10^4} \cdot f_c^2 + \frac{3,2}{10^2} \cdot f_c + 0,35 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,8 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$k_{2,R2} = \begin{cases} 1,1 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{3}{10^4} \cdot f_c^2 - \frac{2,8}{10^2} \cdot f_c + 1,6 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,1 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$k_{1,R3} = \begin{cases} 0,88 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{8}{10^4} \cdot f_c^2 + \frac{6,05}{10^2} \cdot f_c - \frac{1,4}{10} & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,4 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.12}$$

$$k_{2,R3} = \begin{cases} 1,12 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{8}{10^4} \cdot f_c^2 - \frac{6,78}{10^2} \cdot f_c + 2,31 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,3 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.13}$$

$$k_{1,R4} = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{1,06}{10^3} \cdot f_c^2 + \frac{8,4}{10^2} \cdot f_c - \frac{6,6}{10} & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,3 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.14}$$

$$k_{2,R4} = \begin{cases} 1,12 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{1,1}{10^3} \cdot f_c^2 - \frac{9,26}{10^2} \cdot f_c + 2,75 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,38 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.15}$$

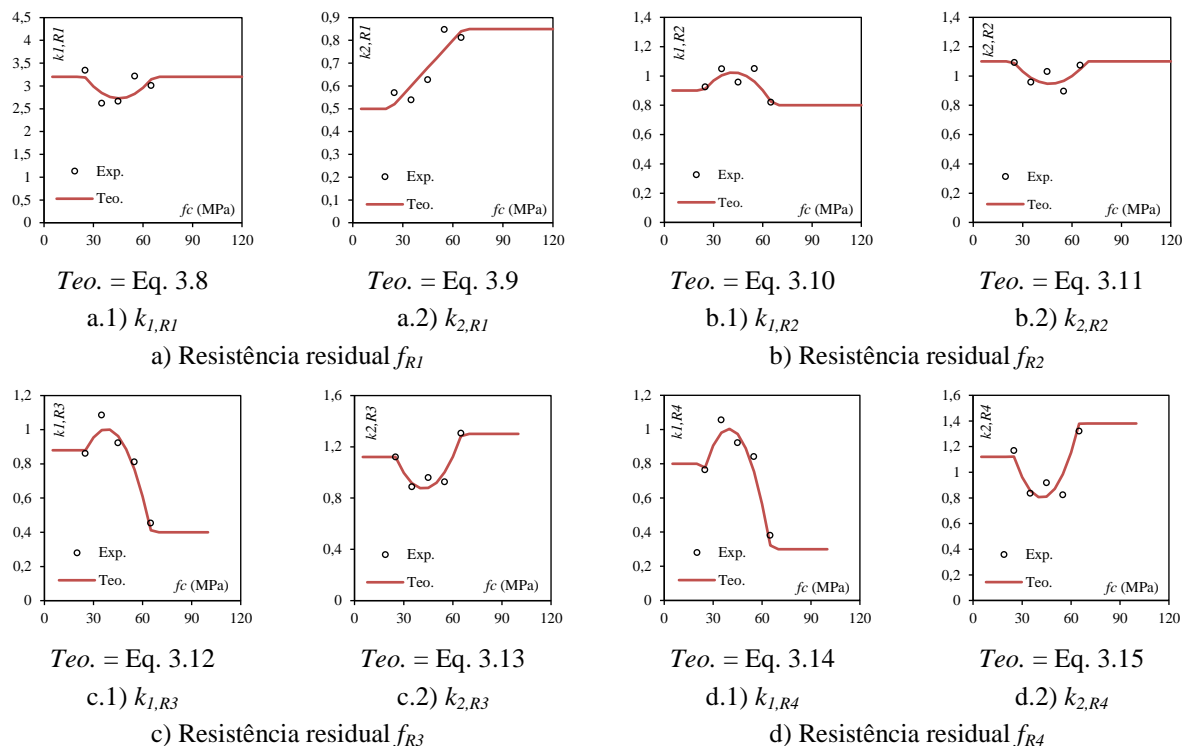


Figura 3.10. Representação gráfica dos parâmetros $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$.

3.3 PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA f_{Ri}

Fundamentado na discussão anterior, apresentam-se as propostas para estimar as resistências residuais médias f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) em função da classe de resistência do concreto, ver expressões Eq. de 3.16 a 3.19.

$$f_{R1} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot k_{1,R1} \cdot f_{ct} \cdot (IR)^{k_{2,R1}} \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$f_{R2} = k_{1,R2} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R2}} \quad \text{Eq. 3.17}$$

$$f_{R3} = k_{1,R3} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R3}} \quad \text{Eq. 3.18}$$

$$f_{R4} = k_{1,R4} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R4}} \quad \text{Eq. 3.19}$$

sendo β_1 o parâmetro que considera a influência do tipo de fibra. Para o momento, $\beta_1 = 1,0$, pois apenas fibras *hooked-end* estão sendo analisadas. O parâmetro β_2 considera a influência de propriedades intrínsecas ao CRFA. Para a fase atual da pesquisa $\beta_2 = 1,0$, mas ressalta-se que esse valor já está em fase de análise. Os parâmetros $k_{1,Ri}$ e $k_{2,Ri}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4) consideram a influência da classe de resistência do concreto f_c nos valores das resistências residuais f_{Ri} , como se apresenta a seguir.

Resistência residual f_{R1} :

$$k_{1,R1} = \begin{cases} 3,2 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{1,1}{10^3} \cdot f_c^2 - \frac{1}{10} \cdot f_c + 5 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 3,2 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.20}$$

$$k_{2,R1} = \begin{cases} 0,5 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{8}{10^3} \cdot f_c + 0,32 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,85 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.21}$$

Resistência residual f_{R2} :

$$k_{1,R2} = \begin{cases} 0,9 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{3,8}{10^4} \cdot f_c^2 + \frac{3,2}{10^2} \cdot f_c + 0,35 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,8 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.22}$$

$$k_{2,R2} = \begin{cases} 1,1 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{3}{10^4} \cdot f_c^2 - \frac{2,8}{10^2} \cdot f_c + 1,6 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,1 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.23}$$

Resistência residual f_{R3} :

$$k_{1,R3} = \begin{cases} 0,88 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{8}{10^4} \cdot f_c^2 + \frac{6,05}{10^2} \cdot f_c - \frac{1,4}{10} & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,4 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.24}$$

$$k_{2,R3} = \begin{cases} 1,12 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{8}{10^4} \cdot f_c^2 - \frac{6,78}{10^2} \cdot f_c + 2,31 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,3 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.25}$$

Resistência residual f_{R4} :

$$k_{1,R4} = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ -\frac{1,06}{10^3} \cdot f_c^2 + \frac{8,4}{10^2} \cdot f_c - \frac{6,6}{10} & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 0,3 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.26}$$

$$k_{2,R4} = \begin{cases} 1,12 & \text{para } f_c < 25 \text{ MPa} \\ \frac{1,1}{10^3} \cdot f_c^2 - \frac{9,26}{10^2} \cdot f_c + 2,75 & \text{para } 25 \text{ MPa} \leq f_c \leq 65 \text{ MPa} \\ 1,38 & \text{para } f_c > 65 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.27}$$

No que diz respeito às considerações de projeto, recomendam-se as expressões Eq. de 3.28 a 3.31 para estimar as resistências residuais de cálculo $f_{Ri,d}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4). Nessas equações, $\gamma_f = 1,5$ diz respeito ao coeficiente de ponderação para o concreto reforçado com fibras de aço, segundo a recomendação de *ModelCode10* (2011).

$$f_{R1,d} = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot k_{1,R1} \cdot f_{ct}(IR)^{k_{2,R1}}}{\gamma_f} \quad \text{Eq. 3.28}$$

$$f_{R2,d} = \frac{k_{1,R2}}{\gamma_f} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R2}} \quad \text{Eq. 3.29}$$

$$f_{R3,d} = \frac{k_{1,R3}}{\gamma_f} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R3}} \quad \text{Eq. 3.30}$$

$$f_{R4,d} = \frac{k_{1,R4}}{\gamma_f} \cdot (f_{R1})^{k_{2,R4}} \quad \text{Eq. 3.31}$$

4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

O presente programa experimental reproduz o comportamento à flexão de vigas em CRFA em situações reais de utilização. Dessa forma, almeja-se compreender a eficácia das fibras como reforço à flexão e, inclusive, avaliar a possibilidade de utilizar apenas fibras no reforço das vigas, suprimindo, desse modo, o reforço das barras de aço. Sendo assim, essa seção é dedicada à apresentação da abordagem experimental, discutindo-se as propriedades das vigas ensaiadas, a caracterização dos materiais, o plano de instrumentação e, por fim, o detalhamento do sistema de ensaio.

4.1 CARACTERÍSTICA DAS VIGAS

O programa experimental é formado por 4 vigas com dimensão $150 \times 300 \times 2700 \text{ mm}^3$, sendo 1 de referência, sem fibras, e 3 em CRFA. Para o momento, o parâmetro estudado será o consumo de fibras (C_f) e a classe de resistência do concreto (f_c). No que diz respeito à exploração de C_f , dois consumos foram analisados, 60 kg/m^3 ($\approx 0,8 \%$ em volume) e 80 kg/m^3 ($\approx 1,0 \%$ em volume). Para a classe de resistência do concreto, foram dosados concreto C35 ($f_c = 35 \text{ MPa}$) e C50 ($f_c = 50 \text{ MPa}$) aos 28 dias de idade. Para evidenciar o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras, julgou-se apropriado que a taxa da armadura de flexão seguisse o valor mínimo sugerido pelo *ModelCode10* (2011), $\rho \approx \rho_{min}$, ver Eq. 4.1. Nesse contexto, tem-se $\rho_{min} = 0,14 \%$ para o concreto C35 e $\rho_{min} = 0,19 \%$ para o concreto C50. Para as vigas ensaiadas, adotou-se o valor médio $\rho_{min} \approx 0,16 \%$. A fibra de aço utilizada no estudo foi do tipo *hooked-end* (*Dramix 3D 65/60*) com comprimento $l_f = 60 \text{ mm}$ e diâmetro $d_f = 0,9 \text{ mm}$, correspondendo a um fator de forma $l_f/d_f \approx 65$. Informações extras sobre as fibras são apresentadas no Anexo D. O resumo das principais propriedades é apresentado na Tabela 4.1.

$$\rho_{min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad \text{Eq. 4.1}$$

Na expressão de ρ_{min} , f_{ctm} representa a resistência à tração média do concreto, estimada nessa pesquisa segundo o *ModelCode10* (2011), ver Eq. 3.2, e f_{yk} a tensão de escoamento

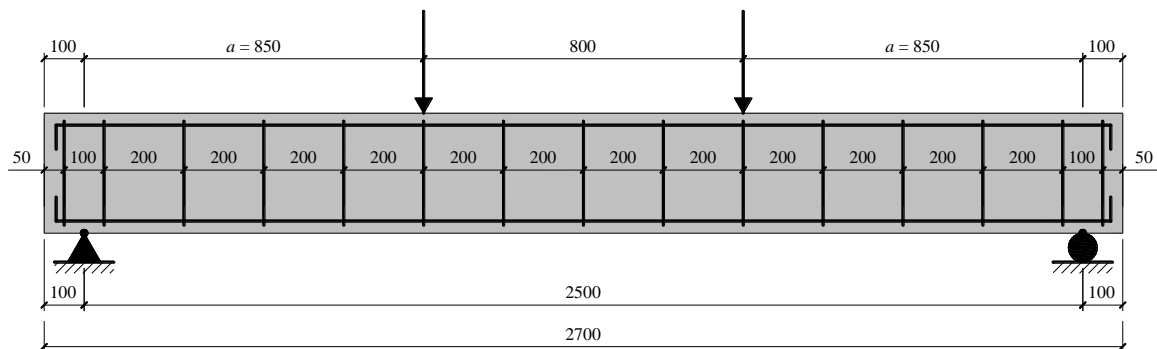
característica da armadura de flexão. Adverte-se que para a estimativa de $\rho_{min} \approx 0,16 \%$ foi adotado $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 4.1. Propriedades das vigas.

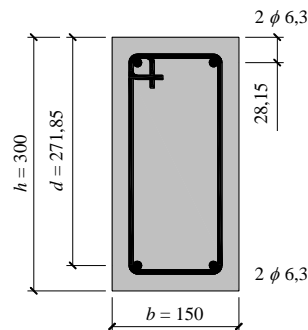
Vigas	$b-h$ (mm ²) ^a	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	ρ (%)
FC35CF0				0,0	
FC35CF0,8	150-300	271,85	35	0,8	0,15
FC35CF1,0				1,0	
FC50CF0,8				0,8	

^a $b-h$ = largura-altura da viga.

As armaduras de flexão e cisalhamento das vigas são apresentadas na Figura 4.1. Para a armadura de flexão tracionada foram adotadas 2 barras de aço de 6,3 mm de diâmetro, o que conduz à taxa $\rho = 0,15 \%$, $\rho \approx \rho_{min} = 0,16 \%$. A armadura longitudinal comprimida também foi formada por 2 ϕ 6,3 mm. Para a armadura transversal, foram adotados estribos fechados formados por barras de aço com 5,0 mm de diâmetros e espaçados de 200 mm ao longo do vão da viga. Além disso, informa-se que o cobrimento das armaduras foi de 20 mm. Nessas condições, garante-se a ruína das vigas por flexão, conforme será discutido a seguir.



a) Vista longitudinal



b) Seção transversal

NOTA: Cotas em mm.

Figura 4.1. Detalhe das armaduras.

4.2 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema adotado pretendeu reproduzir as condições reais de ruína de uma viga flexionada. Dessa forma, julgou-se apropriado o ensaio de *Stuttgard*, pois com esse sistema, oportuniza-se a avaliação dos mecanismos da flexão em seu estado mais simples, flexão pura. Nesse aspecto, as condições de apoio das vigas foram garantidas por roletes de aço, como mostra a Figura 4.2a. A aplicação das cargas se deu a partir de um cilíndrico hidráulico da marca ENERPAC, com capacidade de 10^3 kN e precisão de 1 kN, Figura 4.2b. O monitoramento das cargas foi realizado por uma célula de carga da marca ENARPAC, modelo RCH, com precisão de 0,5 kN e capacidade de 10^3 kN, Figura 4.2b. Por fim, a idealização do sistema de ensaio é apresentada na Figura 4.2c.

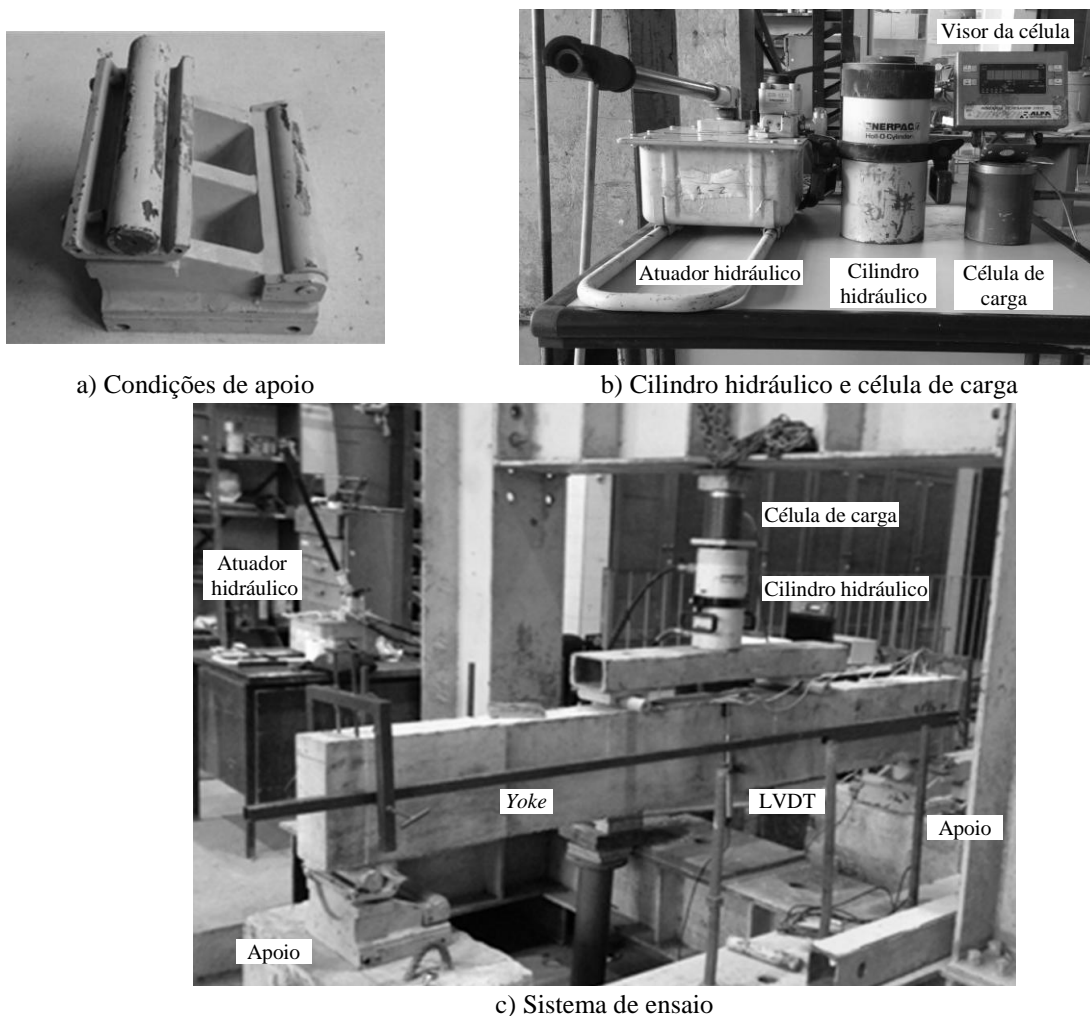


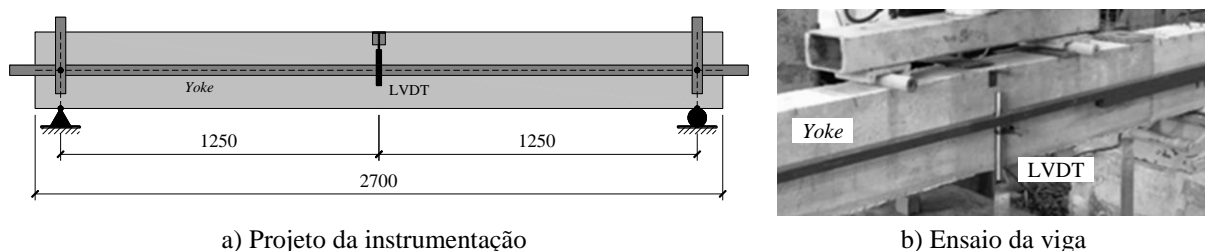
Figura 4.2. Concepção do ensaio.

4.3 INSTRUMENTAÇÃO

A instrumentação proposta objetivou a coleta de dados que se julgou necessária para permitir análises das vigas quanto à eficiência das fibras como mecanismo de reforço e à viabilidade de utilizar apenas fibras no reforço à flexão. Sendo assim, tem-se a seguir a explanação do plano de instrumentação empregado no monitoramento do deslocamento vertical, da deformação, da curvatura, dentre outros aspectos relacionados à instrumentação.

4.3.1 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Conhecer o deslocamento vertical das vigas é fundamental, pois juntamente com o valor da carga, estabelece-se a relação *carga-deslocamento*. Essa relação, além de ser uma informação que revela o comportamento das vigas, também é valiosa no que diz respeito à realização de uma análise numérica. Destarte, monitorou-se a seção central da viga, conforme mostra a Figura 4.3. Para a instrumentação, empregou-se um LVDT, modelo LDS-100, da marca *LD Sensors Ltd.* Para auxiliar nessa medição, também foi utilizado um dispositivo de fixação chamado *Yoke*, ver Figura 4.2c, que tem como principal vantagem permitir a leitura do deslocamento em função do eixo da viga.



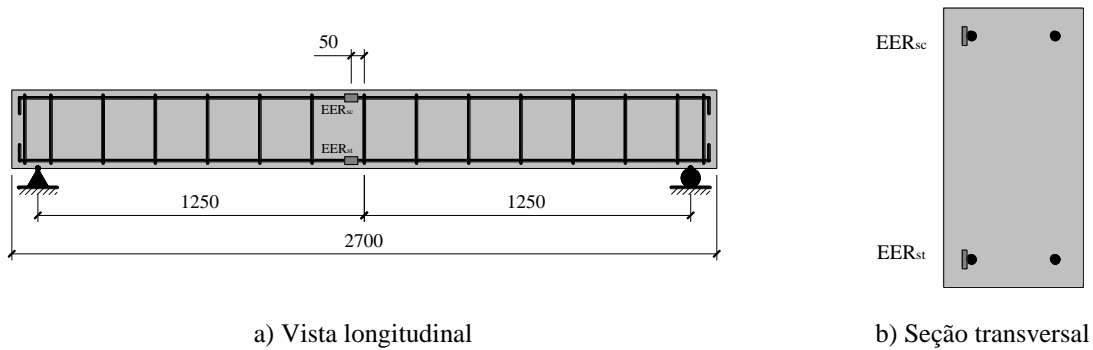
NOTA: Cotas em mm.

Figura 4.3. Monitoramento do deslocamento vertical da seção central da viga.

4.3.2 DEFORMAÇÕES

Visto que as vigas foram projetadas para romper por flexão, foram monitoradas apenas as armaduras longitudinais, ver Figura 4.4a. Essa estratégia descartou a necessidade de medir as deformações na superfície do concreto. A instrumentação apresentada nessa figura, além de permitir avaliar o nível de deformação nas armaduras, também permitiu definir a curvatura Φ

da seção monitorada, possibilitando, ao fim, a avaliação da relação *momento-curvatura* ($M-\Phi$). Os instrumentos utilizados nessa medição foram *Extensômetros Elétricos de Resistência* (EER) da marca *EXCEL Sensores*, modelo PA-06-125AA-120L. Ressalta-se que foi instrumentada apenas uma seção da viga, localizada 50 mm do vão central. Complementando a aclaração, informa-se que cada barra instrumentada recebeu apenas um EER, fixado na face lateral dessas barras, ver Figura 4.4b.



NOTA: Cotas em mm.

Figura 4.4. Monitoramento da deformação das barras de aço.

4.4 MATERIAIS

4.4.1 CONCRETO

Dosagem

Os materiais constituintes utilizados na preparação dos concretos desse estudo, assim como o seu consumo, são mostrados na Tabela 4.2. Ressalta-se que foram seguidas as recomendações do método de dosagem IPT. Além disso, informa-se que todos os concretos apresentaram trabalhabilidade aceitável, segundo as recomendações da NBR NM 67 (1998). Os ensaios registraram, de um modo geral, assentamentos de $\approx 100 \pm 20$ mm.

Tabela 4.2. Materiais constituintes e consumo.

Concreto	Consumo (kg/m ³)					
	Cimento ^a	Areia ^b	Brita ^c	Água	Fibras ^d	Aditivo ^e
<i>FC35CF0</i>	338,9	901,5	793,0	231,0	0,0	0,6
<i>FC35CF0,8</i>	338,9	901,5	793,0	231,0	60	1,0
<i>FC35CF1,0</i>	338,9	901,5	793,0	231,0	80	1,6
<i>FC50CF0,8</i>	376,7	901,5	793,0	231,0	60	1,3

^a CII Z32;

^b Areia média: Módulo de finura = 2,7 e massa específica = 2,45 kg/dm³ (NBR MN 52, 2009);

^c Brita 0: Diâmetro máximo = 9,5 mm (NBR MN 248, 2003);

^d *Dramix 3D 65/60*;

^e *Sika ViscoCrete*[®] 3535 CB.

Resistência à compressão

O comportamento do concreto comprimido foi avaliado a partir do ensaio de compressão axial, o qual seguiu as recomendações da ISO 1920-3 (2004). Para os ensaios, três corpos de prova (CP) cilíndricos, 200 mm de altura e 100 mm de diâmetro, foram moldados nas mesmas condições de preparo/cura das vigas de referência e em CRFA. Apesar dos esforços para garantir a qualidade/fiabilidade dos resultados, ressalta-se que durante a realização desses ensaios houve dificuldades técnicas no registro das deformações. Dessa forma, a presente adversidade impossibilitou a obtenção da relação *tensão-deformação*, fundamental para o entendimento pleno do comportamento à compressão dos concretos. Sendo assim, apenas a resistência média à compressão, f_c , e a sua correspondente deformação, ε_{fc} , são discutidas a seguir. Os resultados são exibidos nas Tabelas 4.3 e 4.4. Na Tabela 4.3 são apresentadas as resistências à compressão dos três corpos de prova ($f_{c,CP}$), as quais são avaliadas a partir de indicadores estatísticos, MED = média aritmética, DP = desvio padrão e CV = coeficiente de variação, e contrastadas com o valor teórico idealizado para o estudo, $f_{c,teo}$. Frisa-se que nessa tabela MED representa a resistência média à compressão registrada experimental, $MED = f_{c,exp}$. Na Tabela 4.4 análise similar é apresentada para a deformação ε_{fc} , que representa a componente de deformação correspondente à tensão f_c . Nessa tabela $MED = \varepsilon_{fc,exp}$.

Tabela 4.3. Análise das resistências f_c (ensaio de compressão dos cilindros).

Concreto	$f_{c,CP}$ (MPa)	$MED \pm DP$ (MPa)	CV (%)	$f_{c,teo}$ (MPa)	$f_{c,CRFA}/f_{c,ref}$	$f_{c,exp}/f_{c,teo}$
<i>FC35CF0</i>	CP1	25,15				
	CP2	28,64	$26,94 \pm 1,75$	6,48	35	-
	CP3	27,03				0,77
<i>FC35CF0,8</i>	CP1	35,02				
	CP2	35,70	$37,01 \pm 2,88$	7,78	35	1,37
	CP3	40,31				1,06
<i>FC35CF1,0</i>	CP1	37,42				
	CP2	35,95	$35,97 \pm 1,44$	4,02	35	1,34
	CP3	34,53				1,03
<i>FC50CF0,8</i>	CP1	46,11				
	CP2	50,99	$50,45 \pm 4,10$	8,13	50	1,87
	CP3	54,26				1,01

Explorando a Tabela 4.3, constata-se imediatamente que o concreto de referência, *FC35CF0*, ficou aquém das expectativas teóricas, uma vez apontado $f_{c,exp}/f_{c,teo} = 0,77$. Esse cenário exige averiguações adicionais para confirmar a deficiência de resistência do concreto de referência ou o descuido no preparo do CP para a corrente caracterização. Especulações extras são discutidas nas seções seguintes. No que diz respeito aos concretos com fibras, a referida relação mostra o bom atendimento às exigências iniciais, $f_{c,exp}/f_{c,teo} \approx 1,0$. Além disso, salienta-se também o registro favorável do coeficiente de variação, $CV < 10\%$, credibilizando a caracterização desses materiais em termos de f_c . Para avaliar o impacto das fibras no valor da resistência à compressão do concreto, apresenta-se a razão $f_{c,CRFA}/f_{c,ref}$. Entretanto, dada a incerteza no valor de $f_{c,ref}$, torna-se impraticável essa discussão. Diferente da análise de f_c , o coeficiente de variação obtido na avaliação de ε_{fc} , $CV \in (15-45)\%$, ver Tabela 4.4 desvela a dificuldade no registro dessa deformação. Apesar do impasse, conjectura-se a influência das fibras de aço no valor de ε_{fc} , dado os registros expressivos em $\varepsilon_{fc,CRFA}/\varepsilon_{fc,ref}$ e $\varepsilon_{fc,exp}/\varepsilon_{fc,teo}$. Comunica-se que essa questão também será tratada a seguir, quando for discutida a proposta alternativa para caracterizar o comportamento à compressão dos concretos.

Tabela 4.4. Análise das deformações ϵ_{fc} (ensaio de compressão dos cilindros).

Concreto	$\epsilon_{fc,CP}$ (%)	$MED \pm DP$ (%)	CV (%)	$\epsilon_{fc,teo}$ (%) ^a	$\epsilon_{fc,CRFA}/\epsilon_{fc,ref}$	$\epsilon_{fc,exp}/\epsilon_{fc,teo}$
FC35CF0	CP1	1,57				
	CP2	3,12	2,91±1,26	43,11	2,0	-
	CP3	4,05				
FC35CF0,8	CP1	4,80				
	CP2	5,05	4,53±0,70	15,38	2,0	1,56
	CP3	3,74				
FC35CF1,0	CP1	2,22				
	CP2	3,07	3,02±0,78	25,80	2,0	1,04
	CP3	3,78				
FC50CF0,8	CP1	6,13				
	CP2	4,34	4,48±1,57	35,07	2,0	1,54
	CP3	2,99				

^a $\epsilon_{fc,teo} = \epsilon_{c2} = 2,0$ ‰ para $f_c \leq 58$ MPa e $\epsilon_{fc,teo} = \epsilon_{c2} = 2,0 + 0,085 \cdot [(f_c - 58) - 50]^{0,53}$ para $f_c > 58$ MPa, conforme sugere o *ModelCode10* (2011), ver Figura 2.22a.

Resistência à tração na flexão

Para avaliar o comportamento dos concretos à tração, realizou-se o ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, conforme sugere o RILEM TC 162-TDF (2002), o RILEM TC 162-TDF (2003) e o *ModelCode10* (2011), ver Figura 2.19. Nessa caracterização três prismas com dimensão 150x150x550 mm³ foram moldados. Ressalta-se que esses prismas foram preparados e curados nas mesmas condições das suas respectivas vigas. Para a determinação do limite de proporcionalidade f_{LP} e das resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) dos concretos reforçados com fibras foi registrada a relação *tensão-deslocamento*, σ - δ , ver Figura 4.5. Comenta-se que essa figura apresenta os resultados médios registrados nos ensaios. O resumo das informações é apresentado na Tabela 4.5. Nessa tabela, os valores apresentados fora do parêntese, para as resistências residuais, são os registros experimentais dessa resistência, $f_{Ri,exp}$, e os valores dentro do parêntese representam a relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, onde $f_{Ri,teo}$ são as estimativas das resistências residuais segundo as propostas apresentadas nesse estudo, ver as expressões Eq. de 3.16 a 3.19. Informa-se que a estimativa de $f_{Ri,teo}$ foi fundamentada nas informações apresentadas nas Tabelas 4.1 e 4.3, no que diz respeito à f_c .

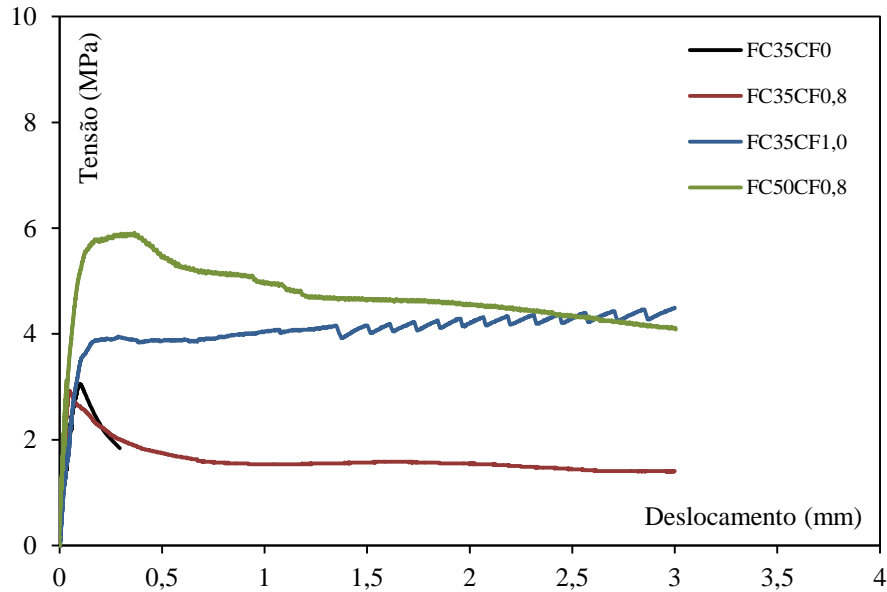


Figura 4.5. Relação *tensão-deslocamento* média (ensaio de flexão dos prismas entalhados).

Tabela 4.5. Resumo do ensaio de flexão dos prismas entalhados.

Concretos	f_{LP} (MPa)	f_{R1} (MPa) ^a	f_{R2} (MPa) ^a	f_{R3} (MPa) ^a	f_{R4} (MPa) ^a	$f_{LP,CRFA}/f_{LP,ref}$
<i>FC35CF0</i>	2,03	-	-	-	-	-
<i>FC35CF0,8</i>	2,88	1,79 (0,34)	1,55 (0,30)	1,52 (0,33)	1,39 (0,34)	1,42
<i>FC35CF1,0</i>	1,87	3,89 (0,64)	4,11 (0,69)	4,27 (0,83)	4,48 (0,99)	0,92
<i>FC50CF0,8</i>	3,40	5,65 (0,85)	4,68 (0,77)	4,49 (0,89)	4,10 (0,88)	1,67

^a Os valores apresentados fora do parêntese são os registros experimentais, $f_{Ri,exp}$, e os valores dentro do parêntese representam a relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, onde $f_{Ri,teo}$ são as estimativas dessa resistência segundo as expressões Eq. de 3.16 a 3.19.

A análise da curva *tensão-deslocamento* deixa claro o impacto benéfico das fibras no comportamento à tração do concreto, verificando-se maior resistência, ductilidade e tenacidade. Explorando a Figura 4.5, observa-se, de um modo geral, a influência profícua de C_f (consumo de fibras) e f_c (classe de resistência do concreto) no valor de f_{LP} (limite de proporcionalidade) e f_{Ri} (resistência residual, sendo $i = 1, 2, 3$ e 4). Constatou-se que a resposta pós-fissura do CRFA é aprimorada, notoriamente quanto à resistência e à tenacidade, para valores crescentes de C_f , f_c , ou ambos. Adicionalmente, comenta-se também o comportamento dos concretos quanto à classificação *softening* e *hardening*. Nesse contexto, tomando como pico da relação $\sigma-\delta$ o limite de proporcionalidade, f_{LP} , ver Tabela 4.5, tem-se uma alteração no comportamento dos materiais de *softening* (*FC35CF0,8*, com amolecimento a partir da fase pós-pico) para *hardening* (*FC35CF1,0* ou *FC50CF0,8*, com endurecimento a partir da fase pós-pico).

Apesar dos aspectos positivos, a relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$ registra uma informação desanimadora. Conforme comentado, as propostas para f_{Ri} foram fundamentadas em experimentos com

comportamento *softening*, logo, reproduzem esse tipo de comportamento. Sendo assim, expectava-se para o concreto *FC35CF0,8*, com comportamento *softening*, $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} \approx 1,0$, e para *FC35CF1,0* e *FC50CF0,8*, com comportamento *hardening*, $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} > 1,0$. Entretanto, foi registrado, de um modo generalizado, $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} < 1,0$. Essa descoberta revela um possível descuido no preparo dos concretos reforçados com fibras, ocasionando o desempenho mecânico medíocre desses materiais. Reforça-se essa averiguação, consultado trabalhos com propriedades mecânicas semelhantes ao da corrente pesquisa, BARROS (1995), GIACCIO *et al.* (2008), MINH LONG e MARIAN (2008) e LOURENÇO (2012), ver Tabela 4.6. A referida tabela mostra o desempenho superior desses materiais, comparativamente aos dessa pesquisa. Ademais, verifica-se que a análise da relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, para os materiais apresentado na Tabela 4.6, concorda com as expectativas teóricas, ou seja, comportamento *softening* com $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} \approx 1,0$ (BARROS, 1995) e comportamento *hardening* com $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} > 1,0$ (GIACCIO *et al.*, 2008, MINH LONG e MARIAN, 2008, e LOURENÇO, 2012). Especulações adicionais sobre o desempenho à tração dos concretos reforçados com fibras serão apresentadas a seguir, na avaliação da estimativa de resistência das vigas.

Tabela 4.6. Avaliação de f_{Ri} segundo outras pesquisas.

Autores	f_c (MPa)	C_f (%)	f_{R1} (MPa) ^a	f_{R2} (MPa) ^a	f_{R3} (MPa) ^a	f_{R4} (MPa) ^a
BARROS (1995)	36,5	0,8	4,60 (0,91)	-	3,59 (0,84)	3,39 (0,88)
GIACCIO <i>et al.</i> (2008)	37,4	1,0	8,10 (1,39)	-	8,80 (1,82)	6,90 (1,61)
MINH LONG e MARIAN (2008)	55,8	0,8	8,64 (1,33)	-	9,39 (1,88)	7,89 (1,65)
LOURENÇO (2012)	54,5	0,8	7,78 (1,15)	9,71 (1,58)	9,14 (1,75)	8,48 (1,72)

^a Os valores apresentados fora do parêntese são os registros experimentais, $f_{Ri,exp}$, e os valores dentro do parêntese representam a relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, onde $f_{Ri,teo}$ são as estimativas dessa resistência segundo as expressões Eq. de 3.16 a 3.19.

4.4.2 AÇO

As propriedades mecânicas dos aços das armaduras foram avaliadas a partir do ensaio de tração axial, como sugere a NBR ISO 6892-1 (2013). Para isso, 6 amostras da barra com 6,3 mm de diâmetro, que corresponde à armadura de flexão das vigas, e com 600 mm de comprimento foram caracterizadas. Na Figura 4.6 é mostrada a relação *tensão-deformação* média, σ - ϵ , desses aços. As principais propriedades mecânicas são resumidas na Tabela 4.7. Os resultados dessa tabela confirmam as expectativas teóricas para esse tipo de aço.

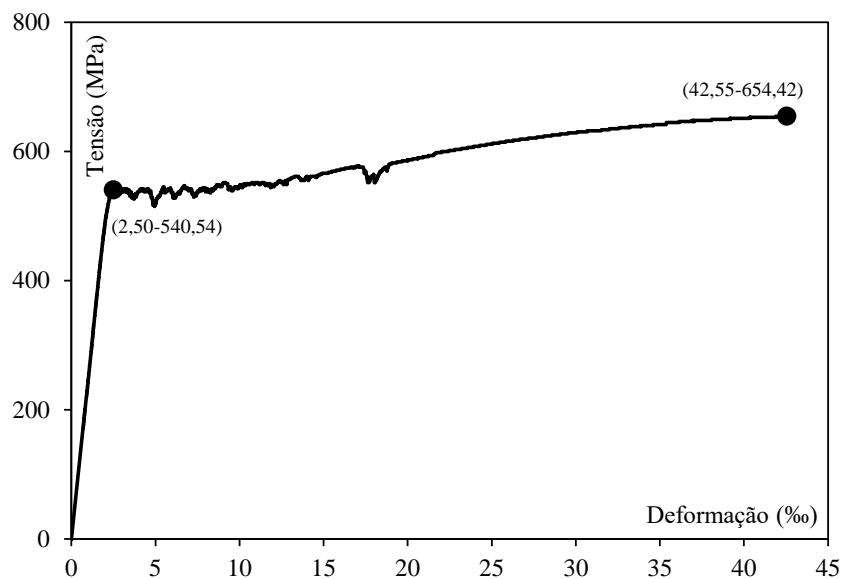


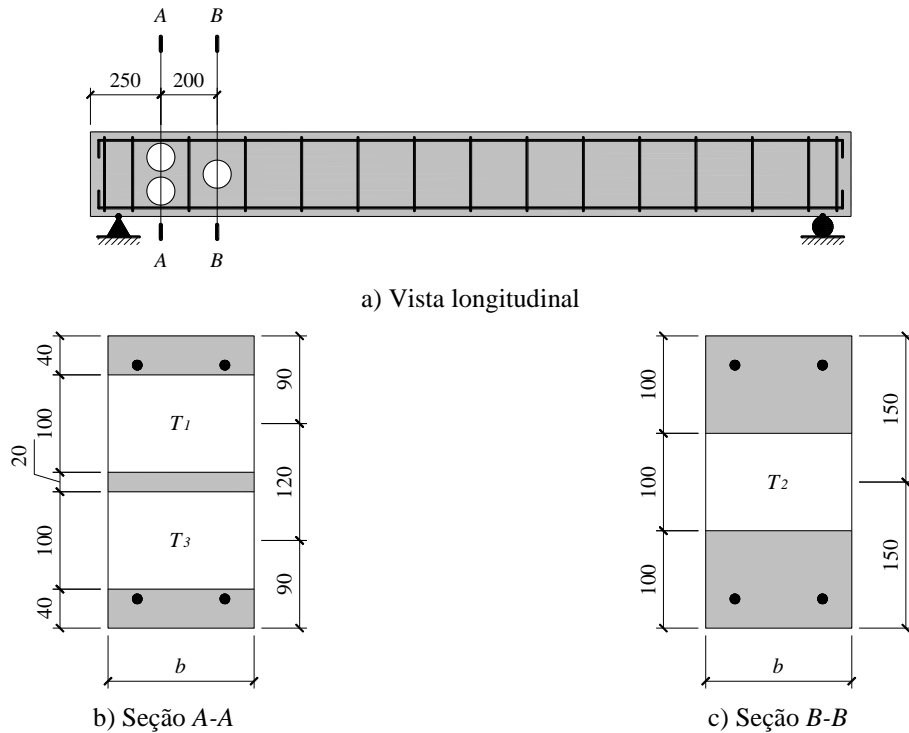
Figura 4.6. Relação *tensão-deformação* média do aço (ensaio de tração axial).

Tabela 4.7. Propriedades mecânicas do aço (ensaio de tração axial).

Diâmetro (mm)	f_{ys} (MPa)	ε_{ys} (%o)	E_s (GPa)	f_{us} (MPa)	ε_{us} (%o)
6,3	540,54	2,50	216,65	654,42	42,55

4.4.3 CONSUMO EFETIVO DE FIBRAS

Almejando dispor de parâmetros complementares que auxiliem na exploração do comportamento das vigas, apresenta-se a corrente seção a avaliação do consumo de fibras efetivamente ($C_{f,exp}$) utilizado no reforço das vigas em CRFA. Para essa análise, testemunhos cilíndricos (diâmetro = 100 mm e altura = b = largura da viga) foram extraídos das vigas de referência e reforçadas com fibras, como mostra a Figura 4.7. As larguras das vigas serão discutidas na seção seguinte. Ressalta-se que as cotas apresentadas nessa figura são orientativas, uma vez que a localização dos testemunhos (T_i , $i = 1, 2$ e 3) intentou a extração da massa de concreto sem a interferência das armaduras. Ademais, justifica-se a escolha das seções $A-A$ e $B-B$, ver Figura 4.7, para a extração dos testemunhos, pois as seções nas extremidades das vigas apresentavam nenhuma fissura, ou poucas visíveis, após o ensaio. Com essa metodologia, além de avaliar $C_{f,exp}$, também foi oportunizada a análise do consumo de fibras ao longo da seção transversal das vigas.



NOTA: Cotas em mm.

Figura 4.7. Identificação da extração dos testemunhos nas vigas.

O consumo efetivo de fibras, $C_{f,exp}$, foi determinado a partir da razão entre o peso de fibras contido nos testemunhos ($P_F = \text{kg}$) pelo volume desse testemunho ($V_T = \text{m}^3$). Com essa metodologia, obteve-se ao fim a relação *peso de fibra/volume de concreto*, kg/m^3 . Para a determinação do volume dos testemunhos, utilizou-se o princípio de Arquimedes, imergindo o testemunho em um recipiente graduado e preenchido por um líquido (água) de volume conhecido. Nessas condições, a alteração de volume registrado no recipiente corresponde ao volume do referido testemunho. No que diz respeito à determinação do peso de fibras na massa de concreto de um testemunho, realizou-se inicialmente o esmagamento completo desse testemunho em uma prensa. A fibra contida no resíduo desse testemunho foi coletada a partir um objeto magnetizado (ímã). Nessa fase do processo, atenção especial foi dedicada à inspeção (visual) de qualquer partícula de concreto que continuasse aderida às fibras e que pudesse interferir no registro da sua massa. Coletadas as fibras, essas, por fim, foram pesadas em uma balança de precisão (marca Marte, modelo MB50K e precisão 1,0 g). Essas informações são denotadas na Tabela 4.8. Nessa tabela os indicadores estatísticos *MED* (média aritmética), *DP* (desvio padrão) e *CV* (coeficiente de variação) são aplicados apenas na avaliação do consumo efetivo de fibras e, oportunamente ressalta-se que $MED = C_{f,exp}$.

Tabela 4.8. Avaliação do consumo efetivo de fibras nas vigas em CRFA.

Viga	Testem.	V_T ($10^{-3} \cdot m^3$)	P_F ($10^{-3} \cdot kg$)	$C_{f,exp}$ (%)	$MED \pm DP$ (%)	CV (%)	$C_{f,exp}/C_{f,teo}$
FC35FC0,8	T_1	1,18	63,0	0,67			
	T_2	1,23	83,0	0,84	0,79 \pm 0,11	13,5	0,99
	T_3	1,20	83,0	0,86			
FC35CF1,0	T_1	1,22	95,0	0,98			
	T_2	1,23	113,0	1,15	1,11 \pm 0,13	11,38	1,11
	T_3	1,26	123,0	1,22			
FC50CF0,8	T_1	1,18	62,0	0,66			
	T_2	1,19	74,0	0,78	0,72 \pm 0,06	8,51	0,90
	T_3	1,18	69,0	0,73			

No que diz respeito à análise do consumo efetivo de fibras, a razão $C_{f,exp}/C_{f,teo}$ mostra que as expectativas teóricas foram cumpridas satisfatoriamente, uma vez registrado $C_{f,exp}/C_{f,teo} \approx 1,0$. Para avaliar a dispersão das fibras ao longo da seção transversal de uma viga, comparam-se os valores de $C_{f,exp}$ dos testemunhos T_i ($i = 1, 2$ e 3) dessa viga. Nessa abordagem, constata-se, de modo generalizado, uma leve dispersão das fibras, com acréscimos de $C_{f,exp}$ de T_1 para T_3 , ou seja, da face superior para a inferior das vigas. De qualquer forma, essa dispersão não representa uma condição alarmante, uma vez que $CV \approx 10\%$. Enfatiza-se que a extração dos testemunhos T , além de possibilitar a avaliação de $C_{f,exp}$, também permitiu a reboração da resistência à compressão dos concretos. Sabe-se que as dimensões dos testemunhos não atendem as considerações da ISO 1920-3 (2004), não obstante, os resultados desses ensaios (valor médio) são sumarizados na Tabela 4.9. Nessa tabela $f_{c,T}$ diz respeito à resistência média à compressão obtida a partir dos testemunhos, $\varepsilon_{fc,T}$ representa a deformação correspondente à $f_{c,T}$ e $f_{c,C}$ a resistência obtida no ensaio de compressão com corpos de prova cilíndricos.

Tabela 4.9. Avaliação da resistência à compressão a partir dos testemunhos (ensaio de compressão axial).

Vigas	Resistencia $f_{c,T}$		Deformação $\varepsilon_{fc,T}$		$f_{c,CRFA}/f_{c,ref}$ ($\varepsilon_{fc,CRFA}/\varepsilon_{fc,ref}$)	$f_{c,T}/f_{c,C}$	$f_{c,T}/f_{c,teo}$
	$MED \pm DP$ (MPa)	CV (%)	$MED \pm DP$ (‰)	CV (%)			
FC35CF0	33,66 \pm (-) ^a	-	2,91 \pm (-)	-	-	1,25	0,96
FC35FC0,8	34,40 \pm 1,74	5,06	2,90 \pm 0,07	2,41	1,02 (1,00)	0,93	0,98
FC35CF1,0	39,87 \pm 3,52	8,82	2,69 \pm 0,22	8,08	1,18 (0,92)	1,11	1,14
FC50CF0,8	55,89 \pm 1,41	2,52	3,21 \pm 0,07	2,03	-	1,11	1,12

^a Devido à problemas de calibração da prensa, o registro de apenas um testemunho foi confiável.

Constata-se a confiança dos resultados para $f_{c,T}$ e $\varepsilon_{fc,T}$ a partir dos valores dos coeficientes de variação, $CV < 10\%$, ver Tabela 4.9. Investigando essa tabela, observa-se que as fibras de aço influenciam marginalmente na resistência à compressão do concreto e na sua correspondente deformação, sendo registrado $f_{c,CRFA}/f_{c,ref} \approx 1,2$ para a viga FC35CF1,0 e, de um modo geral, $\varepsilon_{fc,CRFA}/\varepsilon_{fc,ref} \approx 1,0$. As especulações alvitradas a partir da análise da Tabela 4.3, para a

resistência à compressão insatisfatória da viga de referência, *FC35CF0*, foram confirmadas com os registros de $f_{c,T}$. Para essa viga, observou-se $f_{c,T}/f_{c,C} = 1,25$ e $f_{c,T}/f_{c,teo} \approx 1,0$, o que confirma um possível descuido no preparo do corpo de prova cilíndrico para caracterizar o material dessa viga de referência. Para as vigas em CRFA, $f_{c,T}/f_{c,C} \approx 1,0$ e $f_{c,T}/f_{c,teo} \approx 1,0$, corroborando a caracterização com os CP cilíndricos.

4.5 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA DAS VIGAS

A presente seção é dedicada ao projeto das vigas em CRFA e de referência (sem fibras). Nesse momento, os mecanismos de reforços são apropriadamente avaliados para garantir a ruína das peças por flexão. Nessa perspectiva, conhecida as condições de apoio e carregamento das vigas é expectado apenas dois modos de ruína, flexão e cisalhamento.

4.5.1 RESISTÊNCIA À FLEXÃO

O cálculo da resistência à flexão seguiu as recomendações do *ModelCode10* (2011), como mostrou a seção 2.3.3. Os dados de entrada para viabilizar essa estimativa são apresentados na Tabela 4.10. Essa tabela revela que a viga de referência (*FC35CF0*) apresentou seção transversal diferenciada, comparativamente às demais vigas, por conta de um descuido no preparo da forma. De qualquer forma, apresenta-se para o momento apenas o resumo dos resultados obtidos com o processo iterativo, ver Tabela 4.3, após ser alcançada a compatibilização das deformações e o equilíbrio das resultantes de força, ver Figura 2.24. Nessa tabela, a carga P_{flex} é calculada pela seguinte equação:

$$P_{flex} = \frac{m_R}{a} \quad \text{Eq. 4.2}$$

Nessa expressão, $a = 850$ mm representa a distância entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, ver Figura 4.1a. Para o cálculo das vigas em CRFA, as resistências residuais f_{R1} e f_{R3} , as quais definem o bloco de tração do concreto, ver Figura 2.24, foram determinadas a partir dos ensaios de caracterização, ver Tabela 4.6.

Tabela 4.10. Dados de entrada para a estimativa da resistência à flexão.

Dados	Vigas			
	<i>FC35CF0</i>	<i>FC35FC0,8</i>	<i>FC35CF1,0</i>	<i>FC50CF0,8</i>
<i>b</i> (mm)	165,0	160,0	150,0	150,0
<i>h</i> (mm)	310,0	300,0	300,0	300,0
<i>d</i> (mm)	281,85	271,85	271,85	271,85
<i>f_c</i> (MPa)	33,66 ^a	37,01	35,97	50,45
$\rho = \rho'$ (%)	0,13	0,13	0,13	0,13
<i>f_{ys} = f'_{ys}</i> (MPa)	550,0	550,0	550,0	550,0
<i>E_s</i> (GPa)	200,0	200,0	200,0	200,0
<i>f_{R1}</i> (MPa)	0,0	1,79	3,89	5,65
<i>f_{R3}</i> (MPa)	0,0	1,52	4,27	4,49

^a Utilizou-se a caracterização a partir do testemunho.

Tabela 4.11. Estimativa da resistência à flexão.

Parâmetros	Vigas			
	<i>FC35CF0</i>	<i>FC35FC0,8</i>	<i>FC35CF1,0</i>	<i>FC50CF0,8</i>
<i>x</i> (mm)	15,43	13,39	22,10	15,11
ϵ_{cu} (‰)	3,50	0,78	1,33	0,88
ϵ_{Fu} (‰)	66,79	16,67	16,67	16,67
ϵ_s (‰)	60,41	15,03	14,98	15,02
ϵ'_s (‰)	-2,88	-0,86	-0,36	-0,76
ηf_c (MPa)	33,66	37,01	35,97	50,45
<i>f_{Ftu}</i> (MPa)	0,0	0,40	1,36	1,12
<i>f_s</i> (MPa)	550,0	550,0	550,0	550,0
<i>f'_s</i> (MPa)	-550,0	-171,67	-72,59	-152,62
<i>y_c</i> (mm)	9,26	8,03	13,26	9,06
<i>y_{ct}</i> (mm)	147,28	143,31	138,95	142,45
<i>y_s</i> (mm)	266,42	258,46	249,75	256,74
<i>y'_s</i> (mm)	-12,72	-14,76	-6,05	-13,04
<i>F_c</i> (kN)	68,58	63,43	95,38	91,45
<i>F_{ct}</i> (kN)	0,0	18,43	56,57	47,65
<i>F_s</i> (kN)	34,29	34,29	34,29	34,29
<i>F'_s</i> (kN)	-34,29	-10,70	-4,53	-9,51
$\sum F \approx 0$ (kN)	$\approx 0,0$	$\approx 0,0$	$\approx 0,0$	$\approx 0,0$
<i>m_R</i> (kN·m)	10,21	12,17	17,72	16,54
<i>P_{flex}</i> (kN)	12,01	14,32	20,84	19,46

A Tabela 4.11 sugere que a viga de referência irá romper pelo esmagamento do concreto, $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$, enquanto as vigas em CRFA irão alcançar a ruína esgotando a capacidade resistente do concreto tracionado, $\epsilon_t = \epsilon_{Fu}$. Explica-se que os valores negativos registrados nos parâmetros relacionados às armaduras negativas (ρ') exprimem esforços de tração nesse reforço. No que diz respeito ao desempenho das vigas em CRFA, a estimativa apresentada na Tabela 4.11 prevê acréscimos de resistência de $\approx 20\%$ para a viga *FC35FC0,8* e $\approx 70\%$ para as vigas *FC35CF1,0* e *FC50CF0,8*. Essa última constatação preconiza ganho de resistência

significativo para concretos com fibras com relação $f_{R3}/f_{RI} > 0,8$ e $f_{RI}/f_{LP} > 1,5$, ver registro das vigas *FC35CF1,0* e *FC50CF0,8* na Tabela 4.5. Para a viga *FC35FC0,8*, registrou-se $f_{R3}/f_{RI} \approx 0,85$, porém, $f_{RI}/f_{LP} \approx 0,6$. Oportunamente, recorda-se que o desempenho mecânico à tração na flexão dos concretos com fibras foi ordinário, rever discussão sobre a resistência residual f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4), ver Figura 4.5. Logo, performances mais expressivas são expectáveis se o CRFA apresentar comportamento à tração apropriado.

4.5.2 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

O cálculo da resistência ao cisalhamento ($P_R = P_{cort}$) das vigas em CRFA e de referência também seguiu as recomendações do *ModelCode10* (2011). Para este código, $P_R = P_{Rc} + P_{Rs}$, onde P_{Rc} e P_{Rs} representam as parcelas de contribuição do concreto e das armaduras transversais, respectivamente. A estimativa da parcela P_{Rc} para a viga de referência ($P_{Rc,ref}$) e em CRFA ($P_{Rc,CRFA}$) é dada, nesta ordem, pelas equações Eq. 4.3 e 4.4, como segue:

$$P_{Rc,ref} = k_v \cdot (f_c - 8)^{1/2} \cdot z \cdot b \quad \text{Eq. 4.3}$$

$$P_{Rc,CRFA} = 0,18 \cdot k \cdot \left[100 \cdot \rho \cdot \left(1 + 7,5 \cdot \frac{f_{Ftu}}{f_{ct}} \right) \cdot (f_c - 8) \right]^{1/3} \cdot b \cdot d > 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot (f_c - 8)^{1/2} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 4.4}$$

Em Eq. 4.3, $k_v = 180 / (1000 + 1,25 \cdot z)$, nível I de aproximação, $z = 0,9 \cdot d$ e $(f_c - 8)^{1/2}$ deve ser menor que 8,0 MPa. Em Eq. 4.4, $k = 1 + (200/d)^{1/2} < 2$ e f_{Ftu} é dado por Eq. 2.1 com $w_u = 1,5$ mm. A parcela de resistência da armadura transversal P_{Rs} é dada por:

$$P_{Rs} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yw} \cdot \cot g(\theta) \quad \text{Eq. 4.5}$$

Na expressão de P_{Rs} , A_{sw} é a área da armadura transversal, s é o espaçamento entre este tipo de armadura, f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura transversal e θ é o ângulo que define a inclinação da biela comprimida. Para essas análises, adotou-se $\theta = 45^\circ$ e $f_{yw} = 300$ MPa. Em condições severas de cisalhamento, aconselha-se avaliar a resistência da biela comprimida, porém, como esse modo de ruína não é factível nas vigas desse estudo, não será verificado. O resumo do cálculo da resistência ao cisalhamento é apresentado na Tabela 4.12. Salienta-se que para essa estimativa, adotaram-se também os dados de entrada mostrados na Tabela 4.10.

A comparação entre as cargas de flexão P_{flex} e cisalhamento P_{cort} é dada na Tabela 4.13, onde se confirma a previsão de ruína por flexão ($P_{cort}/P_{flex} > 1,0$).

Tabela 4.12. Estiativa da resistência ao cisalhamento.

Vigas	P_{Rc} (kN)	P_{Rs} (kN)	$P_R = P_{cort}$ (kN)
<i>FC35CF0</i>	28,98 ^a	14,94	43,92
<i>FC35FC0,8</i>	33,29 ^b		47,70
<i>FC35CF1,0</i>	39,27 ^b	14,41	53,68
<i>FC50CF0,8</i>	42,03 ^b		56,44

^a Corresponde à contribuição do concreto;

^b Corresponde à contribuição do CRFA (concreto + fibras).

Tabela 4.13. Avaliação da relação P_{cort}/P_{flex} .

Vigas	P_{flex} (kN)	P_{cort} (kN)	P_{cort}/P_{flex}
<i>FC35CF0</i>	12,01	43,92	3,66
<i>FC35FC0,8</i>	14,32	47,70	3,33
<i>FC35CF1,0</i>	20,84	53,68	2,58
<i>FC50CF0,8</i>	19,46	56,44	2,90

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Essa seção apresenta e discute os registros obtidos no monitoramento das vigas de referência e em CRFA. Dessa forma, a influência das fibras de aço no comportamento à flexão das vigas será abordada a partir da análise das relações *carga-deslocamento*, *carga-deformação*, *momento-curvatura*, do modo de ruína das peças e do padrão da fissuração. Adicionalmente, também será tratada a possibilidade de substituir, parcialmente ou de forma plena, o reforço convencional das barras de aço por fibras de aço.

5.1 RELAÇÃO CARGA-DESLOCAMENTO

Conforme comentado, monitorou-se apenas a seção central das vigas, ver Figura 4.3. As relações *carga-deslocamento* dessas vigas, $P-\delta$, são apresentadas na Figura 5.1. A análise dessa figura não deixa dúvidas quanto ao efeito positivo da adição de fibras de aço na massa de concreto. O resumo dos resultados é mostrado na Tabela 5.1. Nessa tabela é mostrada a carga máxima P_{max} alcançada pelas vigas, os deslocamentos correspondentes à P_{max} ($\delta_{P_{max}}$) e as tenacidades T dessas peças. Ressalta-se que a tenacidade foi avaliada a partir da área sob a curva da relação *carga-deslocamento*. Analisando a Tabela 5.1, a razão P_{CRFA}/P_{ref} possibilita avaliar o acréscimo de resistência proporcionado pelas fibras. Nessa avaliação, registrou-se acréscimo de $\approx 20\%$ para a viga $FC35FC0,8$ e $\approx 40\%$ para as vigas $FC35CF1,0$ e $FC50CF0,8$. Recordar-se que a estimativa teórica foi confirmada para a primeira viga, porém, para as vigas $FC35CF1,0$ e $FC50CF0,8$ o registro experimental mostrou acréscimos menos notórios. Nesse cenário, especula-se que o contraste entre esses resultados seja consequência do controle pouco rigoroso sobre a viga de referência. Oportunamente, recordam-se os problemas com essa viga, imprecisão na dimensão da seção transversal, ver Tabela 4.10, e no preparo do material, inconsistências na caracterização de f_c , consultar Tabelas 4.3 e 4.9. Completando essa explanação, acrescenta-se o episódio das vigas em CRFA apresentarem desempenho medíocre quanto à resistência à tração na flexão, Tabela 4.6. Diante dos fatos, acredita-se na possibilidade de alcançar desempenhos superiores com as vigas em CRFA, o que viabiliza inclusive a possibilidade de substituir parte, ou completamente, o reforço convencional das barras de aço.

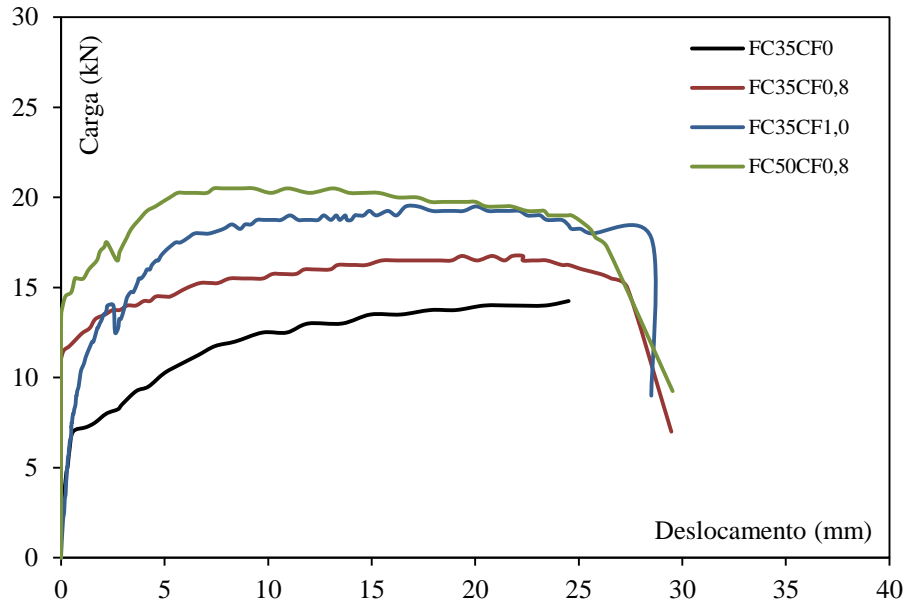


Figura 5.1. Relação carga-deslocamento das vigas.

Continuando a exploração da Tabela 5.1, verifica-se, a partir da relação $\delta_{CRFA}/\delta_{ref}$, que o valor de P_{max} nas vigas em CRFA é registrado antecipadamente ($\delta_{CRFA}/\delta_{ref} < 0,8$), comparativamente à viga de referência ($\delta_{Pmax} \approx 25$ mm). Observou-se, ainda, que essa antecipação é mais notória quanto mais *hardening* é o comportamento do material no ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, $FC50CF0,8$, com $\delta_{CRFA}/\delta_{ref} < 0,3$, ver Figura 4.5. Nessas circunstâncias, ressalta-se que uma condição adversa para a ductilidade pode ser criada se o CRFA apresentar razão $\delta_{CRFA}/\delta_{ref}$ baixa e capacidade restringida para manter a carga máxima P_{max} na fase pós-pico da relação $P-\delta$. Comenta-se que um padrão similar foi registrado no trabalho de YOU *et al.* (2011). Entretanto, para estabelecer confirmações mais convincentes, sugere-se um estudo específico sobre a ductilidade de vigas em CRFA reforçadas com baixas taxas de armadura ou $\rho \approx \rho_{min}$. Prosseguindo, a análise da tenacidade T será arrazoada a partir da razão T_{CRFA}/T_{ref} . Esse quociente revela de modo inquestionável ($T_{CRFA}/T_{ref} > 1,5$) o provento alcançado, no tocante à tenacidade, quando o concreto é apropriadamente reforçado com fibras de aço. Por fim, a relação P_{exp}/P_{teo} permite julgar o desempenho da proposta do *ModelCode10* (2011) para a estimativa da resistência à flexão das vigas do corrente trabalho. Informa-se que $P_{exp} = P_{max}$ e $P_{teo} = P_{flex}$, ver Tabela 4.11. Examinando os valores dessa relação, testificam-se estimativas razoáveis ($P_{exp}/P_{teo} \approx 1,18$) para as vigas $FC35CF0$ e $FC35CF0,8$ e resultados acertados ($P_{exp}/P_{teo} \approx 1,0$) para as vigas $FC35CF1,0$ e $FC50CF0,8$. A pesar dos resultados satisfatórios, $MED \approx 1,0$ e $CV \approx 10$ %, o desempenho dessa proposta será avaliado com mais rigor a seguir.

Tabela 5.1. Resumo do relação *carga-deslocamento* das vigas.

Vigas	P_{max} (kN)	δ_{Pmax} (mm)	T (kN·mm)	P_{CRFA}/P_{ref}	$\delta_{CRFA}/\delta_{ref}$	T_{CRFA}/T_{ref}	P_{exp}/P_{teo}
<i>FC35CF0</i>	14,25	24,51	294,33	-	-	-	1,19
<i>FC35FC0,8</i>	16,75	19,38	448,19	1,18	0,79	1,52	1,17
<i>FC35CF1,0</i>	19,50	16,65	502,02	1,37	0,68	1,71	0,94
<i>FC50CF0,8</i>	20,50	7,38	551,91	1,44	0,30	1,88	1,05
						MED	1,09
						DP	0,12
						CV (%)	10,74

5.2 RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA

A curvatura ϕ das vigas foi estabelecida a partir das deformações das armaduras tracionada (ε_{ts}) e comprimida (ε_{cs}), sendo $\phi = (\varepsilon_{ts} + \varepsilon_{cs})/d$. Nessa expressão, ressalta-se que as componentes de deformação são manipuladas em valor absoluto e que d representa a altura útil da viga. A seção monitorada das vigas foi mostrada na Figura 4.4 e as relações *carga-deformação* (P - ε_s) são anunciadas na Figura 5.2. A análise dessa última figura desvela que problemas técnicos impossibilitaram o registro de ε_{ts} (deformação de tração) na viga *FC35CF0,8* e de ε_{cs} (deformação de compressão) na viga *FC35CF1,0*, conseqüentemente, não será possível discutir a curvatura dessas vigas. Além disso, suspeita-se também dos registros iniciais da viga *FC35CF0*, cujos resultados de ε_{ts} e ε_{cs} são praticamente nulos. De qualquer forma, continuando a apreciação da Figura 5.2, constata-se que as armaduras de tração de todas as vigas escoaram ($\varepsilon_{ts} > \varepsilon_{ys} = 2,5 \%$, ver Tabela 4.7), conforme projetado. Para a armadura de compressão, observa-se que apenas o reforço da viga *FC50CF0,8* escoou na compressão ($\varepsilon_{cs} > \varepsilon_{ys} = 2,5 \%$). Prosseguindo com essa avaliação, a Figura 5.2 também deixa explícito que o reforço comprimido das vigas em CRFA foi tracionado com a aproximação da ruína, alcançando, inclusive o escoamento na tração. Comparando as deformações registradas experimentalmente no instante da ruína, Figura 5.2, com os valores estimados pelo modelo do *ModelCode10* (2011), Tabela 4.12, verifica-se, de um modo geral, discrepâncias expressivas entre os resultados. Essa observação representa imprecisão na estimativa da curvatura. Entretanto, salienta-se que nessa discussão apenas as vigas *FC35CF0* e *FC50CF0,8* foram avaliadas, pois são as únicas com registros de ε_{ts} e ε_{cs} . Sendo assim, para julgamentos acertados/rigorosos da estimativa da curvatura, propõe-se a realização de um estudo específico.

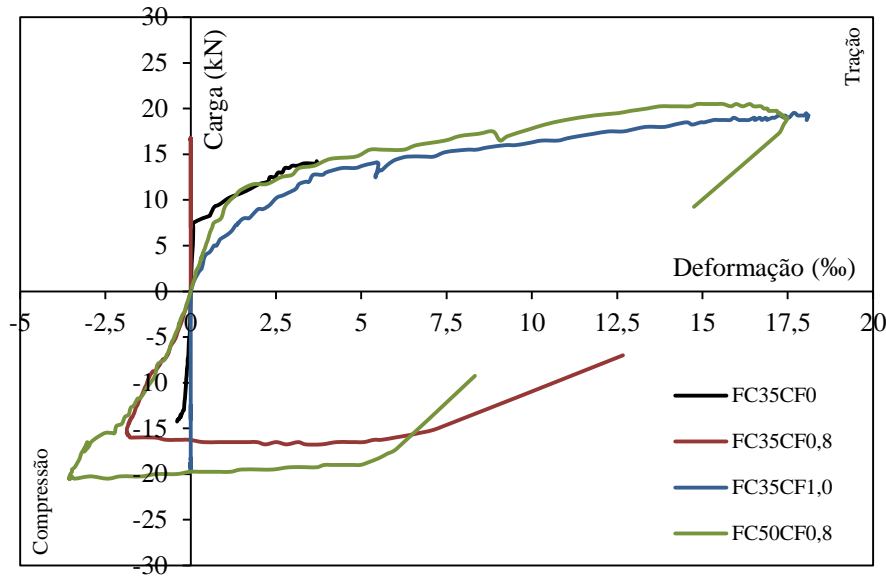


Figura 5.2. Relação carga-deformação das vigas.

Relatada as dificuldades para registrar os valores das deformações ε_{ts} e ε_{cs} , reconhece-se, infelizmente, a impossibilidade de explorar adequadamente o comportamento das vigas a partir da relação *momento-curvatura*, $m-\phi$. Frisa-se que essa desventura também comprometeu a análise da influência das fibras de aço no valor da rigidez à flexão das vigas, $E-I$, na fase pré-fissura e pós-fissura. De qualquer maneira, as relações $m-\phi$ das vigas $FC35CF0$ e $FC50CF0,8$ são apresentadas na Figura 5.3. Fundamentado nas informações dessa figura, especula-se que a fibra de aço influencia diminutamente no valor da rigidez $E-I$ na fase pré-fissura. Diferente dessa fase inicial, na fase pós-fissura, acredita-se numa contribuição mais expressiva da fibra de aço. Essa hipótese pode ser reforçada consultando pesquisas de outros autores, KAKLAUSKAS *et al.* (2014). Para conclusões mais relevantes, sugere-se um estudo específico sobre o assunto.

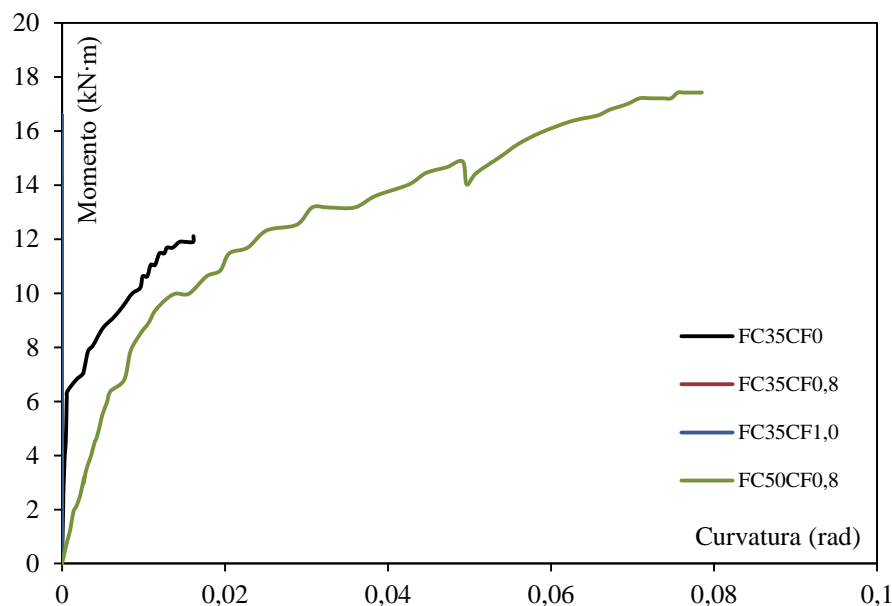


Figura 5.3. Relação *momento-curvatura* das vigas.

5.3 MODO DE RUÍNA

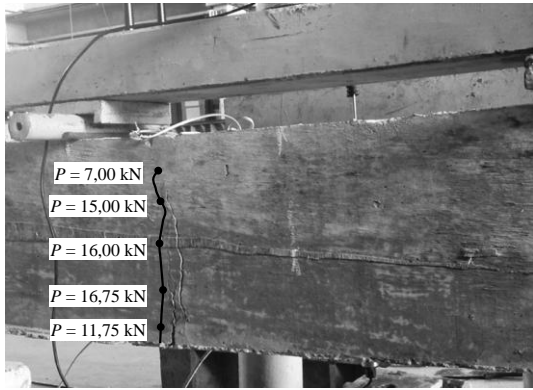
Em geral, para confirmar o modo de ruína de uma viga, consulta-se, dentre inúmeros aspectos, a relação *carga-deslocamento*, as deformações registradas nas armaduras, no concreto e o padrão de fissuração da peça. Entretanto, para as vigas dessa pesquisa, esse rigor foi desnecessário, pois é indiscutível, diante dos fatos já apresentados, que todas as vigas alcançaram a ruína por flexão. De qualquer maneira, a Tabela 5.2 apresenta um resumo dos principais parâmetros que confirmam a ruína das vigas por flexão. Nessa tabela, apresenta-se a carga correspondente ao surgimento da primeira fissura (P_{cr}), a qual foi assinalada visualmente, a razão $\varepsilon_{ts}/\varepsilon_{ys}$, que revelará o escoamento da armadura tracionada ($\varepsilon_{ts}/\varepsilon_{ys} > 1,0$), a identificação $P-\delta$, para que seja comentado sobre a ductilidade dessa relação e, por fim, a apresentação do modo de ruína das vigas. No que concerne à carga P_{cr} , comenta-se que os valores apontados na Tabela 5.3 concordam, de um modo geral, com as discontinuidades apresentadas nas relações $P-\delta$, $P-\varepsilon$ e $m-\phi$, evidenciando assim a confiabilidade do registro visual.

Tabela 5.3. Modo de ruína das vigas.

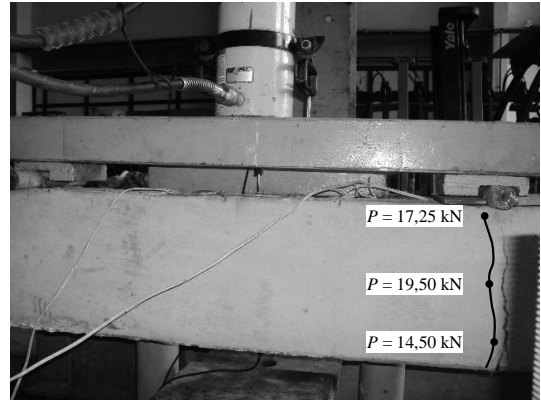
Vigas	P_{cr} (kN)	$P_{cr,CRFA}/P_{cr,ref}$	$\varepsilon_{ts}/\varepsilon_{ys}$	$P-\delta$	Ruína
<i>FC35CF0</i>	7,75	-	1,48	Comportamento dúctil	Flexão por deformação excessiva da armadura tracionada
<i>FC35FC0,8</i>	11,75	1,52	- ^a		
<i>FC35CF1,0</i>	14,50	1,87	7,24		
<i>FC50CF0,8</i>	13,50	1,74	6,99		

^a Não foi registrado o valor de ε_{ts} .

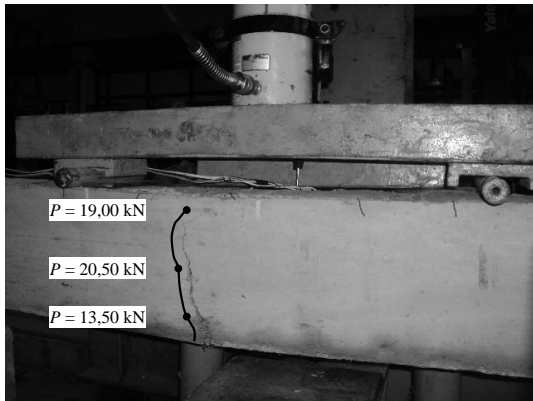
Avançando com a explanação, tem-se a Figura 5.4, que mostra o padrão de fissuração das vigas em CRFA após o término do ensaio. Informa-se que a intenção de acompanhar a evolução do processo de fissuração ocorreu após o ensaio da viga de referência, por esse motivo o padrão de fissuração dessa viga não é apresentado. Analisando essa figura, observa-se que a fibra de aço não altera o modo de ruína dessas peças, porém, o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras é inconcusso. Essa averiguação é evidente, principalmente a partir do surgimento das primeiras fissuras, conforme foi registrado na Tabela 5.3 para a relação $P_{cr,CRFA}/P_{cr,ref}$, $P_{cr,CRFA}/P_{cr,ref} \in (1,5-2,0)$. Além desse instante, o reforço provido pelas fibras continua sendo mobilizado até o momento da ruína, conforme foi mostrado na Tabela 5.1, para a carga máxima, $P_{max,CRFA}/P_{max,ref} \in (1,15-1,20)$, e a tenacidade, $T_{CRFA}/T_{ref} \in (1,5-1,9)$. De um modo geral, as vigas apresentaram apenas um plano de fissuração, independentemente de C_f e f_c , ou seja, apenas uma fissura surgiu ao longo do processo de carregamento das vigas. Acredita-se que essa averiguação seja consequência da baixa taxa de armadura de flexão, $\rho \approx \rho_{min}$, e do desempenho ineficaz do CRFA à tração, ver Figura 4.5, o que impossibilitou a redistribuição das tensões (formação de múltiplas fissuras). De qualquer forma, especula-se que os concretos *FC35CF1,0* e *FC50CF0,8* poderiam favorecer a referida redistribuição se o seu preparo tivesse sido mais adequado, garantindo assim, respostas pós-fissura mais expressivas, ver Tabela 4.6. Conclui-se a análise do padrão de fissuração comentando a localização do plano de ruína da viga *FC35CF1,0*, próximo da aplicação da carga. Sabe-se que o momento fletor apresenta distribuição uniforme entre os pontos de aplicação da carga, porém, idealizou-se a ruína das vigas próximo de $L/2$ (L = vão das vigas), como evidenciado em *FC35FC0,8* e *FC50CF0,8*. Presume-se que a localização singular do plano de ruína da viga *FC35CF1,0* seja resultado do processo de lançamento do concreto, quantidades modestas lançadas/adensadas sequencialmente ao longo da extensão da viga. Essa metodologia, provavelmente, favoreceu a formação de uma porção mais fragilizada (porosa, sedimentada, etc).



a) *FC35FC0,8*



b) *FC35CF1,0*



c) *FC50CF0,8*

Figura 5.4. Padrão de fissuração das vigas em CRFA.

6 AVALIAÇÃO DAS PROPOSTAS PARA f_{Ri}

6.1 ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA RESIDUAL

6.1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Nessa seção as propostas apresentadas em Eq. 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19 serão avaliadas quanto à precisão, à dispersão e a segurança. Para isso, será utilizado o parâmetro $\lambda = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, que representa o quociente entre os resultados coletados no BD ($f_{Ri,exp}$), Tabela. 3.1, e os estimados pelas propostas ($f_{Ri,teo}$). Adicionalmente, comenta-se que λ também foi classificado de acordo com uma versão modificada do *DPC - Demerit Points Classification*, a qual avalia a proposta em função da segurança, ver Tabela 6.1. Nessa análise os valores de λ serão identificados em uma classe de segurança, C_i ($i = 1$ até 5), e então penalizados (*PEN*). Por fim, o desempenho da proposta, quanto à segurança, será julgado em função da penalidade total. Além disso, também será avaliado o impacto do índice de reforço, $IR = C_f l_f / d_f$, e da classe de resistência do concreto no valor de λ e a performance das propostas em reproduzir a relação *tensão-CMOD*, ou *tensão-deslocamento* do CRFA fissurado (fase pós-pico).

Tabela 6.1. Versão modificada do *DPC* (adaptado de MORAES NETO *et al.*, 2014).

$\lambda = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$	Classificação	Penalidade (<i>PEN</i>)
< 0,5	C_1 : Extremamente perigosa	10
[0,5-0,85)	C_2 : Perigosa	5
[0,85-1,15]	C_3 : Segurança apropriada	0
(1,15-2,0]	C_4 : Conservadora	1
> 2,0	C_5 : Extremamente conservadora	2

6.1.2 ANÁLISES

A precisão dos resultados pode ser apreciada a partir da Figura 6.1, onde são apresentadas as relações $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4). A presente figura constata que as quatro propostas, f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} , apresentam, de um modo geral, relação $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} \in [0,85-1,15]$. Entretanto, é notório que para valores de $f_{Ri,exp} > 7$ MPa há uma dispersão relevante dos resultados à favor da segurança, principalmente para f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} . Além disso, salienta-se também que o nível de

fissuração do CRFA influencia no desempenho das propostas consideravelmente, uma vez que o valor de R^2 para f_{R4} ($R^2 = 0,6247$) é apreciavelmente menor que para f_{R1} ($R^2 = 0,834$). Aproveita-se a oportunidade para destacar novamente a importância do parâmetro β_2 , ver Eq. 3.16, o qual considera a influência de propriedades intrínsecas ao concreto reforçado com fibras de aço.

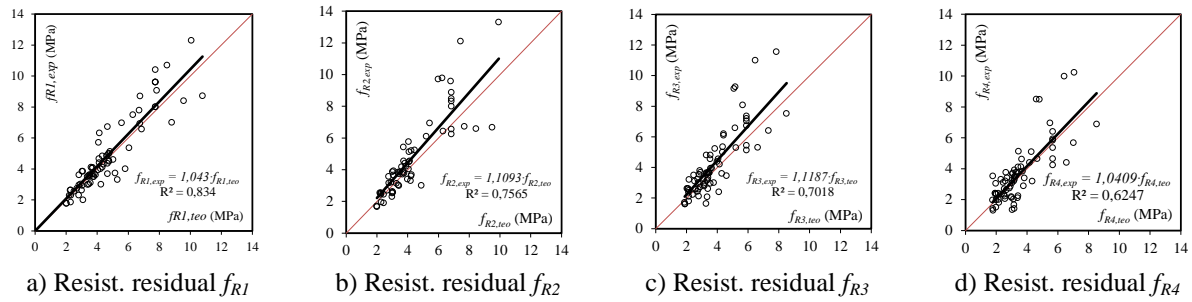


Figura 6.1. Análise da relação $f_{Ri,exp}$ - $f_{Ri,teo}$.

A Figura 6.2, a qual apresenta o gráfico *box-whiskers* e a distribuição normal dos resultados λ , permite continuar a análise da precisão e o julgamento da dispersão. Com base na Figura 6.2a, confirma-se a constatação anterior, onde, apesar de $Q_2 \approx 1,0$ (no gráfico *box-whiskers*, $Q_2 =$ segundo quartil = mediana), a dispersão das propostas é penalizada com o aumento da abertura das fissuras. Respostas análogas também são averiguadas a partir da análise da distribuição normal, onde $MED =$ média $\approx 1,0$. Além disto, a Figura 6.2b também permite atestar que o desvio padrão (DP) da proposta f_{R4} é relativamente maior que as demais propostas, reflexo do nível de fissuração dos prismas. Ainda com base na exploração da Figura 6.2b, visualiza-se a predominância de resultados na classe C_3 , *segurança apropriada*, com $\lambda \in [0,85-1,15]$, e C_4 , *conservadora*, com $\lambda \in (1,15-2,0]$, ver Tabela 6.1.

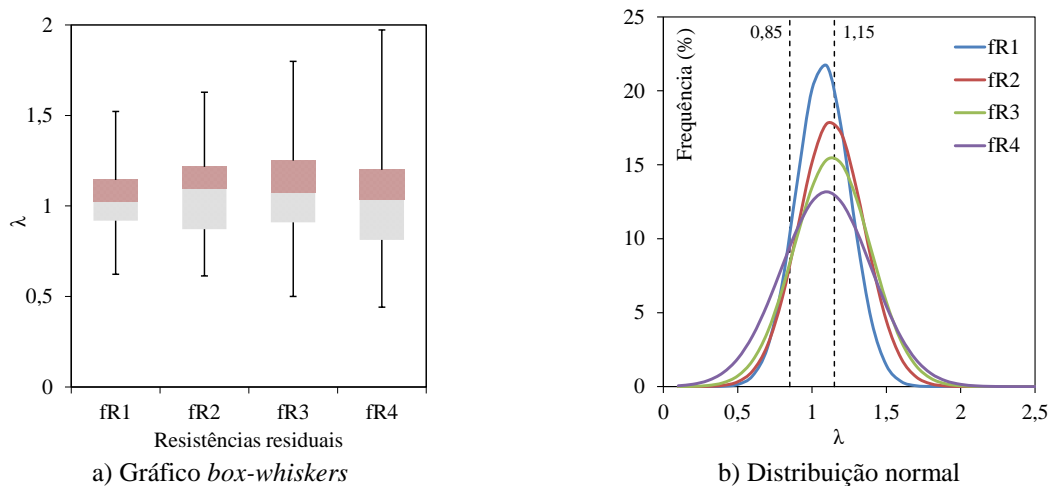


Figura 6.2. Análise da precisão e da dispersão.

No tocante à análise da segurança, a Tabela 6.2 exibe a avaliação dos resultados de λ segundo a versão modificada do *DPC*. As respostas apresentadas nessa tabela revelam que o índice de penalidade (*IP*) amplifica com o aumento da abertura das fissuras, *IP* da proposta f_{R1} menor que o da proposta f_{R4} , o que reforça as conclusões anteriores, no que concerne ao nível de fissuração dos prismas. Ademais, confirma-se novamente a predominância de resultados com segurança apropriada (classe C_3) e conservador (classe C_4), ver Tabela 6.1. O resumo estatístico, também retratado na Tabela 6.2, mostra que apenas a proposta f_{R4} deixou de cumprir a expectativa prevista para as propostas, $\lambda_{med} \in [0,85-1,15]$ e $CV < 25 \%$.

Tabela 6.2. Análise da segurança segundo a versão modificada do *DPC*.

$\lambda = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Soma	<i>IP</i> ^a
f_{R1}	Nº Peças	0	10	46	19	0	75	0,92
	Penal. Total	0	50	0	19	0	69	
f_{R2}	Nº Peças	0	9	30	24	0	63	1,10
	Penal. Total	0	45	0	24	0	69	
f_{R3}	Nº Peças	1	12	35	27	0	75	1,29
	Penal. Total	10	60	0	27	0	97	
f_{R4}	Nº Peças	2	18	28	23	0	71	1,87
	Penal. Total	20	90	0	23	0	133	
Resumo estatístico								
Propostas	<i>MED</i> ^b						<i>DP</i> ^c	<i>CV</i> ^d (%)
f_{R1}	1,02						0,18	17,78
f_{R2}	1,08						0,22	20,61
f_{R3}	1,09						0,26	23,68
f_{R4}	1,05						0,30	28,94

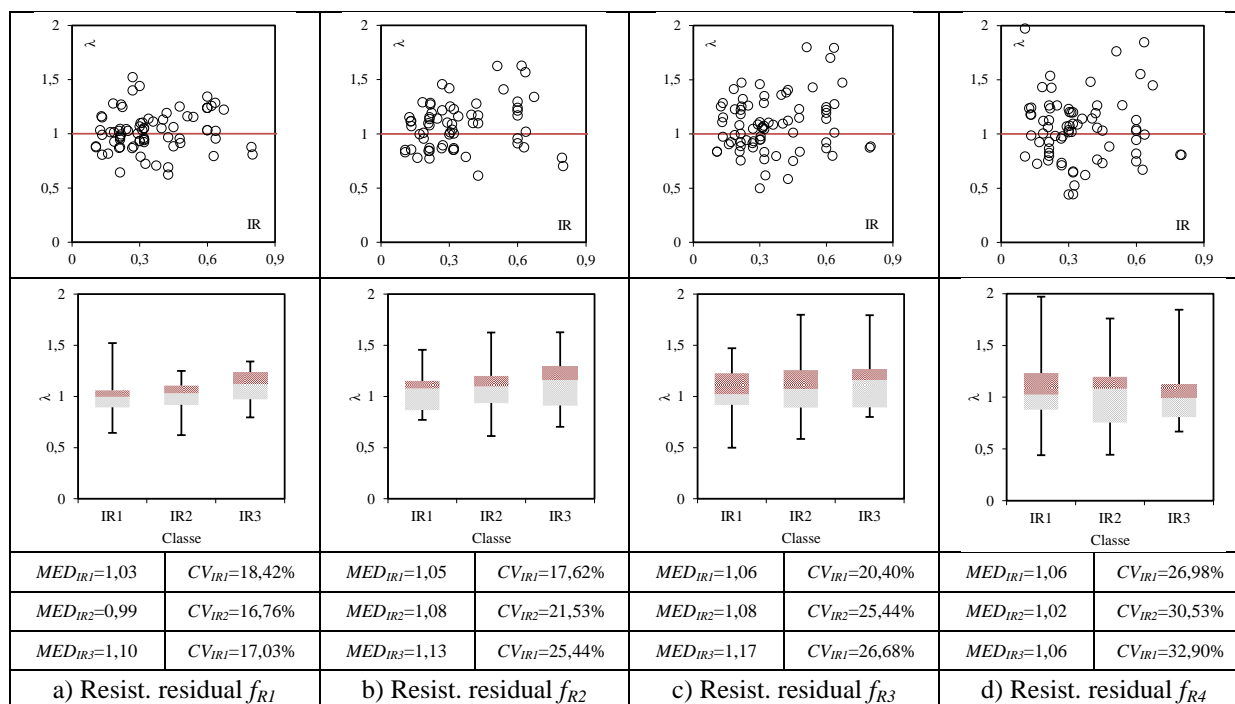
^a *IP* = Índice de penalidade = *Penal. Total*/Nº Peças;

^b *MED* = Média aritmética;

^c *DP* = Desvio padrão;

^d *CV* = Coeficiente de variação.

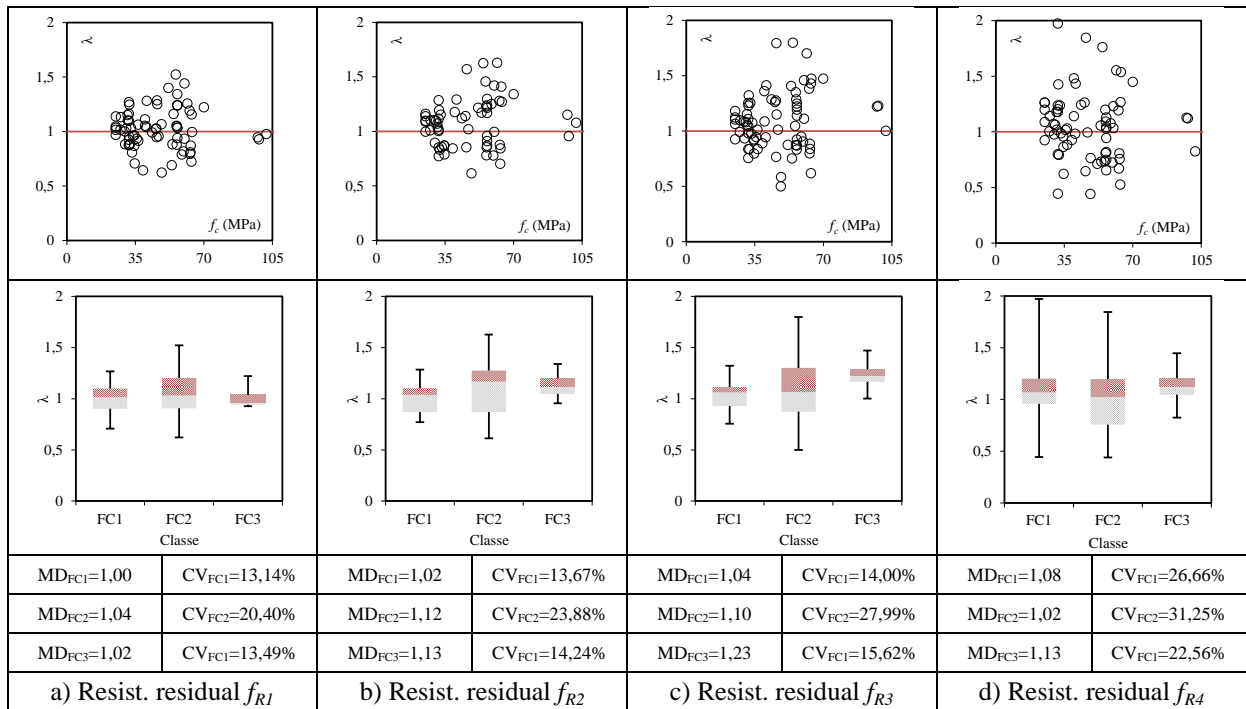
Com o intuito de visualizar a influência do índice de reforço, $IR = C_f l_f / d_f$, no valor de $\lambda = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, apresenta-se a Figura 6.3, a qual agrupa os valores de *IR* em três grupos, IR_1 , IR_2 e IR_3 , ver legenda da referida figura. Sendo de realçar que ambos os grupos correspondem a situações práticas de aplicação. Com base nas análises dessa figura, relação λ -*IR* e gráfico *box-whiskers*, verifica-se que as propostas f_{R1} , f_{R2} e f_{R3} estimam satisfatoriamente os três grupos explorados, $MED_{IRi} \approx 1,0$ ($i = 1, 2$ e 3) e $CV < 25 \%$. A proposta f_{R4} , apesar de apresentar $MED_{IRi} \approx 1,0$, apresentou estimativas mais dispersas, $25 \% < CV < 30 \%$. Nessa última análise, complementa-se que a proposta f_{R4} se destaca negativamente quanto à dispersão, devido o estado de fissuração para a avaliação desta resistência residual ser elevado ($CMOD = 3,5$ mm).



Nota - IR_1 : $IR \leq 0,3$; IR_2 : $0,3 < IR < 0,6$; IR_3 : $IR \geq 0,6$.

Figura 6.3. Avaliação de λ em função do IR .

Para analisar o impacto da classe de resistência do concreto na performance das propostas, apresenta-se a Figura 6.4, a qual agrupa os dados coletados para o BD em três categorias, FC_1 ($f_c \leq 35$ MPa), FC_2 ($35 \text{ MPa} < f_c < 70$ MPa) e FC_3 ($f_c \geq 70$ MPa). Nessa análise, ressalta-se que o grupo FC_1 representa a condição usual de aplicabilidade. Além disso, alerta-se também que a avaliação do grupo FC_3 é restrita a poucos exemplares/prismas ($n = 4$), ver Figura 3.4a. Com base nas informações mostradas na Figura 6.4, verifica-se, de um modo geral, que as estimativas dos grupos FC_1 e FC_3 são convincentes para todas as propostas, f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4), visto que $MED_{FC1} \approx MED_{FC3} \approx 1,0$ e que $10 \% < CV < 25 \%$. Para o grupo FC_2 a dispersão dos resultados é mais relevante, pois $20 \% < CV < 30 \%$, apesar de $MED_{FCi} \approx 1,0$ ($i = 1, 2, 3$ e 4).



Nota - FC₁: $f_c \leq 35$ MPa; FC₂: $35 \text{ MPa} < f_c < 70$ MPa; FC₃: $f_c \geq 70$ MPa.

Figura 6.4. Avaliação de λ em função do f_c .

No que diz respeito à reprodução da relação *tensão-CMOD*, ou *tensão-deslocamento*, é público que as simulações numéricas são capazes descrever acertadamente estas relações. Entretanto, é inegável a complexidade desses estudos. Com o desígnio de avaliar a capacidade das propostas f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) em delinear, de maneira funcional/prática, as referidas relações na fase pós-pico, apresenta-se a Figura 6.5. Torna-se oportuno explicar que nessa figura são apresentadas as envoltórias dos resultados experimentais (curvas *Máx.* e *Mín.*), assim como o resultado médio dessas envoltórias (curva *Exp. Méd.*). Além disso, comenta-se que para a resposta teórica (curva *Teo.*) foi adotada uma interpolação linear entre os pontos que definem as resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4). A Figura 6.5 mostra que as propostas não reproduzem as relações em discussão com o mesmo requinte de uma simulação numérica, porém, descrevem com confiança apropriada a tendência destas relações.

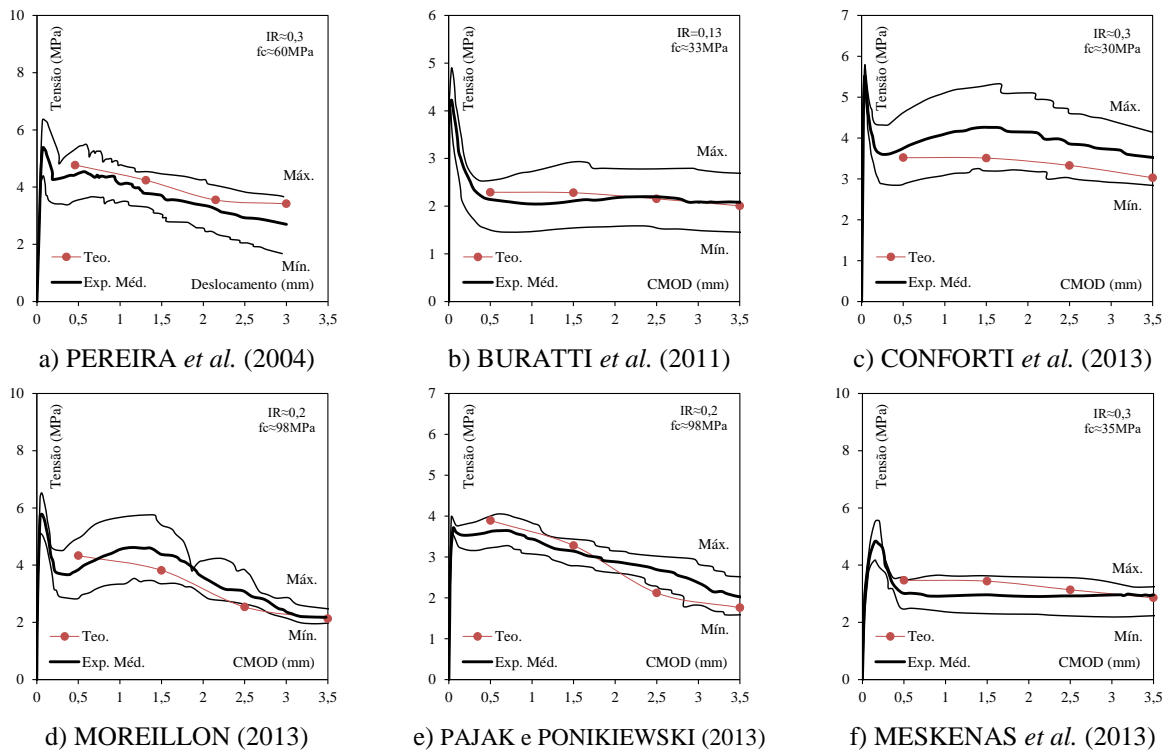


Figura 6.5. Reprodução da relação *Tensão-CMOD* e *Tensão-deslocamento* (fase pós-pico).

6.2 APLICABILIDADE DAS PROPOSTAS PARA f_{Ri} EM MODELOS DE FLEXÃO

Nessa seção será mostrada a aplicabilidade das propostas para a estimativa das resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) nos modelos de flexão do RILEM TC 162-TDF (2003) e do *ModelCode10* (2011). Recorda-se que nesses modelos as leis constitutivas que descrevem o comportamento do CRFA tracionado são expressas em função da resistência f_{Ri} , as quais, até o momento atual do conhecimento, são obtidas experimentalmente, a partir do ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados.

6.2.1 BANCO DE DADOS (BD)

Para a corrente análise, um banco de dados (BD) sobre vigas em CRFA foi coletado da literatura. A abrangência desse BD é mostrada na Tabela 6.3, que revela a sua extensão em função do índice de reforço proporcionado pelas fibras de aço, $IR = C_f l_f / d_f$, da classe de resistência do concreto f_c , da taxa de reforço de flexão ρ e da altura útil d das vigas. Esclarecimentos adicionais são mostrados no Anexo B. Informa-se que esse BD foi formado

por 29 pesquisas, totalizando 183 vigas. Adicionalmente, comenta-se que dentre as fibras de aço utilizadas como reforço nas vigas do BD, houve predominância das fibras *hooked-end*, como mostra o histograma da Figura 6.6e. Nessa figura também é mostrado o histograma dos dados em função de IR , f_c , ρ e d .

Tabela 6.3. Resumo do banco de dados.

Autor	Nº de vigas	IR (%)	f_c (MPa)	ρ (%)	d (mm)
RAVINDRARAJAH e TAM (1984)	3	0,5-1,5	25	0,0	400
OH (1992)	6	0,5-1,15	45	1,5-3,5	140
ASHOUR e Wafa (1993)	6	0,4-1,15	90	1,4	265
TAN <i>et al.</i> (1994)	4	0,3-1,2	30	1,6	99
ASHOUR <i>et al.</i> (1997)	2	0,5-1,15	80	1,3	125
BARROS e FIGUEIRAS (1999)	3	0,3-0,6	60	0,1	71
CHUNXIANG e PATNAIKUNI (1999)	7	0,4-0,45	65-80	3,5	96
ASHOUR <i>et al.</i> (2000)	18	0,4-0,75	55-110	1,2-2,4	215
HOLANDA (2002)	28	0,3-1,0	25-75	1,5-1,7	80-155
KWAK <i>et al.</i> (2002)	5	0,3-0,45	30-70	1,5	212
KOVACS e BALAZS (2003)	6	0,3-0,6	30-40	3,0	135
LOBÃO (2005)	3	0,3	25-40	0,1-0,2	261
ALTUN <i>et al.</i> (2006)	3	0,3	20	0,4	285
DANCYGIER e SAVIR (2006)	6	0,5	120-130	0,25-0,55	273
ALTUN <i>et al.</i> (2007)	12	0,3-0,65	20-30	0,5	261
COLAJANNI <i>et al.</i> (2008)	2	0,5	75	2,0	219
KUMAR e PRASSAD (2008)	6	0,15-0,5	40-45	0,9	135
RODRIGUES JUNIOR (2009)	6	0,3-0,85	40-45	0,2-0,5	260
SANTOS (2009)	3	0,5	90	0,2-0,5	125
BEHBAHANI (2010)	1	0,65	50	1,4	138
MESKENAS e ULBINAS (2011)	3	0,25-0,8	50	0,3	275
SHUKLA (2011)	6	0,75-1,5	20	0,9	220
STEFANIDI <i>et al.</i> (2011)	1	0,55	80	0,85	180
KANG <i>et al.</i> (2012)	6	0,35-0,5	30-70	1,0-1,5	210
LIMA (2012)	5	0,2-0,6	60	0,0-0,5	208
MEDA <i>et al.</i> (2012)	4	0,2-0,4	35	0,8-1,5	260
MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2012)	16	0,6-0,8	45-65	0,0-0,4	120-600
KHALIL e TAYFUR (2013)	6	0,25-0,5	110-120	0,7	210
SAHOO e SHARMA (2014)	6	0,4-1,2	15-20	0,9-1,15	261

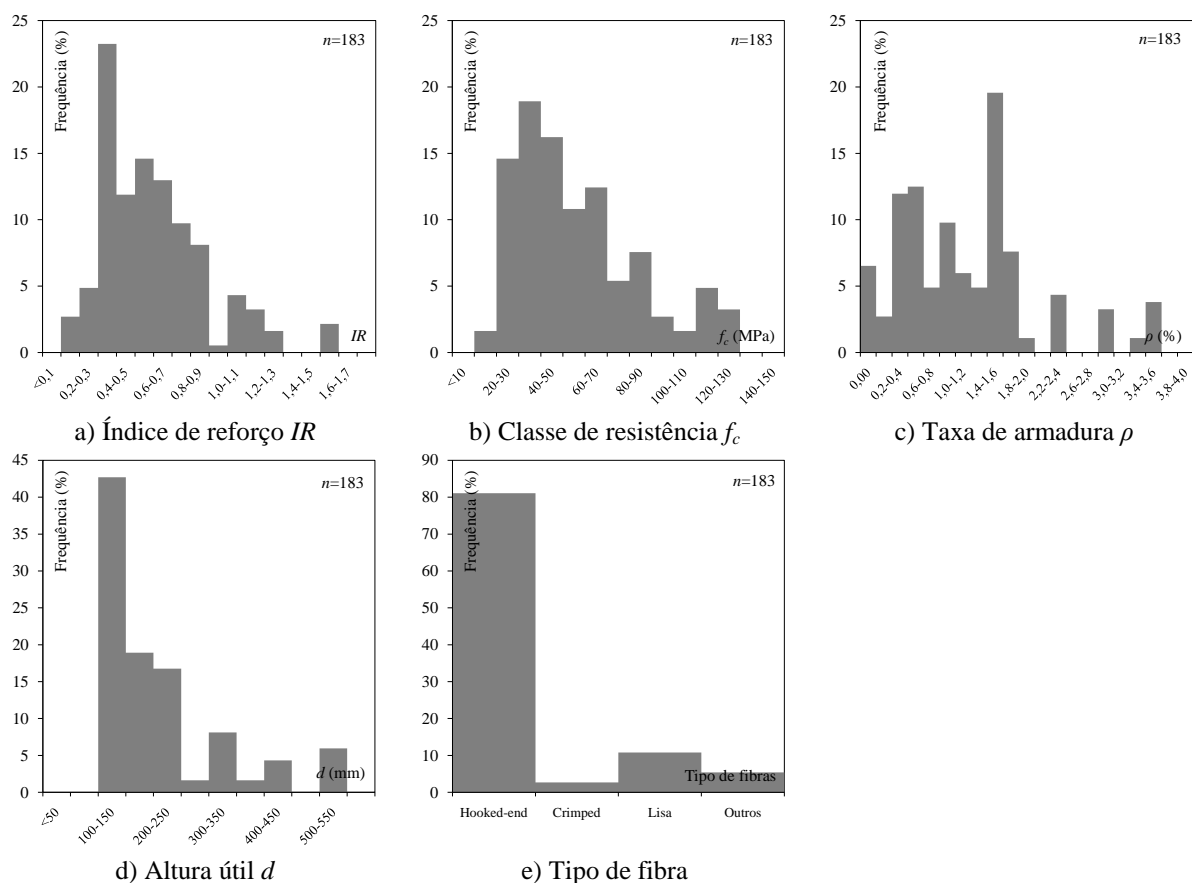


Figura 6.6. Histograma dos dados do BD.

6.2.2 METODOLOGIA DAS ANÁLISES

Nas análises seguintes, adotou-se como indicador de desempenho o parâmetro $\lambda = m_{R,exp}/m_{R,teo}$, o qual representa o quociente entre os momentos resistentes registrados experimentalmente (BD) e estimados pelos modelos. O parâmetro λ , além de ser avaliado segundo indicadores estatísticos, média aritmética (MED), desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV), também foi explorando segundo a versão DPC modificada ($DPC = Demerit Points Classification$), conforme mostrou a Tabela 6.1.

6.2.3 ANÁLISE

As Figuras 6.7a e 6.7b permitem a avaliação da relação $m_{R,exp}/m_{R,teo}$ do RILEM TC 162-TDF (2003) e do *ModelCode10* (2011), respectivamente. O coeficiente angular das expressões apresentadas com essas figuras permite constatar, de forma inequívoca, que as estimativas do

RILEM TC 162-TDF (2003) são mais acertadas que as do *ModelCode10* (2011). Entretanto, também é notório que o contraste entre esses resultados acontece para as poucas vigas com $m_{R,teo} > 200$ kN·m. As descobertas seguintes mostraram que excluindo essas vigas, as estimativas desses modelos são símiles. Adicionalmente, ressalta-se que o julgamento dos modelos a partir dessas equações de tendência precisa ser criterioso, uma vez que apenas o coeficiente de determinação R^2 do RILEM TC 162-TDF (2003) é $\approx 1,0$. A análise da Figura 6.7c, gráfico *box-whiskers*, oportuniza uma avaliação mais apurada dos modelos. Nessa análise, observa-se que a amplitude interquartil (Q_3-Q_1), a qual representa um parâmetro de variabilidade, é similar para os modelos. Sendo Q_1 e Q_3 , nessa ordem, o primeiro quartil, que representa a média aritmética entre o valor mínimo e a mediana dos dados, e o terceiro quartil, que exprime a média aritmética entre a mediana e o valor máximo dos dados. O resumo das análises é mostrado na Tabela 6.4. Reforçando, ainda, a similaridade entre os resultados, verifica-se que os valores de Q_2 (segundo quartil, que diz respeito à mediana dos dados) também são próximos. Apesar das semelhanças, têm-se também contrastes expressivos entre os modelos, conforme revela os valores extremos dos gráficos *box-whiskers* (*MIN* e *MAX*), consultar também a Tabela 6.4. Essa constatação mostra que a dispersão das estimativas dos modelos é, em geral, razoável, conforme aponta o coeficiente de variação, $CV \approx 18 \%$, e que investigações específicas são necessárias para elucidar as singularidades e incertezas registradas. Na corrente análise, admite-se que $CV \leq 10 \%$ caracteriza uma dispersão baixa, $10 \% < CV \leq 20 \%$ uma dispersão moderada e $CV > 20 \%$ uma dispersão expressiva.

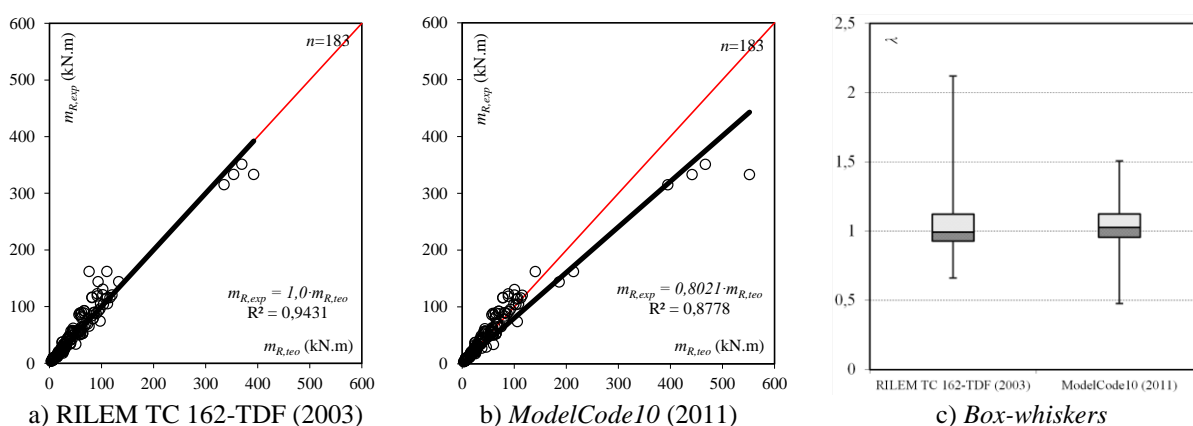


Figura 6.7. Análise da relação $m_{R,exp}$ - $m_{R,teo}$ e do gráfico *box-whiskers*.

Tabela 6.4. Resumo dos resultados.

Modelos	Análise estatística				Gráfico <i>box-whiskers</i>			
	<i>MED</i>	<i>DP</i>	<i>CV (%)</i>	<i>MIN</i>	Q_1	Q_2	Q_3	<i>MAX</i>
RILEM TC 162-TDF (2003)	1,04	0,20	18,76	0,66	0,93	0,99	1,12	2,12
<i>ModelCode10</i> (2011)	1,04	0,19	17,95	0,48	0,96	1,03	1,12	1,51

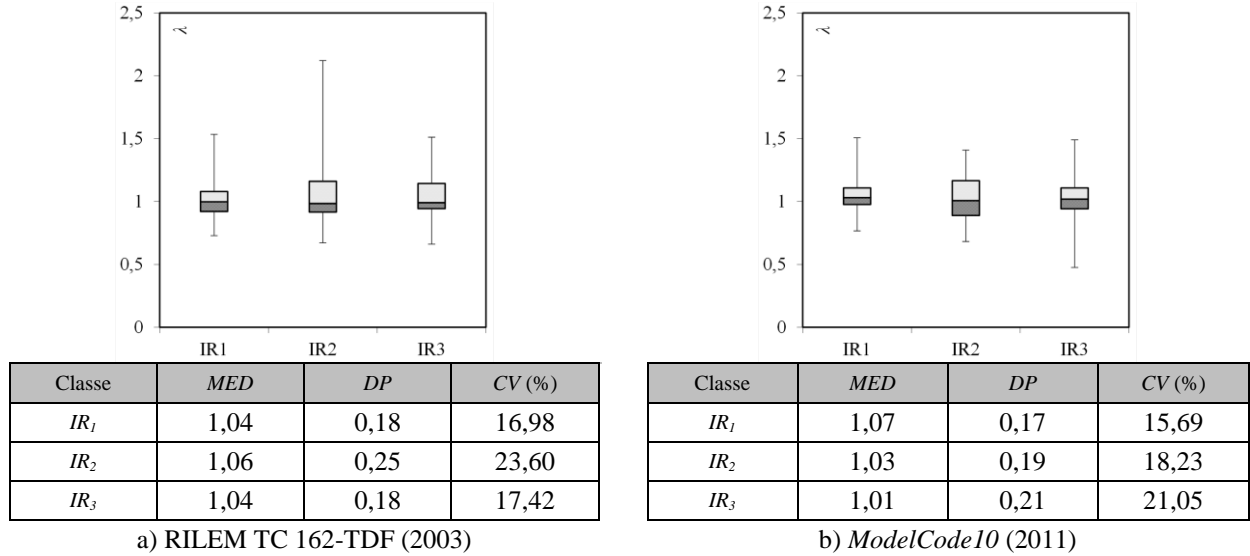
Seguindo, no que diz respeito à avaliação das estimativas quanto à segurança, a Tabela 6.5 apresenta a análise dos modelos segundo a versão *DPC* modificada. Conforme prenunciado, tem-se que a penalidade do *ModelCode10* (2011) é maior que do RILEM TC 162-TDF (2003). Entretanto, observa-se que a totalidade dos resultados de ambos os modelos encontra-se nas classes C_3 , *segurança apropriada*, com $\lambda \in [0,85-1,15]$, e C_4 , *conservadora*, com $\lambda \in (1,15-2,0]$. Nessa abordagem preliminar, pode-se depreender que as propostas para f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) representaram apropriadamente o comportamento do CRFA tracionado, uma vez que poucas estimativas encontram-se na classe C_2 , *perigosa*, com $\lambda \in (1,15-2,0]$, ou inferior.

Tabela 6.5. Análise dos modelos segundo a versão *DPC* modificada.

$\lambda = m_{R,exp}/m_{R,teo}$		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Soma
RILEM TC 162-TDF (2003)	Nº vigas	0	18	121	43	1	183
	Penal. Total	0	90	0	43	2	135
<i>ModelCode10</i> (2011)	Nº vigas	1	24	114	44	0	183
	Penal. Total	10	120	0	44	0	174

Estendendo as especulações, a Figura 6.8 mostra a influência do índice de reforço, $IR = C_f l_f / d_f$, sobre λ_{med} , onde λ_{med} representa o valor médio de λ para os casos avaliados a seguir. A relação $IR-\lambda$ é mostrada no Anexo C. Para essa abordagem, as vigas do BD foram agrupadas em três classes distintas, IR_1 , IR_2 e IR_3 . O intervalo de abrangência dessas classes é mostrado junto ao título da figura supracitada. Ressalta-se que a classe IR_1 representam as vigas reforçadas modestamente com fibras, IR_2 corresponde a um reforço corriqueiro e, por fim, a classe IR_3 exprime as vigas com reforços expressivos. Explorando essa figura, observa-se que os modelos apresentam $\lambda_{med} \approx 1,0$, independente da classe consultada. Adverte-se que na Figura 6.8 e nas seguintes, o parâmetro λ_{med} é registrado como *MED*. Prosseguindo, no modelo do RILEM TC 162-TDF (2003) os resultados mais dispersos, $CV \approx 25$ %, são assinalados na classe IR_2 . Nas demais classes, esse modelo registrou $CV \approx 17$ %. No *ModelCode10* (2011), a dispersão mais severa foi na classe IR_3 , com $CV \approx 20$ %. Nas demais classes, esse modelo registrou $CV < 20$ %. Essa investigação confirma o comentário anterior, as propostas para f_{Ri} descreveram adequadamente o comportamento do CRFA flexionado,

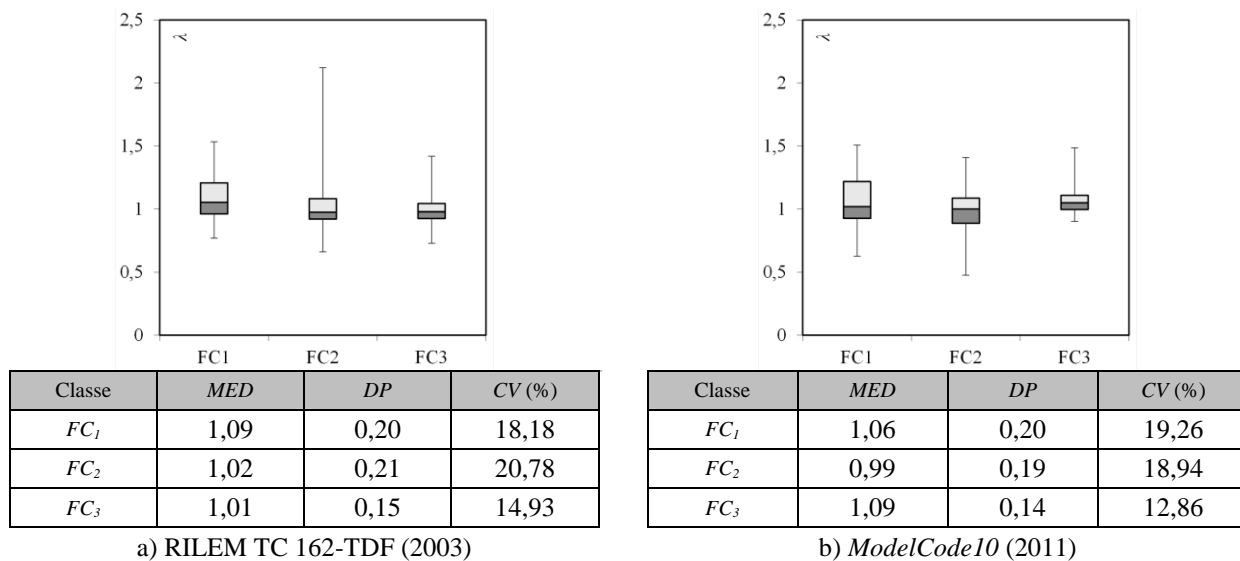
pois nenhuma classe IR_i ($i = 1, 2$ e 3) se destacou significativamente quanto a qualquer tipo de penalidade.



Classes: IR_1 : $IR \leq 0,5$ ($n = 87$); IR_2 : $0,5 < IR \leq 0,7$ ($n = 42$); IR_3 : $IR > 0,7$ ($n = 54$).

Figura 6.8. Influência de IR sobre λ .

Uma vez que as propostas para f_{Ri} também são função da classe de resistência do concreto, julga-se apropriado analisar a influência de f_c sobre λ_{med} , como ilustra a Figura 6.9. A relação f_c - λ é mostrada no Anexo C. Para essa análise o BD é agrupado nas classes FC_1 , FC_2 e FC_3 . Ressalta-se que o grupo FC_1 representa a classe de resistência corriqueiramente utilizada no território nacional. No âmbito internacional, tem-se a classe FC_2 como representante. Semelhante à análise anterior, averigua-se para ambos os modelos $MED \approx 1,0$ e $CV < 20 \%$. Essa distribuição dos resultados, praticamente uniforme na avaliação de f_c , também é um indicador de performance das propostas para f_{Ri} . De qualquer forma, ressalta-se o desempenho superior dos modelos na estimativa das vigas da classe FC_3 , $CV \approx 13 \%$.



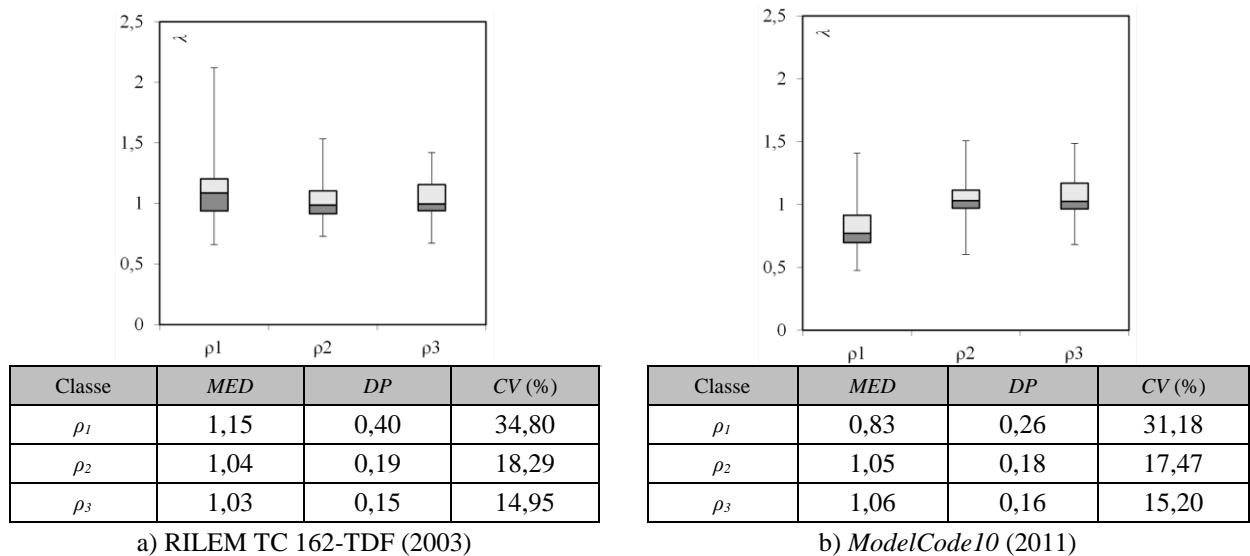
Classes: FC_1 : $f_c \leq 40$ MPa ($n = 64$); FC_2 : $40 < f_c \leq 70$ MPa ($n = 72$); FC_3 : $f_c > 70$ MPa ($n = 47$).

Figura 6.9. Influência de f_c sobre λ .

As análises anteriores mostraram que as propostas para f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) reproduziram apropriadamente o comportamento do CRFA tracionado, viabilizando, inclusive, a estimativa consentânea da resistência à flexão de vigas reforçadas com fibras. Nesse cenário foi registrado, em geral, $MED \approx 1,0$ e $CV < 20$ %. Entretanto, os resultados críticos de ambos os modelos ainda não foi explicado. Com o intento de explanar o assunto, apresentam-se as Figuras 6.10 e 6.11, as quais mostram a influência de ρ e d sobre λ_{med} . As relações ρ - λ e d - λ são mostradas no Anexo C. Para a avaliação da taxa de armadura ρ , propositadamente agrupou-se as vigas com $\rho = 0,0$ % na classe ρ_1 (vigas reforçadas penas com fibras de aço). Essa categoria, apesar de reunir poucas vigas ($n = 12$) revela que ambos os modelos são terminantemente penalizados quanto à dispersão, sendo registrado $CV > 30$ %. Quanto ao valor de λ_{med} , o RILEM TC 162-TDF (2003) registrou $MED = 1,15$ e o ModelCode10 (2011) $MED \approx 0,85$, representativo dos valores limites da classe C_2 , *segurança apropriada* segundo a versão DPC modificada, com $\lambda \in [0,85-1,15]$. Além dessas constatações, comenta-se também que a maioria das vigas com $\rho = 0,0$ % (classe ρ_1) também compõem a classe D_3 ($d > 250$ mm). Na classe D_3 , não obstante, têm-se valores razoáveis para MED ($\approx 1,0$) e CV (≈ 23 %). Acredita-se que os resultados favoráveis registrados nessa classe sejam consequência das estimativas acertadas das vigas com $d \in (250,300)$ mm ($n = 49$).

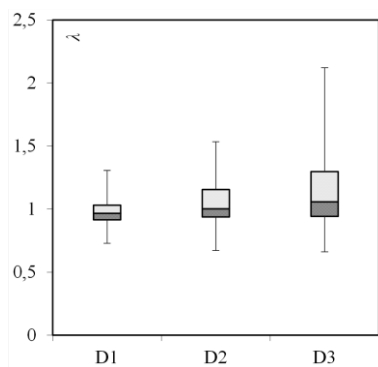
Com o intuito de investigar, de forma mais reveladora, o impacto de d , ou seja, a influência do fator de escala (*size effect*), sobre o parâmetro λ_{med} , avaliou-se uma classe adicional, nomeada de D_4 . Essa classe agrupa as vigas do BD com $d \geq 300$ mm ($n = 13$). Ressalta-se que os

resultados de D_4 não foram representados graficamente. De qualquer forma, para essa classe, registrou-se para o RILEM TC 162-TDF (2003) $MED = 1,12$, $DP = 0,38$ e $CV = 34,33\%$ e para o *ModelCode10* (2011) $MED = 0,75$, $DP = 0,17$ e $CV = 22,61\%$. Conforme teorizado, o fator de escala também pode ser um parâmetro agravante nas estimativas dos modelos. Nesse contexto, verificou-se que o RILEM TC 162-TDF (2003) foi severamente penalizado quanto à dispersão ($CV > 30\%$), mesmo contemplando um fator de escala em sua proposta, e o *ModelCode10* (2011) quanto ao valor médio ($MED = 0,75$). Para explorar esse assunto com mais exatidão, clama-se por estudos específicos, de natureza experimental ou numérica, sobre flexão de vigas em CRFA com $\rho = 0,0\%$ e $d > 300$ mm.



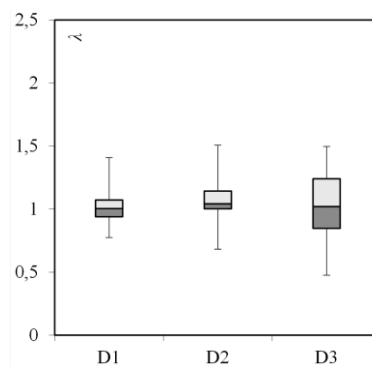
Classes: ρ_1 : $\rho = 0,0\%$ ($n = 12$); ρ_2 : $\rho \leq 1,2\%$ ($n = 87$); ρ_3 : $\rho > 1,2\%$ ($n = 84$).

Figura 6.10. Influência de ρ sobre λ .



Classe	<i>MED</i>	<i>DP</i>	<i>CV (%)</i>
D_1	0,98	0,12	11,93
D_2	1,04	0,17	16,46
D_3	1,12	0,25	22,62

a) RILEM TC 162-TDF (2003)



Classe	<i>MED</i>	<i>DP</i>	<i>CV (%)</i>
D_1	1,02	0,13	12,49
D_2	1,07	0,17	15,60
D_3	1,04	0,25	23,80

b) ModelCode10 (2011)

Classes: D_1 : $d \leq 150$ mm ($n = 66$); D_2 : $150 < d \leq 250$ mm ($n = 55$); D_3 : $d > 250$ mm ($n = 62$).

Figura 6.11. Influência de d sobre λ .

7 CONCLUSÕES

Essa pesquisa discute a eficiência mecânica das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em CA com taxa de armadura próxima da mínima, $\rho = \rho_{min}$. Nesse contexto, duas atividades foram desenvolvidas, a apresentação de propostas empíricas com capacidade de estimar as resistências residuais f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4) registradas em CRFA com comportamento *softening* quanto à relação *carga-CMOD*, e, por fim, a execução de uma exploração experimental, que auxiliou na discussão sobre o comportamento de vigas em CRFA com $\rho = \rho_{min}$. No que diz respeito às propostas para f_{Ri} , essas também foram avaliadas quanto a sua aplicação em modelos de flexão (RILEM TC 162-TDF, 2003 e *ModelCode10*, 2011). Sobre a campanha experimental, 4 vigas foram ensaiadas até a ruína, 1 de referência e 3 em CRFA. Ressalta-se que o consumo de fibras (C_f) e a classe de resistência do concreto (f_c) foram as variáveis estudadas. Analisados os resultados, as seguintes conclusões foram estabelecidas:

- Funções potencias foram adotadas na formulação das propostas para f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4). Para assegurar a praticidade dessas propostas, apenas parâmetros de simples avaliação foram ponderados na fase atual do estudo. Dessa forma, as expressões para f_{Ri} foram estabelecidas em função da classe de resistência do concreto, em termos de f_c e f_{ct} , e do índice de reforço assegurado pelas fibras de aço, $IR = C_f l_f / d_f$. Ademais, comenta-se que as propostas são restritas à resistência $f_c \leq 70$ MPa;

- A avaliação das propostas para f_{Ri} , quanto à capacidade de estimar as resistências residuais obtidas em ensaios (ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados), foi favorável. Destaca-se o desempenho das estimativas de f_{Ri} ($i = 1, 2$ e 3), com $MED \approx 1,0$ e $CV < 25$ %. A estimativa de f_{R4} foi mais dispersa, $MED \approx 1,0$ e $CV \approx 30$ %, dado o elevado nível de fissuração do prisma no momento do registro dessa resistência;

- No que diz respeito à performance das propostas em reproduzir a fase pós-pico das relações *tensão-CMOD* e *tensão-deslocamento* (ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados), ressalta-se que estimativas confiáveis foram alcançadas;

- Por fim, no que diz respeito à análise das propostas para f_{Ri} , constatou-se que essas propostas foram aplicadas apropriadamente nos modelos de flexão do RILEM TC 162-TDF (2003) e *ModelCode10* (2011). Salienta-se que a estimativa da resistência à flexão de vigas do BD foi, em geral, acertada, com $MED \approx 1,0$ e $CV < 20 \%$;

- No que concerne ao estudo experimental, comenta-se que o sistema de ensaio adotado, o plano de instrumentação empregado e os ensaios de caracterização realizados foram suficientes para viabilizar a análise do comportamento à flexão das vigas em CRFA;

- O ensaio de compressão (CP cilíndrico) revelou que as fibras de aço não influenciam significativamente o valor de f_c . Entretanto, especula-se que C_f produza um impacto maior no registro de ε_{fc} (deformação correspondente à f_c). Fundamentado no ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, constatou-se o impacto benéfico das fibras na resistência, na ductilidade e na tenacidade dos concretos. Entretanto, observou-se um possível descuido no preparo desses concretos, dado o desempenho mecânico medíocre desses materiais;

- As relações *carga-deslocamento* das vigas não deixam dúvidas quanto ao efeito positivo da adição de fibras de aço na massa de concreto. Observaram-se acréscimos de resistência de até 40 % e que a tenacidade das vigas foi aprimorada quase 100 %. No que tange o desempenho estrutural do CRFA, notou-se que os acréscimos mais relevantes foram para os concretos com relação $f_{R3}/f_{R1} > 0,8$ e $f_{R1}/f_{LP} > 1,5$. De qualquer forma, alerta-se que os concretos com fibra apresentaram desempenho ordinário quanto à resistência à tração na flexão. Sendo assim, desempenhos melhores podem ser alcançados, viabilizando, inclusive, a possibilidade de substituir parte, ou completamente, o reforço convencional das barras de aço. Apesar dos aspectos positivos, observou-se que a carga máxima das vigas em CRFA foi registrada antecipadamente. Averiguou-se, ainda, que essa antecipação é mais notória quanto mais *hardening* é o comportamento do material no ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados. Nessas circunstâncias, alerta-se para uma possível condição adversa na ductilidade de vigas em CRFA com $\rho = \rho_{min}$. Apesar da especulação, afirma-se não haver dúvidas quanto ao comportamento dúctil das vigas desse estudo;

- Diante alguns problemas técnicos para registrar as deformações das armaduras, a análise da relação *momento-curvatura* foi restringida. Entretanto, especula-se, fundamentado também no

resultado de outras pesquisas, que a fibra de aço influencia pouco a rigidez à flexão na fase pré-fissura, $E \cdot I$, e expressivamente na fase pós-fissura;

- O modo de ruína das vigas foi por flexão devido à deformação excessiva das armaduras tracionadas. Nessa análise, verificou-se que as fibras de aço também beneficiaram o padrão de fissuração das peças. O modo de ruína das vigas foi similar, independentemente de C_f e f_c , porém, a ocorrência das primeiras fissuras e a sua propagação foram, respectivamente, delongada e melhor controlada pelas fibras. De um modo geral, apenas um plano de fissuração foi formado (sem redistribuição das tensões), consequência da baixa taxa de armadura de flexão, $\rho \approx \rho_{min}$, e do desempenho ineficaz do CRFA à tração. De qualquer forma, especula-se que os concretos $FC35CF1,0$ e $FC50CF0,8$ poderiam favorecer a referida redistribuição se o seu preparo ocorresse que forma mais apropriado, garantindo respostas pós-fissura expressivas.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABNT NBR 14724. (2011). Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos - Apresentação. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT NBR 15530. (2007). Fibras de aço para concreto - Especificações. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT NBR ISO 6892-1. (2013). Materiais metálicos: Ensaio de Tração - Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT NBR NM 52. (2003). Agregados - Determinação da composição granulométrica. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT NBR NM 52. (2009). Agregado miúdo - Determinação da massa específica e massa específica aparente. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABNT NBR NM 67. (1998). Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro.

ABU-LEBDEH, T.; HAMOUSH, S.; HEARD, W.; ZORNIG, B. (2011). *Effect of matrix strength on pullout behavior of steel fiber reinforced very-high strength concrete composites*. Construction and Building Materials, v.25, Issue 1, 39-46, January.

ACI 318 (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ACI 363R-84. ACI Committee 363. (1984). State-of-art report on high strength concrete. American Concrete Institute. Detroit.

ACI 544.1R-96. (1996). State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.

ACI 544.3R-08. (2008). *Guide for specifying proportioning, and production of fiber-reinforced concrete*. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.

ACI 544.4R-88. (1988). *Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete*. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 1999.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2006). *Experimental investigation of steel fiber reinforced concrete box beams under bending*. *Materials and Structures*, 39, 491-499.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2007). *Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams*. *Construction and Building Materials*, v.21, 654-661.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2007). *Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams*. *Construction and Building Materials*, 21, 654-661.

ALWAN, J.M.; NAAMAN, A.E.; HANSEN, W. (1991). *Pull-out work of steel fibers from cementitious composites: Analytical investigation*. *Cement & Concrete Composites*, 13, 247-255.

AMMAR ABID, K.B.F. (2011). *Design of fibre reinforced concrete beams and slabs*. Master Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

AMIN, A.; FOSTER, S.J.; MUTTONI, A. (2013). *Evaluation of The Tensile Strength of SFRC as derived from Inverse Analysis of Notched Bending Test*. Proc. of 8th Int. Conf. on Fracture Mechanics Concrete & Concrete Structures (FraMCoS-8), 1049-1057, Toledo, Spain.

ASHOUR, S.A.; MAHMOOD, K.; WAFI, F.F. (1997). *Influence of Steel Fibers and Compression Reinforcement on Deflection of High-Strength Concrete Beams*. *ACI Structural Journal*, v.94, n.6, November-December.

ASHOUR, S.A.; WAFI, F.F. (1993). *Flexural Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams*. ACI Structural Journal, v.90, n.3, 279-287.

ASHOUR, S.A.; WAFI, F.F.; KAMAL, M.I. (2000). *Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams*. Engineering Structures, v.22, 1145-1158, 2000.

ASTM C995-01. (2008). Standard Test Method for Time of Flow of Fiber-Reinforced Concrete Through Inverted Slump Cone. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.

BARRAGAN, B.E. (2002). *Failure and toughness of steel fibre reinforced concrete under tension and shear*. Doctoral Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona, March.

BARROS, J.; ANTUNES, J. (2003). *Experimental characterization of the flexural behaviour of steel fibre reinforced concrete according to RILEM TC 162-TDF recommendations*. International RILEM Workshop on Test and Design Methods for Steelfibre Reinforced Concrete, 18, 77-89.

BARROS, J.; RIBEIRO, A.; CUNHA, V.; ANTUNES, A. (2003). *Fibras de aço no reforço ao corte de vigas de betão armado*. Dimensionamento de estruturas de betão reforçado com fibras de aço, DEC-UM, Portugal.

BARROS, J.A.O. (1995). *Comportamento de betão reforçado com fibras – Análise experimental e simulação numérica*. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal.

BARROS, J.A.O. (2000). *Betão reforçado com fibras de aço: conceitos fundamentais*. Associação Portuguesa das Empresas de Betão Pronto (APEB), ISISE - Artigos em Revistas Nacionais.

BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; RIBEIRO, A.F.; ANTUNES, J.A.B. (2005). *Postcracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*. RILEM – Materials and Structures, n.38, 47-56, January-February.

BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; RIBEIRO, A.F.; ANTUNES, J.A.B. (2005). *Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*. Materials and Structures, 38, 47-56, January-February.

BARROS, J.A.O.; FIGUEIRAS, J.A. (1999). *Flexural Behavior of SFRC: Testing and Modeling*. Journal of Materials in Civil Engineering, v.11, n.4, 331-229, 1999.

BARROS, J.A.O.; MORAES NETO, B.N.; MELO, G.S.S.A.; FRAZÃO, C.M.V. (2015). *Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach*. Composites Part B, v.78, 8-25.

BARROS, J.A.O.; SALEHIAN, H.; PIRES, N.M.M.A; GONÇALVES, D.M.F. (2012). *Design and testing elevated steel fibre reinforced self-compacting concrete slabs*. BEFIB2012–Fibre reinforced concrete.

BEHBAHANI, H.P. (2010). *Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete beams*. Master thesis, Faculty of Civil Engineering, Universiti Teknologi Malaysia, April.

BLANCO, A.; PUJADAS, P.; FUENTE, A.; CAVALARO, S.; AGUADO, A. (2013). *Application of constitutive models in European codes to RC-FRC*. Construction and Building Materials, v.40, 246-259, March.

BOULEKBACHE, B.; HAMRAT, M.; CHEMROUK, M.; AMZIANE, S. (2010). *Flowability of fibre-reinforced concrete and its effect on the mechanical properties of the material*. Construction and Building Materials, 24, 1664-1671.

BRESCANSIN, J. (2003). *Comportamento à fratura de compósitos de matriz cimentícia reforçada com polpa de bambu*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Ciência dos Materiais e Metalurgia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BS 1881: Part 104. (1983). Testing concrete. Method for determination of Vebe time.

BURATTI, N.; MAZZOTTI, C.; SAVOIA, M. (2011). *Post-cracking behaviour of steel and macrosynthetic fibre-reinforced concretes*. Construction and Building Materials, 25, 2713-2722.

CALLISTER, W.D.; RETHWISCH, D.G. (2015). *Fundamentals of Materials Science and Engineering: An Integrated Approach*. Wiley, 5th ed.

CEB-FIP (2010). Model Code 2010: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011. (This final draft has not been published).

CHUNXIANG, Q.; PATNAIKUNI, I. (1999). *Properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending*. Cement & Concrete Composites. v.21, 73-81, 1999.

COLAJANNI, P.; MENDOLA, L.L.; PRIOLO, S.; SPINELLA, N. (2008). *Experimental Tests and FEM Model for SFRC Beams under Flexural and Shear Loads*. CP1020, 2008 Seismic Engineering Conference Commemorating the 1908 Messina e Reggio Earthquake, American Institute of Physics, 872-879.

CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2013). *Wide-shallow beams with and without steel fibres: A peculiar behavior in shear and flexure*. Composites: Part B, 51, 282-290.

CUNHA, V.; RIBEIRO, A.; BARROS, J.; ANTUNES, A. (2003). *Betão reforçado com fibras de aço: recomendações normativas, investigação experimental e numérica*. V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto.

DANCYGIER, A.N.; SAVIR, Z. (2006). *Flexural behavior of HSFRC with low reinforcement ratios*. Engineering Structures, v.28, 1503-1512.

DANCYGIER, A.N.; SAVIR, Z. (2006). *Flexural behavior of HSFRC with low reinforcement ratios*. Engineering Structures, v.28, 1503-1512.

DESTRÉE, X.; BISSEN, A.M.; BISSEN, LUXEMBOURG. (2009). *Steel-fibre-only reinforced concrete in free suspended elevated slabs*. Concrete Engineering International, Spring.

DESTRÉE, X.; MANDL, J. (2008). *Steel fibre only reinforced concrete in free suspended elevated slabs: Case studies, design assisted by testing route, comparison to the latest SFRC standard documents*. Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds), Taylor & Francis Group, 437-443, London.

DING, Y. (2011). *Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam*. Construction and Building Materials, 25, 2432-2440.

EUROCODE2. (2004). Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. European Standard.

FERRARI, V.J.; HANAI, J.B. (2009). *Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido a substrato de transição constituído por compósito cimentício de alto desempenho*. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v.11, n.51, 37-56.

FERRER BOIX, C. (2003). *Experimental and numerical analysis of the shear failure in steel fibre reinforced concrete*. Minor thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria, May.

FIGUEIREDO, A.D. (2000). *Concreto com Fibras de Aço*. Boletim Técnico – Série BT/PCC/260, Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

GIACCIO, G.; TOBES, J.M.; ZERBINO, R. (2008). *Use of small beams to obtain design parameters of fibre reinforced concrete*. Cement & Concrete Composites, 30, 297-306.

GOMES, J.G. (2013). *Influência das fibras metálicas no comportamento ao esforço transversal de vigas SFRC*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

GOUVEIA, N.D. (2012). *Punçamento em Lajes de Betão com Fibras*. Dissertação de mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia.

HOLANDA, K.M.A. (2002). *Análise dos mecanismos de resistência e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção*. Tese de doutorado. São Carlos.

ISO 1920-3 (2004). *Testing of concrete - Part 3: Making and curing test specimens*. International Standard, First edition, October.

KAKLAUSKAS, G.; GRIBNIAK, V.; MESKENAS, A.; BACINSKAS, D.; JUOZAPAITIS, A.; SOKOLOV, A.; ULBINAS, D. (2014). *Experimental investigation of the deformation behavior of SFRC beams with an ordinary reinforcement*. *Mechanics of Composite Materials*, v.50, n.4, September.

KHALIL, W.I.; TAYFUR, Y.R. (2013). *Flexural strength of fibrous ultra high performance reinforced concrete beams*. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, v.8, n.3, 200-214.

KANG, S.T.; LEE, B.Y.; KIM, J-K.; KIM, Y.Y. (2011). *The effect of fibre distribution characteristics on the flexural strength of steel fibre-reinforced ultra high strength concrete*. *Construction and Building Materials*, 25, 2450-2457.

KANG, T.H-K.; KIM, W.; MASSONE, L.M.; GALLEGUUILLOS, T.A. (2012). *Shear-Flexure Coupling Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams*. *ACI Structural Journal*, v.109, n.4, 435-444.

KELPŠA, Š.; AUGONIS, M.; DAUKŠYS, M.; AUGONIS, A. (2014). *Analysis of Crack Width Calculation of Steel Fibre and Ordinary Reinforced Concrete Flexural Members*. *Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering*, 2014. n.1, 6, 50-57.

KELPŠA, Š.; AUGONIS, M.; DAUKŠYS, M.; AUGONIS, A.; ŽIRGULIS, G. (2015). *Empirical calculation method of residual flexural tensile strength $f_{R,1}$ of SFRC*. MECHANIKA, v.21, 4, 257-263.

KOVÁCS, I.; BALÁZS, G.L. (2003). *Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete*. Structural Concrete, v.4, n.2, 57-63.

KUMAR, S.; PRASAD, M.M. (2008). *Flexural behaviour of short steel fiber reinforced concrete beams*. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications, BEFIB-2008 Symposium, Chennai, India, 17th-19th, 209-217, September.

KWAK, Y-K.; EBERHARD, M.O.; KIM, W-S.; KIM, J. (2002). *Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups*. ACI Structural Journal, v.99, n.4, 530-538.

LARANJEIRA, F.; MOLINS, C.; AGUADO, A. (2010). *Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers*. Cement and Concrete Research, v.40, Issue 10, 1471-1487, October.

LEE, Y.; KANG, S-T.; KIM, J-K. (2010). *Pullout behavior of inclined steel fiber in an ultra-high strength cementitious matrix*. Construction and Building Materials, v.24, Issue 10, 2030-2041, October.

LIMA, R.P.A.F.P. (2012). *Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão*. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

LIMA, R.P.A.F.P. (2012). *Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão*. Tese de Mestrado, Universidade do Porto, Porto, Portugal.

LOBÃO, L.M.M. (2005). *Taxa de armadura longitudinal mínima em vigas de concreto de resistência normal com fibras de aço*. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ.

LOFGREN, I. (2005). *Fibre-reinforced Concrete for Industrial Construction: A fracture mechanics approach to material testing and structural analysis*. PhD-thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Sweden.

LOURENÇO, L.A.P. (2012). *Betão Reforçado com Fibras: aplicações e técnicas de inspeção e reforço de elementos estruturais afetados pela ação de um fogo*. Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Escola de Engenharia.

MARKOVICH, I.; VAN MIER, J.G.M.; WALRAVEN, J.C. (2001). *Single fiber pullout from hybrid fiber reinforced concrete*. HERON, v.46, n.3.

MARTINIE, L.; ROUSSEL, N.. (2011). *Simple tools for fiber orientation prediction in industrial practice*. Cement and Concrete Research, 41, 993-1000.

MEDA, A.; MIELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2012). *Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete*. Composite: Part B, v.43, 2930-2937.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (2013). *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*. McGraw-Hill Professional Publishing, 4th ed.

MESKENAS, A.; GELAZIUS, V.; KAKLAUSKAS, G.; GRIBNIAK, V.; RIMKUS, A. (2013). *A New Technique for Constitutive Modeling of SFRC*. Procedia Engineering, Modern Building Materials, Structures and Techniques, v.57, 762-766.

MESKENAS, A.; ULBINAS, D. (2011). *Discrete crack model of steel fibre reinforced concrete members subjected to tension*. 14-osios Lietuvos jaunuju mokslininku konferencijos, Mokslas-Lietuvos ateitis.

MINELLI, F.; CONFORTI, A.; CUENCA, E.; PLIZZARI, G. (2014). *Are steel fibres able to mitigate or eliminate size effect in shear?*. Materials and Structures, 47, 459-473.

MINH LONG, N.; MARIAN, R. (2008). *Investigation of fracture properties of steel fiber reinforced concrete*. The 3rd ACF International Conference - ACF/VCA 2008 C.06, 854-861.

- MONTAIGNAC, R.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P. (2012). *Design of SFRC structural elements: flexural behaviour prediction*. Materials and Structures, v.45, 623-636.
- MONTAIGNAC, R.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P.; NOUR, A. (2011). *Design of SFRC structural elements: post-cracking tensile strength measurement*. Materials and Structures, v.45, Issue 4, 609-622.
- MORAES NETO, B.; BARROS, J.; MELO, G. (2014). *Model to Simulate the Contribution of Fiber Reinforcement for the Punching Resistance of RC Slabs*. Journal of Materials in Civil Engineering, v.26, Issue 7, July.
- MORAES NETO, B.N.; BARROS, J.A.O.; MELO, G.S.S.A. (2013). *A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded*. Construction and Building Materials, v.46, 211-223, September.
- MOREILLON, L. (2013). *Shear and punching shear behavior of structural elements in High Performance Fibre Reinforced Concrete*. Doctoral Thesis, Université Paris-EST.
- NAAMAN, A.E. (2003). *Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites*. Journal of Advanced Concrete Technology, v.1, n.3, 1-12, October.
- OH, B.H. (1992). *Flexural Analysis of Reinforced Concrete Beams Containing Steel Fibers*. Journal of Structural Engineering, v.118, n.10, 2821-2835.
- PAJAŁ, M.; PONIKIEWSKI, T. (2013). *Flexural behavior of self-compacting concrete reinforced with different types of steel fibers*. Construction and Building Materials, 47, 397-408.
- PEDERSEN, C. (1996). *New production processes, materials and calculation techniques for fiber reinforced concrete pipes*. Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, Serie R, n.14.

PEREIRA, E.N.B.; BARROS, J.A.O.; RIBEIRO, A.F.; CAMÕES, A. (2004). *Post-cracking behaviour of selfcompacting steel fibre reinforced concrete*. 6th International RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete - BEFIB 2004, Varenna.

PETERSSON, P.E. (1981). *Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials*. PhD-thesis, Report TVBM-1006, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, 174 pp.

POH, J.; TAN, K.H.; PETERSON, G.L.; WEN, D. (2008). *Structural testing of steel fibre reinforced concrete (SFRC) tunnel lining segments in Singapore*. Land Transport Authority, Hampshire Road, ITA 2008.

PUJADAS, P.; BLANCO, A.; FUENTE, A.; AGUADO, A. (2012). *Cracking behavior of FRC slabs with traditional reinforcement*. *Materials and Structures*, v.45, Issue 5, 707-725.

RAVINDRARAJAH, R.S.; TAM, C.T. (1984). *Flexural strength of steel fibre reinforced concrete beams*. *The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, v.6, n.4, 273-278.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test, Final Recommendation*. *Materials and Structures*, v.35, 579-582, November.

RILEM TC 162-TDF. (2003). *Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ Design method, Final Recommendation*. *Materials and Structures*, v.36, 560-567, October.

RODRIGUES JÚNIOR, A. (2009). *Comportamento de Vigas de Concreto com Fibras de Aço e Baixas Taxas de Armadura Longitudinal*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). *Effect of Steel Fiber Content on Behavior of Concrete Beams with and without Stirrups*. *ACI Structural Journal*, v.111, n.5, 1157-1166.

SANTOS, S.P.F. (2009). *The Bending and Shear Behaviour of Laminar Structures of High Performance Fibre Reinforced Concrete*. Master thesis, School of Engineering, Dept. of Civil Engineering, University of Minho, Guimarães, Portugal.

SHAH, S.P.; OUYANG, C.; SWARTZ, S.E. (1995). *Fracture mechanics of concrete: Applications of fracture mechanics to concrete, rock, and other brittle materials*. John Wiley and Sons, New York.

SHIN, S-W.; GHOSH, S.K.; MORENO, J. (1989). *Flexural ductility of Ultra-High-Strength concrete members*. ACI Structural Journal, n.4, 394-400.

SHUKLA, M. (2011). *Behavior of reinforced concrete beams with steel fibres under flexural loading*. International Journal of Earth Sciences and Engineering, v.04, n.06, 843-846, SPL, October.

STEFANIDI, K.G.; MISTAKIDIS, E.; PERDIKARIS, P.; PAPTATHEOCHARIS, T. (2011). *Numerical simulation of the nonlinear bending response of fibre-reinforced cementitious matrix beams and comparison with experimental results*. Engineering Structures, v.33, 3579-3589.

TAN, K.H.; PARAMASIVAM, P.; TAN, K.C. (1994). *Instantaneous and Long-Term Deflections of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams*. ACI Structural Journal, v.91, n.4, 384-392.

TIBERTI, G.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. (2014). *Reinforcement optimization of fiber reinforced concrete linings for conventional tunnels*. Composites: Part B, 58, 199-207.

TORRIJOS, M.C.; BARRAGÁN, B.E.; ZERBINO, R.L. (2010). *Placing conditions, mesostructural characteristics and post-cracking response of fibre reinforced self-compacting concretes*. Construction and Building Materials, 24, 1078-1085.

TORRIJOS, M.C.; BARRAGÁN, B.E.; ZERBINO, R.L. (2010). *Placing conditions, mesostructural characteristics and post-cracking response of fibre reinforced self-compacting concretes*. Construction and Building Materials, 24, 1078-1085.

VAN MIER, J.G.M. (1997). *Fracture processes of concrete*. CRC Press, Boca Raton, Florida.

YOU, Z.; CHEN, X.; DONG, S. (2011). *Ductility and strength of hybrid fiber reinforced self-consolidating concrete beam with low reinforcement ratios*. 2011 International Conference on Risk and Engineering Management (REM), Systems Engineering Procedia 1, 28-34.

ZERBINO, R.; TOBES, J.M.; BOSSIO, M.E.; GIACCIO, G. (2012). *On the orientation of fibres in structural members fabricated with self compacting fibre reinforced concrete*. Cement & Concrete Composites, 34, 191-200.

ZİLE, E.; ZİLE, O. (2013). *Effect of the fiber geometry on the pullout response of mechanically deformed steel fibers*. Cement and Concrete Research, v.44, 18-24, February.

ANEXOS

ANEXO A: BANCO DE DADOS PARA A ANÁLISE DE f_{Ri} ($i = 1, 2, 3$ e 4)

Tabela A.1. Banco de dados para a análise de f_{Ri} .

Autor	Prismas	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	f_{R1} (MPa)	f_{R2} (MPa)	f_{R3} (MPa)	f_{R4} (MPa)
BARROS (1995)	s3e30	40,60	0,40	30,00	0,50	3,50	-	2,73	2,61
	s3e45	40,00	0,60	30,00	0,50	4,83	-	3,95	3,75
	s3e60	36,50	0,80	30,00	0,50	4,60	-	3,59	3,39
	s4e30	35,70	0,40	60,00	0,80	3,50	-	3,15	3,08
	s4e45	36,40	0,60	60,00	0,80	5,13	-	4,20	3,83
	s5e30	48,40	0,40	60,00	0,80	4,40	-	1,64	1,34
FERRER BOIX (2003)	s5e45	54,00	0,60	60,00	0,80	5,35	-	3,45	3,18
	pilot 1 beam 1	56,51	1,00	30,00	0,50	9,60	8,00	6,72	5,36
	pilot 2 beam 2	56,51	1,00	30,00	0,50	9,60	8,48	7,36	6,40
	pilot 3 beam 3	56,51	1,00	30,00	0,50	8,00	6,24	5,12	4,24
	test 2 beam 2	60,18	0,50	30,00	0,50	6,72	5,76	4,80	3,92
	test 3 beam 3	60,18	0,50	30,00	0,50	4,35	4,03	3,65	3,30
POH <i>et al.</i> (2008)	test 1 beam 4	56,51	1,00	30,00	0,50	8,00	6,56	5,44	4,64
	test 2 beam 5	56,51	1,00	30,00	0,50	10,40	8,88	7,20	5,92
	test 3 beam 6	56,51	1,00	30,00	0,50	9,60	8,32	7,04	5,84
	A	45,92	0,40	60,00	0,75	4,00	3,40	2,60	2,02
	B	34,72	0,47	60,00	0,75	3,00	3,30	3,00	2,11
	C	48,48	0,53	60,00	0,75	3,30	3,00	2,40	2,88
BARROS <i>et al.</i> (2003)	S2_3	64,00	0,33	60,00	0,92	3,68	3,92	3,20	3,04
	S2_4	58,80	0,47	60,00	0,92	3,68	5,12	3,20	3,52
BARROS <i>et al.</i> (2005)	F80/60-30	31,76	0,40	60,00	0,75	3,49	3,92	3,65	1,41
	F80/60-20	31,76	0,27	60,00	0,75	2,62	5,12	2,11	2,05
	F80/60-10	31,76	0,13	60,00	0,75	1,76	3,92	1,60	3,52
	F65/60-15	31,76	0,20	60,00	0,92	2,62	5,12	2,37	2,34
	F65/60-25	31,76	0,33	60,00	0,92	3,84	3,92	0,54	3,20
	F65/60-35	31,76	0,47	60,00	0,92	4,03	5,12	3,33	3,71
MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2011)	F60-1	63,20	1,00	60,00	0,75	8,72	6,67	7,52	6,88
	F35-1	46,90	1,00	35,00	0,55	6,56	6,42	5,28	4,64
	F35-1,25	56,10	1,25	35,00	0,55	8,40	6,58	6,40	5,68
BURATTI <i>et al.</i> (2011)	SF_20_med	33,28	0,27	50,00	1,00	1,85	1,95	2,10	1,98
PEREIRA <i>et al.</i> (2004)	med	56,45	0,40	60,00	0,75	4,48	3,68	2,96	2,24
BARRAGAN (2002)	N1-3PB-20-1	38,90	0,27	60,00	0,75	1,99	2,56	2,42	2,33
BARROS <i>et al.</i> (2015)	Cf60fc50	51,90	0,40	37,00	0,55	5,71	4,55	2,77	2,13
	Cf75fc50	55,68	0,40	37,00	0,55	6,32	5,42	3,25	2,19
	Cf60fc70	63,77	0,80	37,00	0,55	9,06	9,58	8,08	6,96
	Cf75fc70	70,02	1,00	37,00	0,55	12,30	13,30	11,55	10,23
DING (2011)	B10B	-	0,13	60,00	0,75	1,50	1,33	1,29	1,22
	B15A	-	0,20	60,00	0,90	2,38	2,31	2,25	2,22
	B20B	-	0,27	60,00	0,75	2,43	2,44	2,44	2,41
	B25B	-	0,33	60,00	0,75	2,82	2,11	3,10	3,14
	B30B	-	0,40	60,00	0,75	3,85	3,99	3,97	3,90
AMIN <i>et al.</i> (2013)	DA05EH	56,20	0,50	35,00	0,55	4,96	3,60	4,55	3,72
	DA05S	63,70	0,50	13,00	0,20	3,72	-	2,07	1,65
MESKENAS <i>et al.</i> (2013)	S2-1-F05_avg	34,48	0,53	50,00	1,00	3,01	2,98	2,87	2,74
CONFORTI <i>et al.</i> (2013)	FRC25	30,40	0,33	50,00	0,80	3,01	3,20	2,99	2,69
	FRC35	29,52	0,47	50,00	0,80	3,52	3,87	3,62	3,24
GIACCIO <i>et al.</i> (2008)	C1-40	56,00	0,53	30,00	0,50	5,00	5,20	4,80	4,10
	C1-20	59,70	0,27	30,00	0,50	2,30	1,90	1,70	1,30
	C2-40	53,60	0,53	60,00	0,75	4,00	6,10	6,20	4,40
MOREILLON (2013)	AV-3	97,50	0,27	30,00	0,38	4,10	-	3,10	2,40
	B2	102,00	0,27	30,00	0,38	4,30	4,20	2,60	1,80
PAJAK e PONIKIEWSKI (2013)	0.5_HE	98,20	0,50	30,00	0,80	3,61	3,13	2,60	1,97
TIBERTI <i>et al.</i> (2014)	0.25M	32,72	0,25	50,00	1,00	2,28	2,53	2,61	2,40
TORRIJOS <i>et al.</i> (2010)	FR-SCC1-C	-	0,47	50,00	1,00	3,40	3,60	3,50	3,20
	FR-SCC2-C	-	0,47	30,00	0,38	5,50	3,10	2,10	1,60

Tabela A.1. Banco de dados para a análise de f_{Ri} (continuação).

Autor	Prismas	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	f_{R1} (MPa)	f_{R2} (MPa)	f_{R3} (MPa)	f_{R4} (MPa)
ZERBINO <i>et al.</i> (2012)	VB	-	0,47	35,00	0,45	2,60	2,70	2,90	3,00
LIMA (2012)	P1	63,30	0,26	80,00	1,00	3,10	2,52	1,80	1,50
	P2	62,80	0,52	80,00	1,00	7,50	6,94	6,10	5,10
	P3	63,00	0,79	80,00	1,00	7,00	6,73	5,30	4,40
CUNHA <i>et al.</i> (2003)	F65/60Qf15Cv0Id28	31,04	0,20	67,00	1,00	2,64	2,43	2,50	2,37
	F65/60Qf25Cv0Id28	31,92	0,33	67,00	1,00	3,84	3,65	3,79	3,75
	F65/60Qf35Cv0Id28	31,12	0,47	67,00	1,00	4,09	3,84	3,64	3,19
	F80/60Qf10Cv0Id28	32,32	0,13	80,00	1,00	1,78	1,66	1,60	1,42
	F80/60Qf20Cv0Id28	34,56	0,27	80,00	1,00	2,93	2,62	2,57	2,21
	F80/60Qf30Cv0Id28	25,04	0,39	80,00	1,00	3,57	3,74	3,61	3,66
FERRARI e HANAI (2009)	CPA1A	-	1,00	33,30	1,00	3,60	3,20	-	1,51
LOURENÇO (2012)	C20/25_Vf20	27,40	0,29	65,00	1,00	2,74	2,69	2,56	2,36
	C20/25_Vf30	29,80	0,42	65,00	1,00	2,99	3,02	2,99	2,85
	C20/25_Vf45	27,60	0,62	65,00	1,00	4,65	4,55	4,37	4,12
	C30/37_Vf20	40,90	0,28	65,00	1,00	3,61	3,57	3,50	3,31
	C30/37_Vf45	39,90	0,61	65,00	1,00	4,85	5,24	5,23	5,12
	C30/37_Vf75	46,10	0,98	65,00	1,00	8,70	9,79	9,27	8,50
	C45/55_Vf30	45,40	0,38	65,00	1,00	3,62	3,84	3,67	3,41
	C45/55_Vf60	54,50	0,79	65,00	1,00	7,78	9,71	9,14	8,48
	C45/55_Vf75	61,60	0,95	65,00	1,00	10,69	12,10	11,00	9,98
LOFGREN <i>et al.</i> (2005)	mix 1	-	0,50	66,70	1,00	3,63	3,60	3,33	3,06
	mix 2	-	1,00	66,70	1,00	5,68	5,60	5,26	4,93
	mix 3	-	0,50	66,70	1,00	5,57	5,92	5,66	5,15
	mix 4	-	1,00	66,70	1,00	9,14	8,96	8,19	7,41
	mix 5	-	1,00	63,64	1,00	9,06	8,40	7,36	6,34
GOUVEIA (2012)	M1	33,8	0,50	35,00	0,55	3,68	-	3,72	-
	M2	31,8	0,75	35,00	0,55	4,54	-	5,35	-
	M3	46,2	0,75	35,00	0,55	6,97	-	4,99	-
	M4	45,8	1,00	35,00	0,55	6,93	-	6,58	-
PUJADAS <i>et al.</i> (2012)	SF1_20	25	0,27	35,00	0,55	2,55	2,44	2,22	1,99
	SF2_20	25	0,27	60,00	0,75	2,96	3,16	3,23	3,10
	SF1_40	25	0,53	35,00	0,55	4,10	4,18	3,94	3,49
	SF2_40	25	0,53	60,00	0,75	3,93	4,49	4,56	4,62

ANEXO B: BANCO DE DADOS PARA ANÁLISE DOS MODELOS DE FLEXÃO

Tabela B.1. Banco de dados para a análise de m_R .

Autor	Peça	b (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	m_R (kN·m)
RODRIGUES JUNIOR (2009)	V1-1	150,00	261,85	42,60	0,38	60,00	0,80	0,24	0,16	20,70
	V1-2	150,00	261,85	46,10	0,76	60,00	0,80	0,24	0,16	25,28
	V1-3	150,00	261,85	46,00	1,15	60,00	0,80	0,24	0,16	27,83
	V2-1	150,00	261,00	45,90	0,38	60,00	0,80	0,51	0,26	39,00
	V2-2	150,00	261,00	46,10	0,76	60,00	0,80	0,51	0,26	46,35
	V2-3	150,00	261,00	46,00	1,15	60,00	0,80	0,51	0,26	42,00
HOLANDA (2002)	VP2A	120,00	80,00	37,41	0,75	30,00	0,55	1,64	0,00	6,37
	VP2B	120,00	80,00	37,41	0,75	30,00	0,55	1,64	0,00	5,57
	VP3A	120,00	80,00	35,91	1,50	30,00	0,55	1,64	0,00	6,78
	VP3B	120,00	80,00	35,91	1,50	30,00	0,55	1,64	0,00	7,65
	VP5A	120,00	85,00	38,67	0,75	30,00	0,55	1,54	0,39	5,70
	VP5B	120,00	85,00	38,67	0,75	30,00	0,55	1,54	0,39	5,12
	VP6A	120,00	85,00	42,25	1,50	30,00	0,55	1,54	0,39	6,09
	VP6B	120,00	85,00	42,25	1,50	30,00	0,55	1,54	0,39	6,10
	V2A	120,00	85,00	24,40	1,00	30,00	0,55	1,54	0,39	5,78
	V2B	120,00	85,00	24,40	1,00	30,00	0,55	1,54	0,39	6,25
	V3A	120,00	85,00	28,06	2,00	30,00	0,55	1,54	0,39	7,31
	V3B	120,00	85,00	28,06	2,00	30,00	0,55	1,54	0,39	6,76
	V5A	120,00	85,00	59,72	1,00	30,00	0,55	1,54	0,39	9,64
	V5B	120,00	85,00	59,72	1,00	30,00	0,55	1,54	0,39	8,82
	V6A	120,00	85,00	52,38	2,00	30,00	0,55	1,54	0,39	7,58
	V6B	120,00	85,00	52,38	2,00	30,00	0,55	1,54	0,39	7,14
	V8A	130,00	155,00	59,72	1,00	30,00	0,55	1,56	0,20	17,59
	V8B	130,00	155,00	59,72	1,00	30,00	0,55	1,56	0,20	20,62
	V9A	130,00	155,00	52,38	2,00	30,00	0,55	1,56	0,20	20,90
	V9B	130,00	155,00	52,38	2,00	30,00	0,55	1,56	0,20	27,02
	V10A	120,00	85,00	36,55	0,75	50,00	1,05	1,54	0,39	5,66
	V10B	120,00	85,00	36,55	0,75	50,00	1,05	1,54	0,39	5,17
	V11A	120,00	85,00	46,08	1,50	50,00	1,05	1,54	0,39	6,62
	V11B	120,00	85,00	46,08	1,50	50,00	1,05	1,54	0,39	8,19
V13A	110,00	85,00	73,50	0,75	25,00	0,67	1,68	0,42	8,30	
V13B	110,00	85,00	73,50	0,75	25,00	0,67	1,68	0,42	6,81	
V14A	110,00	85,00	73,10	1,50	25,00	0,67	1,68	0,42	8,94	
V14B	110,00	85,00	73,10	1,50	25,00	0,67	1,68	0,42	7,30	
KWAK <i>et al.</i> (2002)	FHB2-3	125,00	212,00	63,80	0,50	50,00	0,80	1,52	0,00	52,08
	FHB3-3	125,00	212,00	68,60	0,75	50,00	0,80	1,52	0,00	57,30
	FHB2-4	125,00	212,00	63,80	0,50	50,00	0,80	1,52	0,00	54,16
	FHB3-4	125,00	212,00	68,60	0,75	50,00	0,80	1,52	0,00	61,57
	FNB2-4	125,00	212,00	30,80	0,50	50,00	0,80	1,52	0,00	44,94
BARROS e FIGUEIRAS (1999)	ZX2	500,00	71,00	61,50	0,40	60,00	0,80	0,11	0,00	3,34
	ZX3	500,00	71,00	59,90	0,60	60,00	0,80	0,11	0,00	4,00
	ZX4	500,00	71,00	59,10	0,80	60,00	0,80	0,11	0,00	5,26
LOBÃO (2005)	V1	150,00	262,50	26,10	0,40	60,00	0,80	0,10	0,10	10,13
	V2	150,00	261,85	32,30	0,40	60,00	0,80	0,16	0,16	15,53
	V3	150,00	261,85	42,60	0,40	60,00	0,80	0,24	0,16	20,70
BEHBAHANI (2010)	HS-SFRC	120,00	138,00	53,44	1,00	50,00	0,75	1,37	0,34	20,57
SANTOS (2009)	A1-6-45	350,00	127,00	91,22	0,60	60,00	0,75	0,19	0,19	11,42
	B1-8-45	350,00	126,00	91,22	0,60	60,00	0,75	0,34	0,19	17,77
	C1-10-45	350,00	125,00	91,22	0,60	60,00	0,75	0,54	0,19	23,08
MESKENAS e ULBINAS (2011)	S31F05	278,00	278,00	55,62	0,47	55,00	1,00	0,31	0,20	43,50
	S31F10	279,00	276,00	47,95	1,02	55,00	1,00	0,31	0,20	53,00
	S31F15	279,00	272,00	52,15	1,46	55,00	1,00	0,31	0,21	55,00
SHUKLA (2011)	1SFRC1	120,00	220,00	20,00	1,00	49,50	0,66	0,89	0,21	29,62
	1SFRC2	120,00	220,00	20,00	1,00	49,50	0,66	0,89	0,21	29,62
	1SFRC3	120,00	220,00	20,00	1,00	49,50	0,66	0,89	0,21	29,62
	2SFRC1	120,00	220,00	20,00	2,00	49,50	0,66	0,89	0,21	33,30
	2SFRC2	120,00	220,00	20,00	2,00	49,50	0,66	0,89	0,21	33,30
	2SFRC3	120,00	220,00	20,00	2,00	49,50	0,66	0,89	0,21	33,30

Tabela B.1. Banco de dados para a análise de m_R (continuação).

Autor	Peça	b (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	m_R (kN·m)
DANCYGIER e SAVIR (2006)	H5-F2-1_35	200,00	273,00	129,40	0,75	35,00	0,55	0,28	0,18	35,40
	H5-F2-1_60	200,00	273,00	123,60	0,75	60,00	0,90	0,28	0,18	40,95
	H8-F2-1_35	200,00	273,00	124,40	0,75	35,00	0,55	0,55	0,18	58,35
	H8-F2-1_60	200,00	273,00	122,00	0,75	60,00	0,90	0,55	0,18	55,80
	H5-F2-1_35_3	200,00	273,00	121,80	0,75	35,00	0,55	0,28	0,18	35,13
H5-F2-1_35_4	200,00	273,00	121,80	0,75	35,00	0,55	0,28	0,18	33,80	
STEFANIDI <i>et al.</i> (2011)	Type C	150,00	180,00	80,00	0,80	28,00	0,40	0,87	0,87	33,55
ASHOUR <i>et al.</i> (2000)	B-0.5-N2	200,00	215,00	55,82	0,50	60,00	0,80	1,18	0,13	60,17
	B-1.0-N2	200,00	215,00	65,16	1,00	60,00	0,80	1,18	0,13	64,50
	B-0.5-N3	200,00	215,00	55,82	0,50	60,00	0,80	1,78	0,13	83,80
	B-1.0-N3	200,00	215,00	65,16	1,00	60,00	0,80	1,78	0,13	87,72
	B-0.5-N4	200,00	215,00	55,82	0,50	60,00	0,80	2,37	0,13	103,98
	B-1.0-N4	200,00	215,00	65,16	1,00	60,00	0,80	2,37	0,13	105,04
	B-0.5-M2	200,00	215,00	81,99	0,50	60,00	0,80	1,18	0,13	63,34
	B-1.0-M2	200,00	215,00	87,37	1,00	60,00	0,80	1,18	0,13	69,88
	B-0.5-M3	200,00	215,00	81,99	0,50	60,00	0,80	1,78	0,13	89,62
	B-1.0-M3	200,00	215,00	87,37	1,00	60,00	0,80	1,78	0,13	92,05
	B-0.5-M4	200,00	215,00	81,99	0,50	60,00	0,80	2,37	0,13	113,59
	B-1.0-M4	200,00	215,00	87,37	1,00	60,00	0,80	2,37	0,13	115,70
	B-0.5-H2	200,00	215,00	106,93	0,50	60,00	0,80	1,18	0,13	62,60
	B-1.0-H2	200,00	215,00	111,44	1,00	60,00	0,80	1,18	0,13	69,25
	B-0.5-H3	200,00	215,00	106,91	0,50	60,00	0,80	1,78	0,13	89,84
	B-1.0-H3	200,00	215,00	111,44	1,00	60,00	0,80	1,78	0,13	95,64
B-0.5-H4	200,00	215,00	106,93	0,50	60,00	0,80	2,37	0,13	114,96	
B-1.0-H4	200,00	215,00	111,44	1,00	60,00	0,80	2,37	0,13	120,61	
CHUNXIANG e PATNAIKUNI (1999)	IF	120,00	96,00	64,10	1,00	18,00	0,39	3,49	0,49	17,19
	IT	120,00	96,00	66,10	1,00	18,00	0,39	3,49	0,49	19,71
	IIIF	120,00	96,00	79,90	1,00	18,00	0,47	3,49	0,49	18,57
	IIS	120,00	96,00	82,60	1,00	18,00	0,47	3,49	0,49	20,31
	IIT	120,00	96,00	77,90	1,00	18,00	0,47	3,49	0,49	17,85
	IIIF	120,00	96,00	73,50	1,00	25,00	0,56	3,49	0,49	17,43
	IIIS	120,00	96,00	78,10	1,00	25,00	0,56	3,49	0,49	16,65
ALTUN <i>et al.</i> (2006)	B1	300,00	285,00	22,48	0,40	60,00	0,75	0,40	0,12	55,52
	B2	300,00	285,00	22,48	0,40	60,00	0,75	0,40	0,12	55,63
	B3	300,00	285,00	22,48	0,40	60,00	0,75	0,40	0,12	57,75
RAVINDRARAJAH e TAM (1984)	Vf0,5	200,00	400,00	24,16	0,50	50,00	0,50	0,00	0,00	18,16
	Vf1,0	200,00	400,00	26,88	1,00	50,00	0,50	0,00	0,00	27,29
	Vf1,5	200,00	400,00	26,96	1,50	50,00	0,50	0,00	0,00	29,30
OH (1992)	S1V1	120,00	140,00	43,00	1,00	40,00	0,70	1,58	0,00	15,23
	S1V2	120,00	140,00	47,80	2,00	40,00	0,70	1,58	0,00	17,96
	S2V1	120,00	140,00	43,00	1,00	40,00	0,70	2,39	0,00	22,64
	S2V2	120,00	140,00	47,80	2,00	40,00	0,70	2,39	0,00	23,37
	D2V1	120,00	140,00	43,00	1,00	40,00	0,70	3,38	0,94	28,37
	D2V2	120,00	140,00	47,80	2,00	40,00	0,70	3,38	0,94	30,99
ALTUN <i>et al.</i> (2007)	C20-4-30	300,00	261,00	22,50	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	50,48
	C20-5-30	300,00	261,00	22,40	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	50,58
	C20-6-30	300,00	261,00	22,30	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	52,50
	C20-7-60	300,00	261,00	22,60	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	52,58
	C20-8-60	300,00	261,00	22,60	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	52,75
	C20-9-60	300,00	261,00	22,60	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	52,25
	C30-4-30	300,00	261,00	30,80	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	80,06
	C30-5-30	300,00	261,00	30,80	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	82,50
	C30-6-30	300,00	261,00	30,80	0,40	60,00	0,75	0,51	0,13	89,30
	C30-7-60	300,00	261,00	30,20	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	92,61
	C30-8-60	300,00	261,00	30,20	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	92,19
	C30-9-60	300,00	261,00	30,20	0,80	60,00	0,75	0,51	0,13	88,24
COLAJANNI <i>et al.</i> (2008)	A11	150,00	219,00	75,41	1,00	30,00	0,55	1,91	0,48	78,80
	B11	150,00	219,00	75,41	1,00	30,00	0,55	1,91	0,48	78,18

Tabela B.1. Banco de dados para a análise de m_R (continuação).

Autor	Peça	b (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	m_R (kN·m)
MONTAIGNAC <i>et al.</i> (2012)	R150F/F60-1.0	400,00	150,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,00	0,00	11,70
	R150F/F35-1.0	400,00	150,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,00	0,00	9,90
	R300F/F60-1.0	400,00	300,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,00	0,00	33,75
	R300F/F35-1.0	400,00	300,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,00	0,00	24,75
	R600F/F60-0.75	500,00	600,00	58,20	0,75	60,00	0,75	0,00	0,00	144,00
	R600F/F60-1.0	500,00	600,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,00	0,00	144,00
	R600F/F35-1.0	500,00	600,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,00	0,00	162,00
	R600F/F35-1.25	500,00	600,00	56,10	1,25	35,00	0,55	0,00	0,00	162,00
	R150RF/F60-1.0	400,00	120,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,42	0,00	20,25
	R150RF/F35-1.0	400,00	120,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,42	0,00	18,45
	R300RF/F60-1.0	400,00	250,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,40	0,00	74,25
	R300RF/F35-1.0	400,00	250,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,40	0,00	65,25
	R600RF/F60-0.75	500,00	540,00	58,20	0,75	60,00	0,75	0,37	0,00	333,00
	R600RF/F60-1.0	500,00	540,00	63,20	1,00	60,00	0,75	0,37	0,00	333,00
R600RF/F35-1.0	500,00	540,00	46,90	1,00	35,00	0,55	0,37	0,00	315,00	
R600RF/F35-1.25	500,00	540,00	56,10	1,25	35,00	0,55	0,37	0,00	351,00	
MEDA <i>et al.</i> (2012)	1,00	200,00	260,00	36,00	0,38	50,00	1,00	0,77	0,30	57,60
	2,00	200,00	260,00	34,56	0,76	50,00	1,00	0,77	0,30	57,60
	3,00	200,00	260,00	36,00	0,38	50,00	1,00	1,55	0,30	105,00
	4,00	200,00	260,00	36,00	0,38	50,00	1,00	0,77	0,30	56,40
KANG <i>et al.</i> (2012)	FHC-65-1.5	125,00	210,00	63,90	0,50	50,00	0,75	1,53	0,60	45,73
	FHC-100-1.5	125,00	210,00	68,60	0,75	50,00	0,75	1,53	0,60	48,93
	FNC-65-1	125,00	210,00	30,80	0,50	50,00	0,75	1,01	0,60	37,11
	FNC-100-1	125,00	210,00	32,60	0,75	50,00	0,75	1,01	0,60	37,34
	FNC-65-1.5	125,00	210,00	30,80	0,50	50,00	0,75	1,53	0,60	41,88
	FNC-100-1.5	125,00	210,00	32,60	0,75	50,00	0,75	1,53	0,60	43,11
KHALIL e TAYFUR (2013)	D250V0,5H	150,00	210,00	111,68	0,50	30,00	0,60	0,72	0,00	25,20
	D250V0,5C	150,00	210,00	115,36	0,50	30,00	0,60	0,72	0,00	24,60
	D250V0,75H	150,00	210,00	112,88	0,75	30,00	0,60	0,72	0,00	27,60
	D250V0,75C	150,00	210,00	114,24	0,75	30,00	0,60	0,72	0,00	25,80
	D250V1H	150,00	210,00	117,12	1,00	30,00	0,60	0,72	0,00	29,10
	D250V1C	150,00	210,00	119,27	1,00	30,00	0,60	0,72	0,00	30,00
SAHOO e SHARMA (2014)	M20-F-0.5	150,00	261,00	15,36	0,50	60,00	0,75	0,87	0,26	56,49
	M20-F-1.0	150,00	261,00	17,52	1,00	60,00	0,75	0,87	0,26	57,60
	M20-F-1.5	150,00	261,00	17,44	1,50	60,00	0,75	0,87	0,26	56,61
	M25-F-0.5	150,00	261,00	22,96	0,50	60,00	0,75	1,16	0,26	85,83
	M25-F-1.0	150,00	261,00	22,32	1,00	60,00	0,75	1,16	0,26	88,35
	M25F-1.5	150,00	261,00	21,84	1,50	60,00	0,75	1,16	0,26	85,92
ASHOUR e Wafa (1993)	S-4-0.5	170,00	265,00	87,11	0,50	60,00	0,80	1,40	0,00	116,46
	S-4-1.0	170,00	265,00	88,11	1,00	60,00	0,80	1,40	0,00	122,81
	S-4-1.5	170,00	265,00	90,53	1,50	60,00	0,80	1,40	0,00	130,38
	S-6-0.5	170,00	265,00	87,11	0,50	60,00	0,80	1,40	0,00	115,77
	S-6-1.0	170,00	265,00	88,11	1,00	60,00	0,80	1,40	0,00	118,52
	S-6-1.5	170,00	265,00	90,50	1,50	60,00	0,80	1,40	0,00	120,82
ASHOUR <i>et al.</i> (1997)	BI-0.75-0.0	100,00	125,00	80,87	0,75	60,00	0,80	1,26	0,00	9,60
	BI-1.5-0.0	100,00	125,00	82,32	1,50	60,00	0,80	1,26	0,00	10,95
TAN <i>et al.</i> (1994)	BF	100,00	99,00	32,96	0,50	30,00	0,50	1,59	0,57	6,87
	CF	100,00	99,00	33,84	1,00	30,00	0,50	1,59	0,57	7,19
	DF	100,00	99,00	33,60	1,50	30,00	0,50	1,59	0,57	7,22
	EF	100,00	99,00	32,64	2,00	30,00	0,50	1,59	0,57	7,51
LIMA (2012)	6,00	150,00	204,00	62,80	0,50	60,00	0,75	0,49	0,49	19,34
	7,00	150,00	202,00	62,80	0,50	60,00	0,75	0,28	0,28	11,80
	10,00	150,00	204,00	63,30	0,25	60,00	0,75	0,28	0,28	9,56
	13,00	150,00	205,00	63,00	0,75	60,00	0,75	0,28	0,28	13,27
	16,00	150,00	225,00	63,00	0,75	60,00	0,75	0,00	0,00	9,48

Tabela B.1. Banco de dados para a análise de m_R (continuação).

Autor	Peça	b (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	C_f (%)	l_f (mm)	d_f (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	m_R (kN·m)
KOVACS e BALAZS (2003)	A5	100,00	135,00	31,88	0,50	30,00	0,50	2,98	0,42	21,06
	A6	100,00	135,00	30,84	1,00	30,00	0,50	2,98	0,42	21,00
	A8	100,00	135,00	31,88	0,50	30,00	0,50	2,98	0,42	21,00
	A9	100,00	135,00	28,44	1,00	30,00	0,50	2,98	0,42	21,90
	B6	100,00	135,00	37,73	1,00	30,00	0,50	2,98	0,42	27,42
KUMAR e PRASSAD (2008)	B9	100,00	135,00	37,73	1,00	30,00	0,50	2,98	0,42	27,00
	A1V1	125,00	135,00	39,94	0,50	22,50	0,90	0,93	0,60	9,44
	A1V2	125,00	135,00	43,97	1,00	22,50	0,90	0,93	0,60	9,44
	A1V3	125,00	135,00	41,13	1,50	22,50	0,90	0,93	0,60	9,44
	A2V1	125,00	135,00	40,42	0,50	31,50	0,90	0,93	0,60	9,44
	A2V2	125,00	135,00	44,92	1,00	31,50	0,90	0,93	0,60	9,44
A2V3	125,00	135,00	42,31	1,50	31,50	0,90	0,93	0,60	9,44	

ANEXO C: RELAÇÃO DOS PARÂMETROS DAS VIGAS COM λ

Nas figuras seguintes, adotou-se como tolerância o intervalo da classe *segurança apropriada*, $\lambda \in [0,85-1,15]$, conforme sugere a versão adaptada do *DPC*.

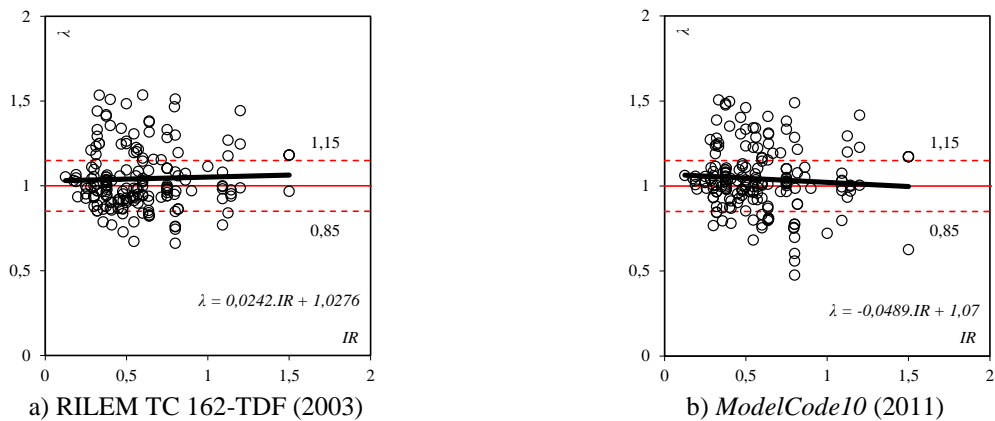


Figura C.1. Análise da relação λ - IR .

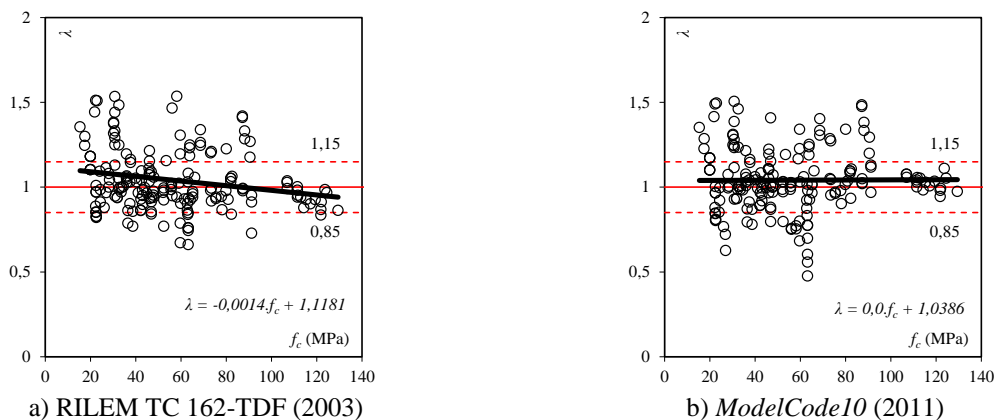


Figura C.2. Análise da relação λ - f_c .

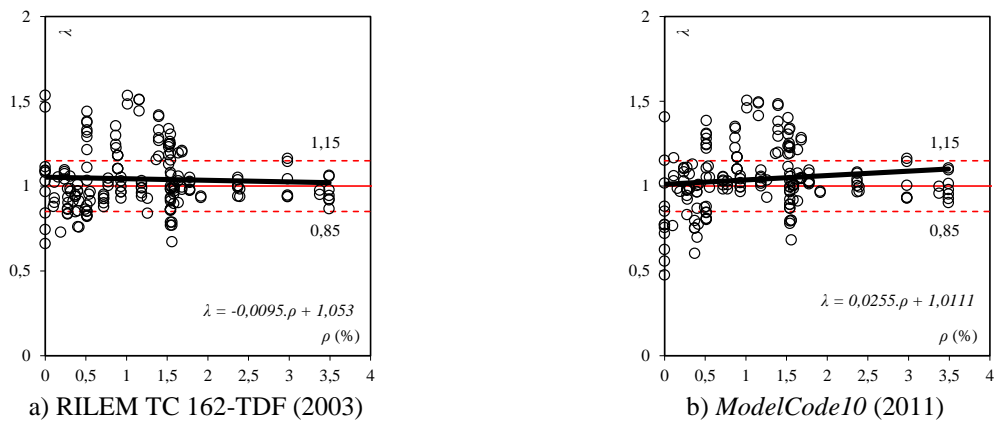
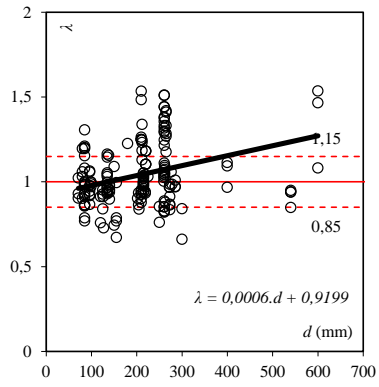
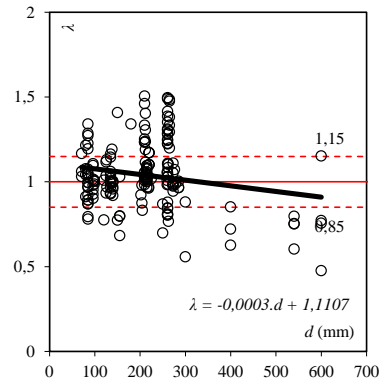


Figura C.3. Análise da relação λ - ρ .



a) RILEM TC 162-TDF (2003)



b) *ModelCode10* (2011)

Figura C.4. Análise da relação λ - d .

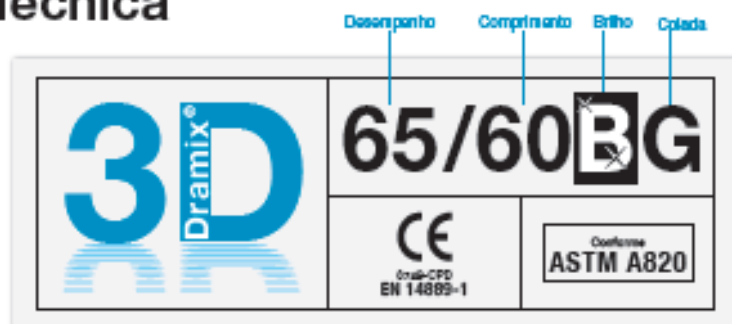
ANEXO D: INFORMAÇÕES DO FABRICANTE DAS FIBRAS DE AÇO

Dramix®

BEKAERT

better together

Ficha Técnica



DRAMIX® 3D



Dramix® 3D é referência em reforços com fibra de aço. Graças à sua combinação de alta performance, durabilidade e fácil manuseio, 3D é uma solução eficiente para um grande número de aplicações e lhe permite economizar tempo e dinheiro.

- > ancoragem original
- > resistência à tração

Dramix® 3D é uma solução rentável para

- > pilas
- > túneis
- > pré-fabricados
- > aplicações residenciais

Bekaert lhe oferece todo o suporte necessário para seu projeto. Nós ajudamos você a escolher o tipo de fibra mais adequada, calcular a dosagem ideal e escolher o tipo de concreto. Entre em contato com seu suporte local.

Acesse www.bekaert.com/dosingdramix para conhecer nossas recomendações sobre manuseio, dosificação e mistura.

Reservado o direito de modificações. Todos os dados descrevem nossos produtos em caráter geral. Para informação detalhada, solicite as especificações técnicas do produto.

DESEMPENHO

Propriedades do material

Resistência à tração:
 $R_{m, \text{nom}} : 1.160 \text{ N/mm}^2$
 Tolerâncias: média de $\pm 7,5\%$
Módulo de Young: $\pm 210.000 \text{ N/mm}^2$

Geometria

Família

Comprimento (l) 60 mm

Diâmetro (d) 0,90 mm

Fator de Forma (f/d) 65

Rede de Fibras

3,0 km por m² (para 15 kg/m²)
 3.183 fibras/kg
Dosagem mínima:
 15 kg por m² (de acordo com a CE)

Família Dramix®

	5R	4R	3D
Resistência à Tração	=====	=====	=====
Dutidade do arame	=====	=====	=====
Resistência de ancoragem	=====	=====	=====

CERTIFICAÇÕES DO PRODUTO



Dramix® dispõe do certificado para uso estrutural conforme a EN 14889-1 (sistema '1'). Informação detalhada está disponível para consulta.

CERTIFICAÇÕES DO SISTEMA



Todas as plantas industriais Dramix® são certificadas pela ISO 9001 e ISO 14001.

EMBALAGEM



SACOS 20 kg BIG BAG 1100 kg

ARMAZENAMENTO



FABRICADO POR

Belgo Bekaert Arames



Escolha qualidade.

EN1014